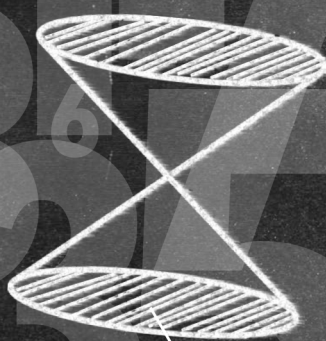
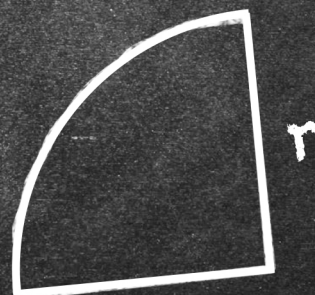


$$\frac{20-4}{\sqrt[3]{8}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 =$$

$$\begin{array}{l} \text{I: } 3x - 4 = 2y \\ \text{II: } x + 5 = \frac{y}{3} \end{array}$$



$$V = \frac{A \cdot h}{3}$$



$$u = \frac{2r \cdot \pi}{4} + 2r$$

$$A = r^2 \cdot \pi$$

Wohlhart • Scharnreiter

# PLUS!

Mathematik für die Sekundarstufe

Übungsteil

## **PLUS! Mathematik für die Sekundarstufe**

### **Band 4, Übungsteil**

Mit Bescheid vom 17. Juli 2019, BMB-GZ: 5.028/0012-IT/3/2017, hat das Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung das Unterrichtsmittel „PLUS! Mathematik für die Sekundarstufe. Band 4, Übungsteil“ von Wohlhart – Scharnreitner sowie das zugehörige E-BOOK+-Angebot antragsgemäß in der vorliegenden Fassung gemäß §14 Abs. 2 und 5 des Schulunterrichtsgesetzes, BGBl. Nr. 472/86, und gemäß den derzeit geltenden Lehrplänen als für den Unterrichtsgebrauch für die 4. Klasse an Neuen Mittelschulen im Unterrichtsgegenstand Mathematik und für die 4. Klasse an allgemein bildenden höheren Schulen – Unterstufe im Unterrichtsgegenstand Mathematik geeignet erklärt.

#### **Kompetenzorientierung gemäß Bildungsstandards**

Übungsteil + E-Book: SBNR 190.213 | ISBN 978-3-99035-911-2

Übungsteil E-Book Solo: SBNR 206.477 | ISBN 978-3-99069-978-2

Übungsteil mit E-BOOK+: SBNR 190.221 | ISBN 978-3-99035-927-3

Übungsteil E-BOOK+ Solo: SBNR 206.484 | ISBN 978-3-99069-989-8

Autorenteam: David Wohlhart, Michael Scharnreitner

Redaktion: Xenia Descovich, Attila Gerzabek

Illustrationen: Georg Flor, Dietmar Ebenhofer

Umschlaggestaltung: Marinas Werbegrafik, Innsbruck

Satz: Harald Göstl

Druck: Athesia Druck, Innsbruck

1. Auflage: A1<sup>4</sup> 2022

© 2019 HELBLING Rum/Innsbruck

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk einschließlich aller Inhalte ist ganz und in Auszügen urheberrechtlich geschützt. Kein Teil des Werkes darf in irgendeiner Form (Druck, Fotokopie oder anderes Verfahren) ohne ausdrückliche schriftliche Genehmigung des Verlags nachgedruckt oder reproduziert werden und/oder unter Verwendung elektronischer Systeme jeglicher Art gespeichert, verarbeitet, vervielfältigt und/oder verbreitet bzw. der Öffentlichkeit zugänglich gemacht werden. Alle Übersetzungsrechte vorbehalten.

Es darf aus diesem Werk gemäß §42(6) des Urheberrechtsgesetzes für den Unterrichtsgebrauch nicht kopiert werden.

Wohlhart • Scharnreiter

# PLUS!

Mathematik für die Sekundarstufe

Band 4

Übungsteil

# Inhaltsverzeichnis

## Übungsteil

|          |                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|          | Arbeiten mit PLUS!                                                                                                                                                                                                                                                                          | 4  |
| <b>A</b> | <b>Reelle Zahlen</b><br>Zahlenmengen und Wurzelziehen                                                                                                                                                                                                                                       | 5  |
|          | Zusammenhänge zwischen $\mathbb{N}$ , $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Q}$ , Irrationale Zahlen $\mathbb{I}$ , Reelle Zahlen $\mathbb{R}$ , Quadratwurzel, Rechenregeln beim Wurzelziehen, Kubikwurzel, Denkfabrik                                                                                 |    |
| <b>B</b> | <b>Der Satz des Pythagoras</b><br>Kathetensatz, Höhensatz, Anwendung in ebenen Figuren                                                                                                                                                                                                      | 15 |
|          | Einführung, Quadrat, Rechteck, Beweise zum Satz des Pythagoras, Besondere Dreiecke, Raute und Deltoid, Gleichschenkeliges Trapez, Vermischte Aufgaben, Kathetensatz und Höhensatz, Geometrische Rätsel, Denkfabrik                                                                          |    |
| <b>C</b> | <b>Terme und Bruchterme</b><br>Grundrechnungsarten und Potenzen                                                                                                                                                                                                                             | 26 |
|          | Addition und Subtraktion, Multiplikation und Division, Multiplikation mit Binomen, Binomische Formeln, Bruchterme kürzen und erweitern, Addition und Subtraktion von Bruchtermen, Multiplikation und Division von Bruchtermen, Doppelbrüche, Verbindung der Grundrechnungsarten, Denkfabrik |    |
| <b>D</b> | <b>Gleichungen und Bruchgleichungen</b><br>Umformen, Anwendung                                                                                                                                                                                                                              | 37 |
|          | Äquivalenzumformungen, Gleichungen mit Brüchen, Balkenmodelle, Anwendung, Bruchgleichungen, Anwendungen in der Geometrie, Texträtsel, Denkfabrik                                                                                                                                            |    |
| <b>E</b> | <b>Mit Formeln rechnen</b><br>Anwendungen in der Physik                                                                                                                                                                                                                                     | 46 |
|          | Warm-up, Geschwindigkeit, Licht und Schall, Freier Fall, Kraft, Arbeit und Leistung, Schiefe Ebene, Pendel, Denkfabrik                                                                                                                                                                      |    |
| <b>F</b> | <b>Kreis</b><br>Konstruktion und Berechnung                                                                                                                                                                                                                                                 | 53 |
|          | Umfang, Zahl $\pi$ , Flächeninhalt, Kreisring, Zusammengesetzte Figuren, Kreissektor und Kreisbogen, Kreissegment, Anwendung, Denkfabrik                                                                                                                                                    |    |
| <b>G</b> | <b>Statistik</b><br>Lesen, erstellen und interpretieren                                                                                                                                                                                                                                     | 61 |
|          | Statistische Kenngrößen, Säulendiagramme, Gruppierte Säulendiagramme, Manipulationsmöglichkeiten, Relative Häufigkeiten, Kreisdiagramme, Boxplot-Diagramme, Streudiagramme, Denkfabrik                                                                                                      |    |



|          |                                                                                                                                                                                                                       |     |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>H</b> | <b>Prisma und Pyramide</b><br>Anwendungen mit dem Satz des Pythagoras                                                                                                                                                 | 70  |
|          | Würfel, Quader, Volumen und Masse, Quadratische und allgemeine Pyramiden, Zusammengesetzte Körper, Denkfabrik                                                                                                         |     |
| <b>I</b> | <b>Zylinder, Kegel und Kugel</b><br>Oberfläche, Volumen, Anwendung                                                                                                                                                    | 77  |
|          | Zylinder – Einführung, Volumen und Oberfläche, Hohlzylinder, Zylinderschnitte, Kegel – Oberfläche und Volumen, Gleichseitiger Kegel, Kegelstumpf, Kugel – Oberfläche und Volumen, Zusammengesetzte Körper, Denkfabrik |     |
| <b>J</b> | <b>Funktionen</b><br>Grundbegriffe und Anwendung                                                                                                                                                                      | 88  |
|          | Funktionen – Einführung, Interpretation von Graphen, Homogene und inhomogene lineare Funktionen, Funktionsgleichungen ablesen, Steigung berechnen, Indirekt proportionale Funktionen, Weitere Funktionen, Denkfabrik  |     |
| <b>K</b> | <b>Gleichungssysteme</b><br>Lineare Gleichungen mit zwei Variablen                                                                                                                                                    | 97  |
|          | Gleichungssysteme – Einführung, Grafisches Lösungsverfahren, Gleichsetzungsverfahren, Einsetzungsverfahren, Eliminationsverfahren, Lösungsverfahren passend einsetzen, Textaufgaben, Anwendung, Denkfabrik            |     |
| <b>L</b> | <b>Prozente, Zinsen und Zinseszinsen</b><br>Anwendungen in der Wirtschaft                                                                                                                                             | 106 |
|          | Änderungen in Prozent, Brutto und netto, Rabatt und Skonto, Zinsen, Zinseszinsen, Exponentielles Wachstum, Denkfabrik                                                                                                 |     |
| <b>M</b> | <b>Lifhacks Mathematik</b><br>Flexibel rechnen im Alltag                                                                                                                                                              | 113 |
|          | Kopfrechnen mit großen Zahlen, Rechentricks, Geldbeträge überschlagen, Masse, Länge, Fläche, Maßstab, Denkfabrik                                                                                                      |     |
|          | Stichwortverzeichnis                                                                                                                                                                                                  | 120 |

# Arbeiten mit PLUS!

## So funktioniert dein Mathematik-Übungsbuch

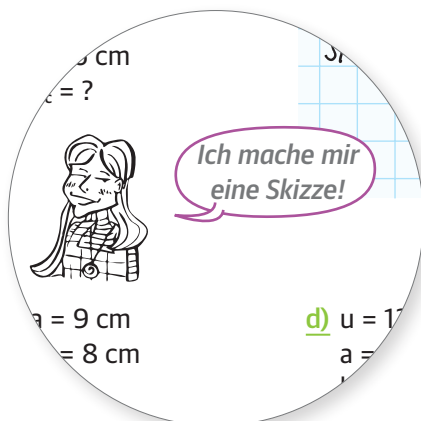
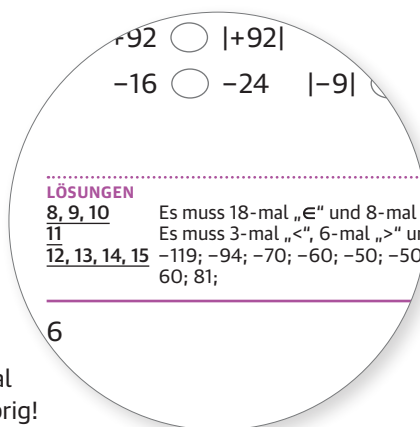


### Weiterüben und ...

Zu jedem Lernschritt im Erarbeitungsteil findest du in diesem Buch eine Seite zum Weiterüben.

### ... selbst kontrollieren

Die Lösungen findest du am Ende der Seite. Sie sind der Größe nach geordnet. Achtung: Bei den Lösungen bleiben manchmal auch welche übrig!

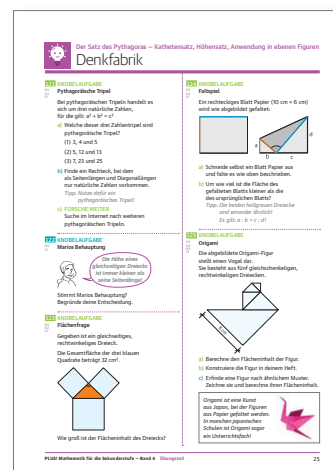


### Tipps

Die Kinder aus der PLUS!-Klasse und Beispiellösungen helfen dir beim Lösen der Aufgaben.

### Denkfabrik

Am Ende jedes Kapitels wartet eine Seite mit Knobelaufgaben, „Forsche weiter“ und Spielen auf dich.



### Partnerarbeit

Aufgaben mit diesem Symbol löst ihr am besten zu zweit oder in der Gruppe.

### Zuordnung zu den Bildungsstandards Mathematik bei jeder Aufgabe

#### Mathematische Handlungsbereiche:

- H1: Darstellen, Modellbilden
- H2: Rechnen, Operieren
- H3: Interpretieren
- H4: Argumentieren, Begründen

#### Mathematische Inhaltsbereiche:

- I1: Zahlen und Maße
- I2: Variable, funktionale Abhängigkeiten
- I3: Geometrische Figuren und Körper
- I4: Statistische Darstellungen und Kenngrößen

#### Komplexitätsstufen:

- K1: Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten
- K2: Herstellen von Verbindungen
- K3: Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren

**Unterstrichene Aufgaben** solltest du unbedingt machen, um dein Lernziel zu erreichen.

# A

## Reelle Zahlen – Zahlenmengen und Wurzelziehen

|    |                                                                     |    |
|----|---------------------------------------------------------------------|----|
| A1 | Natürliche Zahlen $\mathbb{N}$                                      | 5  |
| A2 | Ganze Zahlen $\mathbb{Z}$                                           | 6  |
| A3 | Rationale Zahlen $\mathbb{Q}$                                       | 7  |
| A4 | Zusammenhänge zwischen $\mathbb{N}$ , $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Q}$ | 8  |
| A5 | Irrationale Zahlen $\mathbb{I}$                                     | 9  |
| A6 | Reelle Zahlen $\mathbb{R}$                                          | 10 |
| A7 | Quadratwurzel                                                       | 11 |
| A8 | Rechenregeln beim Wurzelziehen                                      | 12 |
| A9 | Kubikwurzel                                                         | 13 |
|    | Denkfabrik                                                          | 14 |

### A1

### Natürliche Zahlen $\mathbb{N}$

1 Finde weitere natürliche Zahlen.

H1  
I1

3, 10, , , ,

2 Setze  $\in$  oder  $\notin$  ein.

H3  
I1

23 ☐  $\mathbb{N}$  1 ☐  $\mathbb{N}$  16,9 ☐  $\mathbb{N}$   
1, ☐  $\mathbb{N}$  10 ☐  $\mathbb{N}$  -10 ☐  $\mathbb{N}$   
-9 ☐  $\mathbb{N}$  0 ☐  $\mathbb{N}$  599 ☐  $\mathbb{N}$

3 Setze  $\in$  oder  $\notin$  ein.

H3  
I1

3 ☐  $\mathbb{N}$  2 - 4 ☐  $\mathbb{N}$  30 - 5 ☐  $\mathbb{N}$   
5 + 7 ☐  $\mathbb{N}$  2 + 4 ☐  $\mathbb{N}$  30 : 5 ☐  $\mathbb{N}$   
5 · 8 ☐  $\mathbb{N}$  4 : 2 ☐  $\mathbb{N}$  5 : 30 ☐  $\mathbb{N}$

4 Setze  $\in$  oder  $\notin$  ein.

H3  
I1

15 ☐  $\mathbb{N}_g$  590 ☐  $\mathbb{N}_u$  2 694 ☐  $\mathbb{N}_g$   
10 ☐  $\mathbb{N}_u$  721 ☐  $\mathbb{N}_u$  5 000 ☐  $\mathbb{N}_g$   
3 ☐  $\mathbb{N}_g$  403 ☐  $\mathbb{N}_g$  1 085 ☐  $\mathbb{N}_u$

$\mathbb{N}$  ist die  
Menge aller  
geraden  
Zahlen!



$\mathbb{N}_u$  ist die  
Menge aller  
ungeraden  
Zahlen!

5 KNOBELAUFGABE

H1  
I1

Gib jeweils die kleinste und die größte Zahl an, die man mit den angegebenen Ziffern bilden kann.

| Ziffern | kleinste Zahl                                                  | größte Zahl                                                    |
|---------|----------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| 5, 4, 7 | <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> | <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> |
| 2, 5, 0 | <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> | <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> |
| 3, 4, 4 | <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> | <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> |

6 KNOBELAUFGABE

H2  
I1

Setze die Klammern in den Rechnungen so, dass die Ergebnisse stimmen.

- a)  $4 \cdot 2 + 3 - 1 = 19$
- b)  $10 - 2 - 4 - 2 = 10$
- c)  $7 \cdot 4 + 2 = 30$
- d)  $10 : 5 - 2 - 2 = 20$

LÖSUNGEN

2, 3, 4 Es muss 15-mal „ $\in$ “ und 12-mal „ $\notin$ “ eingesetzt werden.

Ganze Zahlen  $\mathbb{Z}$ 

## 7 Finde weitere ganze Zahlen.

H1  
I1

6, -8, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

8 Setze  $\in$  oder  $\notin$  ein.H3  
I1 $-2 \in \mathbb{Z}$      $110 \in \mathbb{Z}$      $-19 \in \mathbb{Z}$  $15 \in \mathbb{Z}$      $-\frac{1}{4} \in \mathbb{Z}$      $9,99 \in \mathbb{Z}$  $3,9 \in \mathbb{Z}$      $\frac{1}{2} \in \mathbb{Z}$      $0 \in \mathbb{Z}$ 9 Setze  $\in$  oder  $\notin$  ein.H3  
I1 $3 + 9 \in \mathbb{Z}$      $8 + 2 \in \mathbb{Z}$      $0,5 + 0,5 \in \mathbb{Z}$  $3 - 9 \in \mathbb{Z}$      $8 - 2 \in \mathbb{Z}$      $0,5 - 0,5 \in \mathbb{Z}$  $3 \cdot 9 \in \mathbb{Z}$      $8 \cdot 2 \in \mathbb{Z}$      $0,5 \cdot 0,5 \in \mathbb{Z}$  $3 : 9 \in \mathbb{Z}$      $8 : 2 \in \mathbb{Z}$      $0,5 : 0,5 \in \mathbb{Z}$ 

## 10 Welche der Aussagen sind wahr?

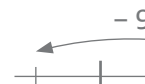
H3  
I1

Kreuze sie an.

- ☐ Wenn man zwei ganze Zahlen addiert, erhält man als Ergebnis immer eine ganze Zahl.
- ☐ Die Differenz zweier ganzer Zahlen ist immer eine ganze Zahl.
- ☐ Wenn man eine ganze Zahl durch eine ganze Zahl dividiert, erhält man als Ergebnis immer eine ganze Zahl.
- ☐ Dividiert man eine ganze Zahl durch eine andere ganze Zahl, kann man als Ergebnis auch eine ganze Zahl erhalten.
- ☐ Das Produkt zweier ganzer Zahlen muss nicht ganzzahlig sein.

11 Setze  $<$ ,  $>$  oder  $=$  ein.H3  
I1 $100 > 90$      $100 > 100$      $|-5| < 5$  $|-8| < -35$      $-35 < -29$      $-10 < -2$  $+92 < |+92|$      $-5 < |-26|$  $-16 < -24$      $|-9| < 8$      $74 < -75$ 

## 12 Rechne im Kopf.

H2  
I1 $6 - 9 = -3$  $2 - 3 =$  $7 - 20 =$  $-1 - 5 =$  $15 - 65 =$  $-7 - 8 =$  $-4 + 9 =$  $-6 - 5 =$  $-3 - 12 =$  $0 - 11 =$  $6 - 100 =$  $20 - 30 =$  $-18 - 52 =$  $30 - 40 =$  $-10 + 70 =$  $-22 - 30 =$  $60 - 110 =$ 

## Löse die Rechnungen

im Taschenrechner.

 $(-5) \cdot (+3) = -15$  $(-2) \cdot (-2) =$  $(-8) \cdot (-1) =$  $(-1) \cdot (+35) =$  $(+6) \cdot (-1) =$  $(-5) \cdot 0 =$  $(+7) \cdot (-7) =$  $(+4) \cdot (-6) =$  $(-9) \cdot (+5) =$  $(-9) \cdot (-9) =$  $(-4) \cdot (-4) =$  $(-7) \cdot (+5) =$  $(+7) \cdot (+6) =$  $(-8) \cdot (-6) =$ 14 An einem Wintertag betrug die Temperatur morgens  $-7^\circ\text{C}$ . Bis Mittag kletterte das Thermometer auf  $+5^\circ\text{C}$ .H1  
H2  
I1

Berechne den Temperaturunterschied.

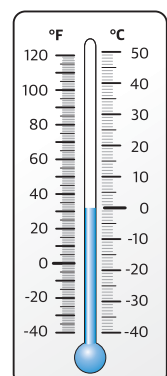
## 15 FORSCHE WEITER

H1  
H2  
I1

Eddie aus Calgary erzählt:

„Bei uns in den Bergen hat es heute  $14^\circ\text{Fahrenheit!}$ “

- a) Wie viel Grad sind das in Celsius?
- b) Wo liegt Calgary?



## LÖSUNGEN

8, 9, 10 Es muss 18-mal „ $\in$ “ und 8-mal „ $\notin$ “ eingesetzt werden.11 Es muss 3-mal „ $<$ “, 6-mal „ $>$ “ und 3-mal „ $=$ “ eingesetzt werden.12, 13, 14, 15  $-119; -94; -70; -60; -50; -50; -49; -38; -35; -35; -24; -21; -21; -15; -15; -14; -10; -6; -6; -5; -3; -1; 0; 4; 5; 6; 12; 16; 17; 24; 42; 45; 48; 60; 81;$

Rationale Zahlen  $\mathbb{Q}$ 16 Setze  $\in$  oder  $\notin$  ein.

$$\begin{array}{lll} 20 \in \mathbb{Q} & \frac{7}{5} \in \mathbb{Q} & 0 \in \mathbb{Q} \\ 1,8 \in \mathbb{Q} & -\frac{1}{4} \in \mathbb{Q} & -3,4 \in \mathbb{Q} \\ \frac{2}{3} \in \mathbb{Q} & -2 \in \mathbb{Q} & 0,\dot{6} \in \mathbb{Q} \end{array}$$

17 Setze  $\in$  oder  $\notin$  ein.

$$\begin{array}{lll} 2 + 7 \in \mathbb{Q} & -3 + 5 \in \mathbb{Q} & 0,1 + 4,6 \in \mathbb{Q} \\ 2 - 7 \in \mathbb{Q} & -3 - 5 \in \mathbb{Q} & 0,1 - 4,6 \in \mathbb{Q} \\ 2 \cdot 7 \in \mathbb{Q} & -3 \cdot 5 \in \mathbb{Q} & 0,1 \cdot 4,6 \in \mathbb{Q} \\ 2 : 7 \in \mathbb{Q} & -3 : 5 \in \mathbb{Q} & 0,1 : 4,6 \in \mathbb{Q} \end{array}$$

## 18 Setze die passenden Zahlen in die Felder ein.

$$\begin{array}{lll} \frac{1}{3} = \frac{\quad}{6} & \frac{2}{5} = \frac{4}{\quad} & \frac{3}{\quad} = \frac{1}{4} \\ \frac{4}{10} = \frac{\quad}{5} & \frac{\quad}{6} = \frac{2}{3} & \frac{3}{8} = \frac{9}{\quad} \\ \frac{\quad}{8} = \frac{3}{4} & \frac{5}{\quad} = \frac{1}{5} & \frac{28}{42} = \frac{\quad}{\quad} \end{array}$$

## 19 KNOBELAUFGABE

Die Lehrerin stellt folgende Aufgabe:

Setze eine passende Zahl in das Feld ein.

$$\frac{3}{10} < \frac{\quad}{10}$$

- a) Hermine und Anton haben die Aufgabe unterschiedlich gelöst.

| Hermine                       | Anton                         |
|-------------------------------|-------------------------------|
| $\frac{3}{10} < \frac{3}{10}$ | $\frac{3}{10} < \frac{3}{10}$ |

Wer von den beiden hat die Aufgabe richtig gelöst?

Begründe deine Entscheidung.

- b) Ronald hat geantwortet:

„Da kann ich jede Zahl einsetzen, die man will!“

Hat Ronald Recht?

Begründe deine Entscheidung.

## 20 Setze passende Zahlen in die Felder ein.

$$\begin{array}{lll} \frac{4}{9} < \frac{\quad}{9} & \frac{2}{13} < \frac{\quad}{13} & \frac{6}{\quad} < \frac{\quad}{5} \\ \frac{5}{14} > \frac{\quad}{14} & \frac{4}{\quad} > \frac{\quad}{4} & \frac{2}{\quad} > \frac{\quad}{4} \\ \frac{\quad}{35} < \frac{8}{35} & \frac{9}{\quad} > \frac{9}{20} & \frac{\quad}{8} < \frac{3}{\quad} \end{array}$$

## 21 Schreibe die periodischen Zahlen mit Punkt bzw. Strich an.

$$\begin{array}{ll} 0,1\overline{28} & 3,1515\ldots = 3,\overline{15} \\ 6,1111\ldots = & 1,9292\ldots = \\ \ldots = & 0,61414\ldots = \\ 4,53\overline{7} \ldots = & 9,7878\ldots = \end{array}$$

## 22 Schreibe die Brüche als Dezimalzahlen.

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} = \\ \frac{3}{14} = \\ \frac{5}{30} = \\ \frac{1}{5} = \end{array}$$



Rechne so:  
Zähler : Nenner

## 23 Schreibe die Zahlen als Dezimalzahlen, ohne zu rechnen.

$$\begin{array}{ll} 2\frac{4}{10} = 2,4 & 5\frac{43}{100} = \\ 5\frac{1}{10} = & 16\frac{25}{100} = \\ \frac{9}{10} = & 4\frac{2}{100} = \\ 93\frac{6}{10} = & 78\frac{19}{100} = \end{array}$$

## 24 Schreibe die Dezimalzahlen als gemischte Zahlen. Kürze, wenn möglich.

$$\begin{array}{ll} 3,4 = 3\frac{2}{5} & 2,95 = \\ 8,2 = & 1,07 = \\ 0,6 = & 49,34 = \\ 2,25 = & 91,875 = \end{array}$$

## LÖSUNGEN

18, 21, 22, 23, 24  $0,08\bar{3}$ ;  $0,1\bar{6}$ ;  $0,2\overline{142857}$ ;  $0,28$ ;  $0,4$ ;  $\frac{3}{5}$ ;  $0,6\overline{14}$ ;  $0,9$ ;  $1\frac{7}{100}$ ;  $1,9\bar{2}$ ;  $2$ ;  $2\frac{1}{4}$ ;  $2,4$ ;  $2\frac{19}{20}$ ;  $3,1\bar{5}$ ;  $3\frac{2}{5}$ ;  $4$ ;  $4$ ;  $4,0\bar{2}$ ;  $4,2$ ;  $4,5\bar{3}$ ;  $5,1$ ;  $5,4\bar{3}$ ;  $6$ ;  $6,1$ ;  $7,6$ ;  $8\frac{1}{5}$ ;  $9,7\bar{8}$ ;  
 $10$ ;  $12$ ;  $16,25$ ;  $24$ ;  $25$ ;  $49\frac{17}{50}$ ;  $78,19$ ;  $91\frac{7}{8}$ ;  $93,6$ ;



Zusammenhänge zwischen  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$  und  $\mathbb{Q}$ **25** Setze  $\in$  oder  $\notin$  ein.H3  
I1

a)  $7 \bigcirc \mathbb{N}$

$7 \bigcirc \mathbb{Z}$

$7 \bigcirc \mathbb{Q}$

b)  $0,5 \bigcirc \mathbb{N}$

$0,5 \bigcirc \mathbb{Z}$

$0,5 \bigcirc \mathbb{Q}$

c)  $41,\dot{6} \bigcirc \mathbb{N}$

$41,\dot{6} \bigcirc \mathbb{Z}$

$41,\dot{6} \bigcirc \mathbb{Q}$

d)  $-39 \bigcirc \mathbb{N}$

$-39 \bigcirc \mathbb{Z}$

$-39 \bigcirc \mathbb{Q}$

e)  $\frac{3}{8} \bigcirc \mathbb{N}$

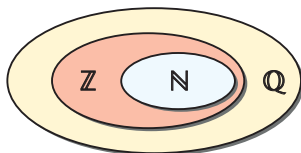
$\frac{3}{8} \bigcirc \mathbb{Z}$

$\frac{3}{8} \bigcirc \mathbb{Q}$

f)  $-9,2 \bigcirc \mathbb{N}$

$-9,2 \bigcirc \mathbb{Z}$

$-9,2 \bigcirc \mathbb{Q}$



Jede Zahl aus  $\mathbb{N}$  ist auch in  $\mathbb{Z}$  und in  $\mathbb{Q}$  enthalten!

**26** Nenne jeweils drei Zahlen, die ...H1  
H3  
I1a) ... in  $\mathbb{Z}$  enthalten sind:

\_\_\_\_\_

b) ... in  $\mathbb{Q}$  enthalten sind:

\_\_\_\_\_

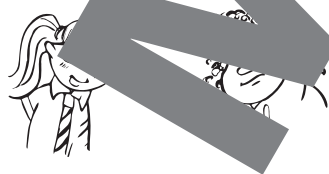
c) ... in  $\mathbb{Q}$  liegen, aber nicht in  $\mathbb{Z}$ :

\_\_\_\_\_

**27** KNOBELAUFGABEH1  
H4  
I1

Natascha stellt folgende Aufgabe:

„Finde eine Zahl, die in  $\mathbb{Q}$  enthalten ist, aber nicht in  $\mathbb{Z}$ !“



Kann man diese Aufgabe lösen?  
Begründe deine Entscheidung.

**28** Setze jeweils eine sinnvolleH3  
I1

Zahl ein und gib an, aus welcher Menge  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$  oder  $\mathbb{Q}$  sie wählen kann.

a) Frau Berg hat 3 Schwestern.Zahlen aus  $\mathbb{N}$ b) Mira hat ihren 1 mal angerufen.Zahlen aus  $\mathbb{N}$ c) Mo hat 1 Kilogramm Äpfel.Zahlen aus  $\mathbb{Q}$ d) Leona ist 1,60 Meter groß.Zahlen aus  $\mathbb{Q}$ e) 10 Personen besuchten das Konzert.Zahlen aus  $\mathbb{N}$ 

f) Der Kontostand von Herrn Eder

beträgt -120 €.Zahlen aus  $\mathbb{Z}$ g) Andreas Rucksack hat 15 € gekostet.Zahlen aus  $\mathbb{Q}$ h) In Österreich leben rund 8,5 Millionen Menschen.Zahlen aus  $\mathbb{Q}$ i) Für die Torte benötigen wir 2,5 kg Mehl.Zahlen aus  $\mathbb{Q}$ j) Ein Gemüseauflauf soll bei 180 Grad gebacken werden.Zahlen aus  $\mathbb{N}$ k) Verfehlt man bei einem Spiel einen Stern, zählt das 1 Punkte.Zahlen aus  $\mathbb{N}$ 

## LÖSUNGEN

25 Es muss 9-mal „ $\in$ “ und 9-mal „ $\notin$ “ eingesetzt werden.28 Es muss 5-mal „ $\mathbb{N}$ “, 1-mal „ $\mathbb{Z}$ “ und 5-mal „ $\mathbb{Q}$ “ angegeben werden.

## Irrationale Zahlen II

- 29** Berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt der Quadrate.

H2  
I3

a)  $a = 3,7 \text{ cm}$

$$u = 4 \cdot a$$

$$u = 4 \cdot 3,7 = \underline{\underline{14,8 \text{ cm}}}$$

$$A = a^2$$

$$A = 3,7^2 = \underline{\underline{13,69 \text{ cm}^2}}$$

3

,

7

 $\times^2$ 

=

b)  $a = 8,2 \text{ cm}$

d)  $a = 15,3 \text{ cm}$

c)  $a = 0,9 \text{ cm}$

e)  $a = 24,8 \text{ cm}$

- 30** Berechne die Seitenlängen der angegebenen Quadrate. Runde deine Ergebnisse auf Millimeter.

H2  
I3

a)  $A = 12 \text{ cm}^2$

$$a = \sqrt{A}$$

2nd

 $\sqrt{\phantom{x}}$  $\times^2$ 

1

2

=

$$a = \sqrt{12} \approx \underline{\underline{3,5 \text{ cm}}}$$

b)  $A = 20 \text{ cm}^2$

e)  $A = 30,5 \text{ cm}^2$

c)  $A = 16 \text{ cm}^2$

f)  $A = 1,5 \text{ cm}^2$

d)  $A = 8 \text{ cm}^2$

g)  $A = 0,01 \text{ cm}^2$

- 31** Berechne die Seitenlängen der angegebenen Quadrate. Runde deine Ergebnisse auf Millimeter.

H2  
I3

a)  $u = 10 \text{ cm}$

b)  $A = 17 \text{ cm}^2$

- 32** Der Umfang eines Quadrats beträgt 10 cm.

H2  
I3

a) Berechne die Seitenlänge des Quadrats.

b) Überlege: Kann man die Seitenlänge ganz genau angeben?

- 33** Der Flächeninhalt eines Quadrats beträgt 10 cm<sup>2</sup>.

H2  
I3

a) Berechne die Seitenlänge des Quadrats.

b) Überlege: Kann man die Seitenlänge ganz genau angeben?

- 34** Schranken angeben

H1  
H2  
I1

Zwischen welchen natürlichen Zahlen liegen die Wurzeln?

Rechne in

$$2 < \sqrt{8} < 3$$

$$3 < \sqrt{12} < 4$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

$$5 < \sqrt{25} < 6$$

Wurzel aus 8:  
2 mal 2 = 4  
3 mal 3 = 9  
also zwischen  
2 und 3!



## KNOBELAUFGABE

Welche Zahlen passen?

Hinweis: Es sind verschiedene Lösungen möglich!

$$9 < \sqrt{81} < 10$$

$$20 < \sqrt{400} < 21$$

$$2 < \sqrt{4} < 3$$

$$11 < \sqrt{121} < 12$$

$$7 < \sqrt{49} < 8$$

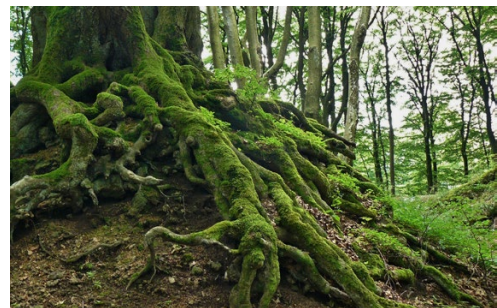
$$39 < \sqrt{1521} < 40$$

$$1 < \sqrt{1} < 2$$

$$19 < \sqrt{361} < 20$$

## FORSCH WEITER

Finde verschiedene Bedeutungen für das Wort „Wurzel“!



Mir fallen drei  
Bedeutungen ein.  
Findest du mehr?

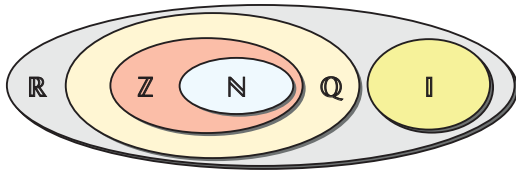


## LÖSUNGEN

29, 30, 31, 32, 33, 34 0; 0,81; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 2,5; 2,625; 2,8; 3; 3; 3; 3,2; 3,5; 3,6; 4; 4; 4; 4; 4,3; 4,4; 4,5; 5; 5; 5; 5,5; 6; 6; 7; 7; 7; 8; 8; 8; 8,5; 9; 9; 10; 10; 13,69; 14,8; 32,8; 61,2; 67,24; 99,2; 234,09; 615,04;

Reelle Zahlen  $\mathbb{R}$ 

- 37 Schreibe die Namen der abgebildeten Zahlenmengen auf.

H1  
I1

$\mathbb{N}$  ... natürliche Zahlen  
 $\mathbb{Z}$  ...  
 $\mathbb{Q}$  ...  
 $\mathbb{I}$  ...  
 $\mathbb{R}$  ...

- 38 Setze  $\in$  oder  $\notin$  ein.

H3  
I1

- a)  $32 \in \mathbb{N}$     c)  $\frac{1}{2} \in \mathbb{N}$     e)  $-48 \in \mathbb{N}$   
 $32 \in \mathbb{Z}$      $\frac{1}{2} \in \mathbb{Z}$      $-48 \in \mathbb{Z}$   
 $32 \in \mathbb{Q}$      $\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$      $-48 \in \mathbb{Q}$   
 $32 \in \mathbb{I}$      $\frac{1}{2} \in \mathbb{I}$      $-48 \in \mathbb{I}$   
 $32 \in \mathbb{R}$      $\frac{1}{2} \in \mathbb{R}$      $-48 \in \mathbb{R}$
- b)  $0,5 \in \mathbb{N}$     d)  $\sqrt{5} \in \mathbb{N}$      $-6,9 \in \mathbb{N}$   
 $0,5 \in \mathbb{Z}$      $\sqrt{5} \in \mathbb{Z}$      $-6,9 \in \mathbb{Z}$   
 $0,5 \in \mathbb{Q}$      $\sqrt{5} \in \mathbb{Q}$      $-6,9 \in \mathbb{Q}$   
 $0,5 \in \mathbb{I}$      $\sqrt{5} \in \mathbb{I}$      $-6,9 \in \mathbb{I}$   
 $0,5 \in \mathbb{R}$      $\sqrt{5} \in \mathbb{R}$      $-6,9 \in \mathbb{R}$

- 39 Nenne jeweils drei Zahlen, die ...

H1  
H3  
I1

- a) ... in  $\mathbb{Z}$  liegen, aber nicht in  $\mathbb{N}$ .  
b) ... in  $\mathbb{Q}$  liegen, aber nicht in  $\mathbb{Z}$ .  
c) ... in  $\mathbb{R}$  liegen, aber nicht in  $\mathbb{Q}$ .  
d) ... in  $\mathbb{I}$  liegen, aber nicht in  $\mathbb{R}$ .

- 40 Andre hat behauptet:

H3  
H4  
I1

„Eine Zahl ist entweder rational oder sie ist irrational. Sie kann nicht beides sein.“

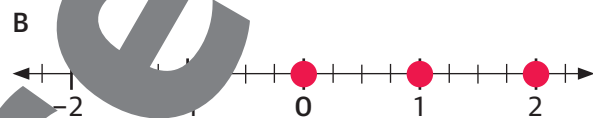
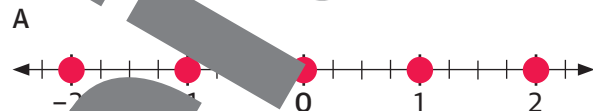
Stimmt Andreas Aussage?  
Begründe deine Entscheidung.

- 41 Welche Darstellung symbolisiert welche Zahlenmenge?

H1  
H3  
I1

Ordne richtig zu.

| Menge        | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{Z}$ | $\mathbb{Q}$ | $\mathbb{R}$ |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Zahlenstrahl |              |              |              |              |



- 42 Kreise jeweils die erste Teilmenge ein, in der die Zahl enthalten ist.

- $-42 \in \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$   
 $92 \in \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$   
 $-\frac{1}{2} \in \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$   
 $0,1 \in \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$   
 $\sqrt{3} \in \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

- 43 Kreise jeweils die erste Teilmenge ein, in der die Lösung enthalten ist.

H3  
I1

- $-42 : 5 \in \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$   
 $-42 : 6 \in \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$   
 $3,5 \cdot 2 \in \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$   
 $\sqrt{5} \in \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$   
 $\sqrt{9} \in \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

## LÖSUNGEN

- 38 Es muss 15-mal „ $\in$ “ und 15-mal „ $\notin$ “ eingesetzt werden.  
42, 43 Es muss 3-mal „ $\mathbb{N}$ “, 2-mal „ $\mathbb{Z}$ “, 3-mal „ $\mathbb{Q}$ “ und 2-mal „ $\mathbb{R}$ “ eingesetzt werden.

# Quadratwurzel

## 44 Rechne im Kopf.

H2  
I1

- a)  $\sqrt{9} = \underline{3}$  e)  $\sqrt{49} = \underline{\quad}$   
 b)  $\sqrt{25} = \underline{\quad}$  f)  $\sqrt{16} = \underline{\quad}$   
 c)  $\sqrt{4} = \underline{\quad}$  g)  $\sqrt{36} = \underline{\quad}$   
 d)  $\sqrt{81} = \underline{\quad}$  h)  $\sqrt{100} = \underline{\quad}$

## 45 Rechne im Kopf.

H2  
I1

- a)  $\sqrt{400} = \underline{\quad}$  d)  $\sqrt{3\,600} = \underline{\quad}$   
 b)  $\sqrt{1\,600} = \underline{\quad}$  e)  $\sqrt{8\,100} = \underline{\quad}$   
 c)  $\sqrt{6\,400} = \underline{\quad}$  f)  $\sqrt{4\,900} = \underline{\quad}$

## 46 Rechne im Kopf.

H2  
I1

- a)  $\sqrt{20 - 4} = \underline{\quad}$   
 b)  $\sqrt{30 + 6} = \underline{\quad}$   
 c)  $\sqrt{12 : 3} = \underline{\quad}$   
 d)  $\sqrt{32 : 2} = \underline{\quad}$   
 e)  $\sqrt{50 - 1} = \underline{\quad}$   
 f)  $\sqrt{65 + 16} = \underline{\quad}$   
 g)  $\sqrt{2 \cdot 8} = \underline{\quad}$

Löse zuerst die  
Rechnung unter  
der Wurzel!  
Dann ziehe die  
Wurzel!



## 47 Rechne mit dem Taschenrechner. Runde deine Ergebnisse auf Hundertstel.

H2  
I1

- a)  $\sqrt{114}$  c)  $\sqrt{800}$  e)  $\sqrt{1\,200}$   
 b)  $\sqrt{28}$  d)  $\sqrt{592}$  f)  $\sqrt{1\,446}$

## 48 Rechne mit dem Taschenrechner. Runde deine Ergebnisse auf Hundertstel.

H2  
I1

- a)  $\sqrt{12 + 5} - \sqrt{16 - 2,5}$   
 b)  $19,2^2 - \sqrt{21} + \sqrt{28,04}$   
 c)  $\sqrt{14,7 - 11,1} + 0,9^2$   
 d)  $\sqrt{9 - 1,86^2}$



## 49 Ein quadratisches Tuch.

H1  
H2  
I3

- a) ... 500 cm<sup>2</sup> Stoff haben.  
 b) ... 200 cm<sup>2</sup> Stoff haben.  
 c) ... 350 cm<sup>2</sup> Stoff haben.  
 d) ... 250 cm<sup>2</sup> Stoff haben.



Berechne jeweils die  
Seitenlänge des Tuchs.  
Runde dabei auf 1 cm.

## 50 Ein 750 m<sup>2</sup> großes Grundstück hat die Form eines Quadrats.

H1  
H2  
I3

- a) Wie lang ist das Grundstück?  
 b) Berechne den Preis des Grundstücks,  
wenn ein Quadratmeter 169 € kostet.

## 51 KNOBELAUFGABE

Frau Meier legt ein quadratisches  
Gemüsebeet mit rund 20 m<sup>2</sup> Fläche an.

Sie hat noch 30 Meter Zaun gelagert.

Reicht der Zaun zum Einzäunen  
des Gemüsebeetes?

Wenn ja, wie viele Meter Zaun  
bleiben übrig?

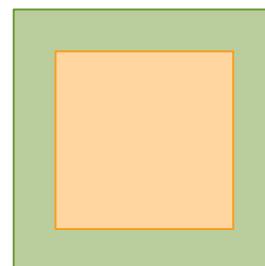
Falls nein, wie viele Meter Zaun muss  
Frau Meier noch kaufen?

## 52 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I3

Quadrat im Quadrat

Zeichne zwei Quadrate wie in der Skizze.  
Die grüne Fläche soll dabei gleich groß  
sein wie die orange Fläche.



Gib die Seitenlängen der Quadrate an.  
Beschreibe deinen Lösungsweg.

### LÖSUNGEN

44, 45, 46, 47, 48 1,77; 2; 2; 2,49; 2,80; 3; 4; 4; 4; 5; 5,29; 6; 6; 7; 7; 7,43; 8; 9; 9; 10; 10,68; 20; 24,33; 28,28; 33,48; 40; 60; 70; 80; 90; 140; 370,23;  
 49, 50, 51 12; 12; 12,1; 14,1; 15,8; 17; 18,7; 22,4; 27,4; 4 628,26; 4 630,60;

## Rechenregeln beim Wurzelziehen

- 53** Rechne auf zwei Arten.  
Vergleiche dann deine Ergebnisse.

H2  
I1

a)  $(5 \cdot 2)^2$

$$\begin{aligned} (5 \cdot 2)^2 &= 10^2 = \underline{100} \\ (5 \cdot 2)^2 &= 5^2 \cdot 2^2 = \underline{25 \cdot 4} = \underline{100} \end{aligned} \quad \checkmark$$

b)  $(2 \cdot 10)^2$

d)  $(4 \cdot 3)^2$

f)  $(9 \cdot 4)^2$

c)  $(6 \cdot 3)^2$

e)  $(8 \cdot 5)^2$

g)  $(2 \cdot 6)^2$

- 54** Löse die Aufgaben ohne Taschenrechner.

H2  
I1

a)  $30^2 : 5^2$

$30^2 : 5^2 =$

b)  $14^2 : 7^2$

c)  $36^2 : 9^2$

$(30 : 5)^2 =$

d)  $42^2 : 6^2$

e)  $40^2 : 5^2$

$6^2 = \underline{36}$

- 55** Löse die Aufgaben ohne Taschenrechner.

H2  
I1

a)  $\frac{18^2}{2^2}$

$\frac{18^2}{2^2} = \left(\frac{18}{2}\right)^2 = 9^2 =$

b)  $\frac{14^2}{2^2}$

c)  $\frac{35^2}{7^2}$

d)  $\frac{24^2}{3^2}$

e)  $\frac{12^2}{4^2}$

f)  $\frac{56^2}{8^2}$

- g) Erfinde selbst eine ähnliche Aufgabe wie in a) bis f) und löse sie.

**56 KNOBELAUFGABE**H2  
I1

Löse die Aufgaben ohne Taschenrechner.

a)  $\frac{(16 - 12)^2}{(1 + 1)^2}$

b)  $\frac{(35 + 21)^2}{(19 - 11)^2}$

c)  $\frac{(269 - 10)^2}{(4 - 1)^2}$

d)  $\frac{(14 - 9)^2}{(17 - 9)^2}$

e)  $\frac{(40 - 1)^2}{(1 + 2)^2}$

f)  $\frac{(39 + 21)^2}{(35 - 25)^2}$

g)  $\frac{(830 - 80)^2}{(13 + 12)^2}$

- i) Erfinde selbst eine ähnliche Aufgabe wie in a) bis h) und löse sie.

- 57** Rechne auf zwei Arten.  
Vergleiche dann deine Ergebnisse.

H2  
I1

a)  $\sqrt{100 : 4}$

$$\begin{aligned} \sqrt{100 : 4} &= \sqrt{25} = 5 \\ \sqrt{100 : 4} &= \sqrt{100} : \sqrt{4} = 10 : 2 = \underline{5} \end{aligned}$$

b)  $\sqrt{64 : 16}$

c)  $\sqrt{25 : 4}$

d)  $\sqrt{9 : 4}$

e)  $\sqrt{4 \cdot 25}$

f)  $\sqrt{36 \cdot 49}$

g)  $\sqrt{100 \cdot 64}$

- 58** Löse die Aufgaben ohne Taschenrechner.

H2  
I1

a)  $\sqrt{2 \cdot 18}$

b)  $\sqrt{7 \cdot 2}$

c)  $\sqrt{50} : \sqrt{2}$

d)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}$

e)  $\sqrt{162} : \sqrt{2}$

Fasse die Zahlen unter einer Wurzel zusammen!

**59 KNOBELAUFGABE**

Vereinfache die Ausdrücke, indem du die Wurzel teilweise ziehst.

a)  $\sqrt{12}$

b)  $\sqrt{72}$

c)  $\sqrt{300}$

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \underline{2 \cdot \sqrt{3}}$$

d)  $\sqrt{128}$

e)  $\sqrt{125}$

f)  $\sqrt{75}$

**60 KNOBELAUFGABE**H2  
I2

Vereinfache die Ausdrücke so weit wie möglich.  
Es gilt  $x \geq 0$ .

a)  $\sqrt{4x^2}$

b)  $\sqrt{9x^2}$

c)  $\sqrt{25x^2}$

d)  $\sqrt{\frac{x^2}{4}}$

e)  $\sqrt{\frac{9x^2}{4}}$

f)  $\sqrt{3x} \cdot \sqrt{12x}$

g)  $\sqrt{50x} \cdot \sqrt{2x}$

h)  $\sqrt{2x} \cdot \sqrt{8x}$

i)  $\frac{\sqrt{32x^2}}{\sqrt{8}}$

j)  $\frac{\sqrt{54x^2}}{\sqrt{6}}$

**LÖSUNGEN**

53, 54, 55, 56, 60  $\frac{x}{2}$ ;  $x$ ;  $\frac{3x}{2}$ ;  $2x$ ;  $2x$ ;  $3x$ ;  $3x$ ;  $4x$ ;  $5x$ ;  $6x$ ;  $10x$ ;  $4$ ;  $4$ ;  $9$ ;  $16$ ;  $25$ ;  $25$ ;  $36$ ;  $49$ ;  $49$ ;  $49$ ;  $49$ ;  $64$ ;  $64$ ;  $64$ ;  $81$ ;  $100$ ;  $121$ ;  $144$ ;  $144$ ;  $169$ ;  $225$ ;  $324$ ;  $400$ ;  $400$ ;  $900$ ;  $1296$ ;  $1600$ ;

57, 58, 59  $2$ ;  $2$ ;  $3$ ;  $3$ ;  $2 \cdot \sqrt{3}$ ;  $5$ ;  $5$ ;  $6$ ;  $7$ ;  $8$ ;  $3 \cdot \sqrt{8}$ ;  $6 \cdot \sqrt{2}$ ;  $5 \cdot \sqrt{3}$ ;  $9$ ;  $10$ ;  $5 \cdot \sqrt{5}$ ;  $8 \cdot \sqrt{2}$ ;  $10 \cdot \sqrt{3}$ ;  $42$ ;  $80$ ;

## Kubikwurzel

61

Ergänze die Tabelle.

Runde auf zwei Nachkommastellen.

H3  
I1Eingabe  $\sqrt[3]{8}$ 

im Taschenrechner:



| x      | $\sqrt{x}$ | $\sqrt[3]{x}$ |
|--------|------------|---------------|
| 8      |            |               |
| 216    |            |               |
| 225    |            |               |
| 59 319 |            |               |
| 576    |            |               |
| 6 859  |            |               |
| 196    |            |               |
| 68 921 |            |               |
| 99 856 |            |               |

62

Gib an, zwischen welchen beiden natürlichen Zahlen die Kubikwurzeln liegen.

H2  
I1 $\underline{2} < \sqrt[3]{15} < \underline{3}$  $\underline{\quad} < \sqrt[3]{48} < \underline{\quad}$  $\underline{\quad} < \sqrt[3]{295} < \underline{\quad}$  $\underline{\quad} < \sqrt[3]{109} < \underline{\quad}$  $\underline{\quad} < \sqrt[3]{17\,533} < \underline{\quad}$  $\underline{\quad} < \sqrt[3]{4\,612} < \underline{\quad}$  $\underline{\quad} < \sqrt[3]{980} < \underline{\quad}$ 

Ich rechne  
zuers  
m  
Taschen



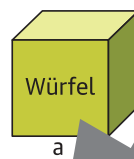
63

KNOBELAUFGABE

H1  
I1

Finde jeweils drei verschiedene Zahlen, die die dritte Wurzel einer Zahl sein könnten.

Die dritte Wurzel einer Zahl soll zwischen 2 und 3 liegen.

a) ... 2 und 3 liegen.  $\underline{\quad}$   $\underline{\quad}$   $\underline{\quad}$ b) ... 1,3 und 1,4 liegen.  $\underline{\quad}$   $\underline{\quad}$   $\underline{\quad}$ c) ... 3 und 4 liegen.  $\underline{\quad}$   $\underline{\quad}$   $\underline{\quad}$ d) ... 9 und 10 liegen.  $\underline{\quad}$   $\underline{\quad}$   $\underline{\quad}$ e) ... 10 und 11 liegen.  $\underline{\quad}$   $\underline{\quad}$   $\underline{\quad}$ Volumen  $V = a^3$ Kante  $a$  Volumen  $V$ Berechne:  $\sqrt[3]{V}$ Oberfläche  $O = 6a^2$ 

64

Ergänze die Tabelle für die gegebenen Würfel. Verwende die Formeln von oben.

H3  
I3

|    | Kantenlänge a | Oberfläche O        | Volumen V             |
|----|---------------|---------------------|-----------------------|
| a) | 5 cm          | 150 cm <sup>2</sup> | 125 cm <sup>3</sup>   |
| b) | 12 cm         |                     |                       |
| c) |               |                     |                       |
| d) |               |                     | 8 m <sup>3</sup>      |
| e) |               |                     | 343 cm <sup>3</sup>   |
| f) | 9 dm          |                     |                       |
| g) |               |                     | 1 728 cm <sup>3</sup> |

65

Ein Künstler formt aus 3 Kubikdezimetern Ton einen Würfel.

Berechne die Kantenlänge des Würfels.

66

Die Firma Good Wood möchte fünf neue Kisten ins Sortiment aufnehmen.

Sie sollen würfelförmig sein und folgende Fassungsvermögen haben:

- (1) 50 Liter
- (2) 100 Liter
- (3) 200 Liter
- (4) 300 Liter
- (5) 500 Liter



Berechne die Kantenlängen der Kisten. Runde dabei sinnvoll.

Hinweis: 1 Liter  $\hat{=}$  1 dm<sup>3</sup>!

67

FORSCH WEITER

Würfel in deiner Umwelt

H3  
I3

Finde einen würfelförmigen Gegenstand in deiner Umwelt und bestimme seine Kantenlänge und sein Volumen.

## LÖSUNGEN

61, 62

2; 2; 2,83; 3; 3; 4; 4; 5; 5,81; 6; 6; 6,08; 7; 8,32; 9; 10; 14; 14,70; 15; 16; 17; 18; 19; 24; 25; 26; 39; 41; 46,39; 82,82; 243,55; 262,53; 302,43; 316; 7 cm; 12 cm; 1,44 dm; 3,68 dm; 4,64 dm; 5,85 dm; 6,69 dm; 7,37 dm; 7,94 dm; 2 m; 4 m; 54 cm<sup>2</sup>; 150 cm<sup>2</sup>; 294 cm<sup>2</sup>; 864 cm<sup>2</sup>; 486 dm<sup>2</sup>; 13,5 m<sup>2</sup>; 24 m<sup>2</sup>; 27 cm<sup>3</sup>; 125 cm<sup>3</sup>; 729 dm<sup>3</sup>; 3,375 m<sup>3</sup>;





## 68 KNOBELAUFGABE

H2  
I2

### Wert für a

Finde die größtmögliche natürliche Zahl, die man für a in diese Ungleichung einsetzen kann:

$$\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} < 4$$

Beschreibe, wie du die Aufgabe gelöst hast.

## 69 KNOBELAUFGABE

H4  
I1  
I2

### Vereinfachung

$$\frac{a}{\sqrt{a}} = \sqrt{a}$$

Es gilt:  $a > 0$

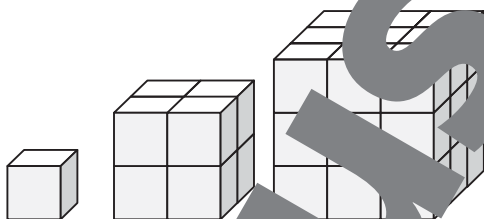
- Überprüfe anhand von drei Beispielen mit konkreten Zahlen, ob die Vereinfachung oben gilt.
- Zeige mit Hilfe einer allgemeinen Umformung der Variablen, dass die Vereinfachung gilt.

## 70 KNOBELAUFGABE

H1  
I1  
I3

### Würfel

Alina baut eine Serie von Würfeln aus kleinen Holzwürfeln.



1. Würfel

2. Würfel

- Aus wie vielen kleinen Würfeln wird der 5. Würfel hergestellt?
- Aus wie vielen kleinen Würfeln wird der 10. Würfel hergestellt?
- Das Volumen des 5. Würfels beträgt 125 cm<sup>3</sup>. Wie groß ist die Kantenlänge eines einzelnen kleinen Holzwürfels?
- Der wievielte Würfel erreicht als Erster ein Volumen von mehr als einem Liter?

## 71 KNOBELAUFGABE

H2  
I1

### Quadrieren und Kubieren von 10er- und 100er-Platzwerten

a) Ergänze die Zahlen in der Tabelle.

| x   | x <sup>2</sup> | x <sup>3</sup> |
|-----|----------------|----------------|
| 1   |                |                |
| 10  |                |                |
| 100 |                |                |
| 2   |                |                |
| 20  |                |                |
| 200 |                |                |
| 3   |                |                |
| 30  |                |                |
| 300 |                |                |

- Schreibe Regeln auf, wie sich ...
  - ... Zehnerzahlen (z. B.: 20) und Hunderterzahlen (z. B.: 200) beim Quadrieren verhalten.
  - ... Zehnerzahlen (z. B.: 20) und Hunderterzahlen (z. B.: 200) beim Kubieren verhalten.

## 72 KNOBELAUFGABE

H2  
I1

### Quadrieren und Kubieren von Zehntel und Hundertstel

a) Ergänze die Zahlen in der Tabelle.

| x    | x <sup>2</sup> | x <sup>3</sup> |
|------|----------------|----------------|
| 1    |                |                |
| 0,1  |                |                |
| 0,01 |                |                |
| 2    |                |                |
| 0,2  |                |                |
| 0,02 |                |                |
| 3    |                |                |
| 0,3  |                |                |
| 0,03 |                |                |

- Schreibe Regeln auf, wie sich Zehntel (z. B.: 0,2) und Hundertstel (z. B.: 0,02) beim Quadrieren bzw. beim Kubieren verhalten.

# B

## Der Satz des Pythagoras – Kathetensatz, Höhensatz, Anwendung in ebenen Figuren

|            |                                       |    |
|------------|---------------------------------------|----|
| <b>B1</b>  | Einführung .....                      | 15 |
| <b>B2</b>  | Quadrat .....                         | 16 |
| <b>B3</b>  | Rechteck .....                        | 17 |
| <b>B4</b>  | Beweise zum Satz des Pythagoras ..... | 18 |
| <b>B5</b>  | Besondere Dreiecke .....              | 19 |
| <b>B6</b>  | Raute und Deltoid .....               | 20 |
| <b>B7</b>  | Gleichschenkeliges Trapez .....       | 21 |
| <b>B8</b>  | Vermischte Aufgaben .....             | 22 |
| <b>B9</b>  | Kathetensatz und Höhensatz .....      | 23 |
| <b>B10</b> | Geometrische Rätsel .....             | 24 |
|            | Denkfabrik .....                      | 25 |

### B1

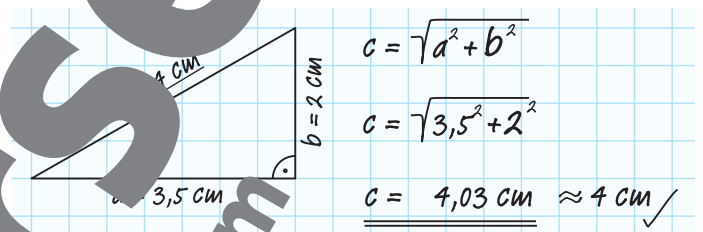
### Einführung

**73** Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten

H2  
I3

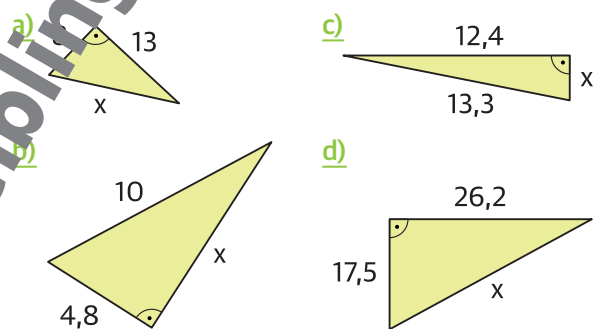
- (1)  $a = 3,5 \text{ cm}$ ,  $b = 2 \text{ cm}$
- (2)  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$
- (3)  $a = 6,3 \text{ cm}$ ,  $b = 4,7 \text{ cm}$

- a) Konstruiere das Dreieck und bestimme die Länge der Hypotenuse  $c$  durch Ausmessen.
- b) Berechne die Länge der Hypotenuse  $c$  und vergleiche sie mit deinem Ergebnis aus a).



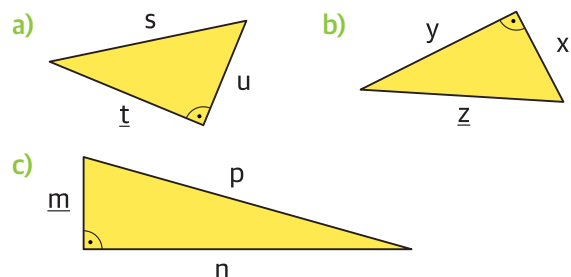
**74** Berechne jeweils die fehlende Seite. Runde auf Millimeter.

Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben!



**75** Gib jeweils eine Formel zur Bestimmung der unterstrichenen Seite an. Erkläre deine Vorgehensweise.

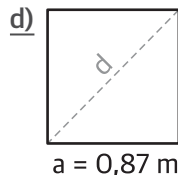
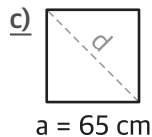
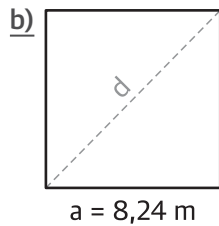
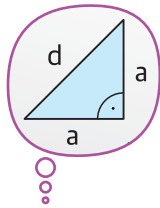
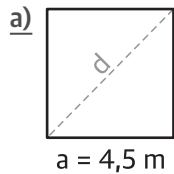
H3  
I2  
I3



#### LÖSUNGEN

73, 74 4; 4,1; 4,8; 5,8; 7,9; 8,8; 15,3; 18,2; 31,5;

- 76** Berechne bei den Quadraten jeweils die Länge der Diagonale  $d$ . Runde dabei sinnvoll.

H2  
I3

- 77** Gegeben ist ein Quadrat mit Seitenlänge  $a = 5 \text{ cm}$ .

H2  
I3

- Konstruiere das Quadrat und bestimme die Länge der Diagonale  $d$  durch Abmessen.
- Bestimme die Länge der Diagonale  $d$  durch Berechnung und vergleiche sie mit deinem Ergebnis aus a).
- Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Quadrats.

- 78** Berechne bei den Quadraten jeweils die Länge der Seitenlänge  $a$ . Runde dabei sinnvoll.

H2  
I3

- 79** Berechne bei jedem Quadrat die fehlenden Angaben.

H2  
H3  
I3

|    | Seitenlänge | Diagonale | Flächeninhalt       |
|----|-------------|-----------|---------------------|
| a) | 12 cm       |           |                     |
| b) |             | 35 cm     |                     |
| c) |             | 28 cm     |                     |
| d) |             |           | $64 \text{ cm}^2$   |
| e) |             | 7 cm      |                     |
| f) |             |           | $10,24 \text{ m}^2$ |
|    |             | 9,4 m     |                     |

Der Marktplatz der Stadt Budweis ist annähernd quadratisch und hat eine Seitenlänge von 120 Metern.



Marktplatz von Budweis

- Wie weit geht man, wenn man diagonal über den Platz geht?
- Wie viele Quadratmeter ist der Platz groß?
- Ist der Platz kleiner oder größer als ein Hektar ( $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$ )?
- FORSCH WEITER**  
In welchem Land liegt Budweis?  
Wie heißt der Brunnen in der Mitte des Platzes?

- 81** Der Flächeninhalt eines quadratischen Zimmers beträgt  $18,5 \text{ m}^2$ .

H1  
H2  
I3

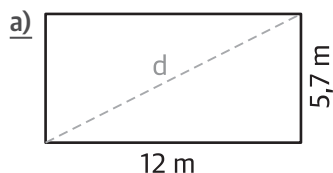
- Berechne die Seitenlänge des Zimmers.
- Berechne die Länge der Diagonale des Zimmers.

### LÖSUNGEN

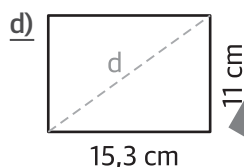
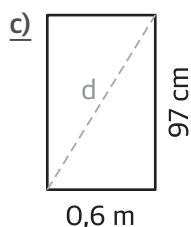
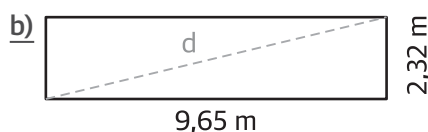
76, 77, 78, 80, 81 1,23; 1,44; 2,1; 4,3; 6,1; 6,4; 7,1; 11,65; 12; 20; 25; 30; 32,2; 92; 170; 14 400;  
79 3,2; 4,2; 4,5; 6,6; 7; 8; 9,9; 11,3; 12,8; 16,8; 17; 17,64; 24,7; 26,4; 32; 43,56; 48; 49; 98,8; 144; 610,1;

## Rechteck

- 82** Berechne bei den Rechtecken jeweils die Länge der Diagonale  $d$ . Runde dabei sinnvoll.

H2  
I3

$$d = \sqrt{12^2 + 5,7^2} \approx 13,28 \text{ m}$$

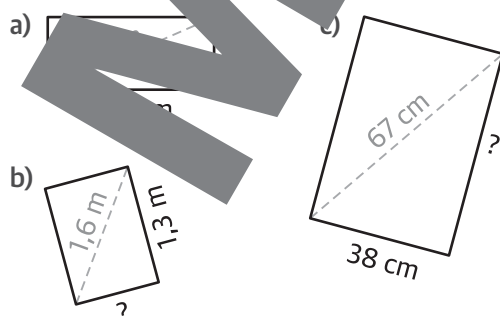


- 83** Gegeben ist ein Rechteck mit den Seitenlängen  $a = 5,2 \text{ cm}$  und  $b = 4 \text{ cm}$ .

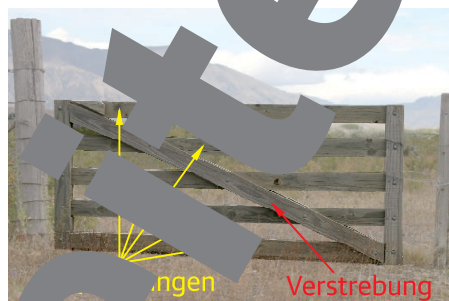
H2  
I3

- Konstruiere das Rechteck und bestimme die Länge der Diagonale  $d$  durch Abmessen.
- Bestimme die Länge der Diagonale  $d$  durch Berechnung und vergleiche sie mit deinem Ergebnis aus a).
- Berechne den Umfang  $U$  und den Flächeninhalt  $A$  des Rechtecks.

- 84** Berechne bei den Rechtecken die Länge der fehlenden Seite. Runde dabei sinnvoll.

H2  
I3

- 85** Hans will ein Holzgatter bauen wie im Foto abgebildet.

H1  
H2  
H3  
I3

Die Querstangen und die Verstreibung bauen das Gatter aus Holz Brettern.

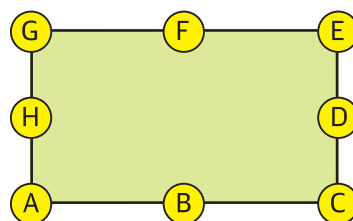
Das Gatter soll 2,5 m breit und 1 m hoch werden.

- Wie viele Querstangen werden gebraucht?
- Wie lang ist eine Querstange?
- Wie lang ist die Verstreibung?
- Wie viele Meter Holz werden insgesamt gebraucht?
- Erstelle eine Skizze des Gatters im Maßstab 1 : 20 in deinem Heft. (opp.  $5 \text{ cm} \triangleq 1 \text{ m}$ !)

**86 KNOBELAUFGABE**

Acht Kinder stehen in einem Turnsaal, wie in der Skizze abgebildet.

Hinweis: Die Anordnung ist symmetrisch.



Man kennt die Entfernungen von Kind A zu Kind B (15 m) und von Kind A zu Kind E (37 m).

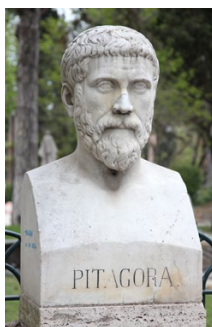
Berechne die Entfernung von ...

- ... Kind C zu Kind E.
- ... Kind H zu Kind G.
- ... Kind B zu Kind E.
- ... Kind D zu Kind G.
- ... Kind H bis Kind D.

## LÖSUNGEN

82, 83, 84, 85, 86 0,93; 2,5; 2,92; 5; 6,6; 7; 9,6; 9,92; 11; 13,28; 15,42; 18,4; 18,8; 20,8; 22; 25; 27; 30; 32; 55,2; 114;

## Beweise zum Satz des Pythagoras



Pythagoras von Samos  
(570 – 510 v. Chr.)

Sein Beweis für

$$a^2 + b^2 = c^2$$

gilt als der älteste  
belegte Beweis.

Deshalb wurde dieser  
Satz nach ihm benannt.

Thabit ibn Qurra  
(826 – 901 n. Chr.)

Dieser Gelehrte lebte  
und arbeitete in Bagdad.

Er beschäftigte sich mit Mathematik, Physik,  
Astronomie, Philosophie, Medizin und Magie.

Von Thabit ibn Qurra stammen zwei weitere  
Beweise für den Satz des Pythagoras.

### 87 Erster Beweis von Thabit ibn Qurra

H1  
H3  
H4  
I3

Die Abbildungen zeigen die Grundidee  
des ersten Beweises von Thabit ibn Qurra  
zum Satz des Pythagoras.

- a) Erkläre die Beweisidee zu jeder  
Abbildung in wenigen Sätzen.

Tipp: Beginne so:

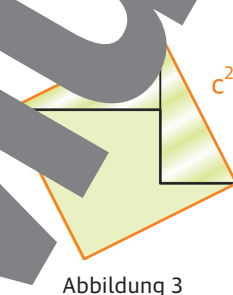
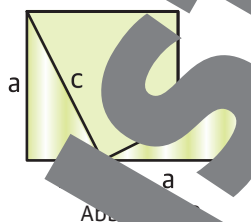
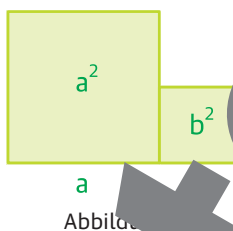
„Der Beweis beginnt mit zwei ...“

- b) Konstruiere die  
Abbildungen 2  
und 3 mit diesen  
Abmessungen in  
deinem Heft:

$$a = 4 \text{ cm}$$

$$b = 3 \text{ cm}$$

$$c = 5 \text{ cm}$$



Beweise  
zu finden  
ist fast immer  
schwierig!

Beweise  
zu verstehen  
ist meistens  
leichter!

### 88 Zweiter Beweis von Thabit ibn Qurra

H1  
H3  
H4  
I3

Thabit ibn Qurra hat noch  
einen zweiten Beweis für den  
Satz des Pythagoras gefunden.

- a) Erkläre die Idee des Beweises  
in wenigen Sätzen.

#### b) KNOXAUFGABE

Berechne zuerst die orange Gesamtfläche  
und dann die grüne Gesamtfläche  
mit Hilfe der Abbildungen für  
 $a = 4 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$  und  $c = 5 \text{ cm}$ .

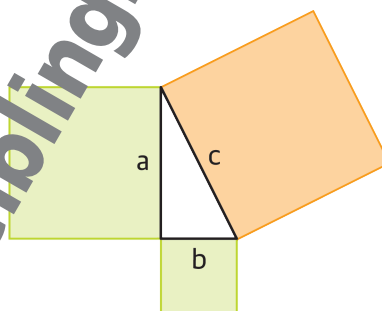


Abbildung 1

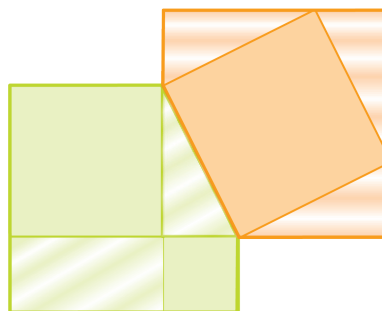


Abbildung 2

#### LÖSUNGEN

88 5; 5; 7; 7; 25; 25;

## Besondere Dreiecke

89

H2  
I3

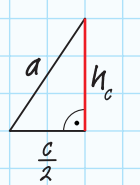
Berechne bei den angegebenen gleichschenkeligen Dreiecken jeweils die fehlende Längenangabe.

- a)  $a = 8 \text{ cm}$   
 $c = 6 \text{ cm}$   
 $h_c = ?$



Ich mache mir eine Skizze!

Skizze:



- b)  $a = 9 \text{ cm}$   
 $h_c = 8 \text{ cm}$   
 $c = ?$

- d)  $u = 12 \text{ cm}$   
 $a = 4,5 \text{ cm}$   
 $h_c = ?$

- c)  $c = 10 \text{ cm}$   
 $h_c = 3,5 \text{ cm}$   
 $a = ?$

- e)  $u = 23 \text{ cm}$   
 $c = 10 \text{ cm}$   
 $h_c = ?$

90

H1  
H2  
I3

Die Firma Weihnachtszauber produziert Weihnachtsdekoration.

Beim Modell „Kugelbaum“ wird ein gleichschenkeliges Dreieck aus Holz auf einem Holzsockel montiert (siehe Bild unten).

Berechne die Gesamtlänge der Holzleiste, die man jeweils für einen Baum benötigt.

Die angegebene Höhe wurde ohne Sockel gemessen.

- a) Größe A:  
Höhe:  $20 \text{ cm}$   
Breite:  $8 \text{ cm}$

- b) Größe B:  
Höhe:  $1 \text{ m}$   
Breite:  $1 \text{ m}$

- c) Größe C:  
Höhe:  $35 \text{ cm}$



91

H2  
I3

Gegeben: gleichschenkeliges Dreieck mit  $a = b = 7,5 \text{ cm}$  und  $c = 10,3 \text{ cm}$ .

Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des gleichschenkeligen Dreiecks.

92

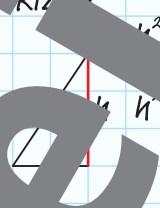
H2  
I3

Berechne bei den angegebenen gleichseitigen Dreiecken jeweils die fehlende Längenangabe.

- a)  $a = 7 \text{ cm}$ ,  $u = ?$ ,  $h = ?$

$$u = 3 \cdot a = 3 \cdot 7 = \underline{21 \text{ cm}}$$

Skizze:



$$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2$$

$$3,5^2 = 7^2$$

$$h^2 = 49 - 12,25$$

$$h = \sqrt{36,75} \approx \underline{6,1 \text{ cm}}$$

- b)  $a = ?$  cm  
 $u = 12 \text{ cm}$   
 $h = ?$

- d)  $u = 4,2 \text{ m}$   
 $h = ?$   
 $A = ?$

- c)  $h = 4 \text{ cm}$   
 $u = ?$   
 $A = ?$

- e)  $u = 53 \text{ cm}$   
 $a = ?$   
 $A = ?$

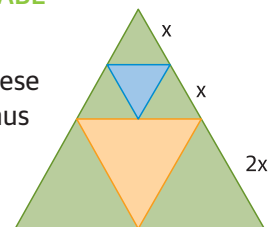
93

H1  
H2  
H3  
I3

KNOBELAUFGABE

Dreiecke

Gegeben ist diese Konstruktion aus gleichseitigen Dreiecken mit  $x = 2 \text{ cm}$ :



- Berechne den Umfang des äußeren Dreiecks.
- Berechne die Höhe des gelben Dreiecks.
- Berechne den Flächeninhalt des blauen Dreiecks.
- Vergleiche den Flächeninhalt des blauen Dreiecks mit dem des gelben Dreiecks. Petra behauptet:  
*„Im Bild sehe ich den Zusammenhang gleich.“*  
Was meint sie damit?
- Wie viele gleichseitige Dreiecke findest du im Bild?
- Konstruiere die obige Abbildung in deinem Heft.

## LÖSUNGEN

89, 90, 91, 92, 93 0,88; 1,2; 1,4; 1,7; 3,5; 4; 4,2; 4,2; 5,5; 6,1; 6,1; 6,93; 7,4; 8,2; 8,5; 8,7; 9; 9,24; 10,3; 13,9; 17,7; 20,4; 21; 24; 25,3; 25,6; 28,08; 30; 35,8; 48,8; 86,6; 135,15;

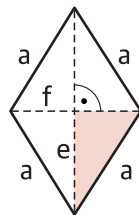


## Raute und Deltoid

Die Raute ist ein Viereck mit vier gleich langen Seiten.

Die Diagonalen schneiden einander im rechten Winkel.

Der Schnittpunkt der Diagonalen halbiert jede Diagonale.



Raute

- 94** Berechne bei den angegebenen Rauten jeweils die fehlenden Angaben.

H2  
I3

- a)  $e = 6 \text{ cm}$   
 $f = 8 \text{ cm}$   
 $u = ?$   
 $A = ?$

$$a^2 = \left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2$$

$$a^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

- b)  $e = 10 \text{ cm}$   
 $f = 18 \text{ cm}$   
 $u = ?$   
 $A = ?$

$$a = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

- c)  $a = 12 \text{ cm}$   
 $e = 16 \text{ cm}$   
 $u = ?$   
 $A = ?$

$$u = 4 \cdot a = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}$$

$$A = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

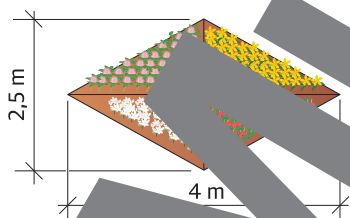
- d)  $a = 5,4 \text{ cm}$   
 $f = 7,3 \text{ cm}$   
 $u = ?$   
 $A = ?$

- e)  $A = 22,8 \text{ cm}^2$   
 $e = ?$   
 $f = ?$   
 $u = ?$

- 95** Ein Blumenbeet soll in Form einer Raute angelegt werden.

H1  
H2  
I3

Nach dem Anlegen wird das Beet in vier gleich große Bereiche geteilt (siehe Skizze):



- a) Wie groß ist das Quadrat, das das Blumenbeet bildet?  
 b) Wie viele Quadratmeter hat jeder der vier Bereiche?  
 c) Das Beet wird eingezäunt. Berechne die Kosten des Zauns, wenn 1 Meter 19,90 € kostet.

- 96** Gegeben ist eine Raute mit einem Umfang von  $u = 20,4 \text{ cm}$ . Eine der Diagonalen  $e = 3 \text{ cm}$  lang.

H2  
I3

Berechne die Seitenlängen, die Länge der anderen Diagonale sowie den Flächeninhalt der Raute.

- 97** Gesucht ist eine Raute mit einem Flächeninhalt von  $A = 20 \text{ cm}^2$ . Eine der Diagonalen soll  $e = 4 \text{ cm}$  lang sein.

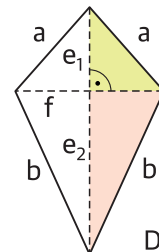
H1  
H4  
I3

Ist es möglich, die Seitenlänge  $a$  zu so etwas zu finden?

Falls ja, berechne die Seitenlänge  $a$ . Begründe.

Das Deltoid ist ein Viereck mit zwei Paar gleich langen Seiten.

Die Diagonalen schneiden einander im rechten Winkel. Der Schnittpunkt der Diagonalen halbiert die Diagonalen.



Deltoid

- 98** Berechne bei den angegebenen Deltoiden jeweils die fehlenden Angaben.

H2  
I3

- a)  $e_1 = 3 \text{ cm}$   
 $e_2 = 6 \text{ cm}$   
 $f = 7 \text{ cm}$   
 $u = ?$   
 $A = ?$

- c)  $e_1 = 4,8 \text{ cm}$   
 $a = 6,3 \text{ cm}$   
 $u = 21,4 \text{ cm}$   
 $b = ?$   
 $A = ?$

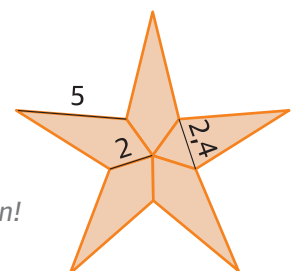
- b)  $a = 3,4 \text{ cm}$   
 $b = 5,9 \text{ cm}$   
 $e_2 = 5,1 \text{ cm}$   
 $f = ?$   
 $A = ?$

- d)  $e_2 = 18 \text{ cm}$   
 $b = 24,5 \text{ cm}$   
 $u = 92 \text{ cm}$   
 $a = ?$   
 $A = ?$

- 99** Berechne den Umfang und den Flächeninhalt dieses Sterns. Runde dabei sinnvoll.

H2  
H3  
I3

Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben!



## LÖSUNGEN

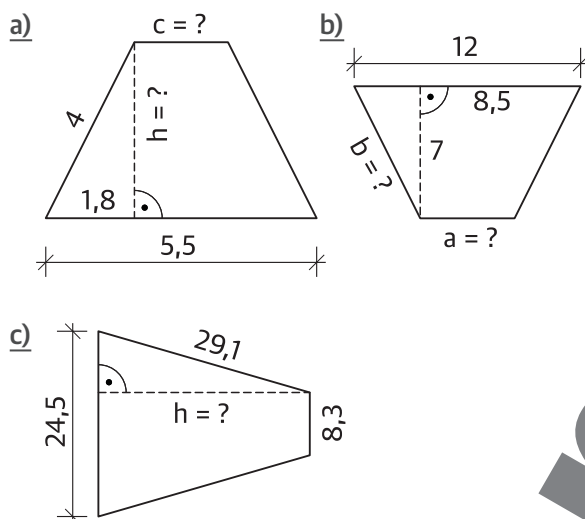
94, 95, 96, 98, 99 1,25; 1,7; 1,6; 4,1; 4,4; 4,6; 4,7; 5; 5,9; 6,9; 7,6; 7,6; 8,2; 9,43; 14,53; 19,4; 20; 20,17; 21,5; 21,6; 23; 24; 26,3; 27,99; 31,5; 33,2; 38,72; 41,2; 48; 50; 71,55; 90; 187,74; 525,19;

## Gleichschenkeliges Trapez

- 100** Berechne die gesuchten Größen in den abgebildeten gleichschenkeligen Trapezen. Runde dabei sinnvoll.

H1  
H2  
I3

Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben!

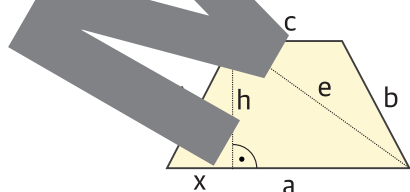


- 101** Berechne bei den angegebenen gleichschenkeligen Trapezen jeweils die fehlenden Angaben. Runde dabei sinnvoll.

H2  
I3

Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben!

|    | a  | b  | c  | x  | e   | h  | u |
|----|----|----|----|----|-----|----|---|
| a) | 60 | 30 | 20 |    |     |    |   |
| b) |    | 45 | 50 | 10 |     |    |   |
| c) | 57 | 16 |    | 1  |     |    |   |
| d) | 45 |    |    | 16 | 72  |    |   |
| e) |    |    | 36 |    | 105 |    |   |
| f) |    |    |    | 8  |     | 41 |   |
| g) | 52 |    | 30 |    |     | 25 |   |

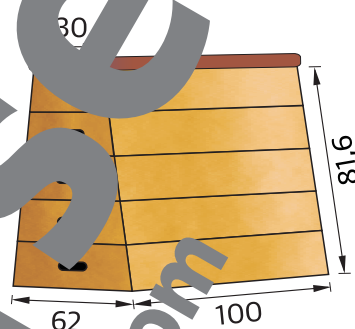


- 102** Finde ein gleichschenkliges Trapez mit einem Umfang von  $u = 20$  cm.

H1  
H4  
I3Gib die Längen der Seiten  $a$ ,  $b$  und  $c$  sowie die Höhe  $h$  des Trapezes an.

Sind verschiedene Lösungen möglich? Begründe deine Meinung.

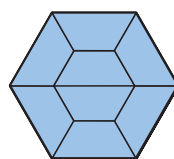
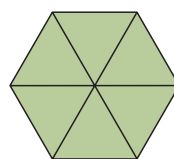
- 103** Im Sportunterricht wird ein Trapezkasten verwendet, siehe Abbildung (Angaben in cm):

H1  
H2  
I3

- a) Berechne die Höhe des Kastens.  
b) Der Sportlehrer möchte eine Höhe von einem halben Meter einstellen. Wie viele Rahmenteile muss er hinten wegnehmen?

## KNOBELAUFGABE

Sechsecke



Das grüne und das blaue Sechseck sind gleich groß (Seitenlänge = 4 cm).

- a) Konstruiere die beiden Sechsecke.  
b) Berechne den Flächeninhalt eines grünen Dreiecks.  
c) Berechne den Flächeninhalt des Sechsecks.  
d) Berechne die Seitenlängen eines blauen Trapezes. Alle Trapeze sind gleich groß.  
e) Berechne den Flächeninhalt eines blauen Trapezes.  
Gib verschiedene Möglichkeiten für die Berechnung an.

## LÖSUNGEN

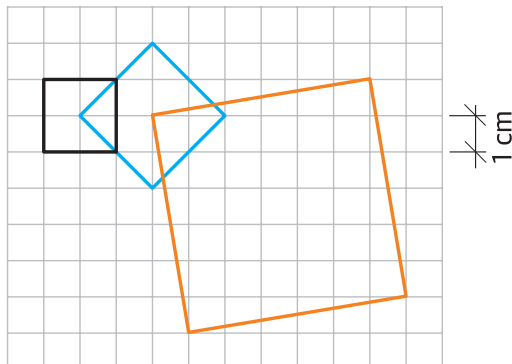
100, 101, 103, 104 1,9; 2; 2; 3,6; 4; 5; 5,2; 6,9; 7,8; 10,6; 11; 13; 20; 22,4; 27,3; 27,9; 31; 33; 41,6; 41,8; 43,9; 45,8; 46,2; 47; 48; 64; 65,9; 67,8; 70; 74,3; 80; 92,3; 93,4; 122; 129,5; 136,6; 140; 193,6; 210; 286,8; 476,24; 894,43; 943; 1 025; 1 911,26; 2 632,49; 4 616,73;

## Vermischte Aufgaben

**105** Berechne den Umfang und den Flächeninhalt ...

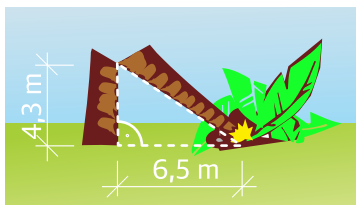
H1  
H2  
I3

- a) ... des schwarzen Quadrats.  
b) ... des blauen Quadrats.  
c) ... des orangen Quadrats.



**106** Eine Palme wurde von einem Sturm umgeknickt.

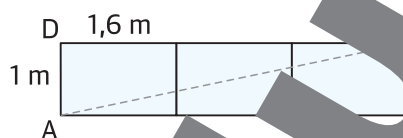
H1  
H2  
I3



Wie hoch war die Palme?

**107** Drei rechteckige Tische werden zusammengestellt.

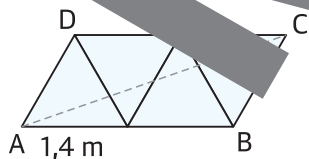
H1  
H2  
I3



Berechne die Entfernung von Punkt A bis Punkt C.

**108** Vier gleichartige rechteckige Tische werden zusammengestellt.

H1  
H2  
I3



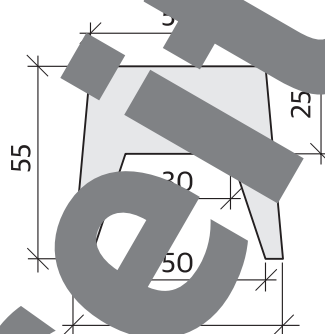
Berechne die Entfernung von Punkt A bis Punkt C.

**109** Die Skizze zeigt den Querschnitt einer Bank.

H1  
H2  
I3

Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben!

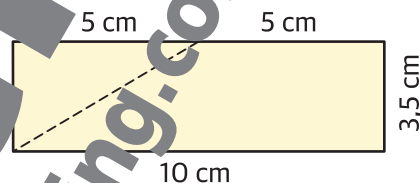
Berechne den Flächeninhalt des Querschnitts. Runde dabei auf 1 cm<sup>2</sup>.



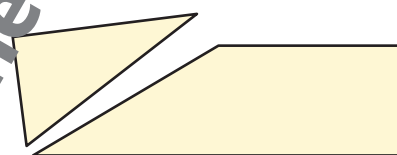
**110** Aufgabe

Rechteck zerschneiden

Ein 3,5 cm × 10 cm großes Rechteck wird in zwei Teile geschnitten (siehe Skizze):



Nun wird die Ecke links oben abgenommen und so angelegt, dass ein großes, rechtwinkeliges Dreieck entsteht:



- a) Zeichne das entstandene Dreieck.  
b) Berechne den Umfang dieses Dreiecks.  
c) Bestimme den Umfang des Dreiecks mit Hilfe von Abmessungen in deiner Zeichnung. Vergleiche dein Ergebnis mit b).

**111** Wie viele Möglichkeiten?

H1  
I3

Von einem rechtwinkligen Dreieck kennt man die Länge zweier Seiten: 6 cm und 9 cm

Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Länge der dritten Seite? Kreuze an.

☐ 1   ☐ 2   ☐ 3   ☐ 4

## LÖSUNGEN

105, 106, 107, 108, 109, 110, 111 1; 2; 3,7; 4; 4,9; 8; 8; 11,3; 12,1; 18,25; 20,4; 24,3; 26; 27; 29,2; 37; 1 825;

## Kathetensatz und Höhensatz

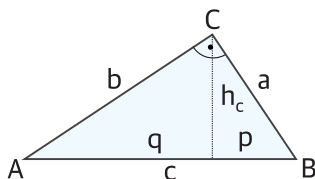
Kathetensatz:

$$a^2 = c \cdot p$$

$$b^2 = c \cdot q$$

Höhensatz:

$$h_c^2 = p \cdot q$$

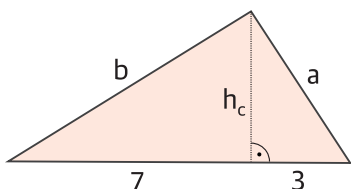


- 112** Berechne bei den angegebenen rechtwinkligen Dreiecken jeweils die Längen der Seiten a, b und c sowie die Höhe  $h_c$ .  
Runde dabei sinnvoll.

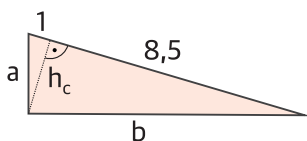
H3  
I3

Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben!

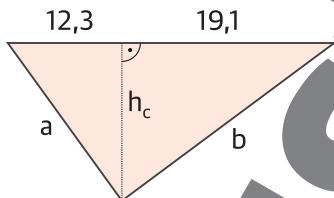
a)



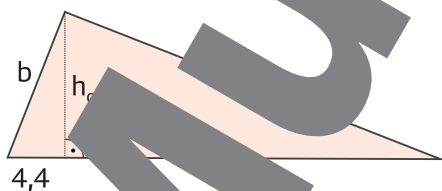
b)



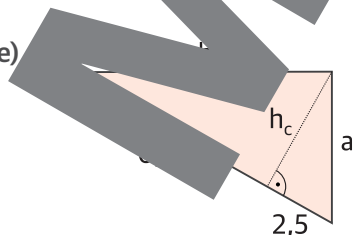
c)



d)



e)

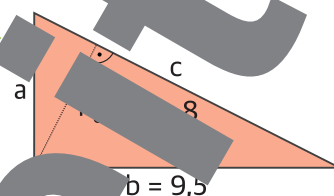


113

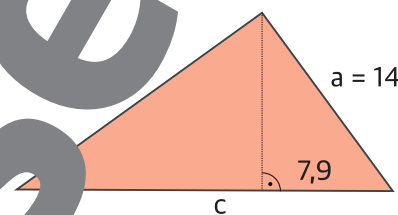
- Berechne bei den angegebenen rechtwinkligen Dreiecken jeweils die Längen der Seiten a und b sowie die Höhe  $h_c$ .  
Runde dabei sinnvoll.  
Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben!

H2  
H3  
I3

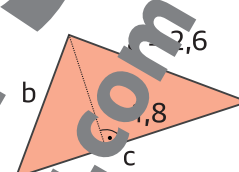
a)



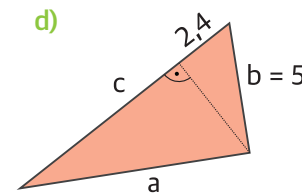
b)



c)



d)



114

- Vom einem rechtwinkligen Dreieck kennt man die Länge einer Kathete (4 cm) und den Flächeninhalt (26 cm<sup>2</sup>).

H1  
H2  
I3

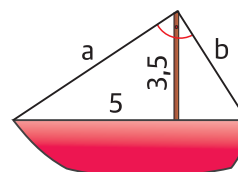
- Berechne den Umfang des Dreiecks.
- Zeichne das Dreieck.
- Bestimme die Länge der Hypotenusenabschnitte p und q zuerst durch Abmessen und dann durch Berechnung. Vergleiche deine Ergebnisse.

115

- Vom Mast eines Schiffs sind zwei Seile gespannt. Sie bilden einen rechten Winkel, siehe Abbildung:  
Hinweis: Alle Maße sind in m angegeben!

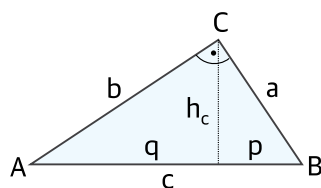
H1  
H2  
I3

Berechne die Länge der beiden Seile.



## LÖSUNGEN

112, 113, 114, 115 1,2; 2,6; 2,7; 2,9; 3,1; 3,8; 4; 4,3; 4,6; 4,7; 5; 5,5; 6,1; 6,1; 7,4; 8,4; 8,8; 9; 9,1; 9,5; 9,5; 9,5; 10; 10,4; 10,5; 11,3; 12,4; 14; 15,3; 19,7; 20,5; 22,8; 24,5; 24,8; 25,1; 30,6; 31,4;



Verwende diese Formeln!



Satz des Pythagoras:  $a^2 + b^2 = c^2$

Kathetensätze:  $a^2 = c \cdot p$  und  $b^2 = c \cdot q$

Höhensatz:  $h_c^2 = p \cdot q$

Umfang:  $U = a + b + c$

Flächeninhalt:  $A = \frac{a \cdot b}{2}$  und  $A = \frac{c \cdot h_c}{2}$

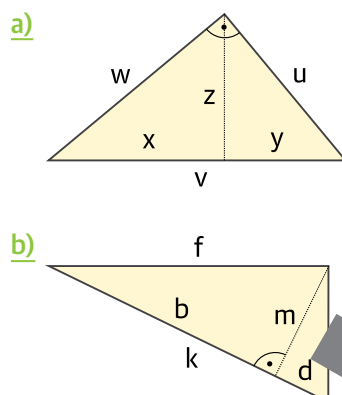
**116** Berechne die gesuchten Größen der rechtwinkligen Dreiecke.

H2  
I3

- |                                                            |                                                              |
|------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| a) $a = 7 \text{ cm}$<br>$A = 28 \text{ cm}^2$<br>$c = ?$  | c) $c = 14 \text{ cm}$<br>$p = 8,5 \text{ cm}$<br>$u = ?$    |
| b) $b = 6,2 \text{ cm}$<br>$q = 4,5 \text{ cm}$<br>$A = ?$ | d) $h_c = 3,5 \text{ cm}$<br>$p = 3,5 \text{ cm}$<br>$A = ?$ |

**117** Formuliere den Satz des Pythagoras, die Kathetensätze und den Höhensatz für die abgebildeten Dreiecke.

H3  
I2  
I3



**118 KNOBELAUFGABE**  
Von einem rechtwinkligen Dreieck weiß man Folgendes:

H2  
I3

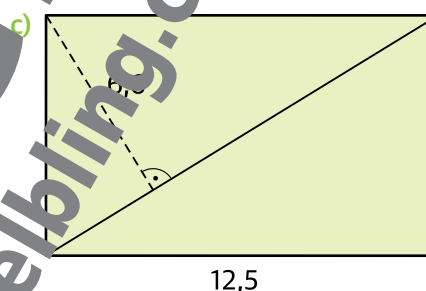
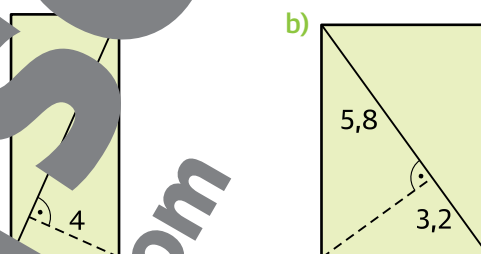
- Der Flächeninhalt beträgt  $10 \text{ cm}^2$ .
- Eine Kathete ist doppelt so lang wie die andere.

- a) Berechne die Seitenlängen a, b und c des Dreiecks.
- b) Beschreibe, wie du die Lösung gefunden hast.

**119** Berechne den Umfang und den Flächeninhalt der Rechtecke. Runde dabei sinnvoll.

H2  
H3  
I3

Hinweis: Die Maßangaben sind in cm angegeben!

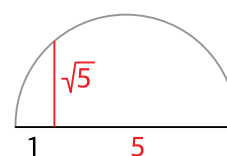


**120 KNOBELAUFGABE**

H1  
H2  
H4  
I3

Wurzelziehen mit dem Höhensatz

Anton hat  $\sqrt{5}$  konstruiert.



- a) Erkläre, wie Anton vorgegangen ist.
- b) Konstruiert selbst die Wurzeln aus 3 und aus 10. Vergleiche eure Messergebnisse mit dem Taschenrechner.
- c) Erkläre, warum diese Methode funktioniert.  
Tipp: Betrachtet den Satz des Thales und den Höhensatz!

### LÖSUNGEN

116, 118, 119 1; 4; 8; 8,9; 10,6; 10,7; 12; 12,25; 18,22; 18,6; 20; 21,3; 23,9; 25,2; 25,3; 28,5; 33,7; 38,77; 40,5; 43,11; 69,5; 97,15; 278,03;



# Der Satz des Pythagoras – Kathetensatz, Höhensatz, Anwendung in ebenen Figuren

## Denkfabrik

### 121 KNOBELAUFGABE

H1  
H3  
I3

#### Pythagoräische Tripel

Bei pythagoräischen Tripeln handelt es sich um drei natürliche Zahlen, für die gilt:  $a^2 + b^2 = c^2$

a) Welche dieser drei Zahlentripel sind pythagoräische Tripel?

- (1) 3, 4 und 5
- (2) 5, 12 und 13
- (3) 7, 23 und 25

b) Finde ein Rechteck, bei dem als Seitenlängen und Diagonallängen nur natürliche Zahlen vorkommen.

*Tipp: Nutze dafür ein pythagoräisches Tripel!*

#### c) FORSCHE WEITER

Suche im Internet nach weiteren pythagoräischen Tripeln.

### 122 KNOBELAUFGABE

H4  
I3

#### Marios Behauptung



*Die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks ist immer kleiner als seine Seitenlänge.*

Stimmt Marios Behauptung? Begründe deine Entscheidung!

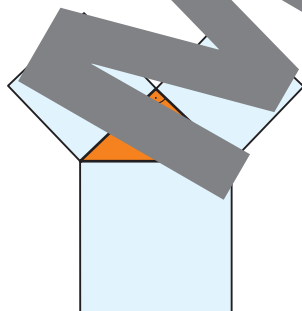
### 123 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I3

#### Flächenfrage

Gegeben ist ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck.

Die Gesamtlänge der drei blauen Quadrate beträgt 32.



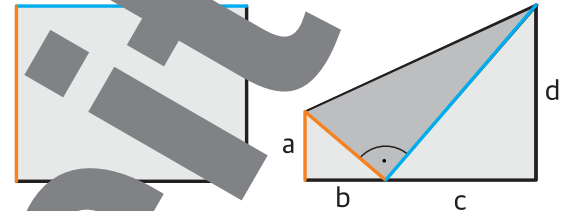
Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks?

### 124 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I3

#### Faltspiel

Ein rechteckiges Blatt Papier mit den Abmessungen  $10\text{ cm} \times 6\text{ cm}$  wird wie abgebildet gefaltet.



a) Zeichne die sonst ein Blatt Papier aus, das so gefaltet wurde, wie oben beschrieben.

b) Um wie viel ist die Fläche des gefalteten Blatts kleiner als die des ursprünglichen Blatts?

*Tipp: Die beiden hellgrauen Dreiecke sind einander ähnlich! Es gilt:  $a : b = c : d$ !*

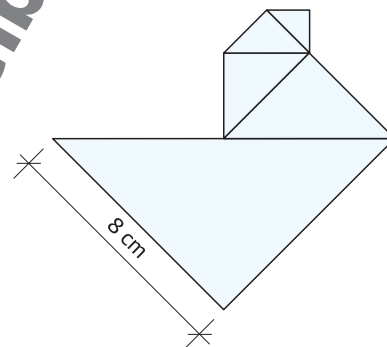
### 125 KNOBELAUFGABE

H1

#### Origami

Die abgebildete Origami-Figur stellt einen Vogel dar.

Sie besteht aus fünf gleichschenkeligen, rechtwinkligen Dreiecken.



- a) Berechne den Flächeninhalt der Figur.
- b) Konstruiere die Figur in deinem Heft.
- c) Erfinde eine Figur nach ähnlichem Muster. Zeichne sie und berechne ihren Flächeninhalt.

*Origami ist eine Kunst aus Japan, bei der Figuren aus Papier gefaltet werden. In manchen japanischen Schulen ist Origami sogar ein Unterrichtsfach!*





# C

## Terme und Bruchterme – Grundrechnungsarten und Potenzen

|            |                                          |    |
|------------|------------------------------------------|----|
| <b>C1</b>  | Addition und Subtraktion .....           | 26 |
| <b>C2</b>  | Multiplikation und Division .....        | 27 |
| <b>C3</b>  | Multiplikation mit Binomen .....         | 28 |
| <b>C4</b>  | Binomische Formeln .....                 | 29 |
| <b>C5</b>  | Bruchterme kürzen und erweitern .....    | 30 |
| <b>C6</b>  | Mit Bruchtermen rechnen (1) .....        | 31 |
| <b>C7</b>  | Mit Bruchtermen rechnen (2) .....        | 32 |
| <b>C8</b>  | Mit Bruchtermen rechnen (3) .....        | 33 |
| <b>C9</b>  | Doppelbrüche .....                       | 34 |
| <b>C10</b> | Verbindung der Grundrechnungsarten ..... | 35 |
|            | Denkfabrik .....                         | 36 |

### C1

## Addition und Subtraktion

**126** Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

Führe jeweils die Probe durch.

a)  $4a - 2a + a^2 - 3 + 5a$  (Probe für  $a = 3$ )

$$4a - 2a + a^2 - 3 + 5a = a^2 + 7a - 3$$

Probe:  $a = 3$

$$4 \cdot 3 - 2 \cdot 3 + 3^2 - 3 + 5 \cdot 3 = 3^2 + 7 \cdot 3 - 3$$

$$27 = 27 \quad \checkmark$$

b)  $6a + 3a^2 - 9a$  (Probe für  $a = 2$ )

c)  $3x^2 - 2x + x^2 - 1 + 4x$  (Probe für  $x = 3$ )

d)  $5g^2 + 10 - g + g^2$  (Probe für  $g = 5$ )

**127** Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

Führe jeweils die Probe durch.

a)  $x - (x + 2)$  (Probe für  $x = 7$ )

b)  $4b - (2b - 3)$  (Probe für  $b = 10$ )

c)  $3s + 1 - s - (6 - 2s)$  (Probe für  $s = 2$ )

**128** Löse zuerst die Klammern auf.

Vereinfache dann die Terme so weit wie möglich.

Führe jeweils die Probe für selbst gewählte Werte durch.

a)  $5c^2 + 4c - c^2 - (15 + 3c - c^2)$

b)  $a - 2 + 2a^2 + 9 - (4a - 3) + a$

c)  $(5 - b^2) - (b + 6) - 3 + 5b^2$

d)  $n + n^2 - 16 + (2n - 3) - n^2$

**129** Löse zuerst die Klammern auf.

Vereinfache dann die Terme so weit wie möglich.

Führe jeweils die Probe für selbst gewählte Werte durch.

a)  $x + 2y - 3 - (4y + x + 16)$

b)  $2x + y^2 - 5y + 4 - (x - 3x^2) + 12 - y$

c)  $y^2 - (x^2 - 3y + 4 - 3x^2 + y^2) - 2$

d)  $6 - x + (5y - y) - (2x - x^2 + 4 - 3x)$

### LÖSUNGEN

**126 bis 129**  $a^2 + 7a - 3$ ;  $2a^2 - 3a + 8$ ;  $2a^2 - 2a + 10$ ;  $2b + 3$ ;  $4b^2 - b - 4$ ;  
 $5c^2 + c - 15$ ;  $g^2 + 2g + 4$ ;  $3n - 19$ ;  $4s + 9$ ;  $5x - 2$ ;  
 $-3x^2 + y^2 + x - 6y + 16$ ;  $x^2 + 2x^2 + 3y - 6$ ;  $4x^2 + 2x - 1$ ;  $-2y - 19$ ;  
 $4y + 2$ ;

## Multiplikation und Division

## 130 Vereinfache die Terme.

Hinweis: Es gilt  $x \neq 0$ .H2  
I2

$$\begin{aligned} x^3 \cdot x^2 &= \underline{x^5} \\ x^2 \cdot x^2 &= \underline{\quad} \\ x \cdot x^4 &= \underline{\quad} \\ x^3 : x^2 &= \underline{\quad} \\ x^6 : x &= \underline{\quad} \\ x^5 \cdot x^3 &= \underline{\quad} \\ x^2 \cdot x^{10} &= \underline{\quad} \\ x^6 : x^5 &= \underline{\quad} \\ x^8 : x^4 &= \underline{\quad} \\ x^3 \cdot x^7 &= \underline{\quad} \end{aligned}$$

Multiplizieren:  
Hochzahlen  
addieren!Dividieren:  
Hochzahlen  
subtrahieren!

## 131 Vereinfache die Terme.

H2  
I2

$$\begin{aligned} \text{a) } 3x^2 \cdot 7x^4 & \quad 3x^2 \cdot 7x^4 = \underline{21x^6} \\ \text{b) } 2x \cdot 5x^6 & \\ \text{c) } x^7 \cdot 3x^2 & \quad \text{e) } 2x^3 \cdot x^4 \quad \text{g) } 4x^5 \cdot x^2 \\ \text{d) } 6x^2 \cdot 5x^2 & \quad \text{f) } 13x \cdot 3x^3 \quad \text{h) } 5x^2 \cdot 8x^6 \end{aligned}$$

## 132 Vereinfache die Terme.

H2  
I2Hinweis: Es gilt  $x \neq 0$ .

$$\begin{aligned} \text{a) } 8x^5 : 2x^3 & \quad 8x^5 : 2x^3 = \underline{4x^2} \\ \text{b) } 10x^3 : 5x^2 & \\ \text{c) } 3x^4 : x & \quad \text{e) } 4x^8 : x^5 \quad \text{f) } 10 : 3x^6 \\ \text{d) } 5x^2 : 2x^3 & \quad \text{f) } 6x^2 : 6x \quad \text{h) } 7 : x \end{aligned}$$

## 133 Emil ist leider ein Fehlerprodukt.

H2  
I2

$$6a^3 \cdot 2a^3 = \underline{12a^6}$$

- a) Löse die Aufgabe selbst richtig auf.
- b) Schreibe eine Nachricht an Emil, was er beachten sollte.



## 134 Löse die Klammern auf.

H2  
I2

$$\begin{aligned} \text{a) } (3b)^3 & \quad \text{c) } (4xy)^2 & \quad \text{e) } (x^2)^3 \\ \text{b) } (5y)^3 & \quad \text{d) } (10ab)^3 & \quad \text{f) } (m^3)^4 \end{aligned}$$

135 Durch welchen Term muss man  $10x^6$  dividieren, damit man  $5x^3$  als Ergebnis erhält?H2  
I2

## 136 Vereinfache die Terme durch Auflösen der Klammern.

H2  
I2

$$\begin{aligned} \text{a) } (x+2) \cdot 3 & \quad \text{b) } (4b-2) \cdot 3 = \underline{15a+6} \\ \text{c) } (3c-1) \cdot 2 & \quad \text{d) } (-3) \cdot (2c^2-6) \\ \text{e) } y \cdot (3y^2+4) & \quad \text{f) } 4z \cdot (z^2-z+1) \\ \text{g) } (a^3-6a^2+2a) \cdot 3a^2 & \quad \text{h) } (2y^2-4y+16) \cdot (-2y) \end{aligned}$$

137 Welcher Term ist der Term  $(x+3) \cdot y$ .H1  
H4  
I2

- a) Welcher Wert des Terms soll möglichst groß werden. Du darfst dafür entweder den Wert der Variable  $x$  oder den Wert der Variable  $y$  erhöhen. Für welche Variable entscheidest du dich? Kreuze an.

☐  $x$  erhöhen ☐  $y$  erhöhen ☐ egal

- b) Begründe deine Entscheidung aus a) mit Hilfe von drei Beispielen.

## 138 Vereinfache die Terme durch Auflösen der Klammern.

H2  
I2Hinweis: Es gilt  $a \neq 0$ .

$$\begin{aligned} \text{a) } (4g+2) : 2 & \quad \text{e) } (4a-a) : a \\ \text{b) } (12m-6) : 3 & \quad \text{f) } (a^2+2a) : a \\ \text{c) } (8p-4) : 4 & \quad \text{g) } (6a^2-4a) : 2a \\ \text{d) } (100c^2+20c) : 10 & \quad \text{h) } (15a^3-10a^2) : 5a \end{aligned}$$

## 139 Suche gemeinsame Faktoren und hebe sie heraus.

H2  
I2

$$\begin{aligned} \text{a) } c^3 + 2c^2 & \quad c^3 + 2c^2 = \underline{c^2 \cdot (c+2)} \\ \text{b) } 7a^3 + 3a^2 & \\ \text{c) } 5b^2 + 10 & \quad \text{f) } 9ab - 3b^2 \\ \text{d) } 6a^3 - a^2 & \quad \text{g) } 4x^2y - 2y \\ \text{e) } 12y^2 - 3xy & \quad \text{h) } 8a^3b^2 + 10ab^2 \end{aligned}$$

## LÖSUNGEN

130 bis 135  $2,5x^{-1}; x; x; 2x; 4x^2; 16x^2y^2; 2x^3; 3x^3; 4x^3; 7x^3; 9b^3; 125y^3; 1000a^3b^3; x^4; x^4; 5x^4; 30x^4; 39x^4; x^5; x^5; x^5; x^5; x^6; 8x^6; 12a^6; 21x^6; m^7; 2x^7; 10x^7; x^8; 3x^9; 40x^9; x^{10}; m^{12}; x^{12};$

## Multiplikation mit Binomen

**140** Multipliziere die Binome und ordne das Ergebnis.H2  
I2

a)  $(x + 4) \cdot (y + 3)$

$$(x + 4) \cdot (y + 3) =$$

$$xy + 4y + 3x + 12 =$$

$$\underline{3x + xy + 4y + 12}$$

b)  $(a + 7) \cdot (b + 2)$

d)  $(3x + 2) \cdot (5y + 4)$

c)  $(2a + 3) \cdot (b + 5)$

e)  $(7p + 6) \cdot (5q + 9)$

**141** Multipliziere die Binome und ordne das Ergebnis.H2  
I2

a)  $(x + 2) \cdot (y - 5)$

$$(x + 2) \cdot (y - 5) =$$

$$xy + 2y - 5x - 10 =$$

$$\underline{-5x + xy + 2y - 10}$$

Ich rechne so:

$$x \cdot y = xy$$

$$(+2) \cdot y = 2y$$

$$x \cdot (-5) = -5x$$

$$(+2) \cdot (-5) = -10$$

b)  $(a + 3) \cdot (b - 2)$

c)  $(5x + 7) \cdot (y - 1)$

d)  $(3c + 2) \cdot (d - 6)$

e)  $(g + 4) \cdot (2h - 3)$

f)  $(8m + 3) \cdot (2n - 4)$

k)  $(p - 1) \cdot (q + 2)$

g)  $(2s + 1) \cdot (7t - 5)$

l)  $(6u - 3) \cdot (2v - 8)$

h)  $(a - 4) \cdot (b - 2)$

m)  $(-2) \cdot (4 - 5)$

i)  $(-3x^2 - 5) \cdot (-x - y)$

n)  $(-m) \cdot (-n - 9)$

j)  $(-a - 2b) \cdot (-b - 3a)$

o)  $(-s^4) \cdot (s^2 - t^3)$

**142** Alina hat ein Problem gemacht.H2  
I2

$$(2x - 3) \cdot (x - 3y)$$

$$\underline{2x^2 - 3xy - 3x + 9y}$$

- a) Worauf sollte Alina in Zukunft achten?
- 
- Kreuze an.

- ☐ Punkt- vor Strichrechnung  
☐ Minus mal Minus ergibt Plus  
☐ Malreihen üben

- b) Löse die Aufgabe selbst richtig.

**143** KNOBELAUFGABEH1  
H2  
I2Gegeben ist der Term  $(-y) \cdot (y + 3)$ .

- a) Berechne den Wert des Terms für  $x = 5$  und  $y = 2$ .  
 b) Setze für  $x$  und  $y$  jeweils eine Zahl von 1 bis 10 so ein, dass der Wert des Terms möglichst groß wird.  
 c) Setze für  $x$  und  $y$  jeweils eine Zahl von 1 bis 10 ein, dass der Wert des Terms negativ wird.  
 d) Setze für  $x$  und  $y$  jeweils eine Zahl von 1 bis 10 so ein, dass der Wert des Terms genau 0 ergibt.

**144** KNOBELAUFGABEH1  
H2  
I2Gegeben ist der Term  $(3x - 6) \cdot (2y - 5)$ .

- a) Berechne den Wert des Terms für  $x = 10$  und  $y = 1$ .  
 b) Setze für  $x$  und  $y$  jeweils eine Zahl von 1 bis 10 so ein, dass der Wert des Terms möglichst klein wird.  
 c) Setze für  $x$  und  $y$  jeweils eine Zahl von 1 bis 10 so ein, dass der Wert des Terms genau 0 ergibt.  
 Gibt es verschiedene Möglichkeiten?

**145** Multipliziere die Polynome mit den Binomen. Ordne die Ergebnisse.H2  
I2

a)  $(2x + y - 3) \cdot (x + 5)$

$$(2x + y - 3) \cdot (x + 5) =$$

$$2x^2 + xy - 3x + 10x + 5y - 15 =$$

$$\underline{2x^2 + 7x + xy + 5y - 15}$$

- b)  $(3x - y + 6) \cdot (2x + 1)$   
 c)  $(x + y - 3) \cdot (3x + 2)$   
 d)  $(5x - 2y + 4) \cdot (y + 3)$   
 e)  $(x + 6y - 3) \cdot (2y + 4)$   
 f)  $(a + 2b - 3) \cdot (2a - 2)$   
 g)  $(3a - 2b - 1) \cdot (a - 4)$   
 h)  $(8a + 5b - 3) \cdot (3a - 2)$   
 i)  $(a - 3b - 6) \cdot (b - 3)$

Schreibe  
deutlich, dann  
wird es leichter!

## Binomische Formeln

**146** Löse die Aufgaben mit Hilfe der binomischen Formeln.H2  
I2

*Tipp: Kontrolliere, indem du die Binome ausmultiplizierst!*

- a)  $(c + d)^2$  d)  $(w - v)^2$   
 b)  $(x - y)^2$  e)  $(p + q) \cdot (p - q)$   
 c)  $(s + t) \cdot (s - t)$  f)  $(m + n)^2$

**147** Löse die Aufgaben mit Hilfe der binomischen Formeln.H2  
I2

*Tipp: Kontrolliere, indem du die Binome ausmultiplizierst!*

- a)  $(5x + 3)^2$   $(5x + 3)^2 =$   
 b)  $(4x + 6)^2$   $(5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 3 + 3^2 =$   
 c)  $(2x - 1)^2$   $25x^2 + 30x + 9$   
 d)  $(3a + 2b)^2$   
 e)  $(4c - 3)^2$   
 f)  $(2c + 5d) \cdot (2c - 5d)$  i)  $(x - 3y)^2$   
 g)  $(7a - b) \cdot (7a + b)$  j)  $(4a + 2b)^2$   
 h)  $(9m + 2n) \cdot (9m - 2n)$  k)  $(3c - 6)^2$

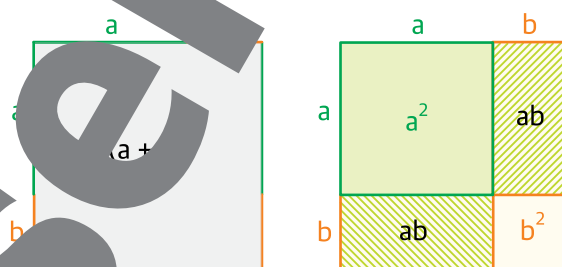
**148** Löse die Aufgaben mit Hilfe der binomischen Formeln.H2  
H3  
I2

Kreuze dann das richtige Ergebnis an.

*Tipp: Kontrolliere, indem du die Binome ausmultiplizierst!*

- a)  $(3x - y)^2 = \dots$  ☐  $9x^2 - 2xy + y^2$   
☐  $9x^2 - 6xy + 3y^2$   
☐  $9x^2 - 2xy + 3y^2$   
☐  $9x^2 - 6xy + y^2$   
 b)  $(2a + 5b)^2 = \dots$  ☐  $4a^2 + 25b^2$   
☐  $4a^2 + 10ab + 25b^2$   
☐  $4a^2 + 10ab + 5b^2$   
☐  $4a^2 + 20ab + 25b^2$   
 c)  $(s^2 - 3st + 9t^2)^2 = \dots$  ☐  $s^2 - 6st + 9t^2$   
☐  $s^2 - 3st + 9t^2$   
☐  $s^2 - 3st + 3t^2$   
☐  $s^2 + 6st - 3t^2$   
 d)  $(7p + 4q)^2 = \dots$  ☐  $7p^2 + 28pq + 16q^2$   
☐  $49p^2 + 28pq + 16q^2$   
☐  $7p^2 + 56pq + 16q^2$   
☐  $49p^2 + 56pq + 16q^2$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

**149** David hat die erste binomische Formel mit Rechtecken und Quadraten dargestellt.H1  
H4  
I2

a) Erkläre, wie David vorgegangen ist.

b) Erstelle selbst ein ähnliches Bild für die zweite binomische Formel  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ .

**150** Wende die binomischen Formeln umgekehrt an.H2  
I2

a)  $4x^2 - 4xy + y^2 =$

$$4x^2 - 4xy + y^2 = (2x - y)^2$$

- b)  $4a^2 - 8ab + 4b^2$  f)  $16m^2 + 8mn + n^2$   
 c)  $c^2 + 6cd + 9d^2$  g)  $w^2 - 10wv + 25v^2$   
 d)  $9x^2 + 12xy + 4y^2$  h)  $4p^2 + 16pq + 16q^2$   
 e)  $25a^2 - 10ab + b^2$  i)  $9s^2 - 12st + 4t^2$

**151** Löse die Aufgaben mit Hilfe der binomischen Formeln.H2  
I2

$$\left(\frac{x}{3} + 4\right)^2 = \left(\frac{x}{3}\right)^2 + 2 \cdot \frac{x}{3} \cdot 4 + 4^2 = \frac{x^2}{9} + \frac{8x}{3} + 16$$

- a)  $\left(\frac{x}{3} + 4\right)^2$  i)  $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{5}\right) \cdot \left(\frac{x}{2} - \frac{y}{5}\right)$   
 b)  $\left(\frac{x}{2} + 1\right)^2$  j)  $\left(\frac{a}{4} - \frac{b}{3}\right) \cdot \left(\frac{a}{4} + \frac{b}{3}\right)$   
 c)  $\left(\frac{x}{3} - 2\right)^2$  k)  $\left(5a + \frac{b}{2}\right) \cdot \left(5a - \frac{b}{2}\right)$   
 d)  $\left(\frac{x}{2} + 4\right)^2$  l)  $\left(\frac{m}{7} + 3n\right) \cdot \left(\frac{m}{7} - 3n\right)$   
 e)  $\left(a - \frac{b}{2}\right)^2$   
 f)  $\left(\frac{a}{2} + \frac{b}{3}\right)^2$   
 g)  $\left(\frac{a}{4} + \frac{b}{3}\right)^2$   
 h)  $\left(2a - \frac{b}{2}\right)^2$

## Bruchterme kürzen und erweitern

**152** Bestimme jeweils die Definitionsmenge  $D$ .

H3  
I2

- a)  $\frac{2}{x-5}$   $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$   
 b)  $\frac{3}{x-4}$  \_\_\_\_\_  
 c)  $\frac{2}{x+1}$  \_\_\_\_\_  
 d)  $\frac{9}{x}$  \_\_\_\_\_  
 e)  $\frac{x+2}{x}$  \_\_\_\_\_  
 f)  $\frac{6}{x+4}$  \_\_\_\_\_  
 g)  $\frac{3}{x-3}$  \_\_\_\_\_  
 h)  $\frac{x-10}{x+10}$  \_\_\_\_\_  
 i)  $\frac{4x}{x+4}$  \_\_\_\_\_

Man sagt:  
„D ist die  
Menge der  
reellen Zahlen  
ohne 5.“



**153** Bestimme jeweils die Definitionsmenge  $D$ .

H3  
I2

- a)  $\frac{3}{2x-4}$  c)  $\frac{x+9}{1-2x}$   
 b)  $\frac{x}{3x-12}$  d)  $\frac{4x-1}{5x+10}$

**154** Bei den angegebenen Termen müssen zwei Werte für  $x$  ausgeschlossen werden. Bestimme jeweils die Definitionsmenge  $D$ .

H3  
I2

- a)  $\frac{2x}{(x+1) \cdot (x-3)}$   $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 3\}$   
 b)  $\frac{x+3}{(x-5) \cdot (x-8)}$  \_\_\_\_\_  
 c)  $\frac{x-4}{(2x+8) \cdot (x-1)}$  \_\_\_\_\_  
 d)  $\frac{5x}{(x-2) \cdot (3x-1)}$  \_\_\_\_\_  
 e)  $\frac{2x+1}{(4x+12) \cdot (2x-1)}$  \_\_\_\_\_

**155** KNOB  
Bruchterme finden.

H1  
I2

Finde zwei verschiedene Bruchterme zur Definitionsmenge  $D = \mathbb{R} \setminus \{7\}$

Sind verschiedene Lösungen möglich? Begründe deine Entscheidung.

**156** Prüfe jeweils, ob man den Bruchterm kürzen kann. Wenn ja, kürze den Bruchterm.

H2  
H3  
I2

- a)  $\frac{6}{3x}$  b)  $\frac{2x-1}{x^2-1}$  c)  $\frac{x+3}{3x}$  d)  $\frac{x+3}{3x}$   
 e)  $\frac{14}{6x}$  f)  $\frac{2x+3}{2x}$  g)  $\frac{3}{6x}$  h)  $\frac{x-5}{5x}$

**157** Jakob hat die Aufgabe falsch gelöst.

H1  
H2  
I2

$$\frac{1}{2x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{2x}$$

Löse die Aufgabe so richtig.

Schreibe eine Kurznachricht an Jakob, worauf er in Zukunft achten sollte.



**158** Kürze die Bruchterme so weit wie möglich.

H2  
I2

- a)  $\frac{12x}{3xy}$  b)  $\frac{5xy}{x^2}$  c)  $\frac{6x^2}{8x^2}$  d)  $\frac{3ab^2}{6a^2b}$   
 e)  $\frac{5b}{10a^2}$  f)  $\frac{4ab}{10b^2}$  g)  $\frac{16x}{8xy}$  h)  $\frac{15x^2y}{3xy}$   
 i)  $\frac{2xy}{16xy^2}$  j)  $\frac{2x}{3xy^2}$  k)  $\frac{16y^2}{8x^2y}$  l)  $\frac{12xy^2}{4xy}$

**159** Hebe heraus und kürze so weit wie möglich.

H2  
I2

- a)  $\frac{4x-2}{2x}$  b)  $\frac{6x+9}{3x}$  c)  $\frac{8x-6}{10x+4}$  d)  $\frac{15}{5x-10}$   
 e)  $\frac{3x}{x^2-2x}$  f)  $\frac{4x+6}{4x^2-2}$  g)  $\frac{x^2-6x}{2x}$  h)  $\frac{2x^2+4x}{2x}$

**160** Erweitere die Bruchterme um den angegebenen Faktor.

H2  
I2

- a)  $\frac{3a}{2b}$  um 4 b)  $\frac{4b-1}{a^2}$  um 3  
 c)  $\frac{a-2}{a+b}$  um  $3b$  d)  $\frac{2a+1}{b^2-4}$  um  $5a$

## LÖSUNGEN

150 bis 154  $\mathbb{R} \setminus \{-10\}; \mathbb{R} \setminus \{-4\}; \mathbb{R} \setminus \{-4\}; \mathbb{R} \setminus \{-4; 1\}; \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}; \mathbb{R} \setminus \{-2\}; \mathbb{R} \setminus \{-1\}; \mathbb{R} \setminus \{-1; 3\}; \mathbb{R} \setminus \{0\}; \mathbb{R} \setminus \{0\}; \mathbb{R} \setminus \{0,5\}; \mathbb{R} \setminus \{2\}; \mathbb{R} \setminus \{2,5\}; \mathbb{R} \setminus \{3\}; \mathbb{R} \setminus \{3\}; \mathbb{R} \setminus \{3\}; \mathbb{R} \setminus \{4\}; \mathbb{R} \setminus \{4\}; \mathbb{R} \setminus \{5\}; \mathbb{R} \setminus \{5\}; \mathbb{R} \setminus \{5,7\}; \mathbb{R} \setminus \{5,8\};$





## Mit Bruchtermen rechnen (2)

## 169 Erweitere und rechne.

H2  
I2

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{1}{3n} + 4 & \frac{1}{3n} + 4 = \\ \text{b) } \frac{1}{2p} + 5 & \frac{1}{2p} + \frac{3n \cdot 4}{3n} = \\ \text{c) } \frac{3}{4k} - 2 & \frac{1}{3n} + \frac{12n}{3n} = \frac{1+12n}{3n} \\ \text{d) } 1 - \frac{1}{x} & \\ \text{e) } 6 - \frac{3}{2y} & \\ \text{f) } \frac{3a}{b} - 3 & \text{i) } \frac{7}{9c} + c \\ \text{g) } \frac{2v}{3w} + 4 & \text{j) } 8 - \frac{2e}{3f} \\ \text{h) } \frac{x}{2y} - y & \text{k) } m + \frac{1}{2m} \end{array}$$

## 170 Bringe die Bruchterme zuerst auf gleichen Nenner. Löse dann die Aufgaben.

H2  
I2

a)  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{2x}$

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{2x} = \frac{2y + 4x + y}{2xy} = \frac{4x + 3y}{2xy}$$

Nenner:  $2xy$

↑  $\cdot 2y$     ↑  $\cdot 2x$     ↑  $\cdot y$

Ich erweitere jeden Bruch mit dem, was fehlt!

b)  $\frac{2}{3x} + \frac{1}{x} + \frac{2}{y}$

c)  $\frac{4}{y} + \frac{2}{3y} - \frac{1}{3x}$

d)  $\frac{5}{6x} - \frac{1}{2y} + \frac{2}{xy}$

e)  $\frac{3}{4} - \frac{2}{xy} - \frac{7}{2x}$

f)  $\frac{3}{x} - \frac{4}{y}$

g)  $\frac{1}{y} - \frac{1}{8y} + \frac{1}{x}$

h)  $\frac{3}{y} - \frac{3}{2y} + \frac{5}{xy}$

## 171 Bringe die Bruchterme zuerst auf gleichen Nenner. Löse dann die Aufgaben.

H2  
I2

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} & \frac{y}{5xy+y} + \frac{1}{5x+1} \\ \text{b) } \frac{5}{2b-2} + \frac{1}{b} & \text{f) } \frac{3x}{4xy+8x} + \frac{4}{2y+4} \\ \text{c) } \frac{3}{c+7} + \frac{3}{5c+35} & \text{g) } \frac{3}{u+3} + \frac{5t}{2u+6} \\ \text{d) } \frac{2x}{x^2-x} + \frac{5}{x-1} & \text{h) } \frac{2a}{ab+a} + \frac{3}{b+1} \end{array}$$

## 172 KNOBELAUFGABE

H1  
I2

Gegeben ist folgender Ausdruck:

$$\frac{y}{2x} + \frac{x}{y}$$

Man darf für  $x$  und  $y$  jeweils eine Zahl von 1 bis 10 einsetzen.

Wähle die Zahlen für  $x$  und  $y$  so, dass der Wert des Terms ...

a) ... möglichst klein wird.

b) ... möglichst groß wird.

## 173 Bringe die Bruchterme zuerst auf gleichen Nenner. Löse dann die Aufgaben.

H2  
I2

a)  $\frac{1}{x} - \frac{2}{x-2}$

b)  $\frac{2x}{x^2} - \frac{2}{x-3}$

c)  $\frac{y}{4xy^2+2y} + \frac{2}{2xy-1}$

d)  $\frac{3}{x+5y} - \frac{x}{x^2+15xy}$

e)  $\frac{x+1}{2x} - \frac{y+1}{2}$

f)  $\frac{2y}{4x^2-2} + \frac{x+4}{2x^2-1}$

g)  $\frac{5x}{3x+2} - \frac{x-1}{9x^2+6x}$

h)  $\frac{x+4}{2y^2-6y} + \frac{3}{2y-6}$

## 174 Bringe die Bruchterme zuerst auf gleichen Nenner. Löse dann die Aufgaben.

a)  $\frac{1}{u-2} + \frac{2}{2u+5}$

$$\frac{3}{u+2} + \frac{2}{2u+5} = \frac{(2u+5) \cdot 3}{(u+2) \cdot (2u+5)} + \frac{2 \cdot (u+2)}{(2u+5) \cdot (u+2)} = \dots$$

b)  $\frac{1}{v+1} + \frac{3}{3v+2}$

c)  $\frac{2}{2p-3} + \frac{3}{p+1}$

d)  $\frac{4}{6x} - \frac{1}{x+3}$

e)  $\frac{7}{x-2} + \frac{3}{5x}$

f)  $\frac{2}{y+4} - \frac{3}{y+3}$

g)  $\frac{1}{4z-1} + \frac{5}{z+2}$

h)  $\frac{3}{2b+1} - \frac{1}{5b}$

i)  $\frac{2}{c-6} + \frac{4}{2c+3}$

Wenn sich keine einfachere Erweiterung anbietet, erweitert man jeweils mit dem Nenner des anderen Terms!



## Mit Bruchtermen rechnen (3)

- 175** Multipliziere die Bruchterme.  
Kürze, wenn möglich.

H2  
I2

a)  $\frac{2a}{b} \cdot \frac{3}{8b}$

$$\frac{1 \cdot 2a}{b} \cdot \frac{3}{4 \cdot 2b} = \frac{3a}{4b^2}$$

b)  $\frac{a}{3b} \cdot \frac{6}{5a}$

c)  $\frac{x^2}{4y} \cdot \frac{y}{3xy}$

e)  $\frac{ab^2}{4c} \cdot \frac{2c}{a}$

g)  $\frac{3x}{2xy} \cdot \frac{10y}{x^2}$

d)  $\frac{2y}{3x} \cdot \frac{2}{6x}$

f)  $\frac{5c}{a^2} \cdot \frac{b}{3c}$

h)  $\frac{2m}{3n} \cdot \frac{15}{4n}$

- 176** Dividiere die Bruchterme, indem du mit dem Kehrwert des zweiten Terms multiplizierst. Kürze, wenn möglich.

H2  
I2

a)  $\frac{3x}{y} : \frac{2}{y}$

d)  $\frac{2b}{3a} : \frac{4a}{9b}$

b)  $\frac{x^2}{2y} : \frac{3x}{4}$

e)  $\frac{1}{4ab^3} : \frac{3a}{b^2}$

c)  $\frac{4a}{b^2} : \frac{5}{3b}$

f)  $\frac{6xy^2}{5z} : \frac{10xy}{2z}$

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$   
rechne  
als  
 $\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$

**177 KNOBELAUFGABE**H1  
H2  
I2

Welchen Term muss man jeweils für T einsetzen, damit die Gleichung stimmt?

a)  $\frac{3a}{5b} \cdot T = 1$

b)  $\frac{3a}{5b} : T = 1$

- 178** Was hat Egon falsch gemacht?

H2  
H3  
I2

$$\frac{3x}{2y} : \frac{2y}{3x} =$$

$$\frac{3x}{2y} \cdot \frac{3x}{2y} = \frac{9x^2}{2y} \quad \text{f}$$

- a) Kreuze die entsprechenden Aussagen an.

- ☐ Kehrwert nicht gebildet  
☐ nicht gekürzt  
☐ falsch multipliziert  
☐ nicht gerechnet

- b) Welche Aussage ist richtig.

- 179** Was erhält man, wenn man einen Bruchterm mit seinem Kehrwert multipliziert?

H4  
I2

Begründe deine Aussage mit drei selbst gewählten Beispielen.

- 180** Schreibe zuerst als Bruchterm. Löse dann die Aufgaben.

H2  
I2

a)  $\frac{4}{5x} : 10x$

b)  $\frac{3x}{2y} : 2$

c)  $6b$

d)  $\frac{5a^2b}{2c}$

e)  $\frac{a}{5w^2} : 4u$

g)  $\frac{2b}{7a^2} \cdot 2a$

- 181** Welche Aussagen sind falsch (f)?

H3  
H4  
I2

- a) Kreuze jeweils an.

|                                                                  | w                        | f                        |
|------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Man bildet den Kehrwert, indem man Zähler und Nenner vertauscht. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Der Zähler eines Bruches darf niemals gleich 0 sein.             | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Man kann nur Brüche mit gleichem Nenner multiplizieren.          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

- b) Setze falsche Aussagen richtig.

- 182** Multipliziere die Bruchterme. Kürze, wenn möglich.

H2  
I2

a)  $\frac{3x+2}{5y} \cdot \frac{2y}{x-1}$

d)  $\frac{2a}{4b-3} \cdot \frac{b+2}{6a}$

b)  $\frac{4a}{b-2} \cdot \frac{2b+1}{3a^2}$

e)  $\frac{x+3}{2y} \cdot \frac{6y^2}{x+3}$

c)  $\frac{6x-3}{3y} \cdot \frac{5y}{x-1}$

f)  $\frac{5a}{3b+7} \cdot \frac{b-1}{3a}$

- 183** Dividiere die Bruchterme. Kürze, wenn möglich.

H2  
I2

a)  $\frac{3a}{b+2} : \frac{6}{b-1}$

d)  $\frac{3x-y}{x^2} : \frac{x+1}{2x}$

b)  $\frac{2x-5}{4y} : \frac{x+4}{8y}$

e)  $\frac{6a}{a+2b} : \frac{9a}{3a-b}$

c)  $\frac{a-1}{2b^2} : \frac{a+1}{4b}$

f)  $\frac{3y}{2x-4y} : \frac{y}{x-2y}$

- 184** Nutze die binomischen Formeln, um die Aufgaben zu vereinfachen.

H2  
I2

a)  $\frac{x-y}{3x} : \frac{x^2-y^2}{2x}$

c)  $\frac{x^2-16}{3y} \cdot \frac{y}{x+4}$

b)  $\frac{4a}{a^2-9} \cdot \frac{a+3}{8a}$

d)  $\frac{6b}{a+2} : \frac{2b}{a^2-4}$

## Doppelbrüche

**185** Berechne den Wert der Doppelbrüche.H2  
I1

a)  $\frac{\frac{4}{5}}{\frac{8}{15}}$

b)  $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}}$

c)  $\frac{\frac{4}{15}}{\frac{3}{5}}$

d)  $\frac{\frac{10}{9}}{\frac{5}{6}}$

e)  $\frac{\frac{3}{7}}{\frac{6}{5}}$

f)  $\frac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{4}}$

g)  $\frac{\frac{4+2}{5-1}}{\frac{3+3}{10-2}}$

h)  $\frac{\frac{9-7}{5+4}}{\frac{1+3}{8-2}}$

i)  $\frac{\frac{4+2-3}{8-3+5}}{\frac{4+10-2}{40-15-5}}$

$$\frac{\frac{4}{5}}{\frac{8}{15}} = \frac{4}{5} : \frac{8}{15} = \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{8} = \frac{1 \cancel{4} \cdot 3 \cancel{15}}{1 \cancel{5} \cdot 2 \cancel{8}} = \frac{3}{2}$$

Wandle den Doppelbruch  
in eine Division um:  
oberer Bruch : unterer Bruch

**186** KNOBELAUFGABEH1  
H4  
I2

Möglichst groß

Ordne die vier Zahlen  
im Doppelbruch rechts  
so an, dass der Wert  
des Doppelbruchs  
möglichst groß wird.

Gibt es verschiedene  
Möglichkeiten?  
Begründe.

3

1

6

4

**187** Vereinfache die Doppelbrüche.H2  
I2

Gib jeweils die Definitionsmenge an.

a)  $\frac{\frac{x}{4}}{\frac{3x^2}{4}}$

b)  $\frac{\frac{5x}{3}}{\frac{x}{3}}$

c)  $\frac{\frac{2a}{3}}{\frac{4a}{9}}$

d)  $\frac{\frac{b}{12}}{\frac{4b^2}{6}}$

e)  $\frac{\frac{t^2}{2}}{\frac{1}{2}}$

f)  $\frac{\frac{18}{3x}}{\frac{2}{x}}$

$$\frac{\frac{x}{4}}{\frac{3x^2}{4}} = \frac{x}{4} : \frac{3x^2}{4} = \frac{x}{4} \cdot \frac{4}{3x^2} = \frac{1 \cancel{x} \cdot \cancel{4}}{1 \cancel{4} \cdot 3x^2} = \frac{1}{3x}$$

**188** Vereinfache die Doppelbrüche. Gib jeweils die Definitionsmenge an.H2  
I2

a)  $\frac{\frac{2y}{x}}{\frac{y^2}{x^3}}$

b)  $\frac{\frac{4a^2}{5b}}{\frac{6}{b}}$

c)  $\frac{\frac{2}{b}}{\frac{2ab}{3cd^2}}$

d)  $\frac{\frac{1}{a^2}}{\frac{1}{a^2}}$

e)  $\frac{\frac{2c}{3ab}}{\frac{c^2}{6a^2}}$

f)  $\frac{\frac{4ab}{3cd}}{\frac{6b}{c^2d}}$

**189** Schreibe zuerst die Doppelbrüche an. Vereinfache sie dann in einem einfachen Bruch.H1  
H2  
I2

- a) der vierte Teil durch den vierten Teil  
b) zwei Drittel  
c) drei Zehntel  
d) sechs Zehntel durch vier Neuntel  
e) drei Siebtel durch acht Fünftel

**190** Vereinfache die Doppelbrüche.H2  
I2

Gib jeweils an, welche Werte die Variablen nicht annehmen dürfen.

a)  $\frac{\frac{2}{4y}}{\frac{x}{x}}$

b)  $\frac{\frac{3}{6y}}{\frac{5x^2}{1}}$

c)  $\frac{\frac{3}{2x}}{6y}$

d)  $\frac{\frac{5y^2}{10}}{2y}$

e)  $\frac{\frac{4y}{x}}{\frac{4y}{x}}$

f)  $\frac{\frac{x}{1}}{\frac{x}{2y}}$

g)  $\frac{\frac{3}{2x}}{6y}$

h)  $\frac{\frac{a^2}{2}}{b}$

i)  $\frac{\frac{5t}{u}}{tu}$

$$\frac{\frac{2}{4y}}{\frac{x}{x}} = 2 : \frac{4y}{x} = 2 \cdot \frac{x}{4y} = \frac{1 \cancel{2} \cdot x}{1 \cancel{4} \cdot y} = \frac{x}{2y}$$

$x \neq 0, y \neq 0$

**191** KNOBELAUFGABEH2  
I2

Vereinfache die Doppelbrüche.

a)  $\frac{\frac{4}{a} + \frac{3}{a}}{\frac{3}{a} - 1}$

b)  $\frac{\frac{x}{y} + 1}{\frac{2x}{y}}$

c)  $\frac{\frac{2p}{3} + \frac{p}{2}}{\frac{p}{8} - \frac{1}{p}}$

d)  $\frac{\frac{3x}{5} + 2}{1 - \frac{x}{3}}$

e)  $\frac{\frac{5xy}{3}}{x + \frac{2}{y}}$

f)  $\frac{\frac{2a}{b^2}}{a + \frac{a}{3}}$

Rechne  
Schritt für  
Schritt!



# Verbindung der Grundrechnungsarten

**192** In welcher Reihenfolge werden die Rechenoperationen durchgeführt?

H1  
I1  
I2

Vervollständige die Tabelle.

|    | Bezeichnung      | Beispiel        |
|----|------------------|-----------------|
|    | Potenzen         | $x^2$           |
| 1. | Klammern         | $( )$           |
|    | Strichrechnungen | $+$ und $-$     |
|    | Punktrechnungen  | $\cdot$ und $:$ |

**193** Bestimme die Definitionsmenge  $\mathbb{D}$ .

H1  
H2  
I2

Vereinfache die Terme

so weit wie möglich.

Berechne den Wert des Terms

für das gegebene  $x$ .

a)  $\frac{3}{x} \cdot \left(\frac{5}{x} - \frac{1}{x}\right)$   
( $x = 2$ )

b)  $\frac{7}{x} \cdot \left(\frac{6}{x} - \frac{2}{x}\right)$   
( $x = 4$ )

c)  $\frac{2}{3x} + \frac{4}{x} \cdot \frac{1}{3}$   
( $x = 2$ )

d)  $\frac{7}{2x} - \left(\frac{5}{2x} - \frac{6}{x} : \frac{2}{5}\right)$   
( $x = 4$ )

e)  $\frac{x}{x-2} - \left(\frac{1}{x-2} - \frac{2x}{x-2}\right)$  ( $x = 7$ )

f)  $\frac{3x}{2x+6} - \left(\frac{x}{x+3} - 1\right)$  ( $x = 3$ )

g)  $\left(\frac{2}{x} + \frac{x}{3}\right) : \frac{1}{3}$  ( $x = 2$ )

**194** KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I2

Gegeben sei folgender Term:

$$\left(\frac{1}{w} - \frac{1}{3}\right) \cdot 3$$

Welchen Wert muss man für  $w$  einsetzen, damit der Wert des Terms gleich 1 ist?

Beschreibe, wie du die Aufgabe gelöst hast.

**195** Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

H2  
I2

a)  $\frac{4a}{3} \cdot \frac{b}{6a} - \frac{2b}{9}$

b)  $\frac{a}{2b} + \frac{1}{b}$

c)  $\frac{3}{a} : \frac{1}{2a}$

d)  $\frac{5k^2}{2m^2} : \frac{5k}{m}$

e)  $\frac{2x}{y^2} + \frac{x}{3y} \cdot \frac{4}{y}$

f)  $\frac{v}{3w} : \frac{2v^2}{9w} - \frac{w}{4v}$

Arbeitsauftrag: Vereinfache die Terme so weit wie möglich. Kreuz dann die richtige Lösung an. Gib jeweils an, welche Werte die Variablen nicht annehmen dürfen.



Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

Kreuze dann die richtige Lösung an.

Gib jeweils an, welche Werte die Variablen nicht annehmen dürfen.

|                                                                                      | Lösung                                                                           |
|--------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| a) $\frac{4}{x} \cdot \left(\frac{3}{x} - \frac{y}{2}\right) + \frac{xy-12}{x^2}$    | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{x^2}$ <input type="checkbox"/> $-\frac{y}{x}$ |
| b) $\frac{2x}{4x} : \left(\frac{3y}{2x} - \frac{y}{x}\right) + \frac{1}{2}$          | <input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> $\frac{1}{y}$                |
| c) $\left(\frac{3x}{xy^2} - \frac{2}{y^2}\right) \cdot \frac{2y}{3x} + \frac{1}{xy}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{5}{3xy}$ <input type="checkbox"/> $\frac{2}{xy}$ |
| d) $xy - \left(\frac{3x}{y} + \frac{x}{2y}\right) : \frac{7}{y^2}$                   | <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> $\frac{xy}{2}$               |

**197** KNOBELAUFGABE

H2  
H4  
I2

Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

Kreuze dann die richtige Lösung an.

Gib jeweils an, welche Werte die Variablen nicht annehmen dürfen.

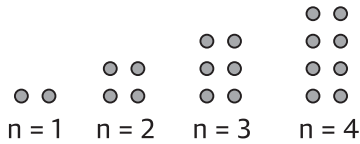
|                                                                                          | Lösung                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| a) $\frac{4}{y} \cdot \left(\frac{x}{y} + 1\right) - \left(\frac{2}{y}\right)^2 \cdot x$ | <input type="checkbox"/> 4 <input type="checkbox"/> $\frac{4}{y}$                            |
| b) $\frac{2}{x} \cdot \left(\frac{x}{6} - \frac{1}{2}\right) + \frac{4}{x}$              | <input type="checkbox"/> $\frac{3}{x} + \frac{1}{3}$ <input type="checkbox"/> $\frac{3x}{4}$ |
| c) $\frac{xy}{5} \cdot \left(\frac{10x}{y} + \frac{5y}{x}\right) - y^2$                  | <input type="checkbox"/> $2x^2$ <input type="checkbox"/> $\frac{x}{5} - y^2$                 |
| d) $\frac{3x}{5} \cdot \left(\frac{4y}{3} - \frac{y}{2}\right) - \frac{xy}{4}$           | <input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> $\frac{xy}{4}$                           |



## 198 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
H3  
I2

Term einer Folge zuordnen

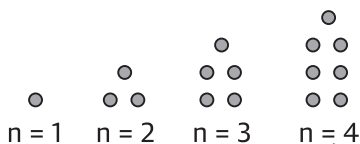


- a) Zeichne das Punktmuster für  $n = 5$ .
- b) Welcher dieser Terme gibt die Anzahl der Punkte für  $n = 3$  an? Kreuze an.
- ☐  $T(3) = 2 \cdot 3$   
☐  $T(3) = 2 + 3$   
☐  $T(3) = 2^3$
- c) Welcher dieser Terme gibt allgemein die Anzahl der Punkte an? Kreuze an.
- ☐  $T(n) = n \cdot 3$   
☐  $T(n) = 2 \cdot n$   
☐  $T(n) = n^2$
- d) Berechne mit Hilfe des Terms aus c), wie viele Punkte die 104. Figur hat ( $n = 104$ ).

## 199 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
H4  
I2

Welcher Term ist der richtige?



- a) Zeichne das Punktmuster für  $n = 5$ .

Derya und Leon haben verschiedene Terme für die Anzahl der Punkte aufgeschrieben.



Derya:  $T(n) = 2n$

Leon:  $T(n) = (n-1) \cdot 2 + 1$



- b) Berechne die Anzahl der Punkte für  $n = 4$  und vergleiche die Ergebnisse.
- c) Sind beide Terme richtig? Wenn ja, zeige, dass dies für alle  $n$  gilt. Wenn nein, zeige, welcher Term falsch ist.

## 200 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
H3  
I2

Term zu einer Folge zuordnen



- a) Zeichne das Punktmuster für  $n = 5$ .
- b) Welcher dieser Terme gibt die Anzahl der Punkte für  $n = 3$  an? Kreuze an.
- ☐  $T(3) = 2 \cdot 3$   
☐  $T(3) = 2 + 3$   
☐  $T(3) = 2^3$   
☐  $T(3) = 1 + 4 \cdot 2$
- c) Finde einen Term  $T(n)$ , der allgemein die Punktzahl der Figuren angibt.
- d) Berechne mit Hilfe des Terms aus c), wie viele Punkte die 25. Figur hat ( $n = 25$ ).

## 201 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I2

Zahlensysteme

- Wähle zwei Zahlen  $a$  und  $b$  zwischen 1 und 9, wobei gelten muss:  $a > b$   
Beispiel:  $a = 7$  und  $b = 4$   
a) Bilde die Zahl  $x$ , indem du  $b$  hinter  $a$  stellst.  
Bilde die Zahl  $y$ , indem du  $a$  hinter  $b$  stellst.  
Beispiel:  $x = 74$  und  $y = 47$
- Berechne den Wert des Terms  $\frac{x^2 - y^2}{a^2 - b^2}$  mit deinen Zahlen.
- a) Ist  $x$  immer größer als  $y$ ? Begründe deine Entscheidung.  
b) Wiederhole Schritt 1. bis 3. mit anderen Zahlen. Was fällt dir auf?  
c) Wiederhole Schritt 1. bis 3. mit zweistelligen Zahlen für  $a$  und  $b$ . Was fällt dir auf?

# D

## Gleichungen und Bruchgleichungen – Umformen, Anwendung

|                                               |    |
|-----------------------------------------------|----|
| <b>D1</b> Äquivalenzumformungen .....         | 37 |
| <b>D2</b> Gleichungen mit Brüchen .....       | 39 |
| <b>D3</b> Balkenmodelle .....                 | 39 |
| <b>D4</b> Anwendung .....                     |    |
| <b>D5</b> Bruchgleichungen – Einführung ..... | 41 |
| <b>D6</b> Allgemeine Bruchgleichungen .....   |    |
| <b>D7</b> Anwendungen in der Geometrie .....  |    |
| <b>D8</b> Texträtsel .....                    | 44 |
| Denkfabrik .....                              |    |

### D1

## Äquivalenzumformungen

**202** Berechne zuerst jeweils den Wert von  $x$ .  
Führe dann die Probe durch Einsetzen des berechneten Werts durch.

a)  $5x - 4 = 11$

Probe:

$$5x - 4 = 11 \quad | +4$$

$$5x = 15 \quad | :5$$

$$x = 3$$

$$5 \cdot 3 - 4 = 11$$

$$15 - 4 = 11$$

$$11 = 11 \checkmark$$

b)  $3x - 1 = 8$

e)  $\frac{x}{3} - 2 = 4$

c)  $2x + 9 = 15$

f)  $8 + \frac{x}{2} = 13$

d)  $4x - 17 = 2$

g)  $3 - \frac{x}{4} = -2$

**203** Berechne zuerst jeweils den Wert der Unbekannten.  
Führe dann die Probe durch Einsetzen des berechneten Werts durch.

a)  $4y - 2 = 7 + y$

e)  $-3k + 4 = 9 - k + 1$

b)  $p + 4 = 2p - 1$

f)  $\frac{m}{3} + 5 = 1 + m - 3$

c)  $2a - 3 = a - 5$

g)  $2s + s - 4 = 10 - \frac{s}{2}$

d)  $b + 3 = 6b - 11$

h)  $v - 5 + 2v = 8 - 3v - 1$

**204** Sonja hat die Aufgabe falsch gelöst.

$$\frac{x}{2} - 3 = 7 \quad | \cdot 2$$

$$x - 3 = 14 \quad | +3$$

$$x = 17 \quad f$$



- a) Löse die Aufgabe selbst richtig.
- b) Erkläre Sonja in einer Kurznachricht, worauf sie in Zukunft achten sollte.

**205** Berechne zuerst jeweils den Wert von  $x$ .  
Führe dann die Probe durch Einsetzen des berechneten Werts durch.

a)  $x^2 + 3x + 1 - x = 4x + 3 + x^2 - 1$

b)  $5x - 1 + 4x^2 - 4 = x + 2 \cdot (3 + 2x^2) + 1$

c)  $9x - 9 + 3x^2 + 7 = 4x - 6 + 3x^2 + 3 + 9x$

### LÖSUNGEN

202, 203, 205  $-3; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; 2; 2; 3; 3; 3; 3; 4; 4; 5; 7; 8; 10; \frac{21}{2}; 15; 18; 20; 24;$



## Gleichungen mit Brüchen

**206** Berechne jeweils den Wert von x.H2  
I2

a)  $\frac{x}{4} + \frac{x}{2} = 3$

b)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 6$

c)  $\frac{x}{3} - \frac{x}{6} = 2$

d)  $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 4$

e)  $\frac{x}{2} - \frac{x}{8} = 12$

f)  $\frac{x}{5} + \frac{x}{3} = 8$

g)  $\frac{x}{2} - \frac{x}{7} = 16$

|                                  |             |
|----------------------------------|-------------|
| $\frac{x}{4} + \frac{x}{2} = 3$  |             |
| $\frac{x}{4} + \frac{2x}{4} = 3$ |             |
| $\frac{3x}{4} = 3$               | $/ \cdot 4$ |
| $3x = 12$                        | $/ : 3$     |
| $x = 4$                          |             |

**207** Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.H2  
I2

Führe dann die Probe durch Einsetzen des berechneten Werts durch.

a)  $\frac{2p}{3} + \frac{p}{4} = 11$

d)  $3y - \frac{y}{4} = 33$

b)  $\frac{3a}{2} - \frac{a}{3} = 7$

e)  $\frac{5z}{2} + z - \frac{z}{3} = 19$

c)  $4b + \frac{2b}{5} = 44$

f)  $\frac{c}{4} - \frac{3c}{2} + c = -$

**208** Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.H2  
I2

Führe dann die Probe durch Einsetzen des berechneten Werts durch.

a)  $5w - 2 = \frac{w}{2} + 16$

b)  $\frac{t}{3} + 2 - t = \frac{t}{6} - 22$

c)  $\frac{5x}{4} - 3 + x = \frac{x}{8} + 13$

d)  $2a + \frac{a}{3} - 3 = 15 - \frac{a}{2}$

e)  $6 - b = \frac{3b}{4}$

f)  $\frac{y}{4} - 2y + 3 + \frac{1}{2} = 1 - y$

Arbeite  
zügig  
und erreichst du  
sich dein Ziel!

**209** Kreuze an, wann man Brüche addieren bzw. subtrahieren kann?H4  
I2
☐ Es müssen die Zähler der Brüche gleich sein.

☐ Es müssen die Nenner der Brüche gleich sein.
**210** Gegeben ist die folgende Aufgabe:H2  
H3  
I2

„Addiert man zur Hälfte einer Zahl das Dreifache dieser Zahl, erhält man die Zahl 21.“

a) Kreuze an, welche dieser Gleichungen die Aufgabe?

☐  $\frac{x}{2} - \frac{x}{2} = 21$

☐  $\frac{x}{2} + 3x = 21$

☐  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 21$

☐  $\frac{x}{2} + x^3 = 21$

b) Löse die Gleichungen, die zur Aufgabe passen. Kontrolliere deine Lösung mit Hilfe einer Probe.

**211** Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.H2  
I2

Führe dann die Probe durch Einsetzen des berechneten Werts durch.

a)  $\frac{x+1}{2} + \frac{x}{4} = 3$

d)  $x + \frac{3x-10}{4} = \frac{x}{2}$

b)  $\frac{x-2}{3} + \frac{x}{2} = 1$

e)  $\frac{x+3}{2} - \frac{x-1}{4} = 2x$

c)  $\frac{x}{3} - \frac{x-1}{6} = \frac{1}{6}$

f)  $\frac{x}{3} - 3 + \frac{2x+1}{4} = \frac{x-4}{2}$

**212** Balduin hat einen Fehler gemacht.H2  
H3  
H4  
I2

|                                    |                        |
|------------------------------------|------------------------|
| $\frac{x}{2} + 5 = \frac{x}{5}$    | $/ - \frac{x}{5}; - 5$ |
| $\frac{x-1}{2} - \frac{x}{5} = -5$ |                        |
| $\frac{5x-5-2x}{10} = -5$          | $/ \cdot 10$           |
| $7x - 5 = -50$                     | $/ + 5$                |
| $7x = -45$                         | $/ : 7$                |
| $x = -6\frac{3}{7}$                | <b>f</b>               |

a) Finde jene Zeile, in der der Fehler passiert ist. Kreise die Stelle rot ein.

b) Löse die Aufgabe selbst richtig.

c) Erkläre Balduin in Form einer Kurznachricht, worauf er in Zukunft achten sollte.

## LÖSUNGEN

206, 207, 208, 211  $-1; 1; 2; \frac{9}{4}; \frac{10}{3}; 4; 4; \frac{108}{17}; 5; 5,6; 6; 6; \frac{15}{2}; \frac{128}{17}; 8; 8; 10; 10; 12; 12; 12; 12; 15; \frac{128}{7}; \frac{144}{5}; 29; 32; \frac{224}{5};$

## Balkenmodelle

- 213** Zeichne zuerst jeweils ein passendes Balkenmodell. Stelle dann eine Gleichung auf und löse die Aufgabe.

H1  
H2  
I2

- a) Frau Neuner kauft ein Zugticket (Vollpreis) und ein Ticket für ihren Sohn (Halbpreis). Die Platzreservierung kostet 4,90 €. Insgesamt bezahlt sie 123,70 €. Wie viel kosten die Tickets?

Balkenmodell:

|          |                                                                                                                                                                                                                                                      |            |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| voll:    | <div style="display: inline-block; width: 100px; height: 15px; border: 1px solid black; position: relative;"><div style="position: absolute; left: 50px; top: -10px;">x</div><div style="position: absolute; left: 100px; top: -10px;">x</div></div> | } 123,70 € |
| halb:    | <div style="display: inline-block; width: 100px; height: 15px; border: 1px solid black; position: relative;"><div style="position: absolute; left: 50px; top: -10px;">x</div></div>                                                                  |            |
| Reserv.: | <div style="display: inline-block; width: 50px; height: 15px; border: 1px solid black; position: relative;"><div style="position: absolute; left: 25px; top: -10px;">4,90 €</div></div>                                                              |            |

Gleichung:

$$3x + 4,9 = 123,7 \quad | -4,9$$

$$3x = 118,8 \quad | :3$$

$$x = 39,60 \text{ €} \quad \text{Halbpreis}$$

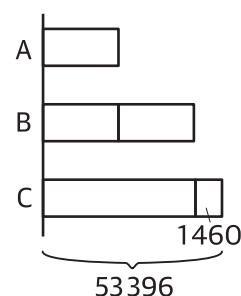
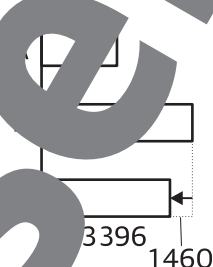
$$2x = 79,20 \text{ €} \quad \text{Vollpreis}$$

- b) Herr Wimmer kauft ein Ticket (Vollpreis) und ein Ticket für seine Tochter (Halbpreis). Die Platzreservierung kostet 4,90 €. Insgesamt bezahlt er 123,70 €. Wie viel kosten die Tickets?
- c) Familie Bauer kauft ein Vollpreisticket und ein Halbpriesticket. Die Platzreservierung kostet 4,90 €. Insgesamt bezahlt sie 157,50 €. Wie viel kostet ein Vollpreisticket?
- d) Familie Lorenz kauft vier Tickets insgesamt 67,20 €. Drei der Tickets erhalten sie über ein Spar-Angebot um ein Viertel des eigentlichen Preises. Wie viel kostet ein übliches Ticket?

- 214** In A-Stadt leben halb so viele Menschen wie in B-Stadt. In C-Stadt wohnen 1460 Menschen. Das sind um 1460 Menschen weniger als in B-Stadt.

H1  
H2  
H3  
I2

- a) Welche Gleichung passt zur Aufgabe? Kreuze an.

☐ Modell 1☐ Modell 2

- b) Wie viele Menschen wohnen in A-Stadt? Stelle eine passende Gleichung auf und löse die Aufgabe.



- 215** In A-Stadt wohnen 78 412 Menschen. In B-Stadt leben nur halb so viele Menschen. In C-Stadt leben um 6 804 Menschen mehr als in B-Stadt.

H1  
H2  
I2

Wie viele Menschen leben in allen drei Städten zusammen?

- 216** In den Städten Alpha, Beta und Gamma leben insgesamt 2 112 615 Menschen. In Alpha wohnen dreimal so viele Menschen wie in Beta, in Gamma leben um 2 905 Menschen weniger als in Beta.

H1  
H2  
H3  
I2

- a) Wie heißt die größte der drei Städte?
- b) Wie viele Einwohner haben die Städte jeweils?

**217 FORSCHE WEITER**H1  
H2  
I2

Erfinde selbst ein Einwohner-Städte-Rätsel und löse es mit Hilfe eines Balkendiagramms und einer Gleichung.

## Anwendung

**218** Welcher Text passt zu welcher Gleichung?

H1  
H2  
I2

| Text                                                                                                      | Gleichung |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Lisa kauft vier Ananas und bezahlt dafür 15,60 €. Wie viel kostet eine Ananas?                            |           |
| Petra kauft Kiwis um 15,60 € und eine Ananas um 4 €. Wie viel bezahlt sie?                                |           |
| Vier Freunde teilen die Kosten für einen Einkauf. Das macht für jeden 15,60 €. Wie teuer war der Einkauf? |           |



|   |                     |
|---|---------------------|
| A | $15,60 + 4 = x$     |
| B | $4 \cdot x = 15,60$ |
| C | $x : 4 = 15,60$     |

Ordne jeweils die richtige Gleichung zu und löse die Aufgaben.

**219** Löse die Aufgaben mit Hilfe von Gleichungen.

H1  
H2  
I2

- a) Christa hat 24,50 € und kauft sich davon ein Buch. Jetzt hat sie noch 11,60 € übrig. Wie viel hat das Buch gekostet?

$$24,5 - x = 11,6$$

$$x = 24,5 - 11,6 = 12,9$$

Das Buch hat 12,90 € gekostet.

- b) Franz hat 100 € und kauft sich davon drei Schreibtischlampen. Ihm bleiben noch 16 € übrig. Wie viel kostet eine Lampe?
- c) Die Firma „Papierkorb“ kauft für ihr Büro 22 neue Papierkörbe um insgesamt 174,90 €. Wie viel kostet ein Papierkorb?

**220** Tom sollte die folgende Aufgabe lösen:

H2  
H3  
I2

„Die Firma Zwerge GmbH hat 452 Gartenzwerge im Lager. Pro Tag produziert die Firma weitere x Zwerge. Nach 4 Tagen hat die Firma insgesamt 620 Zwerge. Wie viele Zwerge werden pro Tag produziert?“

Leider ist Tom beim Umformen ein Fehler unterlaufen:

$$452 + x = 620$$

$$x + 456 = 620 \quad | - 456$$

$$x = 164$$

Pro Tag werden 164 Zwerge produziert.



- Was hat Tom falsch gemacht? Kreuz an!
- ☐ Zahl(en) falsch abgeschrieben
- ☐ Gleichung falsch aufgestellt
- ☐ Fehler beim Umformen
- ☐ Rechenfehler
- ☒ Löse die Aufgabe selbst richtig.

**221 KNOBELAUFGABE**

H1  
H2  
I2

Hanna bekommt von ihrem Opa Geld zum Geburtstag geschenkt.



Eine Hälfte des Geldes wirft sie in ihr Sparschwein, die andere Hälfte gibt sie in ihre Geldbörse, in der davor bereits 6,70 € waren. Jetzt hat sie 14,20 € in ihrer Geldbörse.

Wie viel Geld hat Hanna von ihrem Opa geschenkt bekommen?

- a) Schreibe eine Gleichung an, bei der x das Geld von Hannas Opa ist.
- b) Löse die Aufgabe.

## LÖSUNGEN

218, 219 3,90 €; 7,95 €; 9,90 €; 12,90 €; 19,60 €; 19,90 €; 39,50 €; 62,40 €; 79 €; 82 €;

## Bruchgleichungen – Einführung

**222** Gib zu jeder Gleichung die Definitionsmenge  $\mathbb{D}$  an.

H1  
H3  
I2

a)  $\frac{3}{x-2} = 4$

a)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

b)  $\frac{5}{x-6} = 1$

f)  $1 = \frac{3x}{x+2}$

c)  $\frac{1}{x+1} = 3$

g)  $\frac{5}{2x-6} = 3$

d)  $\frac{x+1}{x-3} = 2$

h)  $\frac{1}{2x+10} = 2$

e)  $3 = \frac{x}{x+5}$

i)  $6x = \frac{x-1}{3x-12}$

**223** Gib zu jeder Gleichung zuerst die Definitionsmenge  $\mathbb{D}$  an. Berechne dann den Wert der Unbekannten mit Hilfe von Äquivalenzumformungen und führe die Probe durch.

H2  
H3  
I2

a)  $2 = \frac{8}{2x-6}$

a)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

$$2 = \frac{8}{2x-6}$$

$$2 \cdot (2x-6) = 8$$

$$4x - 12 = 8$$

$$4x = 20 \quad | :4$$

$$x = 5$$

Probe:  $2 = \frac{8}{2 \cdot 5 - 6} = \frac{8}{10-6} = \frac{8}{4} = 2$

b)  $2 = \frac{2}{3x+6}$

e)  $\frac{12}{x-2} = 4$

c)  $\frac{8}{x+3} = 4$

f)  $\frac{9}{2x+3} = -3$

d)  $-3 = \frac{6}{2x+1}$

g)  $5 = \frac{15}{x+4}$

**224** Gib zu jeder Gleichung die Definitionsmenge  $\mathbb{D}$  an. Berechne dann den Wert der Unbekannten.

H2  
H3  
I2

a)  $\frac{3}{5} = \frac{6}{m}$

d)  $\frac{3}{11} = \frac{9}{b}$

b)  $\frac{2}{7} = \frac{2}{n}$

e)  $\frac{2}{w} = \frac{1}{8}$

c)  $\frac{10}{a} = \frac{5}{3}$

f)  $\frac{4}{t} = \frac{2}{9}$

Kreuzweise multiplizieren:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = c \cdot b$



Welcher Bruchterm passt zur angegebenen Definitionsmenge?

H3  
H4  
I2

Kreuze an und begründe durch Nachrechnen.

a)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

☐  $\frac{1}{x}$

☐  $\frac{1}{x+1}$

☐  $\frac{1}{x-1}$

c)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{5\}$

☐  $\frac{1}{5x}$

☐  $\frac{1}{x+1}$

☐  $\frac{1}{x-5}$

b)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

☐  $-\frac{1}{2x}$

☐  $\frac{1}{x+2}$

☐  $\frac{1}{x-2}$

d)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

☐  $\frac{1}{2x}$

☐  $\frac{1}{x+1}$

☐  $\frac{1}{x-1}$

**226** Gib zu jeder Gleichung zuerst die Definitionsmenge  $\mathbb{D}$  an. Berechne dann den Wert der Unbekannten und gib die Lösungsmenge  $\mathbb{L}$  an.

H2  
H3  
I2

a)  $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+1}$

e)  $\frac{1}{3x-1} = \frac{2}{x+8}$

b)  $\frac{1}{x-2} = \frac{3}{x}$

f)  $\frac{4}{1-x} = \frac{3}{3x+2}$

c)  $\frac{4}{x+1} = \frac{2}{x-2}$

g)  $\frac{5}{14-2x} = \frac{1}{3x-4}$

d)  $\frac{5}{2x+1} = \frac{3}{x-1}$

h)  $\frac{9}{x} = \frac{6}{2x-4}$

## Allgemeine Bruchgleichungen

- 227** Gib zu jeder Gleichung zuerst die Definitionsmenge  $\mathbb{D}$  an. Berechne dann den Wert der Unbekannten.

a)  $3 = \frac{a+1}{a-2} - \frac{a-5}{a-2}$

$$\begin{aligned} \text{a) } \mathbb{D} &= \mathbb{R} \setminus \{2\} \\ 3 &= \frac{(a+1) - (a-5)}{a-2} \quad | \cdot (a-2) \\ 3 \cdot (a-2) &= a+1 - a+5 \\ 3a - 6 &= 6 \quad | +6 \\ 3a &= 12 \quad | :3 \\ \underline{a} &= \underline{4} \end{aligned}$$

b)  $2 = \frac{b+3}{b+1} - \frac{b-1}{b+1}$

c)  $-1 = \frac{3x+1}{2x-1} - \frac{x+2}{2x-1}$

d)  $\frac{y}{3y+2} + \frac{3y-4}{3y+2} = 3$

e)  $\frac{c+3}{1-c} - \frac{1-c}{1-c} = 4$

f)  $2 = \frac{3d}{d+4} - \frac{2-d}{d+4}$

g)  $\frac{1-p}{3p+4} - \frac{2-3p}{3p+4}$

- 228** Bringe die Brüche auf eine Seite. Berechne dann den Wert der Unbekannten und führe die Probe durch.

a)  $1 - \frac{3}{x} = \frac{2}{x}$

b)  $2 - \frac{3}{x} = \frac{5}{x}$

c)  $\frac{1}{x} + 4 = \frac{3}{x}$

d)  $\frac{7}{2x} - 3 = \frac{4}{2x}$

e)  $\frac{2}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1}$

f)  $4 - \frac{3}{x-3} = \frac{1}{x-3}$

g)  $\frac{x}{x+1} - \frac{8}{x+1} = \frac{1}{x+1}$

$$\begin{aligned} 1 - \frac{3}{x} &= \frac{2}{x} \\ 1 &= \frac{3}{x} + \frac{2}{x} \\ 1 &= \frac{5}{x} \quad | \cdot x \\ x &= 5 \end{aligned}$$

**229 KNOBELAUFGABE**

Osman und Kai haben versucht, die folgende Aufgabe zu lösen:

$$\frac{1-p}{2p+4} - \frac{2-3p}{2p+4}$$

Die beiden Schüler kamen zu unterschiedlichen Ergebnissen.

Wer von den beiden hat Recht? Kreuze an und begründe.

|                                                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Ich glaube, es gibt keine Lösung." $\mathbb{L} = \{\}$                                |
| <input type="checkbox"/> Ich glaube, alle reellen Zahlen sind eine mögliche Lösung." $\mathbb{L} = \mathbb{D}$ |

- 230** Gib zu jeder Gleichung zuerst die Definitionsmenge  $\mathbb{D}$  an. Berechne dann den Wert der Unbekannten.

*Hinweis: Manche Aufgaben haben keine Lösung!*

a)  $1 = \frac{x+2}{3} + \frac{2}{x}$

b)  $\frac{y+1}{y} - \frac{1-y}{2y} = 5$

c)  $\frac{2z-2}{z} + \frac{4}{2z} = 3$

d)  $2 = \frac{3}{a+1} + \frac{a-1}{2a+2}$

e)  $4 = \frac{b+8}{2b} - \frac{3-b}{4b}$

f)  $\frac{2c-1}{c+2} + \frac{6}{3c+6} = 3$

Bringe die Brüche zuerst auf gleichen Nenner!

**231** Nutze die binomischen Formeln!

Gib zu jeder Gleichung zuerst die Definitionsmenge  $\mathbb{D}$  an. Berechne dann den Wert der Unbekannten und führe die Probe durch.

a)  $\frac{2}{x+3} + \frac{1}{x-3} = \frac{1}{x^2-9}$

b)  $\frac{22}{x^2-16} = \frac{1}{x+4} + \frac{4}{x-4}$

c)  $\frac{1}{3-x} + \frac{2}{x+3} = \frac{7}{9-x^2}$

d)  $\frac{8}{x^2-4} + \frac{1}{x+2} = \frac{3}{x-2}$

e)  $\frac{2}{6-x} - \frac{x}{36-x^2} = \frac{1}{6+x}$

f)  $\frac{3}{2x+1} + \frac{1}{2x-1} = \frac{6}{4x^2-1}$

**LÖSUNGEN**

**227, 230, 231** Definitionsmengen:  $\mathbb{R} \setminus \{-4\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{4}{3}\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{2}{3}\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{-4, 4\}$ ;  $\mathbb{R} \setminus \{-6, 6\}$ ; Lösungen:  $-5$ ;  $-5$ ;  $-3$ ;  $-2$ ;  $0$ ;  $\frac{1}{3}$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $1$ ;  $1$ ;  $1$ ;  $\frac{4}{3}$ ;  $2$ ;  $2$ ;  $4$ ;  $4$ ;  $5$ ;  $10$ ;

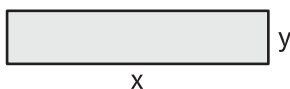
keine Lösung (2-mal);

**228**  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $2$ ;  $4$ ;  $4$ ;  $4$ ;  $5$ ;

## Anwendungen in der Geometrie

- 232** Gegeben ist ein Rechteck mit den Seitenlängen  $x$  und  $y$ .

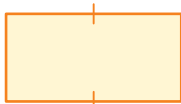
H1  
H2  
I2  
I3



- Stelle eine Formel für den Umfang dieses Rechtecks auf.
- Gegeben ist ein Rechteck mit  $u = 16$  cm und  $x = 5$  cm. Berechne die Seitenlänge  $y$ .
- Gegeben ist ein Rechteck mit  $u = 23,6$  cm und  $y = 7,8$  cm. Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks.

- 233** Gegeben ist ein Rechteck, das doppelt so lang wie breit ist.

H1  
H2  
I2  
I3



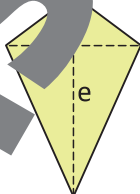
- Stelle eine Formel für den Umfang dieses Rechtecks auf.
- Berechne die Länge und die Breite dieses Rechtecks, wenn der Umfang 21 cm beträgt.

- 234** Die Formel für den Flächeninhalt eines Deltoids lautet:

H1  
H2  
I2  
I3

$$A = \frac{e \cdot f}{2}$$

- Berechne  $e$  für ein Deltoid mit  $A = 8,96$  cm<sup>2</sup> und  $f = 6,4$  cm.
- Berechne  $f$  für ein Deltoid mit  $A = 12$  cm<sup>2</sup> und  $e = 3,2$  cm.



- 235** Gegeben ist ein Deltoid mit dem Flächeninhalt  $A$  und der Diagonale  $e$ .

H1  
H2  
I2  
I3

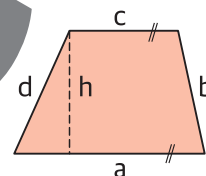
- Stelle eine Formel für den Flächeninhalt dieses Deltoids auf. Es soll nur die Diagonale  $e$  vorkommen.
- Berechne die Diagonalen dieses Deltoids, wenn der Flächeninhalt 21 cm<sup>2</sup> beträgt. Runde sinnvoll.

- 236** Die Formel für den Flächeninhalt eines Trapezes lautet:

H1  
H2  
I2  
I3

$$A = \frac{(a + c) \cdot h}{2}$$

- Berechne den Flächeninhalt eines Trapezes mit  $a = 30$  cm,  $h = 7$  cm und  $c = 10$  cm.
- Berechne die Seitenlänge  $a$  eines Trapezes mit  $A = 17$  cm<sup>2</sup> und  $h = 6$  cm.



- 237** Gegeben ist ein Trapez, dessen obere Seite doppelt so lang ist wie ihre parallele Seite  $c$ .

H1  
H2  
I2  
I3

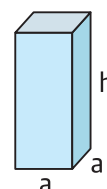
- Stelle eine Formel für den Flächeninhalt dieses Trapezes auf, in der  $a$  nicht vorkommt.
- Berechne die Seitenlängen  $a$  und  $c$  dieses Trapezes, wenn der Flächeninhalt 15 cm<sup>2</sup> und die Höhe 4 cm beträgt.

- 238** Die Formel für das Volumen eines Quaders mit quadratischer Grundfläche lautet:

H1  
H2  
I2  
I3

$$V = a^2 \cdot h$$

- Forme die Formel so um, dass man  $h$  berechnen kann ( $h = \dots$ ).
- Berechne  $h$  für einen Quader mit  $V = 36$  cm<sup>3</sup> und  $a = 3$  cm.
- Forme die Formel so um, dass man  $a$  berechnen kann ( $a = \dots$ ).
- Berechne  $a$  für einen Quader mit  $V = 20$  cm<sup>3</sup> und  $h = 5$  cm.



- 239** Mario behauptet:

H1  
H2  
H4  
I2  
I3

„Wenn ich alle Größen in einer Formel bis auf eine kenne, dann kann ich mir diese ausrechnen. Wenn ich allerdings 2 Unbekannte habe, geht das nicht.“



Stimmt Marios Aussage?  
Begründe deine Entscheidung mit Hilfe von Beispielen.



# Texträtsel

**240** Übersetze die Rätsel von Knut in Gleichungen und finde die beschriebenen Zahlen.

H1  
H2  
I2

- a) Wenn man diese Zahl verdoppelt, ergibt das 48.

$$2 \cdot x = 48 \quad / : 2$$

$$x = 24$$

Für die Zahl, die Knut sich denkt, setze ich  $x$  ein.

- b) Zählt man zu dieser Zahl 15 dazu, erhält man 48.  
c) Teilt man diese Zahl durch 3, ergibt das 99.  
d) Das Achtfache dieser Zahl ist 104.  
e) Nimmt man von dieser Zahl 56 weg, so ergibt das -10.

**241** Erfinde Texträtsel zu den angegebenen Gleichungen und löse sie.

H1  
I2

- a)  $x + 8 = 19$   
b)  $7x = 84$   
c)  $x : 6 = 12$   
d)  $x - 1 = -4$   
e)  $\frac{x}{3} = 1$   
f)  $x - 20 = 10$   
g)  $3x = 600$   
h)  $x + 10 = 20$

**242** Erfinde selbst ein Texträtsel. Übersetze es in eine Gleichung und löse es.

H1  
I2

**243** Finde die gesuchten Zahlen mit Hilfe von Gleichungen.

H1  
H2  
I2

Tipp: Zeichne Balkendiagramme, wenn es dir hilft!

- a) Zähle zum Doppelten einer Zahl 6 dazu, erhält man 48.  
b) Nimm vom Sechsfachen einer Zahl 10 weg, erhält das 38.  
c) Die Differenz von 10 und dem Dreifachen einer Zahl beträgt 69.  
d) Addiert man zum Viertel einer Zahl 7, ergibt das 10.

**244** Finde die gesuchten Zahlen mit Hilfe von Gleichungen.

H1  
H2  
I2

Tipp: Zeichne Balkendiagramme, wenn es dir hilft!

- a) Die Summe zweier Zahlen beträgt 80. Die Differenz dieser Zahlen ist 10.

Modell:

1. Zahl:

2. Zahl:

80

Ich radiere so oft, bis das Modell so ist, wie es sein soll!

$$2x + 10 = 80 \quad / - 10$$

$$2x = 70 \quad / : 2$$

$$x = 35$$

$$1. \text{ Zahl} = 35 + 10 = 45$$

$$2. \text{ Zahl} = 35$$

- b) Die Summe zweier Zahlen beträgt 100. Die Differenz dieser Zahlen ist 20.  
c) Die erste Zahl ist doppelt so groß wie die zweite Zahl. Die Summe dieser Zahlen beträgt 72.  
d) Die zweite Zahl ist dreimal so groß wie die erste Zahl. Die Differenz der beiden Zahlen ist 46.  
e) Die erste Zahl ist um 15 größer als die zweite Zahl. Die Summe der Zahlen beträgt 107.  
f) Die Summe dreier Zahlen beträgt 210. Dabei ist die erste Zahl doppelt so groß wie die zweite Zahl. Die dritte Zahl ist sogar viermal so groß wie die zweite Zahl.  
g) Erfinde selbst ein ähnliches Rätsel wie in a) bis g) und löse es.

## LÖSUNGEN

240, 243, 244 7; 8; 12; 13; 13; 23; 24; 30; 32; 33; 35; 40; 45; 46; 46; 50; 60; 60; 61; 69; 72; 73; 120; 144; 297;

**245 KNOBELAUFGABE**H1  
H3  
I2**Was beschreibt die folgende Gleichung?**

Erfinde eine Sachaufgabe zur Gleichung

$$4 \cdot x + 0,9 = 32,5$$

und löse sie.

**246 KNOBELAUFGABE**H1  
H2  
I2**Kalenderaufgabe**

- a) Marvin zeichnet ein Kreuz in einen Kalender ein, siehe Abbildung. Er möchte die Summe aller markierten Zahlen berechnen. Finde eine Formel, mit der man das schnell berechnen kann. Verwende  $x$  für die Zahl in der Mitte des Kreuzes.

| Mo | Di | Mi | Do | Fr | Sa | So |
|----|----|----|----|----|----|----|
|    |    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| 27 | 28 | 29 | 30 |    |    |    |

- b) Melvin zeichnet ein Quadrat ein. Finde eine Formel, mit der man die Summe dieser Zahlen schnell berechnen kann.

| Mo | Di | Mi | Do | Fr | Sa | So |
|----|----|----|----|----|----|----|
|    |    | 2  | 3  | 4  | 5  |    |
| 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| 27 | 28 | 29 | 30 |    |    |    |

- c) Vergleiche deine Lösungen mit anderen und erkläre, wie du sie gefunden hast.

**247 KNOBELAUFGABE**H2  
H3  
I2**Zahlentrick**

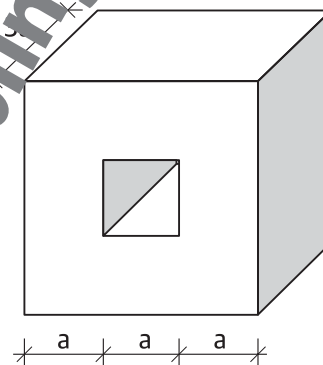
Hanna denkt sich eine Zahl  $x$ . Verwende die Zahl und folge den Anweisungen.

1. Addiere 10 zur Zahl.
2. Verdoppele das Ergebnis.
3. Subtrahiere 10.
4. Teile das Ergebnis durch 2.
5. Subtrahiere Hannas Zahl  $x$ .
6. Berechne den Term.

- a) Welche Zahl erhält man am Ende, wenn man für  $x$  die Zahl 7 wählt?  
b) Was fällt dir beim Berechnen von a) allgemein auf?

**248 KNOBELAUFGABE**H1  
H2  
H3  
I2**Oberfläche und Volumen**

Aus einem Würfel wurde ein Quader herausgestanzt, siehe Abbildung.



- a) Finde eine Formel zur Berechnung der Oberfläche und des Volumens dieses Körpers und vereinfache sie so weit wie möglich.  
b) Berechne die Oberfläche und das Volumen für  $a = 5$  cm.

$$V = G \cdot h$$

$G$  ... Grundfläche  
 $h$  ... Höhe



# E

## Mit Formeln rechnen – Anwendungen in der Physik

|           |                                  |    |
|-----------|----------------------------------|----|
| <b>E1</b> | Geschwindigkeit .....            | 46 |
| <b>E2</b> | Licht und Schall .....           | 47 |
| <b>E3</b> | Freier Fall .....                | 48 |
| <b>E4</b> | Kraft, Arbeit und Leistung ..... | 49 |
| <b>E5</b> | Schiefe Ebene .....              | 50 |
| <b>E6</b> | Das Pendel .....                 | 51 |
|           | Denkfabrik .....                 | 2  |

### E1

## Geschwindigkeit

| Geschwindigkeit $v$ ... Umrechnung |                     |
|------------------------------------|---------------------|
| m/s                                | km/h                |
| $v \dots$ Geschwindigkeit [m/s]    | $v \dots$ = 36 km/h |
| $s \dots$ Weg [m]                  | $\uparrow$          |
| $t \dots$ Zeit [s]                 | $\cdot 3,6$         |

**249** Die Tabelle zeigt, wie viel Zeit die entsprechenden Tiere für eine schiefe Ebene Strecke brauchen.

Berechne die Geschwindigkeit jeweils in km/h.

|                           | Weg   | Zeit   |
|---------------------------|-------|--------|
| a) Fledermaus             | 100 m | 10 s   |
| b) Koipfisch              | 100 m | 5,2 s  |
| c) Kakerlake              | 5 m   | 3,3 s  |
| d) Wanderfalk (Sturzflug) | 50 m  | 0,75 s |
| e) Strauß                 | 70 m  | 3,6 s  |
| f) Feldhase               | 25 m  | 1,2 s  |
| g) Springbock             | 200 m | 8,2 s  |
| h) Zirkel                 | 4 km  | 6 min  |
| i) Pferd                  | 3 km  | 5 min  |
| j) Marathonläufer         | 42 km | 3 h    |

**250** Herr Meier fährt mit einer mittleren Geschwindigkeit von 70 km/h zur Arbeit.

Wie lange braucht Herr Meier für die 23 km lange Strecke?

**251** Darian fährt mit dem Rad zur Schule. Für die 2 km lange Strecke benötigt er 10 Minuten.

Berechne Darians Durchschnittsgeschwindigkeit.

**252** Lore braucht 12 Minuten zur Schule.

Laut ihrem Fahrradcomputer beträgt ihre Durchschnittsgeschwindigkeit 15 km/h.

Wie lang ist Lores Schulweg?

## Licht und Schall

## Lichtgeschwindigkeit

$$v_{\text{Licht}} \approx 300\,000 \text{ km/s}$$

## Formel:

$$v = \frac{s}{t}$$

## Schallgeschwindigkeit

$$v_{\text{Schall}} \approx 343 \text{ m/s (in Luft)}$$

$$v_{\text{Schall}} \approx 1\,484 \text{ m/s (in Wasser)}$$

**253** Berechne, welche Strecke das Licht in den angegebenen Zeiten zurücklegt.

- a) 2,5 Sekunden  
b) 5 Sekunden  
c) 0,3 Sekunden  
d) 1 Hundertstel-sekunde  
e) 1 Minute  
f)  $\frac{1}{4}$  Stunde

$$v = \frac{s}{t} \quad | \cdot t; \Leftrightarrow$$

$$s = v \cdot t$$

$$s = 300\,000 \cdot 2,5$$

$$s = 750\,000 \text{ km}$$

**254** KNOBELAUFGABE

Transatlantik-Kabel:  
Telefonat Europa – USA



Zwischen der englischen Stadt London und der amerikanischen Stadt Tucker verläuft das TAT-14, ein Glasfaserkabel für Datenübertragung. Die Strecke beträgt 5 700 km lang.

- a) Wie lange braucht das Licht für diese Strecke?  
b) Wie lange braucht der Schall für diese Strecke?  
c) Wie lange braucht der Schall für die Strecke, wenn man, wie zum Beispiel Wale, unter Wasser rufen würde?

**255** Ein LKW betätigt sein Horn.

Wie lange dauert es, bis man das Geräusch hören kann, wenn der LKW noch 500 m entfernt ist?

**256** Ein Schiff liegt eine Seemeile vor der Küste.

Wie lange dauert es, bis man das Horn des Schiffes an Land hören kann? Hinweis: Eine Seemeile entspricht 1 852 m.

**257** Zwei Taucher sind einander etwas unter Wasser zu. Der eine hat fünf Seemeilen von dem anderen entfernt.

Wie lange dauert es, bis das Hörsignal von einem Wal zum anderen ankommt?

**258** Wie weit sind die Gewitter entfernt?

Gegeben sind die Zeiten, die zwischen Blitz und Donner vergehen.

- a) 1 s  
b) 5 s  
c) 12 s



Die Zeit, die das Licht des Blitzes bis zu uns braucht, ist bei so kleinen Abständen praktisch null!

**259** 10-Sekunden-Regel

Die 10-Sekunden-Regel für Wanderer besagt, dass man Schutz suchen sollte, wenn der Abstand zwischen Blitz und Donner nur noch 10 Sekunden beträgt. Wie weit ist das Gewitter da entfernt?

**260** Ein Wanderer ruft „Hallo Echo!“ in Richtung einer steilen Felswand. Vom Rufen bis zum Echo vergehen 3 Sekunden.

Wie weit ist die Felswand entfernt?

## LÖSUNGEN

253 bis 260 (ohne Einheiten) 0,018; 1,5; 5,4; 6,2; 343; 514,5; 1 484; 1 715; 3 000; 3 430; 3 639; 4 116; 15 743; 90 000; 300 000; 750 000; 1 500 000; 18 000 000; 270 000 000;

## Freier Fall

Formeln:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

h ... Fallhöhe [m]

g ... Erdbeschleunigung  
(g = 9,81 m/s²)

t ... Zeit [s]

v ... Geschwindigkeit [m/s]

**261** Eine Kokosnuss löst sich von einer Palme.H1  
H2  
I1

Nach a) 1,8 Sekunden

b) 12,3 Sekunden

schlägt sie am Boden auf.

Berechne, von welcher Höhe die Kokosnuss herabgefallen ist.

**262** Eine Kokosnuss fällt von einer Palme auf den Boden.H1  
H2  
I1

Die Höhe, von der die Kokosnuss fällt, beträgt a) 10 Meter b) 20 Meter.

Mit welcher Geschwindigkeit schlägt die Kokosnuss auf dem Boden auf?

**263** Eine Krähe lässt eine Nuss aus 35 Metern Höhe fallen.H1  
H2  
H3  
I1

a) Nach wie vielen Sekunden trifft die Nuss am Boden auf?

b) Mit welcher Geschwindigkeit schlägt die Nuss am Boden auf?

**c) FORSCHE WEITER**

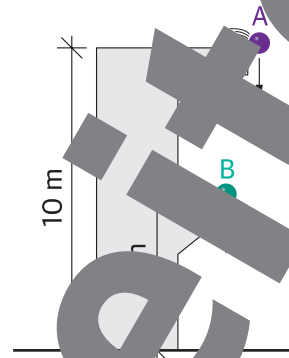
Wozu lassen Krähen Nüsse fallen? Suchen sie den Platz bewusst?

**264** Ein Koffer fällt aus 8 km/h aus einem Flugzeug.H1  
H2  
I1

Nach wie vielen Sekunden schlägt der Koffer auf dem Boden auf? (Luftwiderstand nicht berücksichtigen)

**265** Leon lässt einen Stein von einem Felsen fallen. Nach 1,5 Sekunden schlägt der Stein am Boden auf.H1  
H2  
I1

Wie hoch ist der Felsen?

**266** Zwei Kugeln werden gleichzeitig über die Kante gerollt (siehe Abbildung).H1  
H2  
H3  
I1

a) Welche Kugel ist früher am Boden?

b) Welche Kugel schlägt mit einer größeren Geschwindigkeit auf?

c) Wie viel Zeit vergeht zwischen dem Aufschlag der ersten Kugel und dem der zweiten?

**267** Ein Auto fährt mit 90 km/h gegen eine Mauer.H1  
H2  
H3  
I1

Aus welcher Höhe müsste man ein Auto auf die Straße stürzen lassen, damit es mit der gleichen Geschwindigkeit aufprallt?



Hinweis: Dividiere die Geschwindigkeit durch 3,6, um von km/h in m/s umzurechnen!

**268** Irmgard schießt einen Pfeil senkrecht in die Luft. Nach 5 Sekunden schlägt der Pfeil am Boden auf.H1  
H2  
I1

Wie hoch hat Irmgard den Pfeil geschossen?

Tipp: Die Aufwärtsbewegung dauert gleich lang wie der Fall herunter.

## LÖSUNGEN

261, 262, 263, 265, 267, 268 (ohne Einheiten) 2,7; 11; 14; 15,9; 19,8; 21,3; 26,2; 30,7; 31,9; 742,1; 752,3;

## Kraft, Arbeit und Leistung

## Formeln:

$$F = m \cdot a$$

$$F_G = m \cdot g$$

$$W = F_G \cdot h$$

$$P = \frac{W}{t}$$

F ... Kraft [N] [„Newton“]

F<sub>G</sub> ... Gewichtskraft [N]

m ... Masse [kg]

a ... Beschleunigung [m/s<sup>2</sup>]g ... Erdbeschleunigung  
[m/s<sup>2</sup>]; g = 9,81 m/s<sup>2</sup>

W ... Arbeit [J] [„Joule“]

h ... Höhe [m]

P ... Leistung [W] [„Watt“]

t ... Zeit [s]

- 269** Berechne jeweils das Gewicht auf der Erde (g = 9,81 m/s<sup>2</sup>) und auf dem Mars (g<sub>Mars</sub> = 3,71 m/s<sup>2</sup>).

- a) Jürgen:  
84 kg

- b) Kuh:  
750 kg

- c) Fußball:  
430 g

- d) Butter:  
 $\frac{1}{4}$  kg

$$F_G = m \cdot g$$

Erde:

$$F_G = 84 \cdot 9,81 = 824,04 \text{ N}$$

Mars:

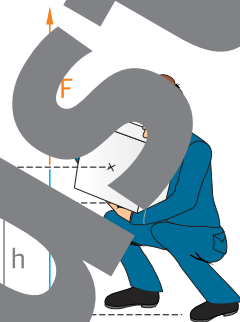
$$F_G = 84 \cdot 3,71 = 311,64 \text{ N}$$

- 270** Bernhard hebt eine 15 kg schwere Kiste auf.

- a) Welche Kraft ist dafür nötig?

- b) Wie groß ist die verrichtete Arbeit,

wenn Bernhard die Kiste um eine Höhe von 0,7 m hebt?



- 271** Eine 35 kg schwere Kiste wird in einem Regal aufgehoben.

Das Regal hat eine Höhe von ...

- a) 4,2 Metern.

- b) 2,7 Metern.

Welche Arbeit wurde dabei verrichtet?



- 272** Ein Gabelstapler hebt eine Kiste auf ein zwei Meter hohes Regal. Dabei verrichtet er eine Arbeit von 1 177,2 Joule.

Berechne die Masse der Kiste.

- 273** Ein Gabelstapler hebt eine 75 kg schwere Kiste hoch. Dabei verrichtet er eine Arbeit von 1 177,2 Joule.

Welche Höhe hat der Gabelstapler die Kiste angehoben?

- 274** Ein Lastenaufzug transportiert Lasten.

Berechne jeweils die benötigte Kraft, die verrichtete Arbeit W und die aufgebrauchte Leistung P.



- a) Steinblöcke:

m = 420 kg,

Hubhöhe = 6 m, Hubzeit = 12 s

- b) Eisenstangen:

m = 250 kg, Hubhöhe = 9 m, Hubzeit = 18 s

- c) Dämmmaterial:

m = 170 kg, Hubhöhe = 6 m, Hubzeit = 12 s

- 275** Kreuze an: Wahr (w) oder falsch (f)?

H3  
H4  
I1

|                                                                                            | w                        | f                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Je mehr Masse etwas hat, desto größer ist auch sein Gewicht.                               | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Das Gewicht eines Körpers hängt auch von seinem Aufenthaltsort ab.                         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Wenn das Heben einer Last doppelt so lang dauert, benötigt das auch die doppelte Leistung. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Je höher man etwas hebt, desto größer ist die verrichtete Arbeit.                          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Je schneller man etwas hebt, desto mehr Kraft benötigt man.                                | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Eckige Dinge sind schwerer als runde Dinge.                                                | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

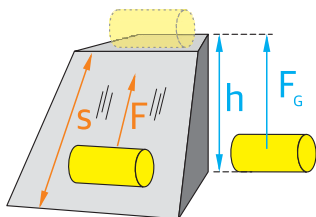


## Schiefe Ebene

Formeln:

$$W_1 = W_2$$

$$F \cdot s = F_G \cdot h$$



W ... Arbeit [J] [„Joule“]

 $F_G$  ... Gewichtskraft

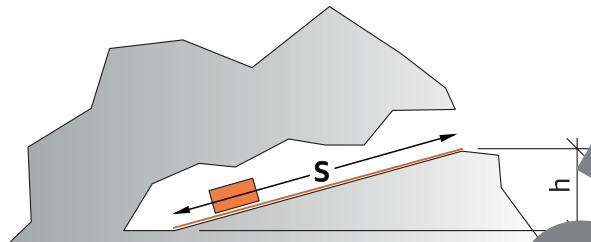
F ... Kraft [N] [„Newton“]

 $F_G = m \cdot g$ 

s ... Strecke [m]

h ... Höhe [m]

- 276** Eine Grubenbahn in einem Bergwerksstollen bringt Erz an die Oberfläche (siehe Skizze).



Berechne jeweils die verrichtete Arbeit W und die benötigte Kraft F.

- a)  $m_{\text{Wagen}} = 50 \text{ kg}$   
 $s = 90 \text{ m}$   
 $h = 8 \text{ m}$

$$W = F_G \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

$$W = 50 \cdot 9,81 \cdot 8 = 3924 \text{ J}$$

$$W = F \cdot s$$

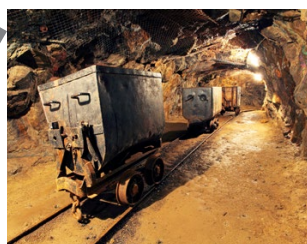
$$F = \frac{W}{s} = \frac{3924}{90} = 43,6 \text{ N}$$

- b)  $m_{\text{Wagen}} = 75 \text{ kg}$   
 $s = 120 \text{ m}$   
 $h = 15 \text{ m}$

- c)  $m_{\text{Wagen}} = 100 \text{ kg}$   
 $s = 200 \text{ m}$   
 $h = 12 \text{ m}$

- d)  $m_{\text{Wagen}} = 128 \text{ kg}$   
 $s = 95 \text{ m}$   
 $h = 15 \text{ m}$

- e)  $m_{\text{Wagen}} = 93,5 \text{ kg}$   
 $s = 462 \text{ m}$   
 $h = 23,5 \text{ m}$



- 277** Ein Vater zieht seine kleine Tochter in einem Wagen eine Hügel hinauf.



Der Weg ist 200 m lang und der Höhenunterschied beträgt 15 m. Er bitte deine Berechnungen die Masse der Kinder und des Wagens, so gut du kannst.

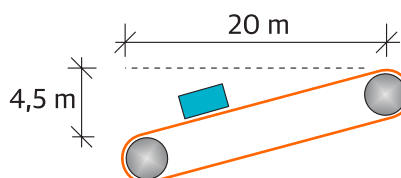
- a) Welche Kraft muss der Vater aufwenden?  
 b) Welche Arbeit verrichtet er dabei?  
 c) Berechne die benötigte Leistung P, wenn der Vorgang 5 Minuten dauert.

- 278** Ein 150 kg schwerer Wagen soll auf eine 30 Meter hohe Plattform geschoben werden.

Wie lang muss eine schräge Auffahrt sein, wenn eine Kraft von höchstens 500 N zur Verfügung steht?

- 279** Ein schräges Lastenförderband kann eine maximale Kraft von 1 000 N aufwenden.

Die Länge des Bandes beträgt 20 m und die Höhe 4,5 m (siehe Skizze).



- a) Wie schwer darf eine Last maximal sein, damit sie noch transportiert werden kann?  
 b) Ändere die Transporthöhe, sodass eine doppelt so schwere Last transportiert werden kann. Erkläre deine Vorgehensweise.

## Das Pendel

## Formeln:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

T ... Periodendauer [s]  
(einmal hin- und  
zurückschwingen)

l ... Länge des Fadens [m]

g ... Erdbeschleunigung  
[m/s<sup>2</sup>]; g = 9,81 m/s<sup>2</sup>

f ... Frequenz [Hz]

Hz ... Hertz

- 280** Berechne jeweils die Periodendauer T sowie die Schwingfrequenz f der Pendel bei gegebener Pendellänge l.

H1  
H2  
I1

- a) l = 30 cm

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0,3}{9,81}}$$

$$T \approx 1,1 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,1} \approx 0,91 \text{ Hz}$$

- b) l = 25 cm

- d) l =  $\frac{1}{2}$  m

- c) l = 1,2 m

- e) l = 8 m

- 281** Wie lange dauert es, mit der Schaukel auf dem Bild einmal hin- und herzuschwingen?

H1  
H3  
I1

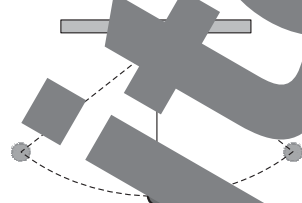


Schätze alle Zahlen, die du für die Rechnung brauchst. Beschreibe, wie du die Aufgabe gelöst hast.

- 282** Ein Pendel benötigt ... Sekunden, um einmal hin- und herzuschwingen.

H2  
H3  
I1

Wie lang ist das Pendel?



- 283** Ein Pendel schwingt dreimal pro Sekunde hin- und her.

H1  
H2  
I1

- a) Wie hoch ist die Frequenz des Pendels? Kreuze an.

☐ 1 Hz ☐  $\frac{1}{3}$  Hz ☐ 30 Hz

- b) Wie lang ist das Pendel?

- 284** Wie lang muss ein Pendel sein, damit seine Periodendauer 0,5 Sekunden beträgt?

H2  
I1

### 35 KNOBELAUFGABE

Pendel auf dem Mars

H1  
H3  
H4  
I1

Petra fragt:

„Die Erde hat eine Erdbeschleunigung von  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

Könnte man ein Pendel verwenden, um die Gravitationsbeschleunigung des Mars zu messen?“

Die Physiklehrerin antwortet:

„Ja, das wäre möglich.

Ich kann dir sagen, dass ein Pendel, dessen Periodendauer auf der Erde 0,9 Sekunden beträgt, auf dem Mars eine Periodendauer von 1,5 s hätte.“

- a) Berechne die Gravitationsbeschleunigung  $g_{\text{Mars}}$ .
- b) Wie lange würde das gleiche Pendel am Jupiter schwingen, dessen Gravitationsbeschleunigung  $g_{\text{Jupiter}} = 24,8 \text{ m/s}^2$  beträgt?
- c) Ergänze den Satz:

Je schwerer ein Planet ist, desto

\_\_\_\_\_ (schneller/langsamer)

schwingt das Pendel.



## 286 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
H3  
I1

### „25 Miles“ Speed-Limit

In ihrem Lied „Nutbush City Limits“ singt Tina Turner, dass in ihrer Heimatstadt in den USA eine Geschwindigkeitsbegrenzung von 25 mph vorgeschrieben ist.

- a) Rechne die Geschwindigkeit in km/h um.

*Hinweis: 1 Meile entspricht 1,61 km.*

### b) FORSCHE WEITER

Welche Geschwindigkeitsbegrenzung gilt üblicherweise in Orts- oder Stadtgebieten in Österreich? Vergleiche sie mit der Stadt Nutbush.

## 287 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I1

### Fallschirmspringer

Hans möchte Fallschirm springen. Er hat gehört, dass die Geschwindigkeit bei der Landung mit einem Fallschirm rund 20 km/h beträgt.

Hans will diese Landung üben. Aus welcher Höhe sollte er dafür (ohne Fallschirm) springen?

## 288 FORSCHE WEITER

H1  
H2  
H3  
I1

### Galileo Galilei (1564–1641)

Galilei untersuchte unter anderem den „freien Fall“.

Man sagt, er habe dafür viele Experimente am schiefen Turm von Pisa in Italien durchgeführt.

- a) Wie hoch ist der schiefe Turm von Pisa?  
b) Wie lange braucht ein Stein, wenn er von ganz oben herunterfällt, bis er aufkommt?



## 289 FORSCHE WEITER

H3  
I1

### Schiefe Ebenen

Finde schiefe Ebenen in deiner Umwelt und beschreibe sie.



## 290 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I1

### Pendel-Quiz

- a) Beantworte die Fragen und begründe.

Die Fadenlänge ist gleich, Pendel B hat eine größere Masse. Ist die Schwingungsdauer von Pendel A größer als die von Pendel B?

Das Pendel wird einmal von Position A und dann von Position B gestartet. Beeinflusst das die Frequenz des Pendels?

- b) Gestalte selbst einige Fragenkärtchen zu den Themen dieses Kapitels.

Schreibe jeweils die Antwort auf die Rückseite.

# F

## Kreis – Konstruktion und Berechnung

|           |                             |    |
|-----------|-----------------------------|----|
| <b>F1</b> | Umfang, Zahl $\pi$          | 53 |
| <b>F2</b> | Flächeninhalt               | 54 |
| <b>F3</b> | Kreisring                   | 55 |
| <b>F4</b> | Zusammengesetzte Figuren    | 56 |
| <b>F5</b> | Kreis Sektor und Kreisbogen | 57 |
| <b>F6</b> | Kreissegment                | 58 |
| <b>F7</b> | Anwendung                   | 59 |
|           | Denkfabrik                  | 60 |

### F1

## Umfang, Zahl $\pi$

### Formeln:

$$u = d \cdot \pi$$

$$u = 2 \cdot r \cdot \pi$$

Umfang

... Durchmesser

... Radius

... Kreiszahl

$\pi = 3,14159...$

**291** Berechne jeweils den Umfang des Kreises.  
Runde dabei sinnvoll.

a)  $r = 4,7 \text{ cm}$

$$u = 2 \cdot r \cdot \pi = 2 \cdot 4,7 \cdot \pi$$

b)  $d = 7 \text{ cm}$

$$u = 29,5 \text{ cm}$$

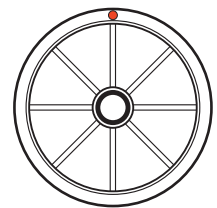
d)

**292** Ein kreisförmiges  
Stichstichmännchen  
beträgt 17 cm.

Berechne den Radius und  
den Umfang des Rahmens.



**293** Ein Rad mit einem  
Durchmesser von  
56 cm wird genau  
fünf Umdrehungen  
lang auf dem  
Boden gerollt.



Welche Strecke legt das Rad dabei zurück?

**294** Berechne jeweils den Durchmesser  
und den Radius der Kreise.  
Runde dabei sinnvoll.

a)  $u = 20 \text{ cm}$

c)  $u = 1,5 \text{ m}$

b)  $u = 60 \text{ cm}$

d)  $u = 12 \text{ m}$

**295** Maria geht einmal um einen  
kreisförmigen Teich herum.  
Der Weg ist 27 Meter lang.

Welchen Durchmesser hat der Teich?

**296** Wie ändert sich der Umfang eines Kreises,  
wenn man  
seinen Radius halbiert?

Überlege und begründe.

### LÖSUNGEN

**291 bis 295 (ohne Einheiten)** 1,9; 3,2; 3,8; 6,4; 8,5; 8,6; 9,5; 13,5; 19; 23,9;  
29,5; 31,4; 39; 47,8; 53,4; 879,6;



## Flächeninhalt A

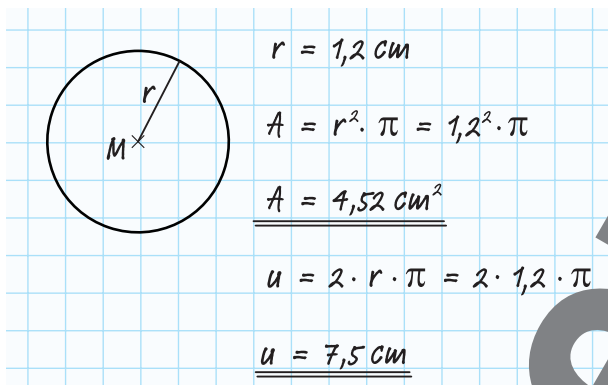
$$A = r^2 \cdot \pi$$

$$A = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi$$

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

- 297** Konstruiere den angegebenen Kreis. Berechne dann den Flächeninhalt und den Umfang des Kreises. Runde dabei sinnvoll.

a)  $r = 1,5 \text{ cm}$



- b)  $r = 3 \text{ cm}$       d)  $d = 5 \text{ cm}$   
 c)  $r = 4,5 \text{ cm}$       e)  $d = 11 \text{ cm}$

- 298** Die Firma Filzfabrik produziert kreisförmige Untersetzer.

Berechne, wie viele Quadratmeter Filz für das jeweilige Modell benötigt werden.

- a) Modell S:  $r = 3,2 \text{ cm}$   
 b) Modell M:  $d = 7,5 \text{ cm}$   
 c) Modell L:  $r = 5,3 \text{ cm}$

- 299** Ulrike näht ein kreisförmiges Kissen. Sie möchte sie in 100 cm Größe zum Geburtstag schenken.

- a) Die Kissen sind mit einem Durchmesser von 1 m zu nähen. Wie viel Quadratmeter Stoff werden benötigt?  
 b) Der Rand wird mit einem Band verziert. Wie lang muss dieses Band sein?

- 300** Berechne den Flächeninhalt des Kreises.

Der Umfang des Kreises beträgt ...

- a) ... 15 cm.      b) ... 1 m.      c) ... 416 mm.

- 301** Berechne den Flächeninhalt und den Durchmesser des Kreises.

Der Flächeninhalt des Kreises beträgt ...

- a) ... 40 cm².      b) ... 4 m².      c) ... 915 mm².

- 302** Ergänze zu den angegebenen Kreisen die fehlenden Angaben in der Tabelle.

|    | r     | d | u     | A      |
|----|-------|---|-------|--------|
| a) |       |   | 11 cm |        |
| b) |       |   |       | 36 cm² |
| c) | 0,5 m |   |       |        |
|    |       |   |       | 19 m²  |

- 303** Ein Quadrat und ein Kreis haben den gleich großen Flächeninhalt.

Welche Figur hat den größeren Umfang? Begründe deine Entscheidung.

- 304** PERMI-AUFGABE

Siedlung Meienrund in Hamburg

Wie groß ist die abgebildete Siedlung?



Erkläre, wie du überlegt/gerechnet hast. Gib dein Ergebnis in Hektar (ha) an.

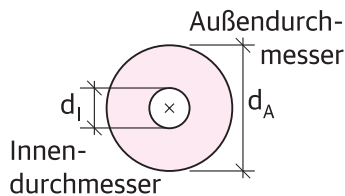
Hinweis:  $1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$

## LÖSUNGEN

298 bis 301 (ohne Einheiten) 1,43; 2,85; 2,54; 3,6; 5,7; 7,1; 17,1; 17,9; 20,7; 32,2; 34,1; 44,2; 63,7; 88,2; 12 223; 13 771;

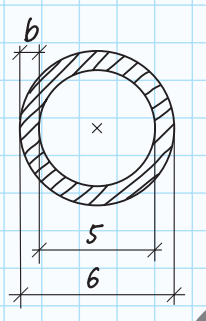
## Kreisring

- 305** Erstelle zuerst jeweils eine Skizze.  
Berechne dann die Breite, den Umfang und den Flächeninhalt der Kreisringe.

H1  
H2  
I3

- a)  $d_A = 6 \text{ cm}$   
 $d_I = 5 \text{ cm}$   
b)  $d_A = 7 \text{ cm}$   
 $d_I = 2 \text{ cm}$   
c)  $r_A = 5,1 \text{ cm}$   
 $r_I = 4,2 \text{ cm}$   
d)  $r_A = 36 \text{ mm}$   
 $r_I = 3,4 \text{ cm}$   
e)  $d_A = 15 \text{ cm}$   
 $r_I = 6,3 \text{ cm}$

a) Skizze:



- 306** Berechne jeweils den Flächeninhalt des runden Bilderrahmens.

H2  
I3

- a) Breite = 4,5 cm,  
Außendurchmesser = 20 cm  
b) Breite = 5 cm,  
Innendurchmesser = 6 cm  
c) Breite = 5 cm,  
Außendurchmesser = 10 cm

- 307** Gegeben ist ein Kreisring, dessen Innenradius gleich groß ist wie seine Breite.

H1  
H2  
I3

Berechne den Umfang und den Flächeninhalt dieses Kreisrings, wenn sein Außendurchmesser 4,5 Meter beträgt.

- 308** Der graue Teil des runden Teppichs unten ist  $1 \text{ m}^2$  groß.

H1  
H2  
H3  
I3

Welchen Flächeninhalt hat der rote Teil des Teppichs, wenn dieser 1 m breit ist?



Da braucht man mehrere Rechenschritte!



- 309** Berechne jeweils die gesuchte Größe der Kreisringe.

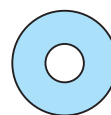
H1  
H2  
I3

- a) gegeben:  
Außenradius = 8 cm  
Flächeninhalt des Kreisrings =  $75 \text{ cm}^2$   
gesucht: Breite des Kreisrings  
b) gegeben:  
Innendurchmesser = 9 cm  
Umfang des Kreisrings = 60 cm  
gesucht: Außenradius des Kreisrings  
c) gegeben:  
Außendurchmesser = 16,3 m  
Flächeninhalt des Kreisrings =  $80 \text{ m}^2$   
gesucht: Umfang des Kreisrings  
d) Erfinde selbst eine ähnliche Aufgabe wie in a) bis c) und löse sie.

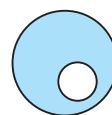
- 310** Olaf hat einen Kreisring gezeichnet (Figur A). Daneben hat er mit den gleichen Kreisen eine andere Figur gezeichnet (Figur B).

H2  
H3  
I3

Figur A



Figur B



- a) Worin unterscheiden sich die beiden Figuren?  
b) Vergleiche den Umfang und den Flächeninhalt der beiden Figuren.

## LÖSUNGEN

306 bis 309 (ohne Einheiten) 1; 1,7; 5; 11,9; 21,2; 48,3; 66,8; 91,4; 219,1; 282,5; 421,8;

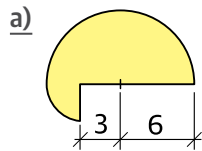


## Zusammengesetzte Figuren

**311** Berechne jeweils den Flächeninhalt der Figur.

H2  
H3  
I3

Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben!



$$A = A_1 + A_2$$

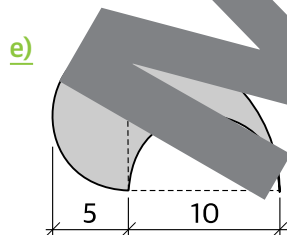
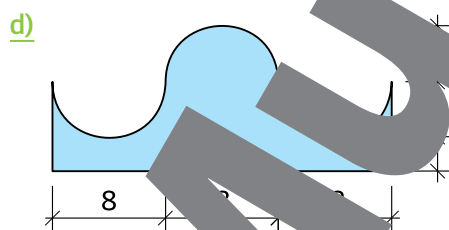
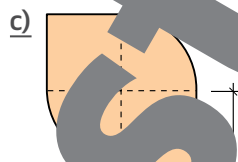
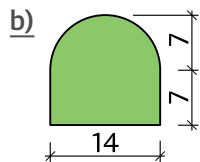
$A_1$  ... Halbkreis,  $r = 6 \text{ cm}$

$A_2$  ... Viertelkreis,  $r = 3 \text{ cm}$

$$A = \frac{6^2 \cdot \pi}{2} + \frac{3^2 \cdot \pi}{4} = \underline{\underline{63,62 \text{ cm}^2}}$$



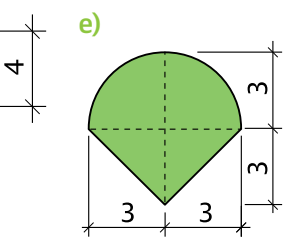
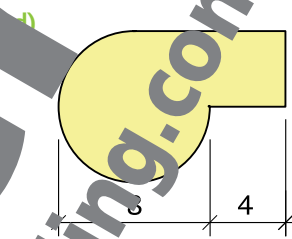
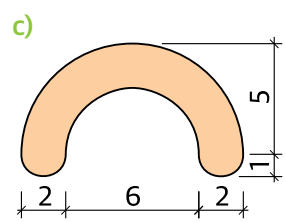
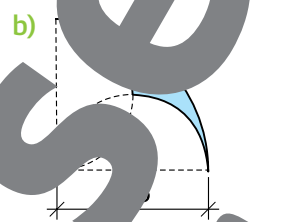
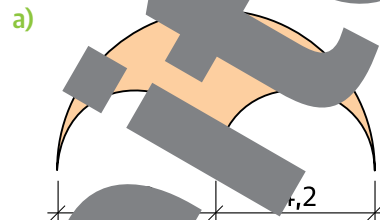
Schau genau,  
und mach es dir  
immer so einfach  
wie möglich!



**312** Berechne jeweils den Flächeninhalt und den Flächeninhalt der bemalten Figur.

H2  
H3  
I3

Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben!



**313** KNOBELAUFGABE

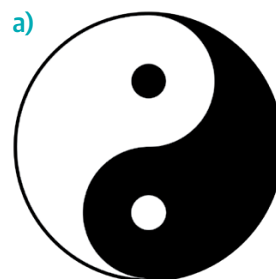
H1  
H2  
H3  
I3

Yin und Yang

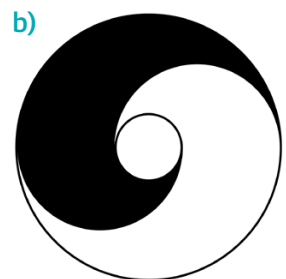
Berechne jeweils die schwarz eingefärbte Fläche.

Gibt es einen Trick?

Erkläre, wie du vorgegangen bist.



Durchmesser:  
großer Kreis: 8 cm  
kleiner Kreis: 1 cm



Durchmesser:  
großer Kreis: 10 cm  
kleiner Kreis: 2 cm

**LÖSUNGEN**

311, 312 (in cm<sup>2</sup>) 10,55; 13,85; 17,9; 25,13; 26,4; 27,0; 28,27; 31,4; 34,8; 23,14; 63,62; 69,7; 78,54; 89,27; 112,78; 118,87; 174,97;

## Kreissektor und Kreisbogen

## Flächeninhalt

$$A = A_{\text{Kreis}} \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$A = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

## Umfang

$$u = b + 2r$$

## Kreisbogen b

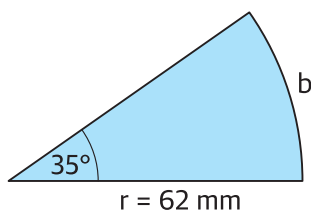
$$b = u_{\text{Kreis}} \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$b = d \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

- 314** Berechne den Umfang und den Flächeninhalt der Kreissektoren.

H2  
H3  
I3

a)



$$A = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360} = 62^2 \cdot \pi \cdot \frac{35}{360}$$

$$A = 1174 \text{ mm}^2 = \underline{\underline{11,74 \text{ cm}^2}}$$

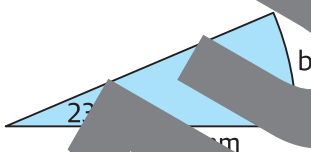
$$b = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360} = 2 \cdot 62 \cdot \pi \cdot \frac{35}{360}$$

$$b = \underline{\underline{37,9 \text{ mm}}}$$

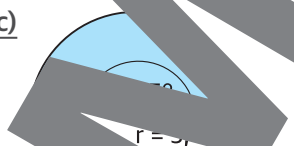
$$u = 2 \cdot r + b = 2 \cdot 62 + 37,9$$

$$u = 161,9 \text{ mm} \approx \underline{\underline{162 \text{ mm}}}$$

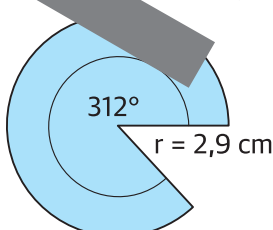
b)



c)



d)



- 315** Der Radius eines Kreissektors beträgt 3,8 cm.

H2  
I3

Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Kreissektors, wenn sein Zentriwinkel  $114^\circ$  beträgt.

- 316** Der Kreisbogen eines Kreissektors ist 3 cm lang.

H1  
H2  
I3

Berechne den Zentriwinkel  $\alpha$  des Kreissektors, wenn der Durchmesser  $d = 7 \text{ cm}$  lang ist.

*„Du musst du zuerst eine Formel umformen!“*



- 317** Der Flächeninhalt eines Kreissektors beträgt  $25 \text{ cm}^2$ .

H2

Berechne den Radius des Kreises, wenn der Zentriwinkel  $\alpha = 75^\circ$  beträgt.

- 318** Gegeben ist ein Kreissektor mit  $r = 5 \text{ cm}$  und  $\alpha = 90^\circ$ .

H3  
H4  
I3

Die Schüler/innen sollen den Flächeninhalt davon berechnen.

Karim behauptet:

„Das ist genau ein Viertelkreis. Da brauche ich die Formel nicht.“

Edi meint:

„Ich rechne lieber mit der Formel.“

- Löse die Aufgabe wie Edi.
- Löse die Aufgabe wie Karim.
- Vergleiche die Lösungen aus a) und b). Sind beide Ergebnisse richtig?
- Vergleiche die Lösungswege. Finde zu jedem einen Vorteil. Welcher Lösungsweg gefällt dir besser?

- 319 KNOBELAUFGABE**

H1  
H4  
I3

**Gleich lang**

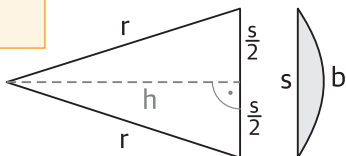
Bei welchem Zentriwinkel  $\alpha$  sind der Radius und die Bogenlänge eines Kreissektors gleich lang?

*Tipp: Arbeite mit der Formel für den Kreisbogen!*

## Kreissegment

$$u = s + b$$

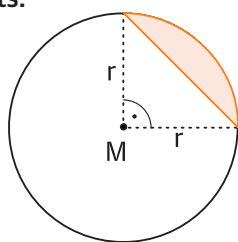
$$A = A_{\text{Sektor}} - A_{\text{Dreieck}}$$



**320** Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des dargestellten Kreissegments.

H2  
H3  
I3

- a)  $r = 6 \text{ cm}$
- b)  $r = 3,5 \text{ cm}$
- c)  $r = 7,2 \text{ cm}$
- d)  $r = 88 \text{ mm}$
- e)  $d = 112 \text{ cm}$



Skizze der Lösung

Pythagoras:  $s^2 = r^2 + r^2$

Formel!  $b = 2 \cdot r \cdot \sin(\frac{\alpha}{2})$

Formel!  $A = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$

Formel!  $A = \frac{r \cdot b}{2}$

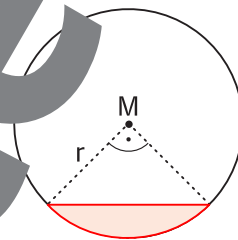


Es ist nicht leicht,  
vielen  
Rechnungen  
den Überblick  
zu bewahren.  
Da helfen  
eine klare Form und  
eine saubere Schrift!

**321** Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des dargestellten Kreissegments.

H2  
H3  
I3

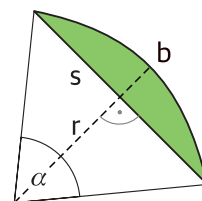
- a)  $r = 6 \text{ cm}$
- b)  $r = 3,5 \text{ cm}$
- c)  $r = 3,8 \text{ cm}$



**322** Gegeben ist das dargestellte Kreissegment.

H2  
H3  
I3

Berechne den Umfang und seinen Flächeninhalt.



- a)  $r = 6 \text{ cm}$   
 $s = 30 \text{ mm}$   
 $\alpha = 79^\circ$
- b)  $r = 80 \text{ mm}$   
 $s = 100 \text{ mm}$   
 $\alpha = 77,4^\circ$
- c)  $r = 50 \text{ mm}$   
 $s = 24 \text{ mm}$   
 $\alpha = 27,8^\circ$

**323** Ein Behauptung:

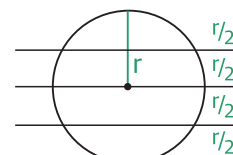
„Die Bogenlänge eines Kreissegments ist immer länger als seine Sehne!“

Stimmt Louis's Behauptung?  
Begründe deine Entscheidung.

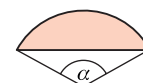
**324** KNOBELAUFGABE  
Kreisabschnitte

H2  
H3  
I3

Ein Kreis mit Radius 4 cm wird in vier gleich breite Teile geschnitten.

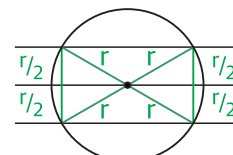


- a) Skizze 1 zeigt den obersten Abschnitt. Wie groß ist der eingezeichnete Winkel  $\alpha$ ?



Skizze 1

Tipp:  
Vielleicht hilft dir Skizze 2 dabei.  
Was weißt du noch über die Winkel in einem gleichseitigen Dreieck?



Skizze 2

- b) Berechne den Flächeninhalt des obersten Abschnitts.
- c) Berechne den Flächeninhalt der anderen drei Abschnitte. Nutze dein Ergebnis aus a).

# LÖSUNGEN

320 bis 322 (ohne Einheiten) 3,5; 4,12; 4,57; 10,27; 10,27; 10,4; 11,3; 11,9; 14,8; 17,9; 17,9; 21,5; 23; 48,2; 52; 60,6; 167,16; 208,0; 262,7; 895; 1 198; 2 210,12;

## Anwendung

- 325** Die Firma *MagicMirror* produziert verschiedene Spiegel.

H1  
H2  
I3

Das Modell Schneewittchen ist kreisrund und hat einen Durchmesser von 21 cm.



- Berechne die Spiegelfläche in Quadratzentimetern.
- Welchen Durchmesser hätte ein runder Spiegel, dessen Flächeninhalt siebenmal so groß ist?

- 326** In einem Park gibt es zwei verschiedene Blumenbeete.

H1  
H2  
I3

Das rechteckige Beet misst 10 m  $\times$  2,5 m, das kreisrunde Beet hat einen Durchmesser von 6 Metern.

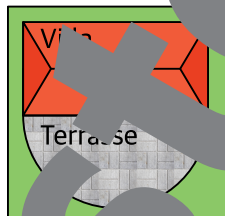
- Welches der beiden Beete ist größer?
- Beide Beete werden eingezäunt. Welches Beet braucht mehr Zaun?

- 327** Eine Villa ist 25 m lang und 8 m breit. Ihre Terrasse ist halbkreisförmig.

H1  
H2  
I3

- Berechne den Flächeninhalt der Terrasse.

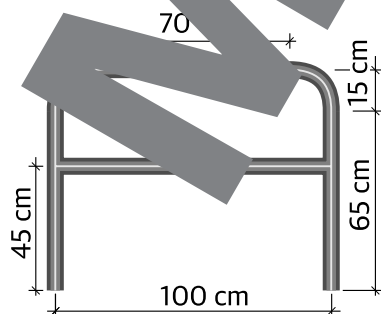
- Die Terrasse bekommt neue Steinplatten. Berechne den Preis für die Platten, wenn sie pro m<sup>2</sup> 39,50 € kosten.



- 328** Die Firma *Zeiler Mobilität* baut Fahrrad-Antriebsbühnen.

H2  
H3  
I3

Wie viele dieser Bühnen werden für das abgebildete Stadion benötigt?

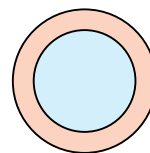


- 329** Um einen kreisrunden Weg mit einem Durchmesser von 6,7 m wird ein 1,5 m breiter Weg angelegt. Der Weg wird mit Stein gepflastert.

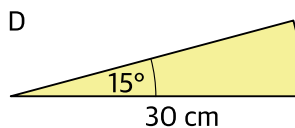
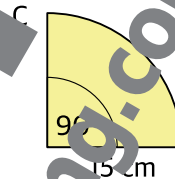
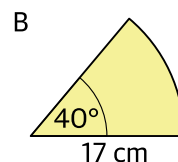
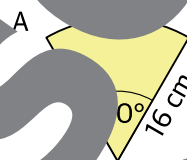
H1  
H2  
I3

- Berechne den Flächeninhalt des Weges.

- Berechne den Umfang der Einfassung.



- 330** Welche der vier Pizzastücke...

H2  
H3  
I3

- Welches Stück ist am größten?
- Welches Stück ist am kleinsten?

**KREATIVAUFGABE**

Bestimme einen Preis für jedes Stück Pizza.

- 331** KNOBELAUFGABE

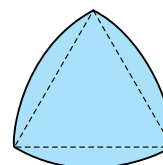
H1  
H2  
H3  
I3

Das Logo der Firma *Secure* hat die unten skizzierte Form, wobei die Kreisbögen jeweils von der gegenüberliegenden Ecke als Mittelpunkt konstruiert wurden.

- Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Logos, wenn die Seitenlänge des gleichseitigen Dreiecks 5 cm beträgt.

**KREATIVAUFGABE**

Konstruiere das Logo in deinem Heft und gestalte es.



**LÖSUNGEN**

325, 327, 328, 329 (ohne Einheiten) 3,47; 37,70; 50,3; 55,56; 150,22; 245,44; 346,36; 8 917,30; 9 792,93;



## 332 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
H3  
I3

### Menschenkreis

14 Menschen bilden einen Kreis.  
Die linke Hand einer Person  
ist dabei im Durchschnitt  
1,5 Meter von der rechten entfernt.



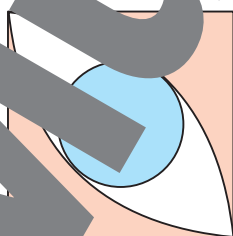
- a) Wie weit stehen zwei Personen voneinander entfernt, die einander genau gegenüber stehen?
- b) Viktor erzählt:  
„Ich war einmal bei so einem Kreis dabei, da war die Person mir gegenüber etwa 50 Meter entfernt.“  
Wie viele Menschen waren an diesem Kreis beteiligt?  
Erkläre, wie du überlegt und gerechnet hast.
- c) Hätte ein Menschenkreis mit den Schülerinnen und Schülern deiner Klasse in eurem Klassenraum genug Platz?  
Erkläre, wie du überlegt und gerechnet hast.

## 333 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I3

### Blaues Auge

Sieh dir die Abbildung rechts an.  
Das äußere Quadrat misst  
6 cm.



- a) Konstruiere die Figur in deinem Heft.
- b) Beschreibe die Konstruktion in einfachen Sätzen.
- c) Berechne den Flächeninhalt des blauen Kreises.

## 334 KNOBELAUFGABE

H1  
I3

### Kreissektoren

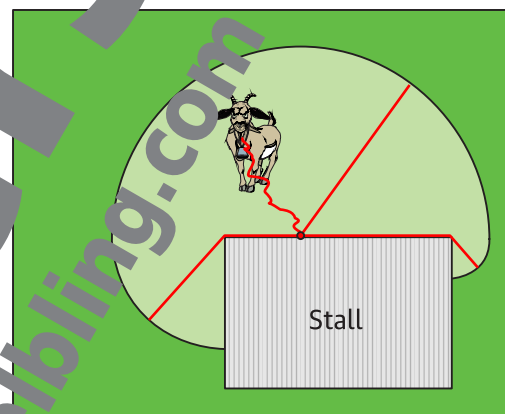
Finde drei verschiedene Kreissektoren mit einem Flächeninhalt von  $10\pi^2$ .  
Gib jeweils den Radius  $r$  und den Zentralwinkel  $\alpha$  der Kreissektoren an.

## 335 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
H3  
H4  
I3

### Das Ziegenproblem

Eine Ziege ist an der vorderen Wand des Stalls angebunden (siehe Skizze). Das Seil ist 6 Meter lang und 2 Meter von der linken Stallecke befestigt. Der Stall ist 6 Meter lang und 4 Meter breit.



- a) Wie viele Quadratmeter Gras kann die Ziege fressen?

Man kann das Seil auch an einer anderen Stelle an der Vorderseite des Stalls befestigen.  
Wo sollte man das tun, damit die Ziege

- b) so viel Gras
- c) so wenig Gras

wie möglich erreichen kann?

Vergleiche deine Ergebnisse und erkläre, wie du überlegt und gerechnet hast.

# G

## Statistik — Lesen, erstellen und interpretieren

|           |                                  |    |
|-----------|----------------------------------|----|
| <b>G1</b> | Statistische Kenngrößen .....    | 61 |
| <b>G2</b> | Säulendiagramme .....            | 62 |
| <b>G3</b> | Gruppierte Säulendiagramme ..... | 63 |
| <b>G4</b> | Manipulationsmöglichkeiten ..... | 64 |
| <b>G5</b> | Relative Häufigkeiten .....      | 65 |
| <b>G6</b> | Kreisdiagramme .....             | 66 |
| <b>G7</b> | Boxplot-Diagramme .....          | 67 |
| <b>G8</b> | Streudiagramme .....             | 68 |
|           | Denkfabrik .....                 | 69 |

### G1

## Statistische Kenngrößen

**336** Bestimme jeweils das Minimum  $x_{\min}$ , das Maximum  $x_{\max}$  und die Spannweite  $R$  der angegebenen Datenreihen.

- a) 4; 8; 10; 6;  
b) 5; 20; 0;  
c) -1; -8; 4;  
d) 35,1; 24,9  
e) -0,3; 12,4; 28; 6

a)

|            |   |    |
|------------|---|----|
| $x_{\min}$ | = | 1  |
| $x_{\max}$ | = | 31 |
| $R$        | = | 30 |

**337** Welche der Aussagen ist weiter?  
Kreuzen Sie an.

- „Je größer die Spannweite einer Reihe ist, ...“
- ☐ ... „desto weiter liegen die Zahlen zueinander.“
- ☐ ... „desto näher liegen die Zahlen beieinander.“

**338** Bestimme jeweils den Mittelwert  $\bar{x}$ , den Median  $z$  und den Modalwert  $m$  der angegebenen Datenreihen.

- a) 4; 4; 5; 6; 7

$$\bar{x} = \frac{4 + 4 + 5 + 6 + 7}{5} = 5,2$$

$$z = 5 \quad (\text{Zahl in der Mitte})$$

$$m = 4 \quad (\text{häufigste Zahl})$$

- b) 3; 6; 7; 7; 9  
c) 0; 1; 3; 8; 8  
d) 1; 1; 1; 3; 4; 5; 5  
e) 18; 18; 19; 20  
f) -2; -1; 2; 5; 6; 6  
g) 74,1; 74,2; 74,3; 74,3

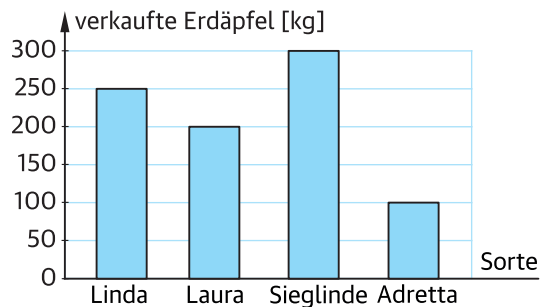
**339** „Nicht jede Datenreihe besitzt einen Modalwert.“

Erkläre, was diese Aussage bedeutet. Gib dann als Beispiel eine Datenreihe an, die keinen Modalwert besitzt.



## Säulendiagramme

- 340** Das Diagramm zeigt, wie viele Erdäpfel von welcher Sorte vom Hubergut im letzten Monat verkauft wurden.

H3  
H4  
I4

- a) Vervollständige die Tabelle mit Hilfe des Diagramms.

| Sorte | verkaufte Menge |
|-------|-----------------|
| Linda | 250 kg          |
| Laura |                 |
|       |                 |
|       |                 |



- b) Von welcher Sorte wurde am meisten verkauft?
- c) Ergänze den Satz:  
„Es wurden dreimal so viele ...“

- 341** Die Tabelle zeigt die Anzahl der verkauften Rosen der Firma Burg-Floristik in der letzten Woche.

H1  
H3  
I4

| weiß | rot | gelb | rosa | orange |
|------|-----|------|------|--------|
| 50   | 10  | 20   | 15   | 25     |

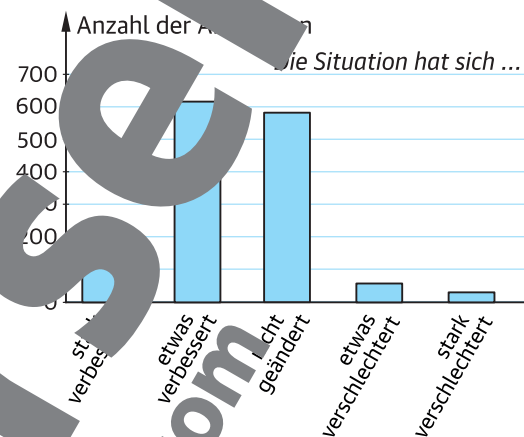


- a) Stelle die Zahlen in einem Säulendiagramm dar.
- b) Formuliere drei Aussagen, die man aus den Verkaufszahlen ablesen kann.

- 342** „Hat sich die Situation hinsichtlich des Radfahrens in Ihrem Wohnort verändert?“

H1  
H3  
H4  
I4

Das Diagramm zeigt die Antworten auf die Frage: „Hat sich die Situation hinsichtlich des Radfahrens in Ihrem Wohnort verändert?“ im Jahr 2017.  
(Quelle: www.helbling.com)



- a) Was kann man aus dem Diagramm ablesen? Kreuze richtige Aussagen an und begründe.
- ☐ Die Situation ist mehr oder weniger gleich geblieben.
  - ☐ Für manche Befragte ist die Situation schlechter geworden.
  - ☐ Für viele Befragte ist die Situation besser geworden.
  - ☐ Die meisten Befragten finden, dass sich die Situation verschlechtert hat.

### b) FORSCHE WEITER

Mache eine Umfrage in deinem Bekanntenkreis (mindestens 20 Personen) zum Thema Fahrradfahren. Wähle eine Frage aus, zu der es drei bis fünf verschiedene Antwortmöglichkeiten gibt.

Beispielfrage:

„Wie oft fährst du in der Woche Rad?“

Antwortmöglichkeiten:

nie / 1–2 Mal / öfter als 2 Mal

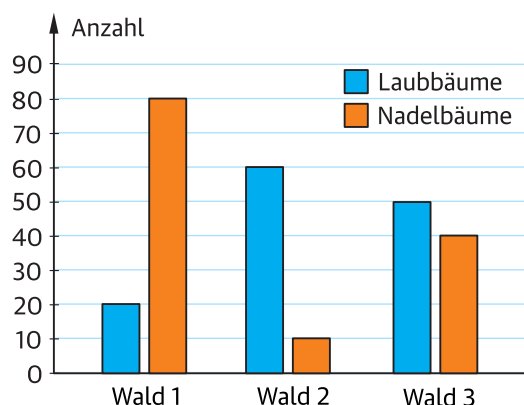
Stelle die Ergebnisse in einer Tabelle und in einem Diagramm dar.

Beschreibe die Ergebnisse in 1 bis 3 Sätzen (Interpretation).

# Gruppierte Säulendiagramme

- 343** Das Diagramm zeigt die Anzahl der Laub- und Nadelbäume von drei kleinen Wäldern.

H3  
H4  
I4



- a) Vervollständige die Tabelle mit Hilfe des Diagramms.

|            | Wald 1 | Wald 2 | Wald 3 |
|------------|--------|--------|--------|
| Laubbäume  | 20     |        |        |
| Nadelbäume |        |        |        |

- b) Ordne jedem Wald einen der Begriffe „Mischwald“, „Nadelwald“ oder „Laubwald“ zu. Begründe anhand des Diagramms.
- c) Gibt es insgesamt mehr Nadel- oder mehr Laubbäume in diesen Wäldern?

- 344** Die Tabelle zeigt die Schülerzahlen der 4. Klassen einer Schule.

H1  
H3  
I4

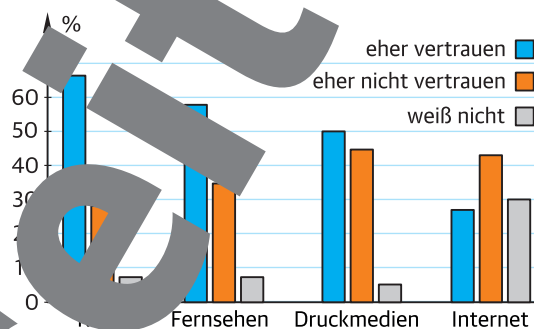
|    | Mädchen | Buben | Gesamt |
|----|---------|-------|--------|
| 4a | 12      | 15    | 27     |
| 4b | 14      | 5     | 19     |

- a) Stelle die Zahlen in einem gruppierten Säulendiagramm dar. Beschrifte eine Säule für Mädchen und eine für Buben.
- b) Samira sagt: „In meine Klasse gehen dreimal so viele ...“ In welche Klasse geht Samira? Schreibe ihren Satz fertig.
- c) Beschreibe jede Klasse in ein bis zwei Sätzen.

- 345** Das Diagramm zeigt Umfrageergebnisse zum Vertrauen in verschiedene Medien.

H3  
H4  
I4

(Quelle: Statista.de, Umfrage 2011 unter rund 1000 Befragten)



- a) Welche vier Medien wurden untersucht?

- b) Was sind Druckmedien (nicht Printmedien genannt)? Nenne zwei Beispiele.

- c) Welche dieser Aussagen werden durch die Umfrage bestätigt? Kreuzen an.

|                          |                                                                                                       |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | Alle Personen vertrauen Informationen aus dem Radio.                                                  |
| <input type="checkbox"/> | Weniger als die Hälfte der Personen vertraut Informationen aus dem Internet.                          |
| <input type="checkbox"/> | Im Radio läuft zu viel Werbung.                                                                       |
| <input type="checkbox"/> | Das Vertrauen in Informationen aus dem Internet ist kleiner als jenes in Informationen aus dem Radio. |

- d) Was sagt das Diagramm aus? Schreibe 1 bis 3 Sätze zu jedem Medium und 1 bis 3 Sätze als Zusammenfassung.

## 346 FORSCHE WEITER

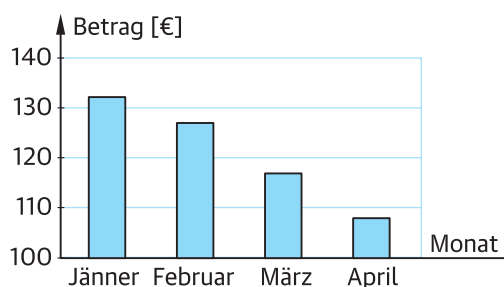
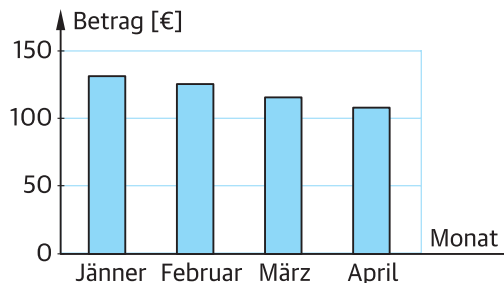
H1  
H3  
I4

- Umfrage zum Thema Mode: „Was ist wichtig für dich?“

- a) Befrage mindestens 10 Mädchen und 10 Buben (oder 10 Jugendliche und 10 Erwachsene) zu fünf Dingen, ob sie für sie wichtig oder unwichtig sind. Vorschläge: Kleidung, Schuhe, Frisur, Körperpflege, Tasche ...
- b) Stelle die gesammelten Daten in einem gruppierten Säulendiagramm dar.

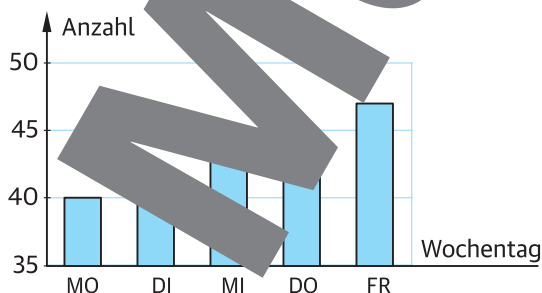
# Manipulationsmöglichkeiten

## 347 Vergleiche die zwei Diagramme zu Florians Kontostand.

H3  
H4  
I4

- a) Beide Diagramme zeigen die gleichen Zahlen. Ist das möglich? Begründe deine Entscheidung.
- b) Wurde das Geld auf dem Konto mehr oder weniger?
- c) Florian schaut sich das zweite Diagramm an und sagt: „Wenn das so weitergeht, habe ich nächstes Monat kein Geld mehr!“ Stimmt Florians Aussage? Begründe.
- d) Wie unterscheiden sich die Diagramme?

## 348 Das Diagramm zeigt, wie viele Wurstbrote jeden Tag in der Schulkantine verkauft wurden.

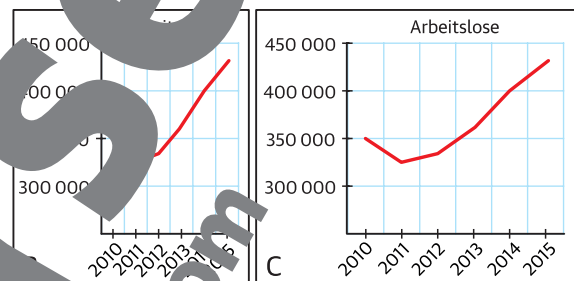
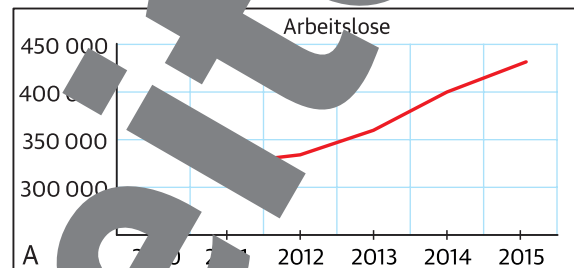
H3  
H4  
I4

Der Kantinenbesitzer sagt:  
„Ich konnte die Verkäufe mehr als verdoppeln!“  
Ist diese Aussage gerechtfertigt? Begründe.

## 349 Die Diagramme zeigen die Entwicklung der Arbeitslosen in Österreich in den Jahren von 2010 bis 2015.

H3  
H4  
I4

(Quelle: Statistik Austria)



- a) Bei welcher Abbildung sieht die Entwicklung am stärksten aus? Begründe deine Entscheidung.
- b) Worin unterscheiden sich die drei Diagramme?
- c) Beschreibe die Entwicklung der Arbeitslosigkeit in Österreich in den Jahren 2010 bis 2015 in zwei bis drei Sätzen.

## 350 Nenne zwei Möglichkeiten, mit denen man ein Diagramm bewusst manipulieren kann.

H4  
I4

## 351 Die Tabelle zeigt die Verkaufszahlen von Surplus-Plus in den letzten vier Monaten.

H1  
I4

| Monat 1 | Monat 2 | Monat 3 | Monat 4 |
|---------|---------|---------|---------|
| 3 100   | 3 100   | 3 000   | 2 900   |

Stelle die Zahlen ...

- a) ... möglichst dramatisch ...
- b) ... möglichst objektiv ...
- ... in einem Säulendiagramm dar.

# Relative Häufigkeiten

**352** Die Tabelle zeigt die Ergebnisse einer Schulsprecher/innen-Wahl.

H2  
H3  
14

Berechne jeweils den Anteil in Prozent, wenn insgesamt 426 Stimmen abgegeben wurden.

|    | Kandidat(in) | Stimmen |
|----|--------------|---------|
| a) | Fabian       | 58      |
| b) | Paula        | 132     |
| c) | Isabell      | 110     |
| d) | Marco        | 93      |

Rechne  
immer:  
absolute  
Häufigkeit  
durch Gesamt-  
anzahl!

a) Fabian:

$$\frac{58}{426} = 0,136 \hat{=} \underline{13,6\%}$$

**353** Die vierten Klassen einer Schule  
H1 machen einen gemeinsamen Ausflug.  
H2

H1  
H2  
I4

35% haben für den See gestimmt,  
32% für die Alm und der Rest  
hat sich der Stimme enthalten

- Wie viel Prozent haben sich der Stimme enthalten?
- Wo wird der Ausflug hingehen? Begründe.

**354** Wie viel Prozent entsprechen den angegebenen Anteilen? Ordne richtig zu.

H1  
H3  
I4

|              |   |     |
|--------------|---|-----|
| Jeder Zweite | A | 50% |
| Ein Viertel  | B | 10% |
| Jeder Fünfte | C | 25% |
| Ein Drittel  | D | 20% |

355 Was ist mehr?  
H1 10 Äpfel *oder* 10% der Äpfel  
H4

H1  
H4  
I4

Kann man diese Frage eindeutig beantworten?  
Begründe deine Entscheidung.

**356** Die Tabelle zeigt die Ergebnisse einer Umfrage unter 300 Personen zum Thema „Unterstützung“.

H2  
H3  
14

(Quelle: meinungsraum)

Frage:  
Welche der folgenden Urteilsfindungsmethoden  
sind in Ihrer Meinung in Zukunft  
bevorzugt einzusetzt werden?  
(Mehrfachnennung möglich)

|   |                                                                                    |      |
|---|------------------------------------------------------------------------------------|------|
| A | Nutzung von modernen Medien (Tablet, PC, soziale Medien ...)                       | 36 % |
| B | Interdisziplinär vernetzender / vernetzender Unterricht                            | 35 % |
| C | Phänomenbasiertes Lernen (ausgewählte Interessenschwerpunkte als Ausgangspunkt)    | 32 % |
| D | Einbindung von Berufspraktikern als Lehrende                                       | 29 % |
| E | selbstständiges Erforschen und Erarbeiten von Inhalten durch Schüler/innen-Gruppen | 27 % |
| F | Mehrstuufenklassen und/oder Integrationsklassen                                    | 14 % |
| G | Keine dieser Unterrichtsmethoden                                                   | 4 %  |

- a) Berechne jeweils, wie viele Personen für eine Methode stimmten.

Thema A:  $300 \cdot \frac{36}{100} = \underline{108 \text{ Personen}}$

- b) Gibt es ein Thema, für das mehr als die Hälfte der Befragten gestimmt haben?

**357** Bei einer Umfrage gaben 162 Personen an, dass sie alleine leben.  
Das entsprach 18% der Befragten.

H1  
H2  
I4

Wie viele Personen wurden befragt?

**358** Bei einer Verkehrskontrolle wurden bei rund 5% der Autos Mängel festgestellt. Das waren 16 Fahrzeuge.

H1  
H2  
I4

Wie viele Autos wurden kontrolliert?

## Kreisdiagramme

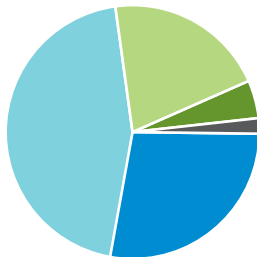
**359** „Angst vor Stürmen und Unwettern durch den Klimawandel?“H3  
I4

(Quelle: meinungsraum.at, 2017)

Eine Befragung unter 300 Wienerinnen und Wienern ergab folgendes Ergebnis:

- A 28 %: befürchte ich sehr
- B 45 %: befürchte ich eher
- C 20 %: befürchte ich eher nicht
- D 5 %: befürchte ich gar nicht
- E 2 %: keine Angabe

- a) Beschrifte die entsprechenden Anteile im Kreisdiagramm mit den zugehörigen Buchstaben



- b) Kreuze an: wahr (w) oder falsch (f)?

|                                                             | w                        | f                        |
|-------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Mehr als die Hälfte der Befragten fürchten das Thema nicht. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Viele der Befragten fürchten vermehrt Stürme und Unwetter.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Jeder Zwanzigste befürchtet keine Zunahme von Stürmen.      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Etwa jeder Fünzigste hat keine Angabe gemacht.              | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Etwa ein Viertel der Befragten hat Angst vor einer Zunahme. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**360** Beschreibe und vergleiche die Verteilung der Handys Betriebssysteme in Deutschland und den USA mit Hilfe von zwei Kreisdiagrammen.H3  
I4

(Quelle: www.worldpanel.com, im Jahr 2014)

**361** „Fallweiser Umstieg auf das Fahrrad oder die Öffis für den Klimaschutz?“H1  
H2  
I4

(Quelle: meinungsraum.at, 2017)



Eine Befragung unter 300 Wienerinnen und Wienern ergab folgendes Ergebnis:

- A 61 %: habe ich schon
- B 17 %: habe ich vor zu tun
- C 14 %: habe ich nicht vor zu tun

Wie viele Prozent der Befragten steigen bereits fallweise auf das Fahrrad oder öffentliche Verkehrsmittel um oder haben vor, das zu tun?

Stelle die Ergebnisse in einem passenden Kreisdiagramm dar.

1% entspricht im Kreis  $3,6^\circ$ .  
Zeichne für 69% also einen  $69 \cdot 3,6 = 248,4^\circ$  großen Winkel!

**362** Wie weit wirkt sich gesunde Ernährung auf das Körpergewicht aus?H1  
H3

(Quelle: meinungsraum.at, 2017)

Eine Befragung unter 300 Wienerinnen und Wienern ergab folgendes Ergebnis:

- A 47 %: sehr stark
- B 29 %: eher schon
- C 15 %: eher nicht
- D 5 %: gar nicht
- E Rest: keine Angabe

- a) Stelle die Ergebnisse in einem passenden Kreisdiagramm dar.

- b) Beschreibe die Ergebnisse der Umfrage in drei bis fünf Sätzen.

Ich hoffe, du weißt:  
1. Die Ernährung beeinflusst dein Körpergewicht maßgeblich!  
2. Aber auch andere Faktoren beeinflussen dein Körpergewicht!





## Boxplot-Diagramme

- 363** Drei Freunde haben für einen Wettbewerb im Bogenschießen trainiert.

H1  
I4

Die Liste zeigt ihre erreichten Weiten. Erstelle zu jedem der Freunde ein Boxplot-Diagramm.

- a) Markus:  
35 m, 32 m, 40 m, 33 m, 37 m, 39 m, 36 m,  
37 m, 31 m, 39 m, 38 m

Liste geordnet:

31, 32, 33, 35, 36, 37, 37, 38, 39, 39, 40  
min  $q_1$   $q_2$   $q_3$  max

Boxplot:

25 m 30 m 35 m 40 m

Markus:

- b) Valentin:  
38 m, 32 m, 32 m, 34 m, 35 m, 37 m,  
33 m, 34 m, 32 m, 35 m
- c) Serkan:  
25 m, 30 m, 41 m, 35 m, 27 m, 30 m,  
32 m, 35 m, 35 m, 35 m

- 364** In der Geburtsklinik kamen letzte Woche 15 Kinder zur Welt. Die Liste zeigt ihre Geburtsgewichte.

H1  
H3  
I4

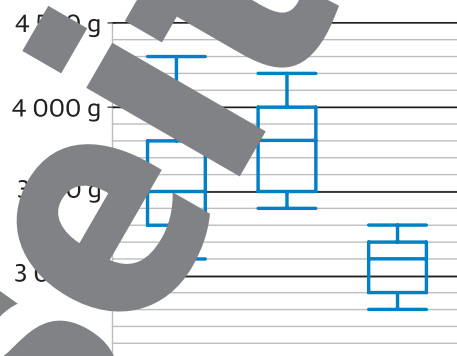
2 754 g, 2 800 g, 3 114 g, 3 238 g, 3 305 g,  
3 365 g, 3 422 g, 3 547 g, 3 561 g, 3 670 g,  
3 675 g, 3 716 g, 3 721 g, 4 135 g, 4 212 g

- a) Erstelle ein Boxplot-Diagramm.
- b) **FORSCH WEITER**  
Wie schwer warst du selbst bei deiner Geburt?

- 365** Die Firma *Chicken* hat drei verschiedene Arten von Futtermittel bei Hühnern getestet.

H3  
H4  
I4

Das Diagramm zeigt das Durchschnittsgewicht der Hühner am Ende des Experiments.



Futter A Futter B Futter C

- a) Welches Futter hat das schwerste Huhn bekommen?
- b) Wie leicht war das leichteste Huhn? Welches Futter erhielt es?
- c) Wie ist das mittlere Gewicht eines Huhns von Gruppe B?
- d) Bei welchem der Futtermittel nahmen die Hühner im Allgemeinen am meisten zu?
- e) Bei welchem Futtermittel gab es die geringsten Gewichtsunterschiede zwischen den Hühnern?
- f) Eine Henne wiegt nun 2,9 kg. In welcher Futtergruppe könnte sie gewesen sein?
- g) Eine Henne wiegt nun 4 kg. In welcher Futtergruppe könnte sie gewesen sein?
- h) Wie schwer war das leichteste Huhn der Futtergruppe B?



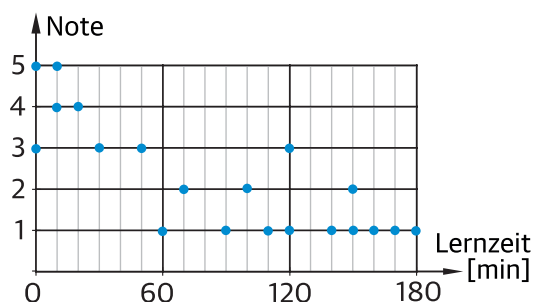


## Streudiagramme

**366** Bei einem Geographie-Test konnte man die Noten 1 bis 5 erreichen.

H3  
H4  
I4

Das Streudiagramm zeigt pro Schüler/in einen Punkt, der die erreichte Note und die aufgewendete Lernzeit markiert.



- Wie viele Schüler/innen haben an dem Test teilgenommen?
- Wie viele Vierer gab es bei dem Test?
- Besteht ein Zusammenhang zwischen der aufgewendeten Lernzeit und der erreichten Note bei diesem Test? Wenn ja, beschreibe ihn.
- Herwig hat 70 Minuten gelernt. Suche seinen Punkt im Diagramm. Welche Note hat er erreicht?
- Linda behauptet:  
„Wenn man mehr als zwei Stunden gelernt hatte, bekam man sich einen Einser.“  
Stimmt Lindas Behauptung? Begründe mit Hilfe des Diagramms.
- Flora behauptet:  
„Für ein Gut musste man mindestens eine Stunde lernen.“  
Stimmt Floras Behauptung? Begründe mit Hilfe des Diagramms.
- FORSCHER** Effizient lernen  
Wie oft werden wir lernen, ist ein wichtiger Faktor für den Erfolg bei Tests und Schularbeiten. Es gibt aber auch mehr Lerntipps, die dir helfen, wie zum Beispiel ein aufgeräumter Arbeitsplatz. Suche im Internet drei weitere Lerntipps. Schreibe sie in dein Heft.

**367** Die Tabelle zeigt für je einen Schüler bzw. jede Schülerin die Größe, die Masse und die erreichte Punktezahl bei einem Test.

H1  
H3  
H4  
I4

|           |        | Masse | Punkte |
|-----------|--------|-------|--------|
| Adrian    | 132 cm | 50 kg | 25     |
| Benjamin  | 152 cm | 50 kg | 28     |
| Christa   | 153 cm | 55 kg | 17     |
| Diego     | 160 cm | 56 kg | 30     |
| Elisabeth | 151 cm | 45 kg | 24     |
| Fatima    | 157 cm | 37 kg | 29     |
| Günther   | 170 cm | 65 kg | 15     |
| Hannah    | 162 cm | 49 kg | 22     |
| Ida       | 131 cm | 35 kg | 26     |
| Jörg      | 162 cm | 50 kg | 30     |
| Karl      | 157 cm | 58 kg | 30     |
| Luisa     | 165 cm | 65 kg | 15     |
| Michael   | 148 cm | 47 kg | 23     |
| Norbert   | 169 cm | 67 kg | 25     |
| Otto      | 142 cm | 43 kg | 26     |
| Paula     | 155 cm | 56 kg | 30     |
| Qaskiya   | 152 cm | 54 kg | 21     |
| Ronald    | 135 cm | 62 kg | 15     |
| Stefan    | 172 cm | 67 kg | 26     |
| Ulrike    | 163 cm | 51 kg | 28     |

Gibt es einen Zusammenhang zwischen

- Größe und Masse?
- Größe und Punktezahl?

Zeichne jeweils ein Streudiagramm in dein Heft und erkläre.

*Tipp: Trage auf der x-Achse die Größe von 120 cm bis 180 cm ein. Trage auf der y-Achse dann bei a) die Masse, bei b) die erreichte Punktezahl ein.*

**368 KNOBELAUFGABE**H1  
H2  
H4  
I4**Fünf Zahlen**

- a) Denke dir eine Datenreihe mit fünf unterschiedlichen Zahlen aus, deren Mittelwert gleich 10 ist.
- \_\_\_\_\_
- b) Wie ändert sich der Mittelwert deiner Datenreihe aus a), wenn du jede der Zahlen mit 3 multiplizierst? Überlege und begründe, ohne zu rechnen.
- c) Denke dir eine weitere Datenreihe mit fünf unterschiedlichen Zahlen aus. Der Mittelwert soll wieder gleich 10 sein, der Median soll gleich 9 sein.
- \_\_\_\_\_

**369 KNOBELAUFGABE**H3  
H4  
I4**Durchschnittsgröße**

In einer Schulklasse mit 25 Schülerinnen und Schülern beträgt die Durchschnittsgröße (Mittelwert  $\bar{x}$ ) 140 cm.

Gib zu jeder der Aussagen an, ob sie wahr oder falsch ist. Begründe dann deine Entscheidung.

- a) „Falls jemand in dieser Klasse 141 cm groß ist, muss es auch jemand geben, der 139 cm groß ist.“
- b) „Die meisten Kinder in der Klasse sind 140 cm groß sein.“
- c) „Die Hälfte der Kinder muss kleiner als 140 cm sein, die andere Hälfte größer.“
- d) „Stellt man die Kinder in einer Reihe der Größe nach, so ist das mittlere Kind genau 140 cm groß.“

**370 KNOBELAUFGABE**H1  
H3  
I4**Meine Woche als Kreisdiagramm**

- a) Irmi verbringt Montag bis Freitag jeweils 714 Minuten in der Schule oder auf dem Schulweg. Sie schlafet 910 Minuten. Zeichne ein Kreisdiagramm für eine ganze Woche (7 Tage). Zeichne die Schulzeit darin blau und die Schlafzeit grau ein.
- b) Zeichne ein Kreisdiagramm für deine eigene Woche. Zeichne die Schulzeit blau und die Schlafzeit grau ein. Schreibe, wie du überlegt hast.

**371 KNOBELAUFGABE**H1  
H4  
I4**Steigende Preise**

Marija liebt *Gibanica*. Die Bäckerin bei der sie immer wieder ein Stück dieses Gebäcks kauft, erhöht den Preis jedoch immer wieder.



| vor 3 Jahren | vor 2 Jahren | letztes Jahr | dieses Jahr |
|--------------|--------------|--------------|-------------|
| 2,50 €       | 2,60 €       | 2,60 €       | 2,80 €      |

Wie viel wird ein Stück *Gibanica* in fünf Jahren kosten? Erkläre, wie du überlegt hast.

**372 KNOBELAUFGABE**H1  
H2  
H4  
I4**Test verpasst**

Kurt hat den Physiktest verpasst. Ohne ihn betrug der Notendurchschnitt der Klasse genau 2,4. Kurt hat den Test nun nachgeholt und darauf einen 2er bekommen. Kannst du mit diesen Informationen den neuen Notendurchschnitt der Klasse berechnen? Wenn ja, berechne ihn. Wenn nein, begründe, warum du das nicht kannst und welche Informationen du noch benötigen würdest.

# H

## Prisma und Pyramide – Anwendungen mit dem Satz des Pythagoras

|           |                         |    |
|-----------|-------------------------|----|
| <b>H1</b> | Würfel                  | 70 |
| <b>H2</b> | Quader                  | 71 |
| <b>H3</b> | Volumen und Masse       | 72 |
| <b>H4</b> | Quadratische Pyramiden  | 73 |
| <b>H5</b> | Allgemeine Pyramiden    | 74 |
| <b>H6</b> | Zusammengesetzte Körper | 75 |
|           | Denkfabrik              | 76 |

# H1

## Würfel

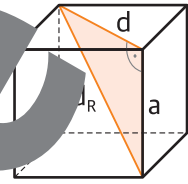
### Formeln

$$O = 6 \cdot a^2$$

$$d = a \cdot \sqrt{2}$$

$$V = a^3$$

$$d_R = a \cdot \sqrt{3}$$



**373** Berechne die Oberfläche und das Volumen der Würfel.

H2  
I3

- a)  $a = 7 \text{ cm}$       b)  $a = 2,9 \text{ cm}$       c)  $a = 0,6 \text{ m}$

**374** Berechne die Kantenlänge  $a$  und die Oberfläche  $O$  des Würfels.

H2  
I3

Das Volumen des Würfels beträgt ...

- a) ...  $17.576 \text{ cm}^3$ .      b) ...  $132.651 \text{ cm}^3$ .

**375** Berechne die Kantenlänge  $a$  und das Volumen  $V$  des Würfels.

H2  
I3

Die Oberfläche des Würfels beträgt ...

- a) ...  $138,24 \text{ cm}^2$       b) ...  $4,86 \text{ m}^2$ .

**376** Berechne jeweils die Länge der Flächendiagonale  $d$  und die Länge der Raumdiagonale  $d_R$  der angegebenen Würfel.

H2  
I3

- a)  $a = 7 \text{ cm}$       c)  $O = 24 \text{ cm}^2$   
b)  $a = 15,3 \text{ cm}$       d)  $V = 216 \text{ cm}^3$

**377** Berechne jeweils die Kantenlänge  $a$  und die Länge der Flächendiagonale  $d$  der angegebenen Würfel.

H2  
I3

Die Raumdiagonale  $d_R$  des Würfels beträgt ...

- a) ...  $8 \text{ cm}$ .      b) ...  $12,4 \text{ cm}$ .      c) ...  $1,2 \text{ m}$ .

**378** Berechne jeweils die Kantenlänge  $a$  und die Länge der Raumdiagonale  $d_R$  der angegebenen Würfel.

H2  
I3

Die Flächendiagonale  $d$  des Würfels beträgt ...

- a) ...  $6 \text{ cm}$ .      b) ...  $8,2 \text{ cm}$ .      c) ...  $3,5 \text{ m}$ .

**379** Ein Band wird um eine würfelförmige Geschenkbox gelegt (siehe Skizze).

H1  
H2  
H3  
I3



Wie lang ist das Band, wenn die Kantenlänge des Würfels

- a)  $14 \text{ cm}$       b)  $25 \text{ cm}$       beträgt?

## Quader

Formeln

$$O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

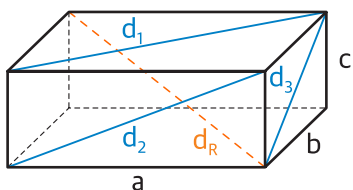
$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$d_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$d_2 = \sqrt{a^2 + c^2}$$

$$d_3 = \sqrt{b^2 + c^2}$$

$$d_R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$



**380** Berechne die Oberfläche und das Volumen der quaderförmigen Holzblöcke.

Maßangaben:

Breite  $\times$  Höhe  $\times$  Tiefe in mm

a) groß:  $B \times H \times T = 30 \times 120 \times 15$

b) mittel:  $B \times H \times T = 25 \times 105 \times 13$

c) klein:  $B \times H \times T = 19 \times 90 \times 12$

**381** Berechne jeweils die Oberfläche, das Volumen und die Länge der Raumdiagonale der angegebenen Quader.

a)  $a = 6 \text{ cm}$   $b = 7,5 \text{ cm}$   $c = 6 \text{ cm}$

$$O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

$$2 \cdot (6 \cdot 7,5 + 6 \cdot 6 + 7,5 \cdot 6)$$

$$O = 171 \text{ cm}^2$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 270 \text{ cm}^3$$

$$a^2 + b^2 + c^2 =$$

$$6^2 + 7,5^2 + 6^2 =$$

$$d_R = 10,1 \text{ cm}$$

b)  $a = 4 \text{ cm}$   $b = 3 \text{ cm}$   $c = 12 \text{ cm}$

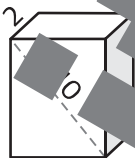
c)  $a = 6,2 \text{ cm}$   $b = 9,5 \text{ cm}$   $c = 1,6 \text{ cm}$

d)  $a = 35 \text{ cm}$   $b = 92 \text{ cm}$   $c = 4 \text{ cm}$

**382** Berechne jeweils die Oberfläche und das Volumen der abgebildeten Quader.

Hinweis: Alle Maßangaben sind in cm angegeben!

a)



$$a = 8 \text{ cm}; b = 2 \text{ cm}$$

$$c = 10 \text{ cm}$$

$$a^2 + c^2 = d^2$$

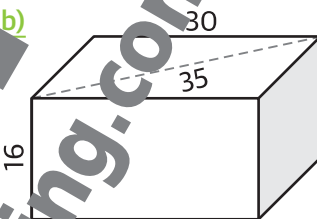
$$\rightarrow c = \sqrt{d^2 - a^2} =$$

$$\sqrt{10^2 - 8^2} = 6 \text{ cm}$$

$$V = a \cdot b \cdot c =$$

$$8 \cdot 2 \cdot 6 = 96 \text{ cm}^3$$

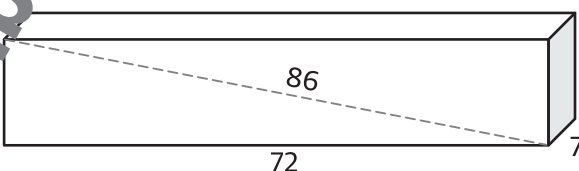
b)



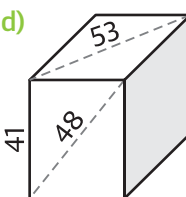
Nutze den Satz des Pythagoras!



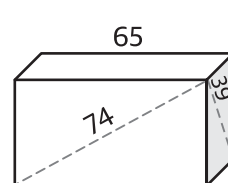
c)



d)

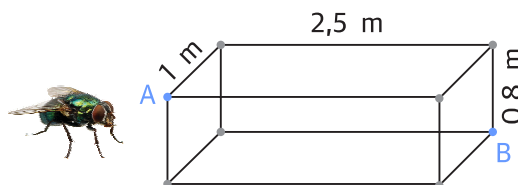


e)



**383** Eine Fliege möchte von Punkt A nach Punkt B gelangen.

Um wie viel kürzer ist es, wenn sie fliegt anstatt entlang der Seitenkanten zu laufen?



## Volumen und Masse

**Volumen:**

$$V = G \cdot h$$

V ... Volumen

G ... Grundfläche

h ... Höhe

**Masse:**

$$m = V \cdot \rho$$

m ... Masse

V ... Volumen

 $\rho$  ... Dichte („rho“)

- 384** Berechne das Volumen und die Masse der Kanthölzer. Runde dabei sinnvoll.

H1  
H2  
I3

- a) Fichte ( $\rho = 0,47 \text{ g/cm}^3$ ):  
44 mm × 74 mm × 2 500 mm

$$V = a \cdot b \cdot c \quad \text{ich rechne in cm!}$$

$$= 4,4 \cdot 7,4 \cdot 250$$

$$V = 8140 \text{ cm}^3$$

$$m = V \cdot \rho = 8140 \cdot 0,47$$

$$m = 3825,8 \text{ g} \approx 3,8 \text{ kg}$$

- b) Lärche ( $\rho = 0,59 \text{ g/cm}^3$ ):  
44 mm × 74 mm × 3 000 mm
- c) Fichte ( $\rho = 0,47 \text{ g/cm}^3$ ):  
24 mm × 44 mm × 2 000 mm
- d) Kiefer ( $\rho = 0,52 \text{ g/cm}^3$ ):  
44 mm × 94 mm × 2 500 mm

- 385** Bruno hat zwei gleich große Würfel. Ihre Kantenlänge beträgt je 10 cm. Der eine Würfel ist aus Birkenholz ( $\rho = 0,55 \text{ g/cm}^3$ ), der andere aus Eisen ( $\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$ ).

H1  
H2  
I3

- a) Um wie viel ist der Eisenwürfel schwerer als der Birkenholzwürfel?
- b) Wie viel Mal schwerer ist der Eisenwürfel?

**c) KNOBELAUFGABE**

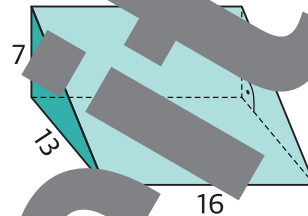
Welche Kantenlänge müsste der Eisenwürfel haben, wenn er gleich schwer wie der Birkenholzwürfel sein soll?

- 386** Berechne das Volumen und die Masse der dreiseitigen Prismen.

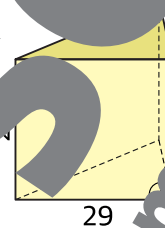
H2  
H3  
I3

Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben!

- a) Stahl ( $\rho = 7,9 \text{ g/cm}^3$ )



- b) Guss ( $\rho = 7,2 \text{ g/cm}^3$ )



Die Grundfläche ist ein rechtwinkeliges Dreieck!



- 387** Hanna möchte einen genau 1 kg schweren Würfel aus Eichenholz ( $\rho = 0,67 \text{ g/cm}^3$ ) bauen.

H1  
H2  
H4  
I3

Welche Abmessungen muss der Würfel haben?  
Gibt es mehrere Möglichkeiten?  
Bestimme deine Entscheidung.

- 388** Die Firma Beton-konkret produziert würfelförmige Hohlsteine.

H2  
I3

Berechne die Masse der einzelnen Modelle in Kilogramm.

Hinweis:  $\rho_{\text{Beton}} = 2,3 \text{ g/cm}^3$ !

- a) Modell S:  
Außenkante = 30 cm  
Wanddicke = 3 cm
- b) Modell M:  
Außenkante = 40 cm  
Wanddicke = 4 cm
- c) Modell L:  
Außenkante = 45 cm  
Wanddicke = 4,5 cm



# Quadratische Pyramiden

Volumen:

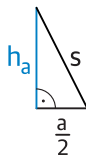
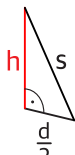
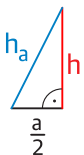
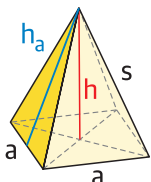
$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$$

Oberfläche:

$$O = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$$



Hier kann man viel mit  
Pythagoras rechnen!



V ... Volumen

O ... Oberfläche

a ... Kantenlänge Grundfläche

s ... Seitenkantenlänge

h ... Höhe der Pyramide

h<sub>a</sub> ... Höhe einer Seitenfläche

**390** Berechne das Volumen einer quadratischen Pyramide.

a) a = 4 cm

s = 7 cm

b) a = 16 cm

s = 13 cm

**391** Welche Aussagen sind richtig? Kreuze an.

|                                                                                                   | w                        | f                        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Die Höhe h einer Pyramide ist immer größer als ihre Seitenkantenlänge s.                          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Die Seitenflächenhöhe h <sub>a</sub> ist immer größer als die Seitenkantenlänge s.                | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Verdoppelt man die Höhe einer Pyramide, so verdoppelt sich auch ihr Volumen.                      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Halbiert man die Kantenlänge a der Grundfläche einer Pyramide, so halbiert sich auch ihr Volumen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**389** Berechne die Oberfläche und das Volumen der quadratischen Pyramiden.

a) a = 5 cm  
h<sub>a</sub> = 8 cm

b) a = 6 cm  
h<sub>a</sub> = 9 cm

c) a = 3 cm  
h<sub>a</sub> = 10 cm

d) s = 12 cm  
h<sub>a</sub> = 10 cm

e) a = 7 cm  
s = 10 cm

f) a = 10 cm  
h<sub>a</sub> = 12 cm

$$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$$

$$= 5^2 + 2 \cdot 5 \cdot 8$$

$$O = 25 + 80$$

$$V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$$

$$h = \sqrt{h_a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{8^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{64 - 6,25}$$

$$h = 7,6 \text{ cm}$$

$$V = \frac{5^2 \cdot 7,6}{3}$$

$$V = 63,33 \text{ cm}^3$$

**392** Eine Kerze hat die Form einer quadratischen Pyramide.

Ihre Seitenkante a ist 8 cm lang, ihr Volumen beträgt 192 cm<sup>3</sup>. Wie hoch ist die Kerze?



**393** Im Innenhof des Louvre in Paris steht eine 21,65 Meter hohe und 35,42 Meter breite Glaspyramide mit quadratischer Grundfläche.

Berechne die Glasfläche der Pyramide. Vernachlässige dabei die Fensterrahmen und den Eingang.



## LÖSUNGEN

389, 390, 392, 393 (ohne Einheiten) 9; 29,66; 34,15; 63,33; 69; 72; 80,85; 101,82; 105; 105,59; 133,87; 144; 239; 439,02; 441,33; 546,40; 1 562,39; 1 981,45;



## Allgemeine Pyramiden

Pyramide allgemein: Tetraeder:

$$O = G + M$$

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$O = a^2 \cdot \sqrt{3}$$

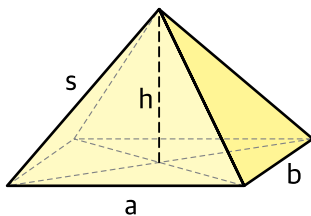
$$V = \frac{a^3}{12} \cdot \sqrt{2}$$

Gleichseitiges Dreieck:

$$h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$A = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$$

- 394** Berechne die Oberfläche und das Volumen dieser Pyramiden mit rechteckiger Grundfläche.

H2  
I3

- a)  $a = 4 \text{ cm}$   $b = 2 \text{ cm}$   $h = 5 \text{ cm}$

Skizze der Lösung:

$O = G + M$

Rechteck:  $a \cdot b$

4 Dreiecke:  $2 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2} + 2 \cdot \frac{b \cdot h_b}{2}$

Berechnung  $h_a$  und  $h_b$ :

- b)  $a = 6 \text{ cm}$   $a = 3,5 \text{ cm}$   
 $b = 7 \text{ cm}$   $b = 2 \text{ cm}$   
 $h = 4 \text{ cm}$   $h = 4,8 \text{ cm}$



Die Berechnung  
des Volumens ist  
einfacher!

- 395** Berechne die Oberfläche und das Volumen dieser Pyramiden mit rechteckiger Grundfläche.

H2  
I3

- a)  $a = 4 \text{ cm}$   $b = 8 \text{ cm}$   $s = 7,5 \text{ cm}$   
 $s = 12 \text{ cm}$   $s = 6 \text{ cm}$

- 396** Ein Zelt hat die Form einer sechsseitigen Pyramide.

H1  
H2  
I3Ein Tipp zur  
Grundfläche:

Ein Sechseck  
kann man in 6  
gleichseitige  
Dreiecke  
zerlegen!



Das Zelt ist 1,5 m hoch. Die Breite beträgt 4 m, von der linken zur rechten Ecke gemessen.

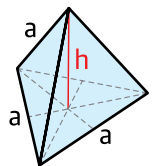
- a) Berechne die Größe der Zeltplane ohne Boden.  
 b) Berechne den Rauminhalt des Zeltes in Kubikmetern.

- 397** Berechne die gesuchten Größen dieser Tetraeder.

H2  
I3

Tipp: Verwende die Formeln aus dem Wissenskasten!

- a)  $a = 8 \text{ cm}$   $b) a = 4,7 \text{ cm}$   
 $V = ?$   $V = ?$   
 $O = ?$   $O = ?$

**398 KNOBELAUFGABE**H1  
H2  
H3  
H4  
I3

Markus hat einen Würfel in Tetraeder-Form. Die Kantenlänge beträgt 3 cm.

- a) Wie viele Seiten hat der Würfel?  
 b) Warum steht nicht nur eine Zahl auf jeder Seite des Würfels?  
 c) Berechne die Oberfläche und das Volumen des Würfels.



## LÖSUNGEN

394 bis 397 (ohne Einheiten) 5,22; 8,66; 11,2; 12,24; 13,33; 15,35; 18,25; 34,38; 38,26; 39,17; 56; 58; 60,34; 74,83; 108,89; 110,85; 118,78; 121,41; 169,8;

## Zusammengesetzte Körper

- 399** Berechne jeweils das Volumen des Turms und die Fläche des Dachs.

H1  
H2  
I3



- a) Grundfläche:  
Quadrat  $6\text{ m} \times 6\text{ m}$   
Turmhöhe:  $30\text{ m}$   
davon Dach:  $5\text{ m}$

Volumen:

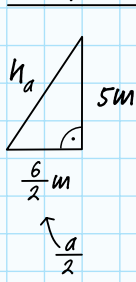
Quader:  $V_Q = G \cdot h = 6 \cdot 6 \cdot (30 - 5)$

$$V_Q = 900\text{ m}^3$$

Pyramide:  $V_P = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5}{3} = 60\text{ m}^3$

$$V = V_Q + V_P = 900 + 60 = 960\text{ m}^3$$

Dachfläche:



$$h_a = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{ m}$$

$$A_{\text{Dach}} = 4 \cdot A_{\text{Dreieck}}$$

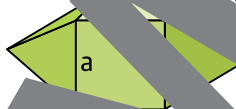
$$= 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2} = 4 \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} = 24\text{ m}^2$$

$$A_{\text{Dach}} = 24\text{ m}^2$$

- b) Grundfläche:  
Quadrat  $5\text{ m} \times 5\text{ m}$   
Turmhöhe:  $32\text{ m}$   
davon Dach:  $6\text{ m}$

- 400** Gegeben ist die Skizze

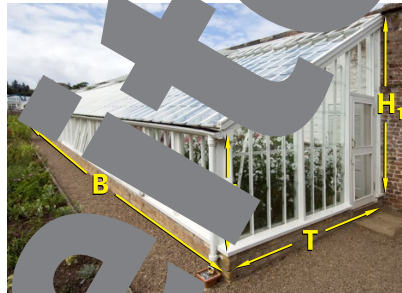
H1  
H2  
H3  
I3



- a) Aus welchen Körpern ist die Skizze zusammengesetzt?  
b) Berechne die Oberfläche und das Volumen für  $a = 4\text{ cm}$ .  
c) Gib eine allgemeine Formel für das Volumen des Körpers an.

- 401** Die Firma Sunny Sp... ft Glasbauten, die m... an Mauerwände a...

H1  
H2  
I3



Die... haben vier Seiten: vorne, hinten, rechts und oben. Die... Mauerwand gewandte Seite... Boden sind offen.

Berechne den Rauminhalt  $V$  und die Glasfläche der Modelle.

(\*Rahmen nicht berücksichtigt)

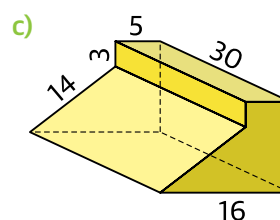
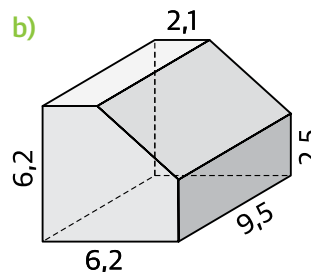
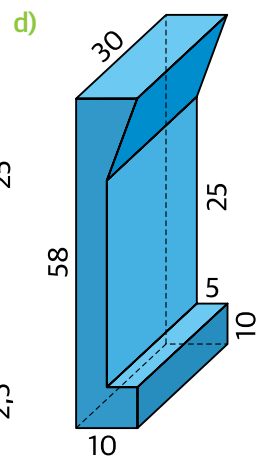
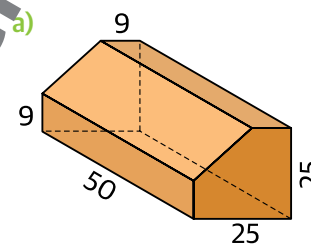
B =  $10,0\text{ m}$   
T =  $3,0\text{ m}$   
H<sub>1</sub> =  $2,3\text{ m}$   
H<sub>2</sub> =  $1,0\text{ m}$

b) B =  $8,0\text{ m}$   
T =  $2,5\text{ m}$   
H<sub>1</sub> =  $2,5\text{ m}$   
H<sub>2</sub> =  $2,1\text{ m}$

- 402** Berechne die Oberfläche und das Volumen dieser Körper.

H2  
H3  
I3

Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben!





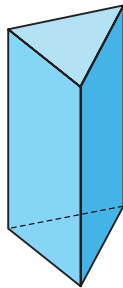
## 403 KNOBELAUFGABE

H1  
H4  
I3

### Milchpackung

Die Firma *Design & Form* soll eine neue Milchpackung für 0,5 Liter entwerfen.

Der Entwurf sieht ein gleichseitiges Dreieck als Grundfläche vor.



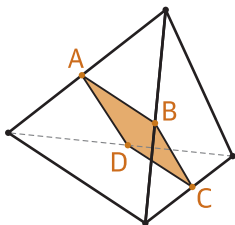
- Finde passende Abmessungen (Kantenlänge und Höhe) für die Verpackung.
- Beschreibe, wie du beim Finden deiner Lösung vorgegangen bist.

## 404 KNOBELAUFGABE

H2  
H3  
I3

### Quadrat im Tetraeder

Gegeben ist ein Tetraeder mit einer Kantenlänge von 10 cm. In den Tetraeder ist ein Quadrat ABCD eingeschrieben. Die Punkte A, B, C und D halbieren jeweils die Tetraederkanten.



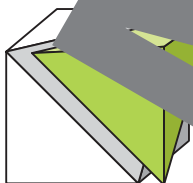
Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Quadrats.

## 405 KNOBELAUFGABE

H2  
H3  
I3

### Würfelschnitt

Von einem Würfel wurde eine dreiseitige Pyramide abgeschnitten:

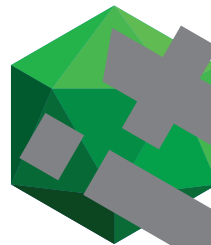


Berechne die Oberfläche und das Volumen der Pyramide, wenn die Kantenlänge des Würfels 8 cm beträgt.

## 406 KREATIVAUFGABE

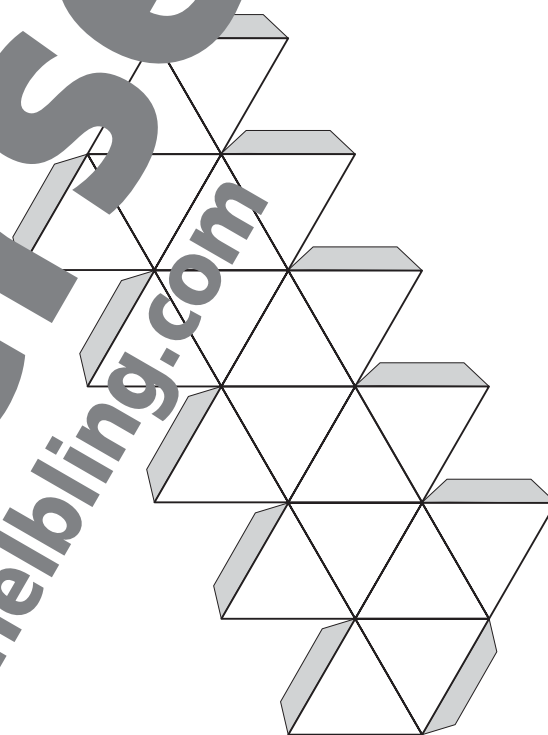
H1  
H4  
I3

### Faltvorlage



Oktaeder

Faltvorlage



- Zu welchem Körper gehört die Faltvorlage? Begründe deine Entscheidung.
- Konstruiere die Faltvorlage auf einem weißen Blatt Papier. Wähle als Seitenlänge für die gleichseitigen Dreiecke  $a = 3$  cm. Male die Dreiecke bunt an.
- Falte einen Körper daraus und fixiere ihn mit den Klebelaschen.

# I

## Zylinder, Kegel und Kugel – Oberfläche, Volumen, Anwendung

|            |                                         |    |
|------------|-----------------------------------------|----|
| <b>I1</b>  | Zylinder – Einführung .....             | 77 |
| <b>I2</b>  | Zylinder – Volumen .....                | 79 |
| <b>I3</b>  | Zylinder – Oberfläche .....             | 79 |
| <b>I4</b>  | Hohlzylinder, Zylinderschnitte .....    | 80 |
| <b>I5</b>  | Kegel – Oberfläche .....                | 81 |
| <b>I6</b>  | Kegel – Volumen .....                   | 81 |
| <b>I7</b>  | Gleichseitiger Kegel, Kegelstumpf ..... | 82 |
| <b>I8</b>  | Kugel – Oberfläche .....                | 84 |
| <b>I9</b>  | Kugel – Volumen .....                   | 84 |
| <b>I10</b> | Zusammengesetzte Körper .....           | 86 |
|            | Denkfabrik .....                        | 87 |

## I1

### Zylinder – Einführung

**407** Zu welchem Zylinder gehört das Netz?  
Kreuze an.

H1  
H3  
I3

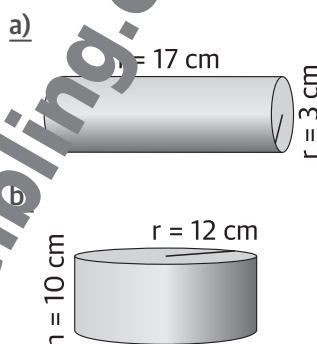


- ☐ zu Zylinder A
- ☐ zu Zylinder B
- ☐ es könnte zu beiden gehören
- ☐ es passt zu keinem der beiden

**408** Aus welchen drei Teilen besteht die Oberfläche eines Zylinders?  
Nenne sie auf.

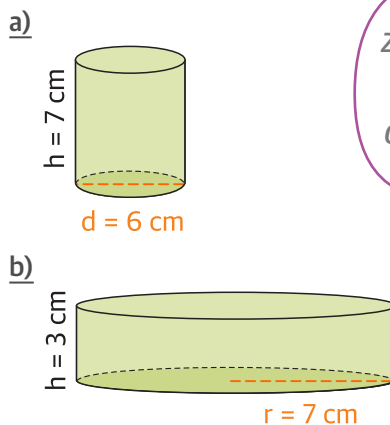
H2  
H3  
I3

**Berechne die Oberfläche O der abgebildeten Zylinder.**



**410** Berechne das Volumen V der abgebildeten Zylinder.

H2  
H3  
I3



Auch beim Zylinder gilt:  
 $V = G \cdot h$   
Grundfläche mal Höhe!



#### LÖSUNGEN

409, 410 (ohne Einheiten) 197,92; 199,37; 376,99; 461,81; 482,68; 1 658,76;

## Zylinder – Volumen

$$V = G \cdot h$$

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$V = \frac{d^2}{4} \cdot \pi \cdot h$$

Umkehrformeln:

$$G = \frac{V}{h}$$

$$h = \frac{V}{G}$$

**411** Berechne jeweils das Volumen der angegebenen Zylinder.

H2  
I3

- a)  $r = 5,2 \text{ cm}$   
 $h = 2,5 \text{ cm}$

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h =$$

$$5,2^2 \cdot \pi \cdot 2,5 \approx \underline{212,37 \text{ cm}^3}$$

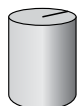
- b)  $r = 9 \text{ cm}$   
 $h = 42 \text{ cm}$
- c)  $d = 0,6 \text{ m}$   
 $h = 1 \text{ m}$
- d)  $d = 7,2 \text{ cm}$   
 $h = 8,6 \text{ cm}$
- e)  $r = 0,15 \text{ m}$   
 $h = 0,8 \text{ m}$

**412** Berechne jeweils die Höhe der angegebenen Zylinder. Runde deine Ergebnisse auf mm.

H2  
H3  
I3

a)

$$r = 3 \text{ cm}$$



$$V = 250 \text{ cm}^3$$

$$h = \frac{V}{G} = \frac{V}{r^2 \cdot \pi}$$

$$h = \frac{250}{3^2 \cdot \pi} \approx 8,7 \text{ cm}$$

b)

$$r = 6 \text{ cm}$$



$$V = 800 \text{ cm}^3$$

d)

$$h = 7 \text{ cm}$$



$$V = 300 \text{ cm}^3$$

c)

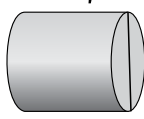
$$V = 100 \text{ cm}^3$$



$$r = 1,5 \text{ cm}$$

e)

$$d = 11,2 \text{ cm}$$



$$V = 1000 \text{ cm}^3$$

**413** Berechne jeweils den Radius der angegebenen Zylinder.

H2  
I3

- a)  $h = 6,5 \text{ cm}$

$$V = 100 \text{ cm}^3$$

- b)  $h = 4,8 \text{ cm}$

$$V = 100 \text{ cm}^3$$

- c)  $h = 35 \text{ cm}$

$$V = 2500 \text{ cm}^3$$

- d)  $h = 12 \text{ cm}$

$$V = 100 \text{ cm}^3$$

- e)  $h = 15 \text{ cm}$

$$V = 2500 \text{ cm}^3$$

$$\frac{V}{h} = \pi r^2 \quad /: \pi$$

$$r^2 = \frac{V}{h \cdot \pi} \quad / \sqrt{\quad}$$

$$r = \sqrt{\frac{V}{h \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{100}{6,5 \cdot \pi}}$$

$$\underline{r = 2,2 \text{ cm}}$$

**414** Der Tank eines LKWs hat einen Durchmesser von 2,4 Metern. Er fasst  $30 \text{ m}^3$  Flüssigkeit.

Berechne die Länge des Tanks.



**415 KREATIVAUFGABE**

H1  
H4  
I3

Entwerf eine Trinkdose für Zisch & Co.

Die Dose soll 0,4 Liter fassen. Lege Durchmesser und Höhe der Dose selbst fest und begründe deine Wahl in drei bis vier Sätzen gegenüber der Produktmanagerin von Zisch & Co.

**416** Yasin schüttet einen Achtelliter Orangensaft in ein Glas. Der Saft steht 6,5 cm hoch.

H1  
H2  
I3

Berechne den Durchmesser des Glases.

Beschreibe, wie du beim Lösen der Aufgabe vorgegangen bist.



## LÖSUNGEN

411 bis 414 (ohne Einheiten) 0,057; 0,28; 2,2; 2,3; 3,6; 4,8; 4,9; 5,5; 5,9; 7,1; 7,6; 7,8; 8,8; 10,2; 14,1; 212,37; 350,15; 10 687,7;

## Zylinder – Oberfläche

$$O = 2 \cdot G + M$$

$$O = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$$

$$O = \frac{d^2}{2} \cdot \pi + d \cdot \pi \cdot h$$

Umkehrformeln:

$$M = O - 2 \cdot G$$

$$G = \frac{O - M}{2}$$

**417** Berechne jeweils die Oberfläche der angegebenen Zylinder.

H2  
I3

a)  $r = 1,9 \text{ cm}$   
 $h = 4,5 \text{ cm}$

$$O = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h =$$

$$2 \cdot 1,9^2 \cdot \pi + 2 \cdot 1,9 \cdot \pi \cdot 4,5$$

$$O = 76,4 \text{ cm}^2$$

b)  $r = 5,2 \text{ cm}$   
 $h = 8 \text{ cm}$

d)  $d = 0,4 \text{ m}$   
 $h = 2,3 \text{ m}$

c)  $d = 9 \text{ cm}$   
 $h = 15 \text{ cm}$

e)  $r = 35 \text{ cm}$   
 $h = 45 \text{ cm}$

**418** Tom behauptet:

H4  
I3

„Mit dieser Formel kann man viel schneller rechnen:

$$O = d \cdot \pi \cdot (r + h)''$$

a) Prüfe anhand eines Beispiels, ob die Formel richtig ist.

b) Falls die Formel richtig ist, versuche sie durch Herausheben aus der Formel  $O = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$  zu bilden.

**419** Wie viel Leder braucht man für die Bezug der Sitzkissen?

H2  
H3  
I3

|    | Durchmesser | Höhe  |
|----|-------------|-------|
| a) | 40 cm       | 30 cm |
| b) | 30 cm       | 60 cm |
| c) | 50 cm       | 45 cm |
| d) | 37 cm       | 62 cm |



**420** Wahr (w) oder falsch (f)? Kreuze an.

H3  
I3

|                                                                                         | w                        | f                        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) Der Durchmesser eines Zylinders ist immer kleiner als seine Höhe.                    | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| b) Der Durchmesser eines Zylinders ist genau doppelt so groß wie sein Radius.           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| c) Verdoppelt man die Höhe eines Zylinders, so verdoppelt sich auch seine Oberfläche.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| d) Verdoppelt man die Höhe eines Zylinders, so verdoppelt sich auch seine Mantelfläche. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**421** Bettina hat beim Lösen der folgenden Aufgabe einen Fehler gemacht:

H2

„Die Oberfläche eines Zylinders beträgt  $650 \text{ cm}^2$ .

Berechne die Grundfläche, wenn die Mantelfläche  $280 \text{ cm}^2$  groß ist.“

$$G = 650 - 280 = 370 \text{ cm}^2 \quad f$$

a) Löse die Aufgabe selbst richtig.

b) Schreibe eine Kurznachricht an Bettina, worauf sie in Zukunft achten sollte.

**422** Die Oberfläche eines Zylinders mit einem Radius von  $6 \text{ cm}$  ist  $750 \text{ cm}^2$  groß.

H1  
H2  
I3

a) Berechne die Grundfläche des Zylinders.

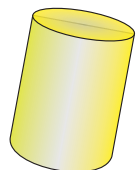
b) Berechne die Mantelfläche des Zylinders.

c) Berechne die Höhe des Zylinders.

**423** Die Oberfläche einer zylinderförmigen Verpackung soll zwischen  $1\,000 \text{ cm}^2$  und  $1\,100 \text{ cm}^2$  groß sein.

H1  
H2  
I3

Finde passende Abmessungen (Durchmesser und Höhe) für den Zylinder.





## Hohlzylinder, Zylinderschnitte

- 424** Die Firma TubeSports stellt Schaumstoffröhren zum Durchklettern für den Sportunterricht her.

H1  
H2  
I3



Berechne zu jedem Modell die benötigte Menge an Schaumstoff in  $\text{m}^3$  und die Masse der Rolle in kg ( $\rho_{\text{Schaumstoff}} = 35 \text{ kg/m}^3$ ).

- a) Länge = 1,8 m  
Außendurchmesser = 90 cm  
Wanddicke = 12 cm

$$r_A = \frac{d_A}{2} = \frac{0,9}{2} = 0,45 \text{ m}$$

$$r_i = \frac{d_i}{2} = \frac{0,9 - 2 \cdot 0,12}{2} = \frac{0,66}{2} = 0,33 \text{ m}$$

$$G = r_A^2 \cdot \pi - r_i^2 \cdot \pi =$$

$$0,45^2 \cdot \pi - 0,33^2 \cdot \pi = 0,294 \text{ m}^2$$

$$V = G \cdot h = 0,294 \cdot 1,8 = 0,529 \text{ m}^3$$

$$m = V \cdot \rho = 0,529 \cdot 35 = 18,525 \text{ kg}$$

- b) Länge = 1 m  
Außendurchmesser = 100 cm  
Wanddicke = 14 cm
- c) Länge = 2 m  
Innendurchmesser = 5 m  
Wanddicke = 1 cm
- d) Länge = 85 cm  
Außendurchmesser = 5 cm  
Innendurchmesser = 3 cm
- e) Länge = 1,2 m  
Außendurchmesser = 115 cm  
Wanddicke = 15 cm
- f) Erfinde selbst eine ähnliche Angabe wie in a) bis e) und löse sie.

- 425** Ein Ring aus massivem Gold hat folgende Abmessungen:

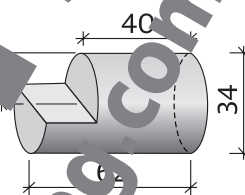
H1  
H2  
I3

Breite = 5 mm  
Außendurchmesser = 2,1 cm  
Dicke = 2 mm



- a) Berechne das Volumen des Rings in  $\text{cm}^3$ .
- b) Berechne die Masse des Goldrings ( $\rho_{\text{Gold}} = 19,3 \text{ g/cm}^3$ ).
- c) Für wie viele weitere Ringe hat die Firma heute noch Gold, wenn sie 1 kg Gold zurzeit kostet, und wie hoch ist der Wert des Rings?

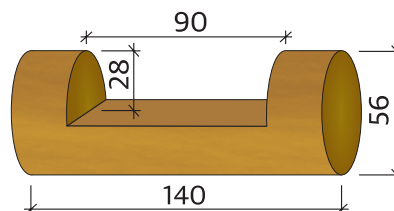
- 426** Gegeben ist ein angeschnittener Zylinder aus Metall (siehe Skizze).  
Hinweis: Alle Maße sind in mm angegeben!



- a) Berechne die Oberfläche des Körpers.
- b) Berechne das Volumen des Körpers.
- c) Berechne die Masse des Körpers ( $\rho_{\text{Stahl}} = 7,85 \text{ g/cm}^3$ ).

- 427** Gegeben ist ein angeschnittener Holzzylinder (siehe Skizze).  
Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben!

H2  
H3  
I3



- a) Berechne das Volumen des Körpers.
- b) Berechne die Masse des Körpers ( $\rho_{\text{Holz}} = 0,7 \text{ g/cm}^3$ ).

## LÖSUNGEN

424, 426, 427 (ohne Einheiten) 0,312; 0,377; 0,378; 0,529; 0,613; 10,91; 13,19; 13,24; 18,525; 21,44; 46,3; 163,79; 363,486; 8 011,36; 233 985,82;

## Kegel – Oberfläche

$$O = G + M$$

$$O = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$$

O ... Oberfläche

G ... Grundfläche

M ... Mantel

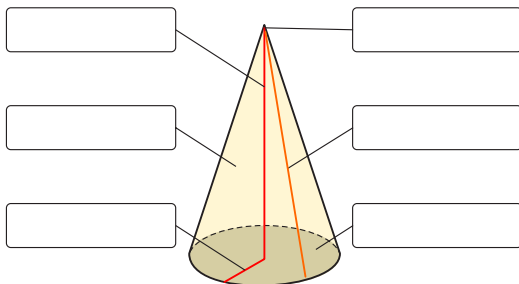
r ... Radius

s ... Mantellinie

## 428 Beschrifte den Kegel.

H1  
H3  
I3

Spitze Mantellinie Radius  
Grundfläche Höhe Mantel



## 429 Berechne jeweils die Grundfläche, den Mantel und die Oberfläche der angegebenen Kegel.

H2  
H3  
I3

- a)  $r = 6,2 \text{ cm}$   
 $s = 14 \text{ cm}$

$$G = r^2 \cdot \pi = 6,2^2 \cdot \pi$$

$$G = 120,76 \text{ cm}^2$$

$$M = r \cdot \pi \cdot s = 6,2 \cdot \pi \cdot 14$$

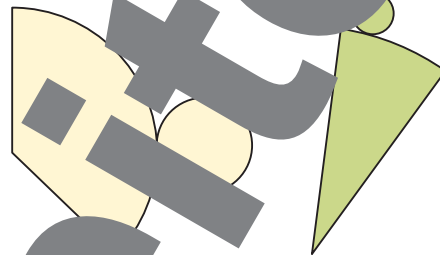
$$M = 272,69 \text{ cm}^2$$

$$O = G + M = 120,76 + 272,69$$

$$O = 393,45 \text{ cm}^2$$

- b)  $r = 3,5 \text{ cm}$   
 $s = 10 \text{ cm}$
- d)  $r = 2,8 \text{ cm}$   
 $s = 6 \text{ cm}$
- c)  $d = 48 \text{ cm}$   
 $s = 7,5 \text{ cm}$
- e)  $d = 48 \text{ cm}$   
 $s = 75 \text{ cm}$

## 430 Vergleiche den gelben und den grünen Kegel anhand ihrer Netze.

H1  
H3  
I3

- a) Welcher der beiden Kegel hat die größere Grundfläche?
- b) Welcher der beiden Kegel ist höher?

Ich behauptet:

„Beide Kegel ist die Mantellinie stets länger als die Höhe.“

Was meinst du dazu?

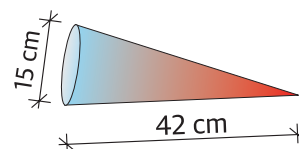
Begründe deine Entscheidung.



## 2 Berechne jeweils die Oberfläche der angegebenen Kegel.

- a)  $r = 5 \text{ cm}$   
 $h = 3 \text{ cm}$
- c)  $r = 4,3 \text{ cm}$   
 $h = 8,1 \text{ cm}$
- e)  $r = 2,8 \text{ cm}$   
 $h = 6 \text{ cm}$
- d)  $r = 0,5 \text{ cm}$   
 $h = 1,4 \text{ cm}$

## 433 Wie viele Quadratzentimeter Papier braucht man zum Basteln der abgebildeten Schultüte?

H2  
H3  
I3

## 434 Die Firma Lichtkegel baut kegelförmige Leuchten. Berechne die Oberfläche der verschiedenen Modelle.

H2  
H3  
I3

a) b) c)

| Modell: | A     | B      | C     |
|---------|-------|--------|-------|
| Höhe:   | 13 cm | 30 cm  | 40 cm |
| Breite: | 6 cm  | 8,5 cm | 15 cm |

## Kegel – Volumen

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$$

V ... Volumen

G ... Grundfläche

r ... Radius

h ... Höhe

- 435** Eine Firma produziert zwei verschiedene, kegelförmige Arten von Schokoladenschirmen.

H1  
H2  
I3

Modell A

Modell B

Modell A: Höhe = 10 cm, Breite = 2 cm

Modell B: Höhe = 6 cm, Breite = 3 cm

- a) Welcher Schirm hat mehr Schokolade?  
Gib den Unterschied zwischen den beiden Modellen an.
- b) Beschreibe, wie du Aufgabe a) gelöst hast.

- 436** Berechne jeweils das Volumen der angegebenen Kegel.

H2  
I3

- a)  $r = 4$  cm  
 $h = 7$  cm
- b)  $r = 3$  cm  
 $h = 9$  cm
- c)  $d = 12$  cm  
 $h = 10$  cm
- d)  $d = 6,3$  cm  
 $h = 8,5$  cm

$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{117,29 \text{ cm}^3}{3}$$

- 437** Berechne jeweils das Volumen der angegebenen Kegel.

H2  
I3

- a)  $r = 2,5$  cm  
 $s = 3,9$  cm
- b)  $d = 8$  cm  
 $s = 5$  cm
- c)  $d = 1,2$  m  
 $s = 2,4$  m
- d)  $r = 65$  cm  
 $s = 0,92$  m

h kannst du  
mit Pythagoras  
aus s und r  
berechnen!



- 438** Berechne das Volumen und die Masse der angegebenen kegelförmigen Kerze.

H1  
H2  
I3 $(\rho_{\text{Wachs}} = 0,95 \text{ g/cm}^3)$ 

- a) Breite: 12 cm, Höhe: 17 cm

$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3} = \frac{6^2 \cdot \pi \cdot 17}{3} = 608,8 \text{ cm}^3$$

$$m = V \cdot \rho = 608,8 \cdot 0,95 = 578,36 \text{ g}$$

- b) Breite: 10 cm, Höhe: 9 cm

- c) Breite: 8 cm, Höhe: 14 cm

- d) Breite: 6,5 cm, Höhe: 9,5 cm



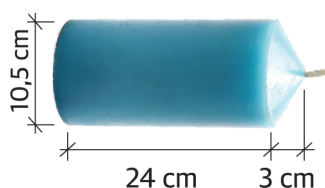
- 439 KNOBELAUFGABE**

H1  
H2  
I3

1-Kilogramm-Kerze

Finde Maße für eine Kerze wie in Aufgabe 438, die auch 1 kg schwer ist. Beschreibe, wie du vorgegangen bist.

- 440** Berechne das Volumen der abgebildeten Kerze.

H2  
H3  
I3

- 441 KNOBELAUFGABE**

H1  
H2  
I3

Kegel/Würfel

Eine 10 cm hohe, kegelförmige Kerze mit 5 cm Durchmesser wird eingeschmolzen.

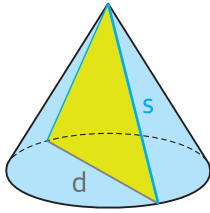
Aus dem Wachs wird ein Würfel gegossen.

Welche Kantenlänge hat der Würfel?

## LÖSUNGEN

436, 437, 438, 440 (ohne Einheiten) 0,29; 0,47; 1,02; 19,59; 84,82; 88,32; 99,8; 105,08; 117,29; 139,06; 142,93; 222,8; 223,8; 234,57; 235,62; 376,99; 608,4; 640,89; 2 164,75; 2 176,73;

## Gleichseitiger Kegel, Kegelstumpf



Beim gleichseitigen Kegel gilt:  $d = s$

$$O = 3 \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$V = \frac{r^3 \cdot \pi \cdot \sqrt{3}}{3}$$

- 442** Berechne die Oberfläche und das Volumen der angegebenen gleichseitigen Kegel.

H2  
I3

a)  $d = 10 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} r &= d : 2 = 10 : 2 = 5 \text{ cm} \\ O &= 3 \cdot r^2 \cdot \pi = 3 \cdot 5^2 \cdot \pi \\ O &= 235,62 \text{ cm}^2 \\ V &= \frac{r^3 \cdot \pi \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{5^3 \cdot \pi \cdot \sqrt{3}}{3} \\ V &= 226,72 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

b)  $d = 6,8 \text{ cm}$

c)  $s = 15 \text{ cm}$

d)  $s = 12,5 \text{ cm}$

e)  $r = 8 \text{ cm}$

- 443** Ein Zelt hat die Form eines gleichseitigen Kegels mit fünf Metern Durchmesser.

H1  
H2  
I3



Tipi  
Zeltform der Indianer

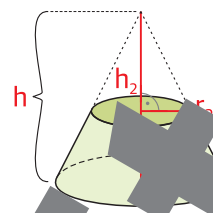
- a) Wie groß ist die Grundfläche des Zelts?
- b) Wie groß ist die Zeltfläche?

- 444** Kegelstumpf

H1  
H2  
I3

Die Höhe eines gleichseitigen Kegels beträgt  $8,4 \text{ cm}$ .

- a) Berechne die Länge der Mantellinie  $s$ .
- b) Beschreibe, wie du beim Lösen von Aufgabe a) vorgegangen bist.



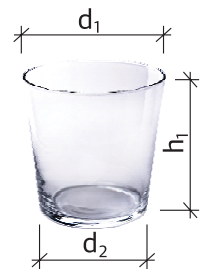
Beim Kegelstumpf gilt:  $r_1 : h = r_2 : h_2$

- 445** Die Firma ... produziert Trinkgläser, die in Form eines Kegelstumpfs entsprechen.

H2  
H3  
I3

Berechne gew ... das Volumen des Glases.

- a) Modell A:  
 $d_1 = 8 \text{ cm}$   
 $d_2 = 5 \text{ cm}$   
 $h = 10 \text{ cm}$



Rechne zuerst die Gesamthöhe  $h$  aus! Dann kannst du das Volumen des kleineren Kegels vom Volumen des größeren Kegels abziehen.

- b) Modell B:  
 $d_1 = 6 \text{ cm}$   
 $d_2 = 5 \text{ cm}$   
 $h_1 = 7 \text{ cm}$

- c) Modell C:  
 $d_1 = 10 \text{ cm}$   
 $d_2 = 7 \text{ cm}$   
 $h_1 = 5 \text{ cm}$

### 446 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
H3  
I3

#### 0,5-Liter-Glas

Finde Abmessungen für ein Glas wie in Aufgabe 445, das rund 0,5 Liter fassen soll.

Beschreibe, wie du beim Lösen der Aufgabe vorgegangen bist.

- 447** Der Schirm einer Tischlampe wird bespannt.

H1  
H2  
I3

Er ist  $35 \text{ cm}$  hoch und  $55 \text{ cm}$  breit. Oben ist er nur  $30 \text{ cm}$  breit.

- a) Wie viel Stoff wird benötigt?
- b) Beschreibe, wie du beim Lösen von Aufgabe a) vorgegangen bist.



## Kugel – Oberfläche

## Oberflächenformeln für die Kugel:

$$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$O = d^2 \cdot \pi$$

**448** Berechne die Oberfläche der angegebenen Kugeln.

H2  
I3

a)  $r = 7 \text{ cm}$

b)  $r = 9 \text{ cm}$

c)  $r = 3,5 \text{ cm}$

d)  $d = 4,1 \text{ cm}$

e)  $d = 0,78 \text{ m}$

f)  $r = 25,4 \text{ cm}$

a)  $O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi = 4 \cdot 7^2 \cdot \pi$

$$O = 615,75 \text{ cm}^2$$

g)  $d = 32,7 \text{ cm}$

h)  $r = 74 \text{ mm}$

**449** Berechne die Oberfläche der angegebenen Christbaumkugeln.

H1  
H2  
I3

Hinweis: Wir nehmen die Form vereinfacht als perfekte Kugel an!

a)  $d = 8 \text{ cm}$

b)  $d = 9,5 \text{ cm}$

c)  $r = 3,8 \text{ cm}$

d)  $d = 11,4 \text{ cm}$

e)  $r = 4,6 \text{ cm}$

**450** Berechne die Oberfläche der angegebenen Planeten.

H2  
H3  
I3

Hinweis: Wir nehmen die Form vereinfacht als perfekte Kugel an!

| Planet     | Durchmesser |
|------------|-------------|
| a) Erde    | 12 756 km   |
| b) Mars    | 6 779 km    |
| c) Venus   | 12 103 km   |
| d) Jupiter | 142 984 km  |

e) **FORSCHER** Welche Planeten gibt es noch in unserem Sonnensystem?

**451** Berechne jeweils den Radius und den Durchmesser der angegebenen Kugeln.

H2  
I3

a)  $O = 600 \text{ cm}^2$

b)  $O = 250 \text{ cm}^2$

c)  $O = 485 \text{ cm}^2$

d)  $O = 3,8 \text{ m}^2$

e)  $O = 0,946 \text{ m}^2$

f)  $O = 1,2 \text{ m}^2$

g)  $O = 3,6 \text{ m}^2$

Am besten nimmst du die Formel  $d^2 \cdot \pi = O$  und formst sie um, bis du  $d = \dots$  stehen hast!



**452** Eine Baseballer hat eine Holzkugel, die mit Leder überzogen ist.

H1  
H2  
I3

Um einen Griffzug braucht man  $175 \text{ cm}^2$  Leder.

Berechne den Durchmesser des Baseballs.



**453** Die Oberfläche des Mondes ist  $37\,914\,864 \text{ km}^2$  groß.

H1  
H2  
I3

Berechne seinen Durchmesser.

**454 KUGELAUFGABE**H1  
H4  
I3

Wahrsagerin

Eine Wahrsagerin möchte eine Kugel bauen, bei der die Größe der Oberfläche näherungsweise eine Primzahl ist.

- Finde einen passenden Durchmesser und zeige, dass die Oberfläche dieser Kugel näherungsweise eine Primzahl ist.
- Beschreibe, wie du beim Lösen von Aufgabe a) vorgegangen bist.



## LÖSUNGEN

448, 449, 451, 452, 453 (ohne Einheiten) 0,275; 0,55; 0,55; 0,983; 1,1; 1,91; 1,97; 4,46; 6,91; 7,5; 8,92; 10,87; 13,82; 16,99; 21,74; 33,98; 52,81; 153,94; 181,46; 201,06; 265,9; 283,53; 408,28; 615,75; 688,13; 1 017,88; 3 359,27; 3 474; 8 107,32;

## Kugel – Volumen

## Volumensformeln für die Kugel:

$$V = 0 \cdot \frac{r}{3}$$

$$V = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3}$$

$$V = \frac{d^3 \cdot \pi}{6}$$

- 455** Berechne das Volumen der angegebenen Kugeln.

H2  
I3

- a)  $r = 1,5 \text{ cm}$

$$V = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3} = \frac{4 \cdot 1,5^3 \cdot \pi}{3}$$

$$V = \underline{14,14 \text{ cm}^3}$$

- b)  $r = 3,2 \text{ cm}$

- d)  $r = 0,4 \text{ m}$

- c)  $d = 68 \text{ mm}$

- e)  $d = 0,13 \text{ m}$

- 456** Berechne jeweils die Oberfläche und das Volumen der angegebenen Bälle.

H1  
H2  
H3  
I3

Hinweis: Das Symbol  $\varnothing$  bedeutet „Durchmesser“!

- a) Boccia-Kugel  
 $\varnothing 10 \text{ cm}$

- c) Tischtennisball  
 $\varnothing 4 \text{ cm}$



- b) Golfball  
 $\varnothing 44 \text{ mm}$



- d) Billiardkugel



- 457 KNOBEL**  
Lores Ball hat ein Volumen von etwas mehr als einem Liter.

H1  
H2  
I3

- a) ... könnte ... haben.  
b) Beschreibe, wie du Aufgabe a) gelöst hast.

- 458** Erkläre, was bei den ... Rechenungen jeweils ... gemacht wurde. Löse dann die Aufgabe ... richtig.

H2  
I3

- a) gegeben: ... mit  $d = 5 \text{ cm}$   
gesucht: ...

$$V = \frac{d^3 \cdot \pi}{6} = \frac{5^3 \cdot \pi}{6} = \underline{523,6 \text{ cm}^3} \text{ f}$$

- b) ... Kreis mit  $d = 6 \text{ cm}$   
gesucht: Volumen

$$V = \frac{d^3 \cdot \pi}{6} = \frac{6^3 \cdot \pi}{6} = \underline{226,3 \text{ cm}^3} \text{ f}$$

- c) ... Kreis mit  $d = 8,4 \text{ cm}$   
gesucht: Volumen

$$V = \frac{d^3 \cdot \pi}{6} = \frac{8,4^3 \cdot \pi}{6} = \underline{441,4 \text{ cm}^3} \text{ f}$$

- d) gegeben: Kreis mit  $r = 4,2 \text{ cm}$   
gesucht: Volumen

$$V = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3} = \frac{4 \cdot 4,2^3 \cdot \pi}{3} = \underline{57,9 \text{ cm}^3} \text{ f}$$

- 459** Berechne jeweils den Radius und den Umfang der angegebenen Kugeln.

H2  
I3

- a)  $V = 520 \text{ cm}^3$

- d)  $V = 3 \text{ Liter}$

- b)  $V = 64 \text{ cm}^3$

- e)  $V = 2\frac{1}{2} \text{ Liter}$

- c)  $V = 2,3 \text{ m}^3$



Forme die Formel für das Volumen um, bis du  $r = \dots$  stehen hast!

- 460 KNOBELAUFGABE**

H1  
H2  
I3

- 10 cm<sup>3</sup> Blei werden zu einer Kugel gegossen.

Berechne den Durchmesser der Kugel.



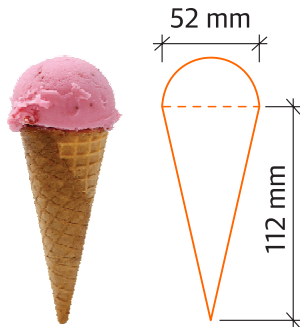
## LÖSUNGEN

455, 456, 459, 460 (ohne Einheiten) 0,27; 0,37; 0,82; 2,48; 2,67; 4,99; 5,15; 8,42; 8,95; 10,12; 14,14; 15,59; 31,34; 33,51; 44,6; 50,27; 52,9; 56,22; 60,82; 96,97; 102,07; 137,26; 164,64; 314,16; 523,6; 1 150,35;



## Zusammengesetzte Körper

- 461** Eine Eistüte mit einer Eiskugel kann näherungsweise als Kegel mit aufgesetzter Halbkugel betrachtet werden.

H1  
H2  
H3  
I3

- a) Berechne das Volumen der Eistüte inkl. Eiskugel.  
b) Berechne die Oberfläche der Eistüte inkl. Eiskugel.

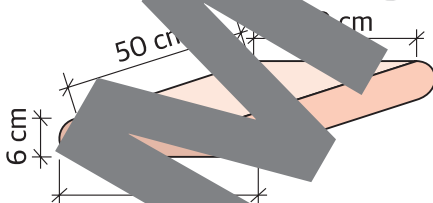


Ich suche mir erst einmal die Formeln für den Kegel und für die Kugel heraus!

- 462** Löse die Aufgabe 461 noch einmal und zwar mit einer angegebenen Breite von 47 mm und einer angegebenen Höhe von 96 mm.

H1  
H2  
H3  
I3

- 463** Ein Schwimmbrett kann näherungsweise als Quader mit zwei angelegten Zylindern betrachtet werden.

H1  
H2  
H3  
I3

- a) Berechne das Volumen des Bretts.  
b) Berechne die Oberfläche des Bretts.  
c) Wie ändert sich das Volumen des Bretts, wenn man die Länge (50 cm) verdoppeln würde? Begründe deine Entscheidung.

- 464** Eine Schale hat die Form einer hohlen Halbkugel.

H1  
H2  
I3

Berechne jeweils die Oberfläche und das Volumen der angegebenen Schale.

- a) Durchmesser = 15 cm, Wandstärke = 1 cm  
b) Durchmesser = 10 cm, Wandstärke = 1,5 cm



Welche Aufgaben erfordern viel Geduld und Genauigkeit?



- 465** Wie schwer sind die angegebenen Bleistifte, wenn ihr Durchmesser 8 mm misst?

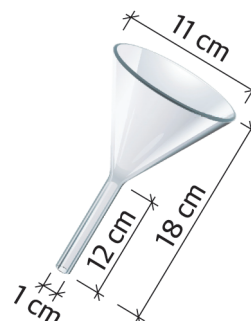
Hinweis:  $\rho_{\text{Holz}} = 0,5 \text{ g/cm}^3$

|    | Gesamtlänge | Länge der Spitze |
|----|-------------|------------------|
| a) | 17 cm       | 1,6 cm           |
| b) | 12 cm       | 1,3 cm           |
| c) | 9 cm        | 1,8 cm           |

- a)  
b)  
c)



- 466** Gegeben ist der unten abgebildete Glastrichter mit einer Wandstärke von 2 Millimetern.

H1  
H2  
H3  
I3

Genau genommen ist der obere Teil nur ein Kegelstumpf ...



- a) Wie kann man ausrechnen, aus wie viel Kubikzentimetern Glas der Trichter besteht? Beschreibe einen möglichen Rechenweg.  
b) Löse die Aufgabe.

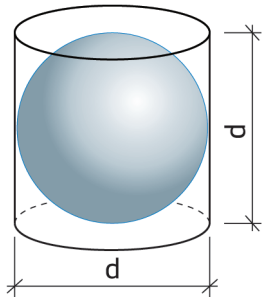


## 467 KNOBELAUFGABE

H4  
I3

### Kugel und Zylinder

Gegeben sind eine Kugel und ein Zylinder (siehe Abbildung).



Archimedes zeigte in seinem Werk „Über Kugel und Zylinder“, dass in so einem Fall folgende Verhältnisse gelten:

$$V_{\text{Zylinder}} : V_{\text{Kugel}} = 3 : 2$$

$$O_{\text{Zylinder}} : O_{\text{Kugel}} = 3 : 2$$

- a) Zeige, dass dieses Verhältnis stimmt, indem du eine Zahl für  $d$  annimmst und nachrechnest.

- b) Zeige allgemein, also mit Variablen, dass das Verhältnis für das Volumen stimmt. Forme dazu die Verhältnisgleichung um zu

$$2 \cdot V_{\text{Zylinder}} = 3 \cdot V_{\text{Kugel}}$$

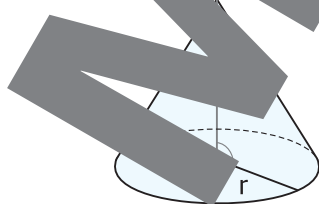
und setze in die Volumsformeln ein

## 468 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
H3  
I3

### Größtmöglicher Kegel

Gegeben ist ein Kegel mit Radius  $r$  und Höhe  $h$ . Es gilt:  $r + h = 30$



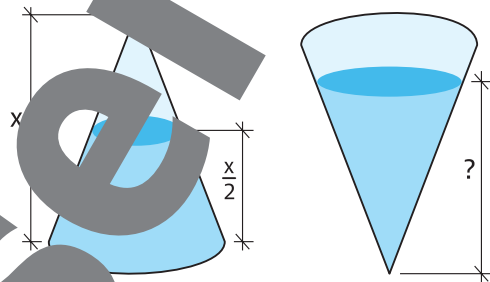
Finde zwei Werte für  $r$  und  $h$ , sodass das Volumen möglichst groß wird. Vergleiche dein Ergebnis mit anderen.

## 469 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
H3  
I3

### Kegelflasche

Eine Kegelflasche ist zu Hälfte mit Wasser gefüllt. Wie hoch ist das Wasser, wenn man sie auf den Kopf stellt?



## 470 KNOBELAUFGABE

H1  
H2

### Tischtennisball-Schachtel

Die Firma *Bälle für alle Fälle* bringt eine Packung mit 8 Tischtennisbällen (Radius 2 cm) auf den Markt. Die Verpackung soll eckig und leicht zu stapeln sein.

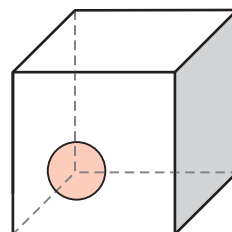
- a) Finde eine Verpackung, deren Oberfläche so klein wie möglich ist, um Kosten zu sparen.
- b) Die Zwischenräume zwischen den Bällen werden mit Flockenmaterial aufgefüllt. Wie viele Kubikzentimeter sind pro Packung einzuplanen?

## 471 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
H3  
I3

### Kugel im Würfel

Eine Kugel mit 5 cm Durchmesser wird in die Ecke eines Würfels gerollt.



Wie weit ist der Mittelpunkt der Kugel vom Eckpunkt entfernt?

# J

## Funktionen – Grundbegriffe und Anwendung

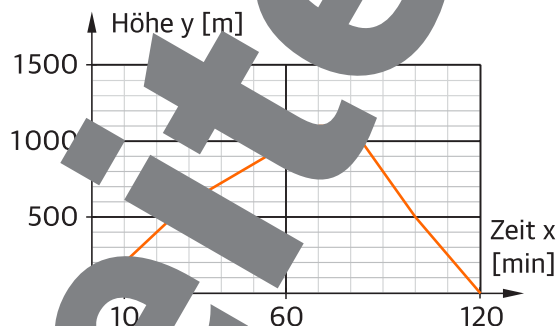
|           |                                         |    |
|-----------|-----------------------------------------|----|
| <b>J1</b> | Funktionen – Einführung .....           | 88 |
| <b>J2</b> | Interpretation von Graphen .....        | 89 |
| <b>J3</b> | Homogene lineare Funktionen .....       | 90 |
| <b>J4</b> | Inhomogene lineare Funktionen .....     | 91 |
| <b>J5</b> | Funktionsgleichungen ablesen .....      | 92 |
| <b>J6</b> | Steigung berechnen .....                | 93 |
| <b>J7</b> | Indirekt proportionale Funktionen ..... | 94 |
| <b>J8</b> | Weitere Funktionen .....                | 95 |
|           | Denkfabrik .....                        | 95 |

### J1

## Funktionen – Einführung

**472** Der Graph zeigt den Höhenverlauf einer Ballonfahrt.

H3  
H4  
I2



- Wie hoch war der Ballon nach 30 Minuten?
- Wann war der Ballon 500 m hoch?
- Wie hoch war der Ballon nach 90 Minuten?
- Wie lange hat die Ballonfahrt gedauert?
- Kann man jedem Zeitpunkt genau eine Höhe zuordnen? Begründe deine Antwort.
- Kann man die Höhe als Funktion der Zeit betrachten? Begründe deine Antwort.
- Kann man jeder Höhe genau einen Zeitpunkt zuordnen? Begründe deine Antwort.
- Kann man die Zeit als Funktion der Höhe betrachten? Begründe deine Antwort.



**473** Kreuze an: Welche dieser Graphen zeigen eine Funktion?

H3  
I2



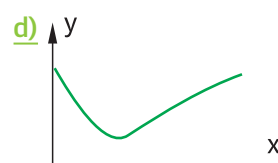
Funktion: ☐ ja ☐ nein



Funktion: ☐ ja ☐ nein



Funktion: ☐ ja ☐ nein

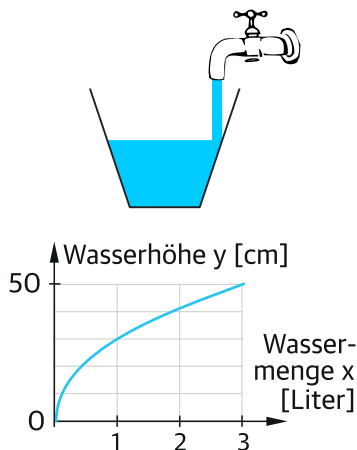


Funktion: ☐ ja ☐ nein

## Interpretation von Graphen

- 474** Der Graph zeigt die Wasserhöhe in einem Gefäß in Abhängigkeit von der eingefüllten Wassermenge in Litern.

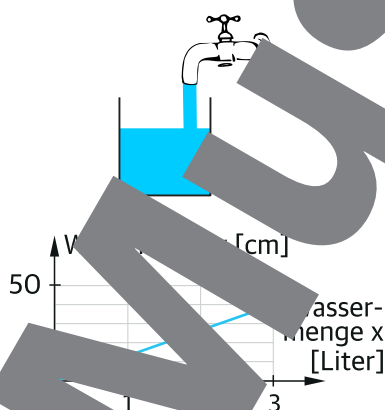
H3  
H4  
I2



- Zeigt der Graph eine Funktion?
- Steigt oder fällt der Graph?
- Welchen Wert hat  $y$  an der Stelle  $x = 1$ ?
- Beschreibe in wenigen Sätzen, was man aus dem Graphen ablesen kann.

- 475** Der Graph zeigt die Wasserhöhe in einem Gefäß in Abhängigkeit von der eingefüllten Wassermenge in Litern.

H3  
H4  
I2

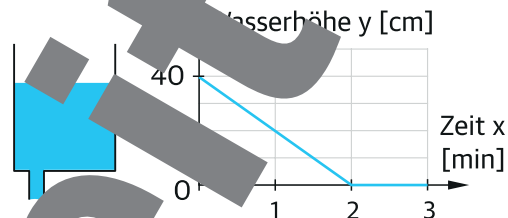


- Zeigt der Graph eine Funktion?
- Steigt oder fällt der Graph?
- Welchen Wert hat  $y$  an der Stelle  $x = 3$ ?
- Beschreibe in wenigen Sätzen, was man aus dem Graphen ablesen kann.

- 476** Aus einem Gefäß wird Wasser ausgossen.

H3  
H4  
I2

Der Graph zeigt die Wasserhöhe in einem Gefäß in Abhängigkeit von der Zeit.

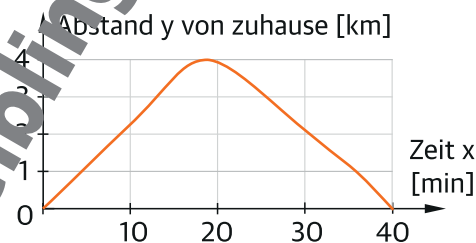


- Zeigt der Graph eine Funktion?
- Steigt oder fällt der Graph?
- Welchen Wert hat  $y$  an der Stelle  $x = 1$  Minute?
- Beschreibe in wenigen Sätzen, was man aus dem Graphen ablesen kann.

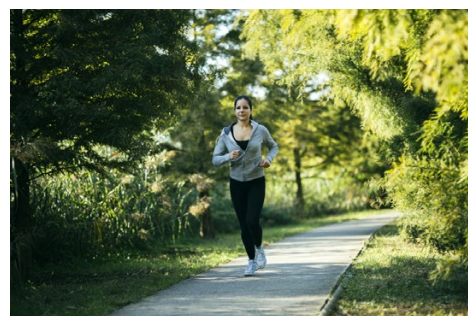
- 477** Petra geht laufen.

H3  
H4  
I2

Der Graph zeigt Petras Abstand von zu Hause in Abhängigkeit von der Zeit.



- Zeigt der Graph eine Funktion?
- Steigt oder fällt der Graph?
- Welchen Wert hat  $y$  an der Stelle  $x = 30$  Minuten?
- Wie weit ist Petra mindestens gelaufen?
- Beschreibe in wenigen Sätzen, was man aus dem Graphen ablesen kann.



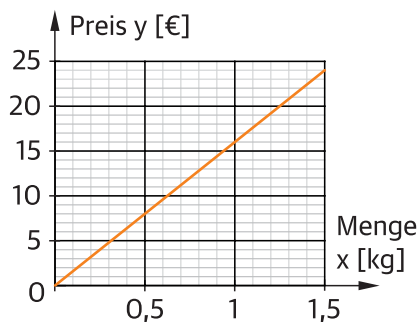
## Homogene lineare Funktionen

Eine homogene lineare Funktion  
hat die Form  $y = k \cdot x$ .  
 $k$  ist dabei der Steigungskoeffizient.



- 478** Das Diagramm zeigt den Zusammenhang zwischen der gekauften Menge Hühnerfilet und dem Gesamtpreis.

H1  
H3  
H4  
I2



- a) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle.

|   |      |        |        |        |
|---|------|--------|--------|--------|
| x | 1 kg | 0,5 kg | 1,5 kg | 0,7 kg |
| y | 16 € |        |        |        |

- b) Wie lautet die Funktionsgleichung?  
Setze den richtigen Wert für  $k$  ein.

$$y = k \cdot x$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

- c) Wie ändert sich der Graph, wenn man  $k$  verkleinert? Kreuze an.

Die Gerade wird ...

- ☐ steiler.  
☐ flacher.

- d) Der Landwirt senkt den Preis auf 10 € pro kg Hühnerfilet. Wie lautet die Funktionsgleichung jetzt?

- e) Zeichne den Graphen für die geänderte Funktion ebenfalls in das Diagramm ein. Vergleiche das Ergebnis mit deiner Aussage aus Punkt d).

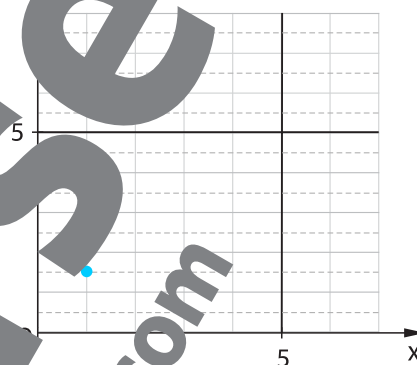
- 479** Gegeben ist die Funktion  $y = 2 \cdot x$ .

H1  
H3  
I2

- a) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle.

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| x | 1 | 2 | 5 | 0 |
| y |   |   |   |   |

- b) Zeichne die Punkte der Wertetabelle in den Graphen ein und verbinde sie.



- 480** Erstelle eine Wertetabelle (für  $x = 0, 1, 2$  und  $3$ ) und zeichne einen Graphen für die angegebenen Funktionen.

a)  $y = 3 \cdot x$

c)  $y = (-1) \cdot x$

b)  $y = 0,1 \cdot x$

d)  $y = (-1,5) \cdot x$

- 481** Gegeben sind die Wertetabellen von homogenen linearen Funktionen.

H1  
H3  
I2

Ergänze die fehlenden Zahlen in der Tabelle und finde jeweils die Funktionsgleichung.

- a) Funktionsgleichung:  $y = \underline{\hspace{2cm}}$

|   |   |   |    |   |   |
|---|---|---|----|---|---|
| x | 0 | 1 | 2  | 3 | 5 |
| y | 0 | 6 | 12 |   |   |

- b) Funktionsgleichung:  $y = \underline{\hspace{2cm}}$

|   |   |    |      |    |    |
|---|---|----|------|----|----|
| x | 0 | 2  | 5    | 10 | -6 |
| y | 0 | -1 | -2,5 |    |    |

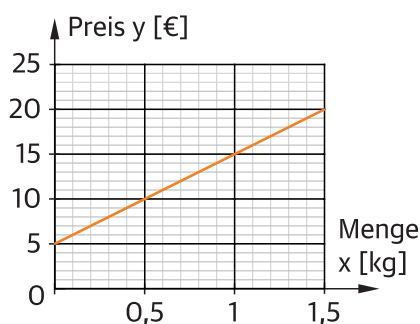
## Inhomogene lineare Funktionen

Eine inhomogene lineare Funktion hat die Form  $y = k \cdot x + d$ .  $d$  ist dabei eine feste Größe.



- 482** Das Diagramm zeigt den Zusammenhang zwischen der gekauften Menge Hühnerkeulen und dem Gesamtpreis, wenn für die Lieferung 5 € verrechnet werden.

H1  
H3  
H4  
I2



- a) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle

|   |      |        |      |        |
|---|------|--------|------|--------|
| x | 0 kg | 0,5 kg | 1 kg | 1,5 kg |
| y | 5 €  |        |      |        |

- b) Wie lautet die Funktionsgleichung? Setze die richtigen Werte für  $k$  und  $d$  in die Funktionsgleichung  $y = k \cdot x + d$  ein.  
 $y =$  \_\_\_\_\_
- c) Wie ändert sich der Graph, wenn man  $d$  vergrößert? Kreuze an.  
 Die Gerade ändert sich wie ...  
☐ Steigung ändert sich  
☐ Lage ändert sich
- d) Der Landwirt erhöht den Preis der Zustellung um 1 €. Wie lautet die Funktionsgleichung jetzt?  
 $y =$  \_\_\_\_\_
- e) Zeichne den Graphen für die geänderte Funktion ebenfalls in das Diagramm oben ein. Vergleiche das Ergebnis mit deiner Aussage aus Punkt d).

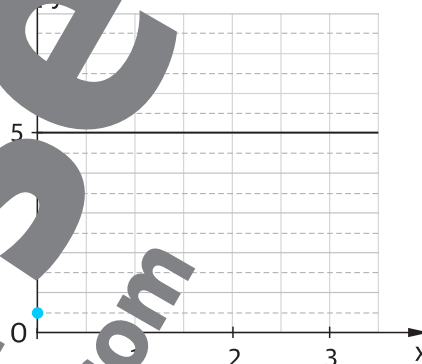
- 483** Gegeben ist die Funktion  $y = 2 \cdot x + 0,5$ .

H1  
H3  
I2

- a) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle.

|   |   |   |     |     |
|---|---|---|-----|-----|
| x | 0 | 1 | 2,5 | 3,5 |
| y |   |   |     |     |

- b) Zeichne die Punkte der Wertetabelle in den Koordinatensystem unten ein und verbinde sie.



- 484** Erstelle eine Wertetabelle (für  $x = 0, 1, 2$  und  $3$ ) und zeichne einen Graphen für die angegebenen Funktionen.

a)  $y = 0,5 \cdot x + 3$

c)  $y = 2 \cdot x - 3$

b)  $y = 0,2 \cdot x + 5$

d)  $y = (-0,5) \cdot x + 5$

- 485** Gegeben sind die Wertetabellen von inhomogenen linearen Funktionen.

H1  
H3  
I2

Ergänze die fehlenden Zahlen in der Tabelle und finde jeweils die Funktionsgleichung.

- a) Funktionsgleichung:  $y =$  \_\_\_\_\_

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 5 |
| y | 2 | 3 | 4 |   |   |

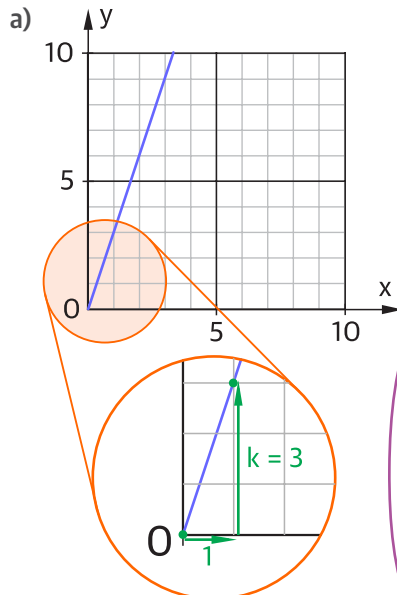
- b) Funktionsgleichung:  $y =$  \_\_\_\_\_

|   |     |     |      |    |    |
|---|-----|-----|------|----|----|
| x | 0   | 2   | 5    | 10 | -1 |
| y | 3,5 | 7,5 | 13,5 |    |    |



# Funktionsgleichungen ablesen

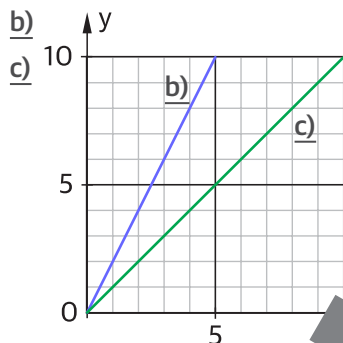
- 486** Bestimme jeweils den Steigungskoeffizienten  $k$  und die Funktionsgleichung  $y$ .

H3  
I2Hinweis:  $y = k \cdot x$ 

Der Graph steigt um 3 Kästchen pro Kästchen, das man nach rechts geht. Die Steigung ist somit 3.

$$y = k \cdot x$$

$$y = 3 \cdot x$$

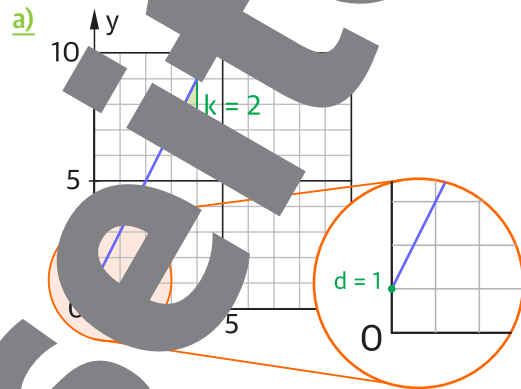


- 487** Ergänze die Sätze.

H3  
I2

- a) „Je größer die Steigung, desto \_\_\_\_\_.“  
(steiler/flacher ist der Graph.)
- b) „Wenn der Graph nach rechts steigt, dann ist der Steigungskoeffizient  $k =$  \_\_\_\_\_.“
- c) „ $k = 5$  bedeutet, dass der Graph um \_\_\_\_\_ Einheiten steigt, wenn man 1 Einheit nach rechts geht.“

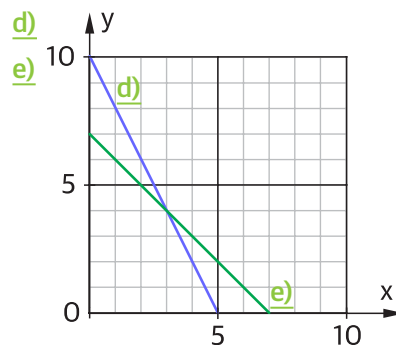
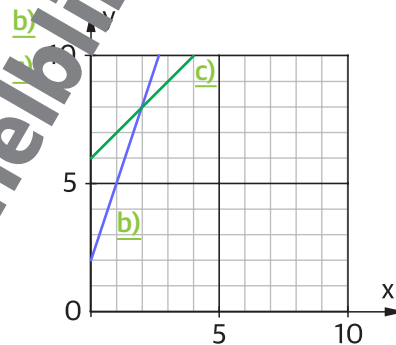
- 488** Bestimme jeweils die Steigung  $k$  und den Steigungskoeffizienten  $d$ , den Steigungskoeffizienten  $k$  und die Funktionsgleichung  $y$ .

H3  
I2Hinweis:  $y = k \cdot x + d$ 

Der Punkt, an dem der Graph die y-Achse schneidet, sagt aus, wie groß  $d$  ist!

$$y = k \cdot x + d$$

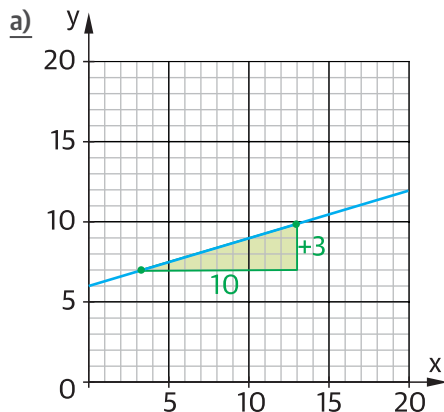
$$y = 2 \cdot x + 1$$



Wenn der Graph fällt, ist die Steigung  $k$  negativ!

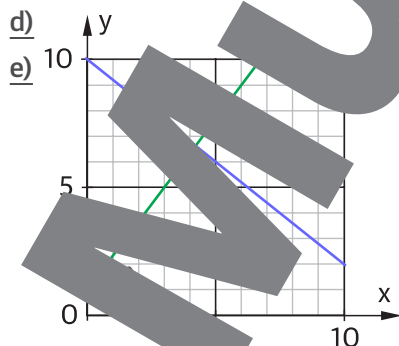
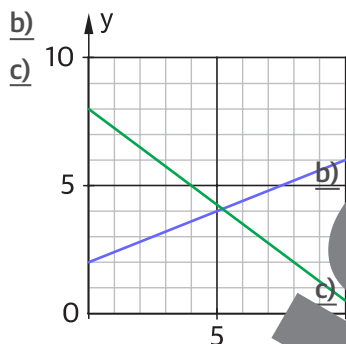
## Steigung berechnen

**489** Bestimme jeweils die Funktionsgleichung der angegebenen linearen Funktionen.

H3  
I2

Die Steigung kann ich zwischen zwei beliebigen Punkten berechnen! Ich dividiere einfach die Zunahme von y durch den x-Abstand:

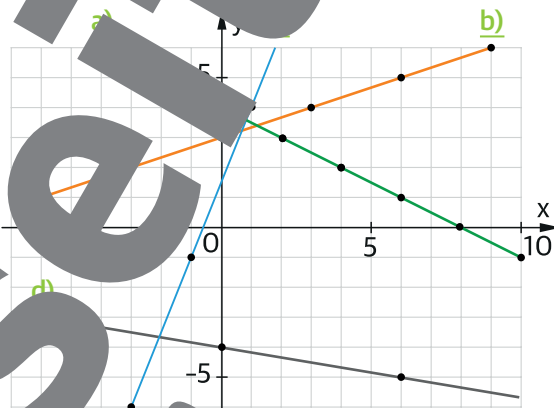
$$k = \frac{3}{10} = 0,3$$



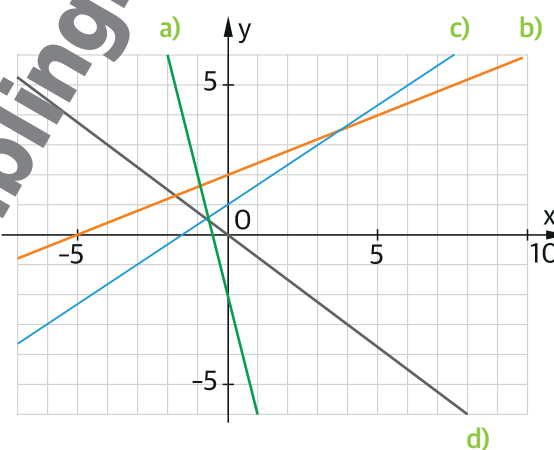
**490** Bestimme jeweils die Funktionsgleichung der angegebenen linearen Funktionen.

H3  
I2

Hinweis: Die eingezeichneten Punkte helfen dir, die Gerade an das Raster genau zu zeichnen!



Bestimme jeweils die Funktionsgleichung der angegebenen linearen Funktionen.



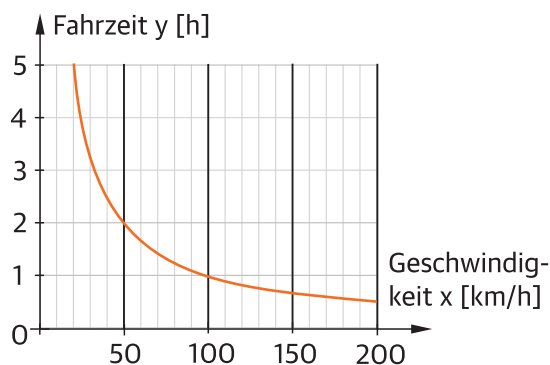
**492** Kreuze an: Wahr (w) oder falsch (f)?

H3  
I2

|                                                                                          | w                        | f                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Ein Graph mit $k = 7$ steigt doppelt so stark wie ein Graph mit $k = 3,5$ .              | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Die Konstante $d$ gibt an, ob ein Graph fällt oder steigt.                               | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Zwei parallele Graphen haben den gleichen Wert $k$ , jedoch unterschiedliche Werte $d$ . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

## Indirekt proportionale Funktionen

- 493** Das Diagramm zeigt den Zusammenhang zwischen der mittleren Geschwindigkeit eines Zuges und seiner Fahrzeit von A nach B.

H2  
H3  
H4  
I2

Je schneller der Zug fährt,  
desto kürzer die Fahrzeit!

- a) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle mit Hilfe des Graphen.

|     |         |         |     |
|-----|---------|---------|-----|
| $x$ | 25 km/h | 50 km/h | 100 |
| $y$ | 4 h     |         |     |

- b) Für den Graphen gilt der Zusammenhang  $x \cdot y = 100$ .  
Bilde aus dieser Gleichung die Funktionsgleichung:

$y =$  \_\_\_\_\_

- c) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle mit Hilfe der Funktionsgleichung.

|     |         |         |          |
|-----|---------|---------|----------|
| $x$ | 10 km/h | 20 km/h | 200 km/h |
| $y$ |         |         |          |

- d) Welchen Wert darf  $x$  nicht annehmen? Begründe deine Entscheidung.
- e) Wie lang ist die Strecke von A nach B? Beschreibe deine Überlegungen und deinen Rechenweg.
- f) **FORSCH WEITER**  
Wie schnell fahren Züge in Österreich?

- 494** Gegeben ist die Funktion

H1  
H3  
I2

$$y = \frac{8}{x} \quad (\text{mit } x \neq 0).$$

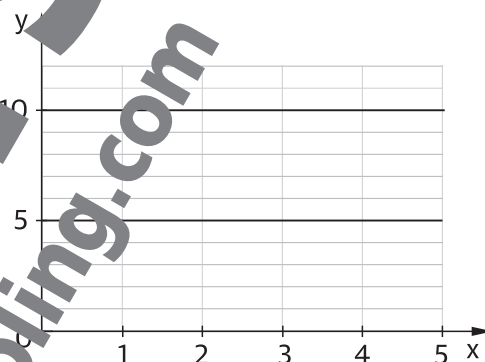
- a) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle.

|     |  |  |   |
|-----|--|--|---|
| $x$ |  |  | 4 |
| $y$ |  |  |   |



Setze einfach den  $x$ -Wert statt  $x$   
in die Gleichung ein!

- b) Zeichne die Punkte aus der Wertetabelle in das Diagramm unten ein. Verbinde die Punkte zu einem Funktionsgraphen.



- 495** Gegeben ist die Funktion

H1  
I2

$$y = \frac{12}{x} \quad (\text{mit } x \neq 0).$$

- a) Erstelle eine Wertetabelle für  $x = 1, 2, 3, 4, 6, 8$  und  $12$ .
- b) Zeichne den Graphen der Funktion mit Hilfe von a).

- 496** Gegeben ist die Funktion

H1  
I2

$$y = \frac{15}{x} \quad (\text{mit } x \neq 0).$$

- a) Erstelle eine Wertetabelle. Wähle selbst drei Werte für  $x$ .
- b) Zeichne den Graphen der Funktion mit Hilfe von a).

## Weitere Funktionen

**497** Gegeben ist die Potenzfunktion  $y = \frac{x^2}{2}$ .

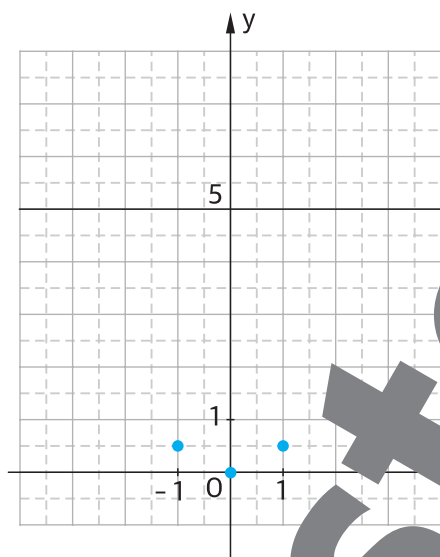
H1  
H2  
H3  
H4  
I2

a) Ergänze die Zahlen in den Wertetabellen.

|   |   |     |   |   |   |
|---|---|-----|---|---|---|
| x | 0 | 1   | 2 | 3 | 4 |
| y | 0 | 0,5 |   |   |   |

|   |     |    |    |    |
|---|-----|----|----|----|
| x | -1  | -2 | -3 | -4 |
| y | 0,5 |    |    |    |

b) Zeichne die Punkte aus den Wertetabellen in das Diagramm unten ein und verbinde sie zu einem Funktionsgraphen.



c) Christian sagt:  
„Die Steigung des Graphen ist nicht überall gleich. Im Nullpunkt ist sie flach, je weiter man von x = 0 weggeht, desto steiler wird die Funktion.“

Stimmt das mit deiner Beobachtung?

d) Gegeben ist die Funktion  $y = \frac{x^2}{2} + 2$ .

Ergänze eine Wertetabelle wie in a) und zeichne die Punkte in das Diagramm ein (wie bei b) ein). Vergleiche die beiden Kurven aus a) und d).

e) Wie sieht die Kurve für  $y = \frac{x^2}{2} - 1$  aus? Beschreibe sie.

**498** Gegeben ist die Exponentialfunktion  $y = 3^x$ .

H1  
H2  
H3  
H4  
I2

a) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle.

|   |  |   |   |   |
|---|--|---|---|---|
| x |  |   | 3 | 4 |
| y |  | 3 | 9 |   |

b) Zeichne die Punkte aus der Wertetabelle in das Diagramm rechts ein und verbinde sie zu einem Funktionsgraphen.

c) Berechne den Wert von  $3^5$ .

Zeichne den Punkt  $(5, 3^5)$  in das Diagramm ein und vergleiche ihn mit dem berechneten Wert.

#### KNOBELAUFGABE

Wie lautet der größte Wert x, für den dein Taschenrechner 3 ausrechnen kann?

#### 499 ERSCHE WEITER

##### Reiskornlegende

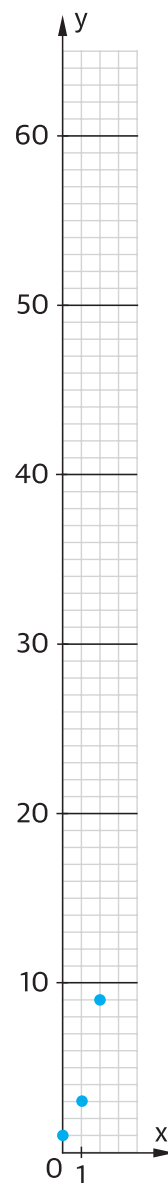
Ein indischer Herrscher wollte dem Erfinder des Schachspiels einen Wunsch erfüllen.

Dieser wollte Reiskörner, und zwar eines für das erste Schachfeld und dann auf jedem Feld doppelt so viele wie auf dem Feld davor.

Der Wunsch schien bescheiden. Der Herrscher konnte ihn aber nicht erfüllen.

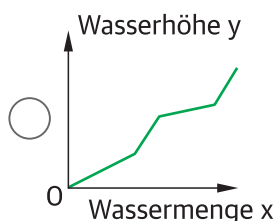
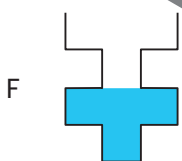
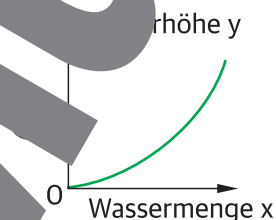
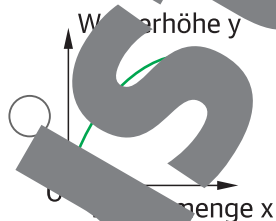
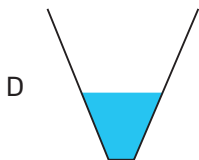
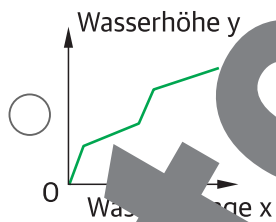
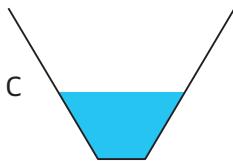
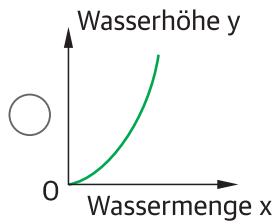
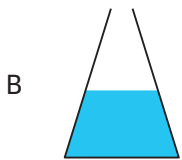
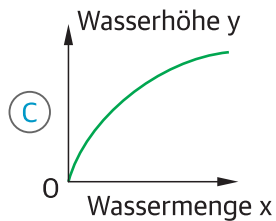
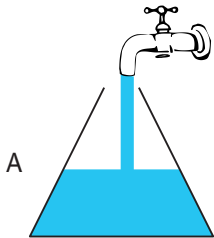
a) Berechne die Zahl der Reiskörner mit der Formel: Körner =  $2^{64} - 1$ .

b) Wer gilt als Erfinder des Schachspiels?

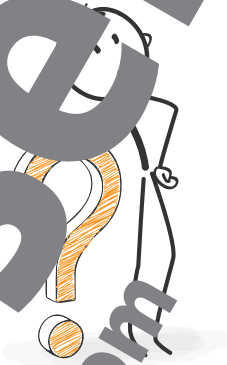


**500 KNOBELAUFGABE**H3  
I2**Vasen füllen**

Ordne die Vasen den richtigen Graphen zu.

**501 KNOBELAUFGABE**H1  
H3  
I2**Vasen füllen – selbst erfinden**

Erfinde selbst ein Rätsel, wie in Aufgabe 500, mit mindestens zwei Vasen und vier Diagrammen. Stelle eine Aufgabe einer Mitschülerin oder einem Mitschüler.

**502 KNOBELAUFGABE**H1  
H3  
I2**Finde die Funktion – Aufgabe 1**

Zeichne ein Koordinatensystem mit  $-5 \leq x \leq 5$  und  $-5 \leq y \leq 5$ .

Zeichne darin fünf Punkte  $P(x|y)$  ein, bei denen der x-Wert jeweils um 1 kleiner ist als der y-Wert.

- Verbinde die Punkte zu einer Kurve. Was fällt dir auf?
- Um welche Art von Funktion handelt es sich?
- Wie lautet die Funktionsgleichung?

**503 KNOBELAUFGABE**H1  
H3  
I2**Finde die Funktion – Aufgabe 2**

Zeichne ein Koordinatensystem mit  $-5 \leq x \leq 5$  und  $-10 \leq y \leq 10$ .

Zeichne darin fünf Punkte  $P(x|y)$  ein, bei denen der y-Wert jeweils doppelt so groß ist wie der x-Wert.

- Verbinde die Punkte zu einer Kurve. Was fällt dir auf?
- Um welche Art von Funktion handelt es sich?
- Wie lautet die Funktionsgleichung?

# K

## Gleichungssysteme – Lineare Gleichungen mit zwei Variablen

|           |                                          |     |
|-----------|------------------------------------------|-----|
| <b>K1</b> | Gleichungssysteme – Einführung .....     | 97  |
| <b>K2</b> | Grafisches Lösungsverfahren .....        | 99  |
| <b>K3</b> | Gleichsetzungsverfahren .....            | 99  |
| <b>K4</b> | Einsetzungsverfahren, Probe .....        | 101 |
| <b>K5</b> | Eliminationsverfahren .....              | 101 |
| <b>K6</b> | Lösungsverfahren passend einsetzen ..... | 104 |
| <b>K7</b> | Textaufgaben .....                       | 104 |
| <b>K8</b> | Anwendung .....                          | 104 |
|           | Denkfabrik .....                         |     |

### K1

## Gleichungssysteme – Einführung

504

Der Besuch im Freibad  
Schwimmunion kostet 4 €.  
Mitglieder bezahlen nur 2,50 €.  
Die Mitgliedsgebühr beträgt einmalig 5 €.

a) Anna hat 10 Besuche im Freibad.  
Funktionsgleichungen für die Kosten  
g<sub>1</sub> und g<sub>2</sub> sind dargestellt:

$$A: y = 4x$$

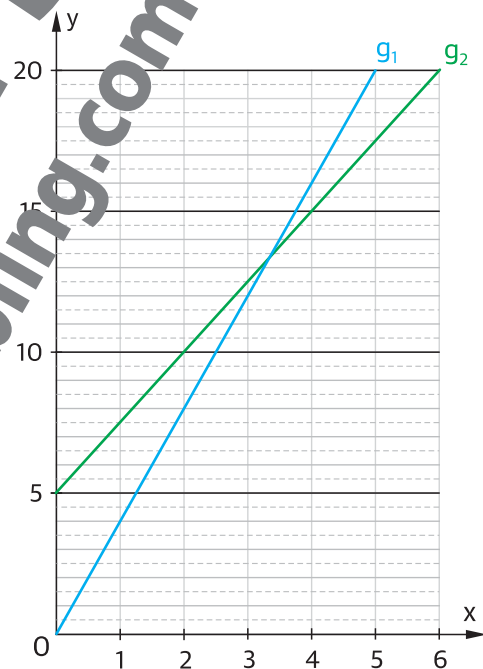
$$B: y = 2,5x + 5$$

b) Ordnen Sie den Graphen das x und das y  
in den Gleichungen?

c) Welcher Graph gehört zu welcher  
Funktionsgleichung?  
Verbinde.

g<sub>1</sub>

g<sub>2</sub>



d) Zeichne den Schnittpunkt S in  
den Graphen ein.

Welche Bedeutung hat er?

e) Erstelle für beide Funktionen  
eine Wertetabelle für  $0 \leq x \leq 8$ .

f) Ab wie vielen Besuchen im Freibad  
zahlt sich eine Mitgliedschaft  
in der Schwimmunion aus?

Begründe deine Entscheidung.



## Grafisches Lösungsverfahren

**505** In ein Koordinatensystem sind jeweils zwei Funktionsgraphen eines Gleichungssystems eingezeichnet.

H1  
H3  
I2

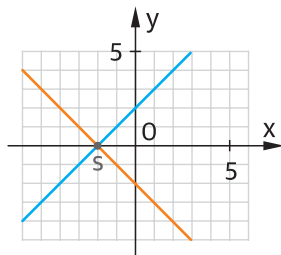
Markiere jeweils den Schnittpunkt und gib die Lösungsmenge an.

Ziehe den Graphen der Gleichung I blau und den der Gleichung II orange nach.

a) I:  $y = x + 2$

II:  $y = -x - 2$

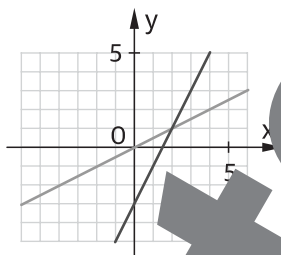
$L = \{(-2|0)\}$



b) I:  $y = 0,5 \cdot x$

II:  $y = 2 \cdot x - 3$

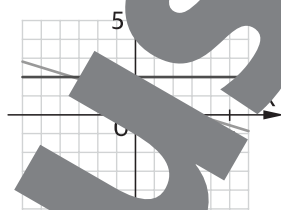
$L = \{ \quad \}$



c) I:  $y = 2$

II:  $y = 1 - \frac{x}{3}$

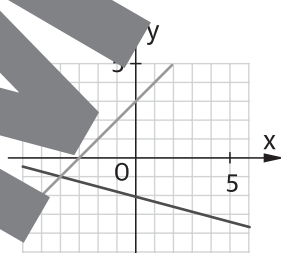
$L = \{ \quad \}$



d) I:  $y = -2 - \frac{x}{4}$

II:  $y = 2 \cdot x - 3$

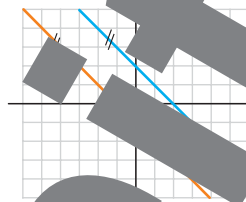
$L = \{ \quad \}$



**506** Kreuze jeweils die Lösungsmenge zu den abgebildeten Gleichungssystemen

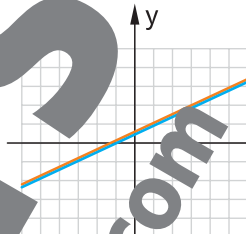
H3  
I2

a)



☐  $L = \emptyset$   
☐  $L =$  alle Punkte der Geraden

b)



☐  $L = \emptyset$   
☐  $L =$  alle Punkte der Geraden

Kein Schnittpunkt bedeutet keine Lösung! Schreibe:  $L = \{ \}$

Zwei gleiche Geraden bedeutet: Alle Punkte der Geraden gelten als Lösung!



**507** Finde die Lösungsmengen zu den Gleichungssystemen mit Hilfe des grafischen Lösungsverfahrens.

H1  
H3  
I2

**Tipp:** Zeichne jeweils ein Koordinatensystem mit  $-5 \leq x \leq 5$  und  $-5 \leq y \leq 5$ !

a) I:  $y = x - 2$

II:  $y = 2 - x$

c) I:  $y = 3 \cdot x + 1$

II:  $y = 3 \cdot x - 2$

b) I:  $y = \frac{x}{2} + 1$

II:  $y = 2 \cdot x - 2$

d) I:  $y = -x - 1$

II:  $y = \frac{x}{2} + 2$

**508** Forme die Gleichungen zuerst zu Funktionsgleichungen um. Finde dann die Lösungsmengen zu den Gleichungssystemen mit Hilfe des grafischen Lösungsverfahrens.

H1  
H3  
I2

a) I:  $3y - x = 3$

II:  $x = y + 3$

b) I:  $y - 2x = 3$

II:  $x = 2y - 4$

## Gleichsetzungsverfahren

**509** Finde jeweils die Lösung der Gleichungssysteme mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens.

H2  
I2

a) I:  $y = 5x - 4$

II:  $y = x + 2$

$$\text{I: } y = 5x - 4$$

$$\text{II: } y = x + 2$$

$$5x - 4 = x + 2 \quad / -x; +4$$

$$4x = 6 \quad / :4$$

$$x = \frac{6}{4} = 1,5$$

$$y = x + 2 = 1,5 + 2 = 3,5$$

$$L = \{(1,5 | 3,5)\}$$

b) I:  $y = 2x + 2$

II:  $y = x + 5$

c) I:  $y = -x + 8$

II:  $y = 3x - 2$

d) I:  $y = -4x + 3$

II:  $y = x - 1$

e) I:  $y = -x - 3$

II:  $y = 2x + 1$

**510** Finde jeweils die Lösung der Gleichungssysteme mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens.

H1  
H2  
I2

Überprüfe deine Lösung, indem du die Graphen der Gleichungen zeichnest und den Schnittpunkt der Geraden abliest.

a) I:  $y = x$

II:  $y = 2x - 6$

b) I:  $y = x + 1$

II:  $y = x + 2$

c) I:  $y = \frac{x}{2} + 5$

II:  $y = -x - 0,5$

d) I:  $y = \frac{x}{4} + 4$

II:  $y = x + 1,5$

Die Lösung muss gleich dem Schnittpunkt sein!



**511** Gegeben ist das folgende Gleichungssystem

H4  
I2

I:  $y = 2x - 3$

II:  $y = 2x + 1$

a) Zeige mit Hilfe des graphischen Lösungsverfahrens, dass es keine Lösung gibt.

b) Zeige mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens, dass es keine Lösung gibt.

c) Überprüfe deine Ergebnisse und zeichne sie mit anderen.

**512** Finde jeweils die Lösung der Gleichungssysteme mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens.

Hinweis: Es können auch die leere Menge oder alle Punkte als Lösungsmenge auftreten!

a) I:  $2y - x = 3$

II:  $x = 4 + y$

$$\text{I: } 2y - x = 3$$

$$\text{II: } x = 4 + y$$

$$\text{I: } 2y - x = 3 \quad / +x; -3$$

$$2y - 3 = x$$

$$2y - 3 = 4 + y \quad / -y; +3$$

$$y = 7$$

$$\text{in II: } x = 4 + y = 4 + 7 = 11$$

$$L = \{(11 | 7)\}$$

b) I:  $x = y + 1$

II:  $x + y = 5$

c) I:  $5 - x = 2y$

II:  $x - y = 2$

d) I:  $4x + 2y = 0$

II:  $3y = 2x - 4$

e) I:  $4x + 3y = 1$

II:  $y = 2x - 1$

f) I:  $y = 3x - 1$

II:  $6x = 2y + 2$

g) I:  $2x = y + 5$

II:  $x + y = 2,5$

## Einsetzungsverfahren, Probe

- 513** Finde jeweils die Lösung der Gleichungssysteme mit Hilfe des Einsetzungsverfahrens.

H2  
I2

Hinweis: Es können auch die leere Menge oder alle Punkte als Lösungsmenge auftreten!

a) I:  $3y = 2x + 1$

II:  $x = y + 5$

I:  $3y = 2x + 1$

II:  $x = y + 5$

in I:  $3y = 2 \cdot (y + 5) + 1$

$3y = 2y + 10 + 1 \quad | -2y$

$y = 11$

in II:  $x = y + 5 = 11 + 5 = 16$

$L = \{(16 | 11)\}$

b) I:  $y = x + 1$

II:  $x + 2y = 11$

c) I:  $5y - 3x = -2$

II:  $x = y - 1$

d) I:  $2x - 3y = 7$

II:  $x = 2$

e) I:  $7 - \frac{x}{2} = 8$

II:  $x = 2$

- 514** Finde jeweils die Lösung der Gleichungssysteme mit Hilfe des Einsetzungsverfahrens.

H2  
I2

Hinweis: Es können auch die leere Menge oder alle Punkte als Lösungsmenge auftreten!

a) I:  $x - 2 = 3y$

II:  $y = 5$

b) I:  $y = 2x$

II:  $2y + x = 7$

c) I:  $2x = y + 3$

II:  $2y - 3x = -2$

d) I:  $1 - x = 3y$

II:  $5y + x = 5$

Forme zuerst eine der Gleichungen um, z. B. I:  $x = 3y + 2$



- 515** Finde jeweils die Lösung der Gleichungssysteme mit Hilfe des Einsetzungsverfahrens. Führe dann jeweils die Probe durch.

H2  
I2

a) I:  $y = x - 1$

II:  $x + y = 1$

$L = \{(2 | -1)\}$

Probe:

I:  $-1 = 2 - 1$

$-1 = -1 \quad \checkmark$

II:  $4 \cdot 2 + (-1) = 7$

$7 = 7 \quad \checkmark$

b) I:  $y = 3x - 7$

II:  $2y = 2x + 1$

c) I:  $y = 2x - 4$

II:  $3y = 4x - 2$

- 516** Führe jeweils die Probe durch und kontrolliere, ob die angegebenen Lösungen richtig oder falsch sind.

H2  
H3  
I2

a) I:  $2y = x + 1$

II:  $x + 2y = 15$

$L = \{(7 | 4)\}$

c) I:  $4x - 1 = 2y$

II:  $x = 3y$

$L = \{(6 | 2)\}$

b) I:  $x - 1 = 3y$

II:  $4x + y = 7$

$L = \{(4 | 1)\}$

d) I:  $\frac{y}{2} = 2x - 1$

II:  $y - 4 = 2x$

$L = \{(3 | 10)\}$

### 517 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I2

Gleichungssysteme verändern

Setze jeweils eine Zahl in das Feld so ein, dass das Gleichungssystem ...

(1) ... keine Lösung hat.

(2) ... unendlich viele Lösungen hat.

a) I:  $y = x + 3$

II:  $2y = 2x + \underline{\hspace{1cm}}$

b) I:  $y = x + 3$

II:  $2y = 2x + \underline{\hspace{1cm}}$

## Eliminationsverfahren

**518** Finde jeweils die Lösung der Gleichungssysteme mit Hilfe des Eliminationsverfahrens.

H2  
I3

a) I:  $4x + 3y = 8$

II:  $x + 3y = 2$

$$\begin{array}{r} \text{I: } 4x + 3y = 8 \\ \text{II: } x + 3y = 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} - \\ \hline \end{array}$$

$$3x = 6 \quad / : 3$$

$$x = 2$$

in I:  $4 \cdot 2 + 3y = 8$

$$3y = 0$$

$$y = 0$$

$$L = \{(2|0)\}$$

b) I:  $2x + y = 15$

II:  $x + y = 12$

c) I:  $3x + 5y = 11$

II:  $3x + y = 7$

d) I:  $x + 2y = 6$

II:  $3x - 2y = 2$

e) I:  $5x + 4y = 16$

II:  $5x - 2y = 12$

f) I:  $4x - y = 5$

II:  $x - y = 5$

g) I:  $2y - 3x = 3$

II:  $3x + y = 3$

h) I:  $2y - 3x = 5$

II:  $x + 2y = 10$

i) I:  $x - 10y = 5$

II:  $x + 8y = 9$

**519** Natascha hat die folgende Aufgabe leider falsch gelöst.

H2  
I2

$$\begin{array}{r} \text{I: } 2x + 8y = 8 \\ \text{II: } 2x + y = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} - \\ \hline \end{array}$$

$$x = 7$$

in II:  $7 - y = 1$

$$y = 6$$

$$L = \{(7|6)\} \quad \text{f}$$

a) Löse die Aufgabe selbst richtig.

b) Schreibe Natascha eine Kurznachricht, worauf sie in Zukunft achten soll.

**520** Finde jeweils die Lösung der Gleichungssysteme mit Hilfe des Eliminationsverfahrens.

Hinweis: Es können auch die leere Menge oder alle Punkte als Lösungsmenge auftreten!

a) I:  $x + 4y = 3$

II:  $2x + y = 2,5$

b) I:  $x + 1 = 2y$

II:  $3x - 2y = 3$

c) I:  $2 - x = y$

II:  $2x + y = 5$

d) I:  $3y - x = 10$

II:  $\frac{x}{2} + y = 5$

e) I:  $2x + 6 = \frac{y}{3}$

II:  $11 - 5x = y$

f) I:  $y - 2x = 6$

II:  $x + 8 = 3y$

I:  $2x + 8y = 6$

II:  $2x + y = 2,5$

Ich habe die erste Gleichung verdoppelt!

Jetzt kann ich mit „OBEN minus UNTEN“ weiterrechnen!



Man kann auch mit „OBEN minus UNTEN“ rechnen. Das ist eine gute Möglichkeit, um die Gleichung zu vereinfachen.

Und das ist das Lösen der Gleichung einfach!



## LÖSUNGEN

**518, 520**  $L = \{(-2|2)\}$ ;  $L = \{(-\frac{7}{11}|\frac{156}{11})\}$ ;  $L = \{(-\frac{1}{3}|4)\}$ ;  $L = \{(1|\frac{1}{2})\}$ ;  $L = \{(\frac{8}{3}|\frac{2}{3})\}$ ;  $L = \{(2|0)\}$ ;  $L = \{(2|1)\}$ ;  $L = \{(2|\frac{3}{2})\}$ ;  $L = \{(2|2)\}$ ;  $L = \{(2|3)\}$ ;  $L = \{(2|4)\}$ ;  $L = \{(3|-1)\}$ ;  $L = \{(3|1)\}$ ;  $L = \{(3|9)\}$ ;  $L = \{(5|\frac{5}{2})\}$ ;  $L = \{(\frac{65}{3}|-7)\}$ ;

## Lösungsverfahren passend einsetzen

**521** Laura hat mit dem Lösen einer Aufgabe begonnen.

H1  
H2  
H3  
I2

$$\begin{array}{l} \text{I: } 4x - y = 10 \\ \text{II: } x = 2y - 1 \\ \text{in I: } 4 \cdot (2y - 1) - y = 10 \end{array}$$



a) Welches Verfahren verwendet Laura? Kreuze an.

- ☐ Gleichsetzungsverfahren  
☐ Einsetzungsverfahren  
☐ Eliminationsverfahren

b) Löse die Aufgabe mit dem Verfahren, das Laura gewählt hat.

c) Löse die Aufgabe mit einem der beiden anderen Verfahren.

**522** Tom hat mit dem Lösen einer Aufgabe begonnen.

H2  
H3  
I2

$$\begin{array}{l} \text{I: } 3x - y = 13 \\ \text{II: } x + 2y = 2 \\ \cdot 3 \quad \text{I: } 3x - y = 13 \\ \quad \text{II: } 3x + 6y = 6 \\ \quad \quad - 7y = 7 \end{array}$$



a) Welches Verfahren verwendet Tom?

b) Löse die Aufgabe mit dem Verfahren, das Tom gewählt hat.

**523** Aida hat mit dem Lösen einer Aufgabe begonnen.

H2  
H3  
I2

a) Welches Verfahren verwendet Aida?

b) Stelle Aidas Lösung fertig.

$$\begin{array}{l} \text{I: } y = 2x + 5 \\ \text{II: } y = 10 - x \\ 2x + 5 = 10 - x \end{array}$$

**524** Gib jeweils an, welches Verfahren dir am geschicktesten erscheint. Löse dann die Aufgabe nach dieser Methode.

H1  
H2  
I2

a)

$$\begin{array}{l} \text{I: } x = 2 \\ \text{II: } y = -7 \end{array}$$

f)

$$\begin{array}{l} \text{I: } 2x + 1 = y \\ \text{II: } 7 - y = 4x \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{l} \text{I: } x = 4 \\ \text{II: } y = 5 \end{array}$$

g)

$$\begin{array}{l} \text{I: } 4x + y = 23 \\ \text{II: } 4x - 3y = 3 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{l} \text{I: } y = 10 \\ \text{II: } x + y = 20 \end{array}$$

h)

$$\begin{array}{l} \text{I: } x = 7y - 6 \\ \text{II: } x = 10 - y \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{l} \text{I: } y = 2 \\ \text{II: } 3x + y = 2y \end{array}$$

i)

$$\begin{array}{l} \text{I: } 2y = 2x - 5 \\ \text{II: } 2y = 4 + \frac{x}{2} \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{l} \text{I: } y = 3x + 9 \\ \text{II: } y = x - 1 \end{array}$$

j)

$$\begin{array}{l} \text{I: } 2x + 5y = 22 \\ \text{II: } y = x - 4 \end{array}$$

## 5 KNOBELAUFGABE

Gleichung erfinden

H1  
H2  
I2

Stelle die zweite Gleichung jeweils so auf, dass das Gleichungssystem mit dem angegebenen Lösungsverfahren einfach zu lösen ist. Löse dann die Aufgabe.

a) Gleichsetzungsverfahren:

$$\begin{array}{l} \text{I: } y = x - 1 \\ \text{II: } \end{array}$$

b) Einsetzungsverfahren:

$$\begin{array}{l} \text{I: } 2x + y = 12 \\ \text{II: } \end{array}$$

c) Eliminationsverfahren:

$$\begin{array}{l} \text{I: } 3x - 2y = 1 \\ \text{II: } \end{array}$$

Es müssen keine ganzen Zahlen für  $x$  und  $y$  herauskommen!



## Textaufgaben

- 526** Schreibe passende Terme zu den angegebenen Ausdrücken.

H1  
I2

- a) das Dreifache einer Zahl

|    |      |
|----|------|
| a) | $3x$ |
|----|------|

- b) das Doppelte einer Zahl  
c) ein Drittel einer Zahl  
d) um 5 mehr als eine Zahl  
e) um 2 weniger als eine Zahl  
f) die Differenz zweier Zahlen  
g) das Doppelte der Summe zweier Zahlen

- 527** Stelle jeweils ein Gleichungssystem mit zwei Gleichungen auf. Löse dann damit die Aufgaben.

H1  
H2  
I2

- a) I: Die Summe zweier Zahlen ist 15.  
II: Die erste Zahl ist um 3 kleiner als die zweite Zahl.

|     |              |
|-----|--------------|
| I:  | $x + y = 15$ |
| II: | $x = y - 3$  |

- b) I: Die Summe zweier Zahlen ist 20.  
II: Die erste Zahl ist um 6 größer als die zweite Zahl.  
c) I: Die erste Zahl ist genau so groß wie die zweite Zahl.  
II: Die Differenz der beiden Zahlen beträgt 6.  
d) I: Zähle von einer Zahl das Doppelte der zweiten Zahl dazu, ergibt man 10.  
II: Die erste Zahl ist um 3 kleiner als die zweite Zahl.  
e) **KNOX-AUFGABE**  
I: Die Summe des Doppelten der ersten Zahl und der zweiten Zahl beträgt 10.  
II: Die Differenz des Doppelten der ersten Zahl und der Hälfte der zweiten Zahl beträgt 1.

- 528** Peter denkt sich zwei Zahlen aus.

H1  
H2  
I2

Addiert man zur ersten Zahl das Vierfache der zweiten Zahl, ergibt das 20.  
Die Differenz der beiden Zahlen ist gleich 5.  
Wie lauten Peters Zahlen?

- 529** Lena denkt sich zwei Zahlen aus.

H1  
H2  
I2

Die erste Zahl ist um 1 größer als das Dreifache der zweiten Zahl.  
Die Summe der ersten Zahl ist um 1 mehr als die zweite Zahl.  
Wie lauten Lenas Zahlen?

- 530 KNOX-AUFGABE**

H1  
H2  
I2

Elvira denkt sich zwei Zahlen aus.

Die erste Zahl ist so groß, wie wenn man die zweite Zahl halbiert und noch sechs dazuzählt.  
Man kann auch sagen, dass die erste Zahl doppelt so groß ist wie die zweite Zahl.  
Wie lauten Elviras Zahlen?

- 531** Beschreibe diese Gleichungssysteme als Texträtsel.

H1  
H2  
I2

- a) I:  $x + y = 10$   
II:  $x = y - 2$   
b) I:  $3x - y = 2$   
II:  $y = 2x$   
c) I:  $x = 3y$   
II:  $x + 4 = y$   
d) I:  $x - y = 5$   
II:  $x + y = 1$

- 532** Erfinde selbst ein Texträtsel und gestalte es als Rätselkarte.

H1  
I2

Schreibe die Lösung auf die Rückseite.  
Stelle deine Aufgabe einer Mitschülerin oder einem Mitschüler.





## Anwendung

- 533** Löse die Aufgaben jeweils mit Hilfe eines Gleichungssystems.

H1  
H2  
I2



- a) Im Gehege für die Zebras ( $x$ ) sind auch die Giraffen ( $y$ ) untergebracht. Insgesamt sind 20 Tiere im Gehege. Es sind dreimal so viele Zebras im Gehege wie Giraffen.
- $$\text{I: } x + y = 20$$
- Berechne die Anzahl an Giraffen und Zebras im Gehege.
- b) Die Steinböcke ( $x$ ) und die Gämsen ( $y$ ) teilen sich ein felsiges Gehege. Insgesamt sind 45 Tiere im Gehege. Es sind 17 Gämsen mehr im Gehege als Steinböcke.
- $$\text{II: } x = 3 \cdot y$$
- Berechne die Anzahl an Steinböcken und Gämsen im Gehege.
- c) Bei den Geiern ( $x$ ) sind auch die Adler ( $y$ ) untergebracht. Es gibt 7 Geier mehr als Adler. Insgesamt sind es 19 Tiere.
- Berechne die Anzahl an Geiern und Adlern im Gehege.

- 534** In einer Schule gibt es 120 Schülerinnen und Schülern. Wie viele Mädchen und wie viele Jungen gibt es?

H1  
H2  
I2

Berechne die Anzahl an Mädchen und Jungen in der Schule.

- 535** Louis hat um 25 Sammelkarten mehr als Ortwin.

H1  
H3  
I2

Ortwin sagt: „Hättest du noch eine Karte mehr, hättest du genau doppelt so viele wie ich!“

Wie viele Karten hat Louis?

- 536** Löse die Aufgaben jeweils mit Hilfe eines Gleichungssystems.

H1  
H2  
I2



- a) Ein Futterack kostet  $x$  € und eine Ansichtskarte  $y$  €.
- Hanna bezahlt für einen Futterack und zwei Ansichtskarten 10,70 €.
- Alia bezahlt für zwei Futteräcke und eine Ansichtskarte 24,30 €.
- Berechne jeweils den Preis für einen Futterack bzw. eine Ansichtskarte.

$$\begin{array}{l} \text{I: } x + 2 \cdot y = 10,70 \\ \text{II: } 2 \cdot x + y = 24,30 \end{array}$$

Ein Schlüsselanhänger kostet  $x$  €, ein Stofftier kostet  $y$  €.

Nino kauft zwei Schlüsselanhänger und ein Stofftier und bezahlt dafür 26,30 €.

Das Stofftier kostet um 8,60 € mehr als der Schlüsselanhänger.

Berechne jeweils den Preis für einen Schlüsselanhänger bzw. ein Stofftier.

- 537** Eine Jahreskarte im Zoo kostet viermal so viel wie eine Tageskarte.

H1  
H2  
I2

Heute wurden 352 Tageskarten und fünf Jahreskarten verkauft. Das brachte 7 068 € ein.

Berechne jeweils den Preis für die Tageskarte bzw. die Jahreskarte.

- 538** In einem Gehege sind Strauße und Gazellen untergebracht.

H1  
H2  
I2

Luka zählt 16 Köpfe und 50 Beine.



- a) Wie viele Strauße und wie viele Gazellen sind im Gehege?
- b) Beschreibe, wie du überlegt hast.



## 539 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I2

### Lernspiel

Aischa und Julia lernen für einen Test. Dafür hat Aischa 24 Prüfungsfragen zusammengestellt.

Als Motivation haben sich die beiden ein Punkteschema überlegt: Julia bekommt für jede richtige Antwort 7 Punkte und verliert für jede falsche Antwort 5 Punkte.

Am Ende hat Julia so viele Punkte wie zu Beginn des Spiels.

Wie viele Fragen hat Julia richtig und wie viele falsch beantwortet?

## 540 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I2  
I3

### Rechtecke

Zwei Rechtecke haben jeweils einen Flächeninhalt von  $72 \text{ cm}^2$ .

Die Länge des einen Rechtecks ist um 5 cm kleiner als die Länge des anderen Rechtecks, und seine Breite ist dafür um 10 cm größer als die Breite des anderen.

Berechne die Länge und die Breite der beiden Rechtecke.

## 541 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I1  
I2

### Verrechnet

Sabine sollte von einer vorgegebenen Zahl zuerst 9 subtrahieren und dann das Ergebnis mit 5 multiplizieren.

Irrtümlicherweise hat sie jedoch zuerst 5 subtrahiert und das Ergebnis mit 5 multipliziert. Ihr Resultat betrug 252.

- Wie groß ist das richtige Ergebnis?
- Erfinde zwei ähnliche Rätsel, löse sie und stelle sie anschließend einer Mitschülerin oder einem Mitschüler.



## 542 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I2

### WM-Fußball

Tim hat genau 62 € zu wenig, um den offiziellen WM-Fußball kaufen zu können.

Otto will sich den Ball auch kaufen, ihm fehlen aber 5 €.

Zusammen reicht ihr Geld genau für einen Ball.

Wie viel kostet der WM-Fußball?



## 543 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I2

### Kekse und Waffeln

Die Kinder der 4a-Klasse betreiben beim Elternabend einen Kuchenstand, um Geld für ihre Klassenkasse zu sammeln.

Dafür kaufen sie Kekse um 20 Cent pro Stück und Waffeln um 30 Cent pro Stück und verkaufen die Waren jeweils zum doppelten Preis.



Nachdem alle Kekse und Waffeln verkauft waren, betrug der Gewinn 32 €.

Wie viele Kekse und Waffeln wurden verkauft, wenn doppelt so viele Kekse wie Waffeln verkauft wurden?

## 544 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I1  
I2

### Zahlenspielerei

Auf der Tafel steht eine Zahl. Ida verdoppelt diese Zahl und zählt sie noch einmal dazu.

Jan addiert die Zahl von der Tafel zu sich selbst und multipliziert das Ergebnis mit 2.

Welche Zahl steht auf der Tafel, wenn Jans Ergebnis um 13 größer ist als Idas Ergebnis?

# L

## Prozente, Zinsen und Zinseszinsen – Anwendungen in der Wirtschaft

|           |                               |     |
|-----------|-------------------------------|-----|
| <b>L1</b> | Änderungen in Prozent .....   | 106 |
| <b>L2</b> | Brutto und netto .....        | 107 |
| <b>L3</b> | Rabatt und Skonto .....       | 108 |
| <b>L4</b> | Zinsen .....                  | 109 |
| <b>L5</b> | Zinseszinsen .....            | 110 |
| <b>L6</b> | Exponentielles Wachstum ..... | 112 |
|           | Denkfabrik .....              | 112 |

### L1

## Änderungen in Prozent

**545** Der Umsatz der Firma ...  
betrug im April 15 200 €.

H2  
I1

Berechne den Umsatz ...  
wenn er gegenüber dem ...

a) ... um 7% ... ist.

$$15\,200 \cdot 0,93 = 14\,136 \text{ €}$$

b) ... um 7% ... ist.  
... um 4% ... gefallen ist.

c) ... um 7% ... ist.

d) ... um 7% ... ist.

e) ... um 7% ... ist.

$$15\,200 \cdot 1,08 = 16\,416 \text{ €}$$

f) ... um 2% ... ist.

g) ... um 16% ... ist.

h) ... um 50% ... ist.

Berechne jeweils, um wie viel Prozent  
die Produktion gesteigert werden  
konnte.

H2  
I1

a) Skateboards:  
von 1 620 auf 1 800 Stück

b) Scooter:  
von 410 auf 450 Stück

c) Inline-Skates:  
von 508 auf 590 Stück

Arbeite mit  
der Formel  
 $A = G \cdot \frac{p}{100}$



**547** Würde eine Firma ihren Jahresumsatz  
um 6% steigern, entspräche das  
20 520 € mehr.

H1  
H2  
I1

a) Welchen Umsatz hat  
die Firma derzeit?

b) Beschreibe, wie du Aufgabe a)  
gelöst hast.

### LÖSUNGEN

**545, 546 (ohne Einheiten)** 9,75; 11,11; 16,14; 8 664; 10 237; 11 342; 14 136;  
14 440; 15 504; 16 416; 17 632; 22 800;

## Brutto und netto

| Nettopreis  | USt  |
|-------------|------|
| 100 %       | 20 % |
| Bruttopreis |      |

Der Bruttopreis entspricht  
120 % vom Nettopreis!



- 548** Ein Paketshop bietet folgende Nettopreise an.

H2  
I1

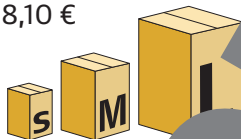
Berechne die Bruttopreise (USt 20 %).

- a) Paket S (bis 50 cm) ... 3,90 €

$$3,9 \cdot 1,2 = \underline{4,68 \text{ €}}$$

- b) Paket M (bis 80 cm) ... 5,60 €

- c) Paket L (bis 120 cm) ... 8,10 €



- 549** Die Tabelle zeigt die Preise von König-Logistics für Paketlieferungen nach Deutschland.

H2  
H3  
I1

Ergänze die Bruttopreise und die Umsatzsteuer (USt).  
Runde auf Cent.

|         | Preis netto | USt (20 %) | Preis brutto |
|---------|-------------|------------|--------------|
| Paket S | 9,90 €      |            |              |
| Paket M | 14,50 €     |            |              |
| Paket L | 19,90 €     |            |              |

- 550** Berechne die Bruttopreise der Gemälde.

H2  
I1

Bei den Gemälden gilt eine Mehrwertsteuer von 13 %.

- a) „Schiff“, 30 cm × 20 cm,  
netto: 1 500 €

- b) „Schlafende“, 40 cm × 60 cm,  
netto: 3 900 €



- 551** Die Preisliste zeigt die Nettopreise (USt 20 %) verschiedener Rasenmäher.

H2  
I1

Berechne jeweils den Bruttopreis.

a) XCut-100 99,90 €  $\text{netto} = \frac{99,90}{1,2}$

b) XCut-200 159,90 €  $\text{netto} = \underline{\underline{83,25 \text{ €}}}$

c) XCut-300 229,90 €

d) XCut-400 399,90 €



- 552** Herr Jovanovic kauft einen Anzug um 249,90 €, eine Krawatte um 39,90 € und einen Gürtel um 29,90 €.

H1  
H2

- a) Wie viel bezahlt Herr Jovanovic?

- b) Wie hoch ist der Nettopreis ohne Umsatzsteuer (USt 20 %)?

- 553** Frau Berger kauft eine Jacke um 69,90 €, eine Hose um 79,90 € und ein T-Shirt um 19,90 €.

H1  
H2

- a) Wie viel bezahlt Frau Berger?

- b) Wie viel Euro vom Rechnungsbetrag beträgt die Umsatzsteuer (USt 20 %)?

- 554 KNOBELAUFGABE**  
Theo kauft ein Modellflugzeug.

H1  
H2  
I1

Auf der Rechnung ist die Umsatzsteuer (USt 20 %) mit 41,80 € ausgewiesen.

- a) Wie viel kostet das Flugzeug (Bruttopreis)?  
b) Beschreibe, wie du die Aufgabe gelöst hast.

- 555** Ergänze den Satz.

H3  
H4  
I1

Der Bruttopreis ist immer \_\_\_\_\_ (höher/niedriger) als der Nettopreis.

## LÖSUNGEN

548 bis 553 (in €) 1,98; 2,90; 3,98; 4,68; 6,72; 9,72; 9,90; 11,88; 14,50; 15,70; 17,40; 19,90; 23,88; 28,28; 83,25; 133,25; 169,70; 191,58; 319,70; 266,42; 366,58; 1 695; 4 407; 5 298;

## Rabatt und Skonto

**556** Berechne jeweils die Rechnungssumme mit den Preisen von *Kurz & Schluss*.

H1  
H2  
H3  
I1

**Kabel:**  
3-adrig, Rolle 50 m ... 45,20 €  
5-adrig, Rolle 50 m ... 78,00 €

**Isolierrohr:**  
biegsam, Rolle 50 m ... 19,10 €  
fest, 3 m ... 2,30 €

**Diese Woche ...**  
**15 % Rabatt**  
... auf alle Rohre!

- a) Die Firma *UnterPutz e.U.* kauft drei Rollen 3-adriges Kabel und zwei Rollen biegsames Isolierrohr.

|         |                     |                 |
|---------|---------------------|-----------------|
| Kabel:  | $3 \cdot 45,20 =$   | <u>135,60</u>   |
| Rohr:   | $2 \cdot 19,10 =$   | <u>38,20</u>    |
| -15 %:  | $38,2 \cdot 0,85 =$ | <u>32,47</u>    |
| Gesamt: | $135,6 + 32,47 =$   | <u>168,07 €</u> |

- b) Firma *Die Montage-Chefs* kauft acht Rollen 5-adriges Kabel und sechs Rollen biegsames Isolierrohr.
- c) *Cable-Guys GmbH* kauft zwei Rollen 3-adriges Kabel, vier Rollen 5-adriges Kabel, fünf Rollen biegsames Isolierrohr und 6 Meter festes Isolierrohr.
- d) *Elektro-Schneid* kauft 350 Meter 3-adriges Kabel, vier Rollen biegsames Isolierrohr und 30 Meter festes Isolierrohr.
- e) *Kraus-Instal* kauft je 100 Meter 3-adriges Kabel sowie 300 Meter biegsames Isolierrohr und 72 Meter festes Rohr.

**557** Ergänze den Satz.

H3  
H4  
I1

Je höher der Rabatt ist, desto \_\_\_\_\_  
(höher/niedriger) wird der Preis.

**558** Beantworte die Fragen zur abgebildeten Rechnung.

H1  
H2  
H3  
I1

Rechnungsdatum: 12. April

GESAMT: 2 698,20 €  
5 Tage 2% Skonto

- a) Wann wurde die Rechnung gestellt?  
b) Wie hoch ist der Rechnungsbetrag?  
c) Bis wann muss die Rechnung spätestens bezahlt werden?  
d) Bis wann kann ein 2% Skonto vom Rechnungsbetrag abgezogen werden?  
e) Herr Meier bezahlt am 17. April. Wie viel Euro muss er bezahlen?



Skonto ist ein Rabatt, der oft bei schnellen Zahlungen gewährt wird.

**559** Berechne jeweils die Rechnungssumme abzüglich Skonto.

H2  
H3

a) GESAMT: 2 698,20 €  
5 Tage 2% Skonto

b) GESAMT: 2 698,20 €  
10 Tage 3% Skonto

c) GESAMT: 2 698,20 €  
14 Tage 1,5% Skonto

d) GESAMT: 2 698,20 €  
3 Tage 2,5% Skonto

**560** Die Rechnung für einen Swimmingpool samt Installation beträgt 32 829,- €.

H1  
H2  
I1

Wie viel Prozent Skonto wurden gewährt, wenn Frau Brandtner abzüglich Skonto 32 008,28 € bezahlt?





## Zinsen

- 561** Herr Steiner nimmt  einen Kredit in der Höhe von 4 800 € für ein Jahr auf. Die Zinsen betragen 3,5%. Wie viel Geld muss er zurückzahlen?

Vergleiche die Rechenwege.

Lea:

$$4\,800 \cdot 0,035 = 168$$

$$4\,800 + 168 = \underline{4\,968\,€}$$

Mia:

$$4\,800 \cdot 1,035 = \underline{4\,968\,€}$$

- Welcher Rechenweg ist kürzer?
- Bei welchem Rechenweg sieht man auch, wie hoch die Zinsen sind?
- Welcher Rechenweg gefällt euch besser? Begründet eure Entscheidung.

- 562** Berechne jeweils die gesuchte Größe.

*Hinweis: Die Geldbeträge werden jeweils genau für ein Jahr geliehen!*

- geliehener Betrag: 16 350 €  
Zinssatz: 4 %  
gesucht: Zinsen
- geliehener Betrag: 20 000 €  
Zinssatz: 0,8 %  
gesucht: rückzuzahlender Betrag
- geliehener Betrag: 16 900 €  
Zinssatz: 4 %  
gesucht: rückzuzahlender Betrag
- Betrag: 35 000 €  
Zinssatz: 1,4 %  
gesucht: Zinsen
- Betrag: 15 422,10 €  
Zinssatz: 2 %  
gesucht: rückzuzahlender Betrag
- Betrag: 385 000 €  
Zinssatz: 2,1 %  
gesucht: Zinsen

- 563** Die Firma *WirBauern* kauft einen Bagger um 79 700 €.

Der Bagger wird mit einem 1-Monats-Kredit

- zu 2,5 %
  - zu 3,5 % Zinsen
  - zu 1 % Zinsen
- ... finanziert.

Berechne die Höhe der Zinsen und den Höchsten zu zahlenden Gesamtbetrag nach einem Jahr.



- 564** Katharina möchte ihren Lottogewinn in der Höhe von 475 132 € für ein Jahr bei einer Bank anlegen. Bank A bietet ihr 1,6 % Zinsen, Bank B bietet ihr 1,75 % Zinsen.

- Um wie viel Geld bekommt Katharina bei Bank B mehr?
- Katharina behauptet: „Das kann ich mit einer einzigen Rechnung ausrechnen!“ Ist das möglich? Begründe.

- 565** Die Einrichtung eines Besprechungsraumes wird mit einem Kredit in der Höhe von 12 940 € finanziert.

Die Zinsen betragen ...

- ... 1,5 %.
- ... 2,7 %.
- ... 2,2 %.

Die Rückzahlung passiert in 12 Monatsraten.

Wie hoch ist eine Monatsrate?

- 566** Die Firma *Knobel-Plakatwerbung* bezahlt einen Kredit über 37 500 € in 12 Monatsraten ...

- ... zu je 3 250 € ab.
- ... zu je 3 187,50 € ab.
- ... zu je 3 330 € ab.

Welchem Zinssatz entspricht das jeweils?

## LÖSUNGEN

562, 563, 565, 566 (ohne Einheiten) 2; 4; 6,6; 57,68; 164; 502,74; 654; 1 094,51; 1 102,06; 1 107,45; 1 156,66; 2 699,46; 2 999,40; 5 248,95; 8 085; 9 296; 152 669,46; 152 969,40; 155 218,95; 156 783,20;



## Zinseszinsen

Formel:

$$K_t = K_0 \cdot a^t$$

t ... Anzahl der Jahre

 $K_t$  ... Kapital nach t Jahren $K_0$  ... Kapital zu Beginn (nach 0 Jahren)a ... Änderungsrate,  $a = 1 + \frac{p}{100}$ 

**567** Berechne jeweils das Kapital am Ende der Laufzeit.

H2  
H3  
I1

|    | Kapital zu Beginn ( $K_0$ ) | Nettozinssatz (p) | Laufzeit (t) |
|----|-----------------------------|-------------------|--------------|
| a) | 6 200 €                     | 2,1%              | 5 Jahre      |
| b) | 4 500 €                     | 1,5%              | 10 Jahre     |
| c) | 78 000 €                    | 2,6%              | 7 Jahre      |
| d) | 915 €                       | 3,5%              | 3 Jahre      |
| e) | 850 000 €                   | 2,4%              | 25 Jahre     |

$$a) \quad a = 1 + \frac{2,1}{100} = 1,021$$

$$K_5 = K_0 \cdot a^5 = 6\,200 \cdot 1,021^5$$

$$K_5 = 6\,878,92 \text{ €}$$

**568** Ludwig legt ein Sparbuch zu 0,4% Zinsen an.

H2  
I1

Er zahlt ...

a) 500 € b) 1 000 € c) 2 000 €

... ein.

Wie viel Geld bekommt er nach zehn Jahren auf dem Sparbuch?



**569** Serena hat vor acht Jahren ein Sparbuch eröffnet.

H1  
H2  
I1

Die Zinsen betrugen ...

a) ... 1,6%. b) ... 0,9%. c) ... 0,5%.

Heute sind 1 171,48 € auf dem Sparbuch.

Wie viel hat Serena vor acht Jahren eingezahlt?

**570** Herr Müller legt 35 000 € auf ein Sparbuch mit 1,3% Zinsen.

H2  
I1

Wie viel Geld befindet sich nach ...

a) 2 Jahren

b) 5 Jahren

c) 20 Jahren

... auf dem Sparbuch?

**571** Silvia hat die Aufgabe leider falsch gelöst.

H1  
H2  
I1

AUFGABE

3 000 € auf ein Sparbuch zu 1,5% verzinst.

Wie groß ist ihr Guthaben nach 4 Jahren?

Zinsen pro Jahr:

$$3\,000 \cdot 0,015 = 45 \text{ €}$$

Guthaben nach 4 Jahren:

$$3\,000 + 4 \cdot 45 = 3\,180 \text{ €}$$



a) Löse die Aufgabe selbst richtig.

b) Erkläre Silvia in einer Kurznachricht, was an ihrer Überlegung falsch war und worauf sie in Zukunft achten sollte.

**572** KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I1

Verdoppelt

Jennifer legt Geld auf ein Sparbuch zu fest vereinbarten Nettozinsen. Nach zehn Jahren hat sich ihr Geld in etwa verdoppelt.

a) Wie hoch war der vereinbarte Zinssatz? Kreuze an.

☐ 2%   ☐ 5%   ☐ 7%   ☐ 10%

b) Beschreibe, wie du Aufgabe a) gelöst hast.

Erkläre dazu deinen Rechenweg und vergleiche ihn mit anderen.

## LÖSUNGEN

567 bis 570 (in €) 124,89; 530,36; 910,63; 1 014,48; 1 031,78; 1 090,45; 1 125,66; 5 222,43; 6 878,92; 9 335,25; 35 915,92; 37 334,92; 45 316,56; 1 537 863,69;

## Exponentielles Wachstum

Formel:

$$N_t = N_0 \cdot a^t$$

t ... Anzahl der Jahre

 $N_t$  ... Anzahl nach t Jahren $N_0$  ... Anzahl zu Beginn (nach 0 Jahren)

a ... Änderungsrate

$$\text{bei Wachstum: } a = 1 + \frac{p}{100}$$

$$\text{bei Zerfall: } a = 1 - \frac{p}{100}$$

Hinweis: t muss nicht immer in Jahren gezählt werden. Es können zum Beispiel auch Tage oder Stunden sein.

- 573** Berechne jeweils die prognostizierte Bevölkerungszahl für das Jahr 2029, also 15 Jahre später als die hier aufgelisteten Zahlen aus 2014.

(Quelle: Wikipedia, Oktober 2017  
Bevölkerungszahlen Stand 2014)

- a) Brasilien  
202,8 Mio. Einwohner  
0,9% Wachstumsrate



$$a = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{0,9}{100} = 1,009$$

$$N_t = N_0 \cdot a^t = 202,8 \cdot 1,009^{15}$$

$$N_{15} \approx \underline{\underline{232 \text{ Mio. Einwohner}}}$$

- b) Pakistan  
194 Mio. Einwohner  
2,0% Wachstumsrate



- c) Philippinen  
100,1 Mio. Einwohner  
1,8% Wachstumsrate



- d) Indonesien  
240,7 Mio. Einwohner  
1,2% Wachstumsrate



- e) **FORSCHER**  
Österreich



Finde die aktuelle Bevölkerungszahl und Wachstumsrate für Österreich und berechne, wie viele Einwohner es als Prognose im Jahr 2029 geben wird.

- 574** Eine Stadt hat 75 200 Einwohner.

Von Jahr zu Jahr wird die Stadt um ...

a) ... 2,5% kleiner.

b) ... 3,5% größer.

c) ... 50% größer.

Erstelle eine Tabelle mit den prognostizierten Einwohnerzahlen für diese Stadt nach 5, 10 und 20 Jahren.

- 575** In einem Wettbewerb wird verlangt, dass man einen Brief am nächsten Tag an seinen Bruder schreiben und diesen weiterzuschicken soll.

Am Tag 0 werden drei solche Briefe geschrieben. Wir nehmen an, dass sich die Empfänger eines Briefes an die Empfänger der anderen Briefe halten.

- a) Welche dieser Formeln beschreibt die Anzahl der Briefe nach t Tagen? Kreuze an und begründe.

☐  $N_t = 3 \cdot 3^t$

☐  $N_t = 3 \cdot 5^t$

☐  $N_t = t \cdot 5^3$



- b) Wie viele Briefe werden bis einschließlich Tag 7 geschrieben?

**576 KNOBELAUFGABE****Der Riese und die Äpfel**

Ein Riese hat zwei Truhen. In der einen Truhe sind 1 000 Äpfel. Die andere Truhe ist leer. Jeden Morgen geht der Riese zu den Truhen und legt einen Apfel nach dem anderen von der einen in die andere Truhe, bis die eine wieder leer ist. Jeden vierten Apfel isst er jedoch dabei auf.

Nach wie vielen Tagen hat der Riese weniger als vier Äpfel?

Jeden vierten Apfel?  
Da nimmt er jedes Mal 25% ...



**577 KNOBELAUFGABE**H1  
H2  
I1**Rechteck**

Gegeben ist ein Rechteck mit 5 cm Länge und 2 cm Breite.



- a) Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks.
- b) Variante 1:  
Berechne den Flächeninhalt, wenn man die Länge um 10% erhöht und die Breite um 10% verringert.
- c) Variante 2:  
Berechne den Flächeninhalt, wenn man die Länge um 10% verringert und die Breite um 10% erhöht.
- d) Vergleiche deine Ergebnisse aus a), b) und c).
- e) Variante 3:  
Berechne den Flächeninhalt, wenn man die Länge um 50% erhöht und die Breite um 50% verringert.
- f) Variante 4:  
Berechne den Flächeninhalt, wenn man die Länge um 10% verringert und die Breite um 50% erhöht.
- g) Vergleiche alle deine Ergebnisse.
- h) Stefan hat eine Formel aufgestellt, mit der die Flächeninhalte der Varianten einfach berechnet werden können:
- $$A = (1 + \frac{p}{100}) \cdot (1 - \frac{p}{100})$$
- wobei p die Prozente sind, um die man die Länge und die Breite jeweils ändert.
- Stimmt Stefans Formel? Falls nicht, versuche die Formel richtig zu stellen.

**578 KNOBELAUFGABE**H1  
H2  
I1**Preisaufläufe**

Die Firma A verkauft Holz, die Firma B. Firma B schneidet 30% auf den Preis auf und verkauft das Holz weiter an Firma C. Firma C schlägt 20% auf den Einkaufspreis auf und verkauft das Holz schließlich für 200 € an Firma D weiter.

- a) Wie viel Geld bekommt Firma A für das Holz bekommen?
- b) Es handelt sich um ein Rätsel, löse es und erkläre es einer Mitschülerin oder einem Mitschüler.

**579 KNOBELAUFGABE**H1  
H2  
I1**Rechnung**

Hannes bekommt folgende Rechnung:

|                     |                |
|---------------------|----------------|
| Betrag netto:       | 84,00 €        |
| Rabatt 30%:         | -25,20 €       |
| Summe:              | 58,80 €        |
| USt 20%:            | +11,76 €       |
| <b>zu bezahlen:</b> | <b>70,56 €</b> |

- a) Wie viel hätte Hannes ohne den Rabatt bezahlen müssen?
- Hannes bittet die Firma, den Rabatt von 30% lieber auf den Bruttobetrag der Rechnung anstatt auf den Nettobetrag zu gewähren.
- b) Schreibe die Rechnung gemäß diesem Wunsch neu.
- c) Wird der Endbetrag dadurch kleiner? Begründe deine Entscheidung.

**580 KNOBELAUFGABE**H3  
H4  
I1**Werbelüge**

„Wir schenken Ihnen die Umsatzsteuer! Minus 20% auf unsere Preise!“

Sind die Preise damit so hoch wie die Nettopreise? Begründe deine Antwort.

# M

## Lifehacks Mathematik — Flexibel rechnen im Alltag

|                                               |     |
|-----------------------------------------------|-----|
| <b>M1</b> Kopfrechnen mit großen Zahlen ..... | 113 |
| <b>M2</b> Rechenricks .....                   | 114 |
| <b>M3</b> Geldbeträge überschlagen .....      | 115 |
| <b>M4</b> Masse .....                         | 116 |
| <b>M5</b> Länge .....                         | 117 |
| <b>M6</b> Fläche, Maßstab .....               | 118 |
| Denkfabrik .....                              | 119 |

### M1

## Kopfrechnen mit großen Zahlen

### 581 Addiere ohne Taschenrechner.

H2  
I1

$$800 + 600 = 1400$$

$$500 + 700 = 1200$$

$$4\,000 + 3\,000 = 7\,000$$

$$30\,000 + 20\,000 = 50\,000$$

$$52\,000 + 50\,000 = 102\,000$$

Ich rechne  
 $8 + 6 = 14$   
Die Nullen  
hänge ich an!



### 582 Subtrahiere ohne Taschenrechner.

H2  
I1

$$4\,000 - 700 = 3\,300$$

$$9\,000 - 1\,000 = 8\,000$$

$$3\,700 - 2\,000 = 1\,700$$

$$62\,000 - 21\,000 = 41\,000$$

$$80\,000 - 16\,000 = 64\,000$$

### 583 Multipliziere ohne Taschenrechner.

H2

|                           |                          |
|---------------------------|--------------------------|
| $300 \cdot 5 = 1\,500$    | $80 \cdot 20 = 1\,600$   |
| $1\,000 \cdot 3 = 3\,000$ | $30 \cdot 70 = 2\,100$   |
| $4 \cdot 90 = 360$        | $900 \cdot 60 = 54\,000$ |
| $50 \cdot 8 = 400$        | $20 \cdot 400 = 8\,000$  |
| $6 \cdot 1\,000 = 6\,000$ | $700 \cdot 80 = 56\,000$ |

### 584 Dividiere ohne Taschenrechner.

H2  
I1

|                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| $150 : 3 = 50$     | $280 : 4 = 70$     |
| $600 : 2 = 300$    | $1\,800 : 3 = 600$ |
| $1\,200 : 4 = 300$ | $140 : 7 = 20$     |
| $240 : 8 = 30$     | $2\,700 : 9 = 300$ |
| $3\,500 : 5 = 700$ | $420 : 6 = 70$     |

### 585 Dividiere ohne Taschenrechner.

H2  
I1

$$3\,500 : 70 = 50$$

$$4\,800 : 60 = 80$$

$$6\,400 : 80 = 80$$

$$1\,200 : 300 = 4$$

$$45\,000 : 500 = 90$$

$$720\,000 : 800 = 900$$

$$18\,000\,000 : 9\,000 = 2\,000$$

Ich  
streiche  
rechts und  
links gleich  
viele Nullen  
weg!



### LÖSUNGEN

581 bis 585 4; 20; 30; 50; 50; 70; 70; 80; 80; 90; 300; 300; 300; 340;  
360; 400; 600; 700; 870; 900; 1 200; 1 200; 1 400; 1 500;  
2 000; 2 100; 2 500; 8 000; 16 000; 21 000; 41 000; 54 000;  
54 000; 56 000; 74 000; 102 000; 110 000;

## Rechentricks

**586** Löse die Subtraktionen mit Hilfe des „Kellner-Tricks“.

H2  
I1

$$100 - 68 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Kellner subtrahieren nicht, sie ergänzen:

68 und 2 sind 70,  
70 und 30 sind 100.

Ergebnis: 32



$$100 - 85 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 50 - 35 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$100 - 34 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 50 - 18 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$100 - 29 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 50 - 26 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$100 - 61 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 50 - 43 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$100 - 76 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 50 - 32 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$100 - 57 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 50 - 29 = \underline{\hspace{2cm}}$$

**587** Berechne das Wechselgeld ohne Taschenrechner.

H2  
H3  
I1

|    | Rechnungs-betrag | gegeben | Wechselgeld |
|----|------------------|---------|-------------|
| a) | € 56,50          | € 70,-  | € 13,50     |
| b) | € 19,90          | € 50,-  |             |
| c) | € 4,70           | € 10,-  |             |
| d) | € 1,50           | € 20,-  |             |
| e) | € 25,20          | € 30,-  |             |
| f) | € 69,70          | € 100,- |             |
| g) | € 74,29          | € 100,- |             |
| h) | € 18,65          | € 20,-  |             |

**588** Milena kauft einen Fahrradhelm um 64,- Euro. Sie bezahlt mit 100-Euro-Banknote.

H1  
H2  
I1

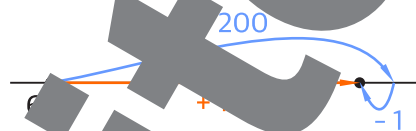
Berechne das Wechselgeld im Kopf.



**589** Löse die Additionen mit Hilfe des „Friendly-Numbers-Tricks“.

H2  
I1

a)  $647 + 199 = \underline{\hspace{2cm}}$



b)  $783 + 99 = \underline{\hspace{2cm}}$

c)  $522 + 199 = \underline{\hspace{2cm}}$

d)  $278 + 99 = \underline{\hspace{2cm}}$

e)  $156 + 99 = \underline{\hspace{2cm}}$

**590** Löse die Subtraktionen mit Hilfe des „Friendly-Numbers-Tricks“.

H2  
I1

a)  $852 - 99 = \underline{\hspace{2cm}}$



b)  $576 - 99 = \underline{\hspace{2cm}}$

c)  $915 - 99 = \underline{\hspace{2cm}}$

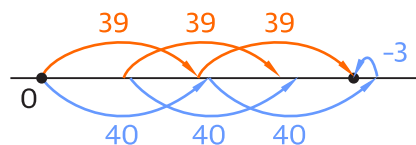
d)  $412 - 99 = \underline{\hspace{2cm}}$

e)  $6254 - 1999 = \underline{\hspace{2cm}}$

**591** Löse die Multiplikationen mit Hilfe des „Friendly-Numbers-Tricks“.

H2  
I1

a)  $3 \cdot 39 = \underline{\hspace{2cm}}$



b)  $3 \cdot 19 = \underline{\hspace{2cm}}$

c)  $5 \cdot 69 = \underline{\hspace{2cm}}$

d)  $4 \cdot 199 = \underline{\hspace{2cm}}$

e)  $79 \cdot 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

f)  $29 \cdot 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

g)  $799 \cdot 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

**592** Erstelle selbst eine Additions-, eine Subtraktions- und eine Multiplikationsaufgabe, die sich für den „Friendly-Numbers-Trick“ eignen.

H2  
I1

## LÖSUNGEN

586, 589, 590, 591 7; 15; 15; 18; 21; 24; 24; 32; 32; 32; 43; 57; 66; 71; 117; 213; 232; 316; 317; 345; 477; 563; 616; 721; 753; 796; 846; 882; 4 255; 4 794;  
587, 588 (in €) 4,80; 5,30; 13,50; 18,50; 25,71; 30,10; 30,30; 31,35; 35,10;

## Geldbeträge überschlagen

- 593** Das Plakat zeigt die aktuellen Angebote des Crazy-Party-Shop.

H2  
H3  
I1



Überschlage jeweils den Gesamtpreis.

- a) Iris kauft sechs Lampions, fünf Fackeln und eine Lichterkette.

$$30 + 20 + 30 = 80 \text{ €}$$

Das kostet rund 80 €.

- b) Frau Meier kauft eine Sitzgarnitur, ein Zelt und eine Lichterkette.  
c) Herr Antic kauft zehn Fackeln, drei Lampions und zwei Zelte.  
d) Der Siedlerverein kauft 15 Sitzgarnituren, 20 Zelte und fünf Lichterketten.  
e) Erfinde selbst eine Aufgabe wie in a) und d) und überschlage die Gesamtkosten.

- 594** Verwende die Preise aus Aufgabe 593.

H2  
H3  
I1

- a) Iris hat um knapp 30 € zu viel bezahlt. Wie viele Fackeln hat sie gekauft?  
b) Hanna hat eine Sitzgarnitur und Lampion gekauft. Sie bezahlt rund 140 €. Wie viele Lampions hat sie gekauft?

- 595** Überschlage die reduzierten Preise.

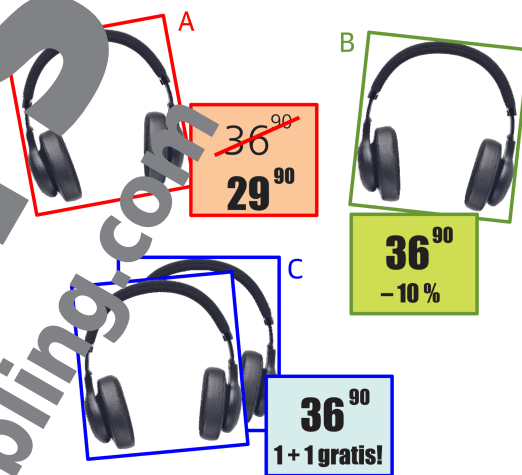
H2  
I1

- a) 89,90 € (minus 10%)  
b) 65,20 € (minus 10%)  
c) 275,30 € (minus 10%)  
d) 29,90 € (minus 10%)  
e) 14,50 € (minus 50%)  
f) 99,90 € (minus 30%)

- 596** Kauft dir eine Kopfhörer. Welche Kopfhörer kaufst du?

H2  
H3  
H4  
I1

Welche Kopfhörer gebildeten Angebote ist am günstigsten? Begründe.

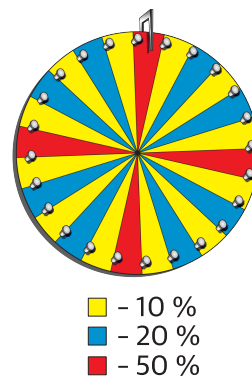


- 597** Bei Glücksgriff-Mode darf man an der Kasse am Prozent-Glücksrad drehen.

H2  
I1

Rechne jeweils aus, ob die Kunden -10%, -20% oder -50% gedreht haben.

- a) Gregor bezahlt für ein Hemd 35,91 € statt 39,90 €.  
b) Petra bezahlt für einen Pullover 47,60 € statt 59,50 €.  
c) Andreas Jeans kosten statt 79,50 € nur mehr 71,55 €.  
d) Werner bekommt eine Jacke um 64,95 € anstatt um 129,90 €.



## LÖSUNGEN

594, 595 (ohne Einheiten) 7; 8; 32; 50; 60; 70; 75; 80; 160; 250;  
597 -10% (2-mal); -20% (1-mal); -50% (1-mal);



## 598 Wie schwer sind die angegebenen

Sachen in etwa?

Kreuze an.

|                | $< \frac{1}{2} \text{ kg}$ | $\approx 1 \text{ kg}$   | $> 5 \text{ kg}$                    |
|----------------|----------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| Schäferhund    | <input type="checkbox"/>   | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| Hamster        | <input type="checkbox"/>   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| Schultasche    | <input type="checkbox"/>   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| Federschachtel | <input type="checkbox"/>   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| 1 Liter Wasser | <input type="checkbox"/>   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| Becher Joghurt | <input type="checkbox"/>   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| Packung Mehl   | <input type="checkbox"/>   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| Tisch          | <input type="checkbox"/>   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| Fahrrad        | <input type="checkbox"/>   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| Haube          | <input type="checkbox"/>   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| Schulrucksack  | <input type="checkbox"/>   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |

599 In Aufzügen geben Schilder  
Auskunft über deren Traglast.

- a) Vergleiche die beiden Schilder.  
Was fällt dir auf?

| TRAGFÄHIGKEIT |          |
|---------------|----------|
| 630           | KG ODER  |
| 8             | PERSONEN |
| 1949          | 5739     |

**Traglast 600 kg**  
**oder 8 Personen**

- b) Die Firma M. Merzerts konzipiert einen Aufzug für 8 Personen. Welche Traglast sollte der Aufzug haben? Beschreibe, wie du überlegt hast.
- c) Für Aufzüge gelten strengen Regeln, sogenannte „Normen“. Neben der Traglast/Personenanzahl werden weitere Dinge vorgeschrieben, wie zum Beispiel ein Notrufsystem oder die Helligkeit in der Kabine. Wo kann man diese Normen nachlesen?

600 Die Personen bestellen bei der Fleischhauer.  
Berechne jeweils die Bestell-  
Gesamtmenge in Kilogramm.

- a) Herr Dörner bestellt  
 $\frac{1}{2} \text{ kg}$  Schweinefleisch,  
30 dag Hühnerfleisch,  
800 g Rindfleisch.

$$0,5 + 0,3 + 0,8 = 1,6 \text{ kg}$$

Das sind 1,6 kg Fleisch.

- b) Frau Brenner bestellt  
70 dag Schweinefleisch,  
1 kg Hühnerfleisch und  
500 g Rindfleisch.

- c) Herr Müller bestellt  
 $\frac{3}{4} \text{ kg}$  Schweinefleisch,  
25 dag Hühnerfleisch  
und 650 g Rindfleisch.

- d) Frau Brenner bestellt  
30 dag Schweinefleisch,  
350 g Hühnerfleisch und  
 $1\frac{1}{4} \text{ kg}$  Rindfleisch.

601 Heidi vergleicht die Preise  
für Schinken im Geschäft.

- 100 g Schinken kosten 2,00 €.  
80 g Bio-Schinken kosten 2,50 €.

Heidi sagt:

„Der Bio-Schinken ist um 25% teurer  
als der normale Schinken.“

Stimmt Heidis Behauptung?

Falls nein, korrigiere ihre Aussage.

602 Vergleiche die Preise der beiden  
angegebenen Joghurt-Becher.

„Lecker“-Joghurt:  
Becher 250 g ... 0,45 €

„Echt Lecker“-Joghurt:  
Becher 200 g ... 0,49 €

Um wie viel Euro ist 1 kg  
„Lecker“-Joghurt günstiger  
als 1 kg „Echt Lecker“-Joghurt?

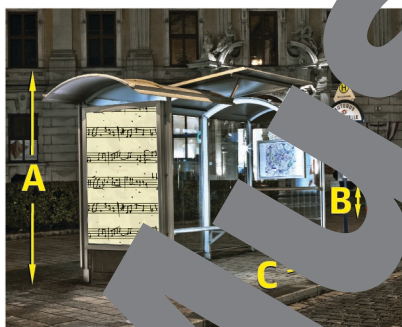


- 603** Wie lang oder wie weit sind die angegebenen Strecken in etwa? Kreuze an.

H1  
H3  
I3

- a) Herbert wirft einen Stein mit ganzer Kraft.  
☐ 5 m      ☐ 30 m      ☐ 150 m
- b) Sandra springt, so weit sie kann.  
☐ 2,5 m      ☐ 7,5 m      ☐ 15 m
- c) die Länge von Alis Daumen  
☐ 1 cm      ☐ 2,5 cm      ☐ 5 cm
- d) Dejan läuft eine Stunde.  
☐ 1 km      ☐ 10 km      ☐ 100 km
- e) die Länge von Theos Handy  
☐ 5 cm      ☐ 15 cm      ☐ 25 cm
- f) die Länge eines Sofas  
☐ 2 m      ☐ 4 m      ☐ 6 m
- g) die Länge eines Autos  
☐ 1 m      ☐ 5 m      ☐ 10 m
- h) die Höhe eines Kirchturms  
☐ 10 m      ☐ 20 m      ☐ 100 m

- 604** Das Bild unten zeigt eine Bushaltestelle.

H1  
H3  
I3

- a) Schätze die Längen in Metern.  
 A: ☐ 1 m      ☐ 2 m      ☐ 3 m  
 B: ☐ 1 m      ☐ 25 cm      ☐ 80 cm  
 C: ☐ 1 m      ☐ 4 m      ☐ 8 m

**b) FORSCHE WEITER**

Mach selbst ein Foto und erfinde Längenfragen dazu wie in Aufgabe a).

- 605** Erika hat 3-Meter-Packungen mit verschiedenfarbigen Satinbändern.

H1  
H2  
I3

Berechne, wie viel von jedem Band wie viel Meter noch nach Erika auf der Rolle sind.

- a) grünes Band: Zuerst schneidet sie 40 cm, dann  $\frac{1}{4}$  Meter und am Ende noch 7 dm ab.

$$40 \text{ cm} + 0,25 \text{ m} + 0,7 \text{ m} = 1,6 \text{ m}$$

$$3 - 1,6 = 1,4 \text{ m}$$

Es sind noch 1,4 m grünes Band übrig.

- b) rote Rolle: Zuerst schneidet sie 60 cm, danach  $\frac{1}{4}$  Meter und am Ende noch 2 dm ab.
- c) gelbe Rolle: Zuerst schneidet sie 15 cm, danach  $\frac{3}{4}$  Meter und am Ende noch 8 dm ab.
- d) blaue Rolle: Zuerst schneidet sie  $\frac{1}{2}$  Meter, danach 14 dm und am Ende noch 35 cm ab.

**606 FERMI-AUFGABE**

H1  
H2  
I3

**Schuhe**

Wie lange würde eine Strecke werden, bei der man alle Schuhe der Kinder deiner Schule hintereinander aufstellt (immer Fußspitze an Ferse)?



- a) Überschlage zuerst mit ganz grob angenommenen Zahlen und stelle deine Überlegungen dar.
- b) Rechne mit genaueren Zahlen und vergleiche dein Ergebnis mit a).

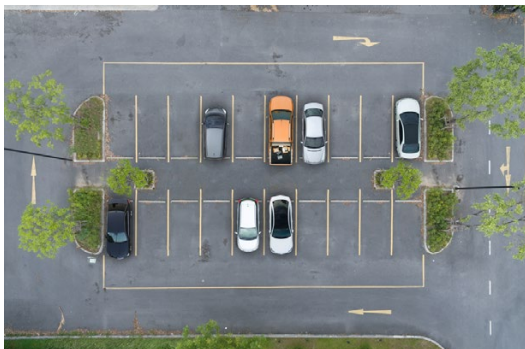
## 607 Ordne die Flächenangaben richtig zu.

H1  
H3  
I3

|            |  |
|------------|--|
| Wohnung    |  |
| Tisch      |  |
| Heft       |  |
| Fußabdruck |  |
| Wohnzimmer |  |

|   |                   |
|---|-------------------|
| A | 1 m <sup>2</sup>  |
| B | 1 dm <sup>2</sup> |
| C | 85 m <sup>2</sup> |
| D | 5 dm <sup>2</sup> |
| E | 25 m <sup>2</sup> |

## 608 Das Bild zeigt einen Parkplatz.

H1  
H2  
H3  
I3

- Wie groß ist eine Stellfläche?
- Wie viele Quadratmeter hat der gesamte Parkplatz?
- Erkläre, wie du bei den Aufgaben a) und b) überlegt hast.
- FORSCH WEITER**  
Mach selbst ein Foto und erfinde Flächenfragen dazu wie in den Aufgaben a) und b).

609 Ein Holzplatte ist 0,5 m<sup>2</sup> groß.H1  
H2  
I3

Lisa schneidet ein Rechteck mit ...

- ... 20 cm ... ab.
- ... 45 cm ...

Wie groß ist die Holzplatte jetzt?

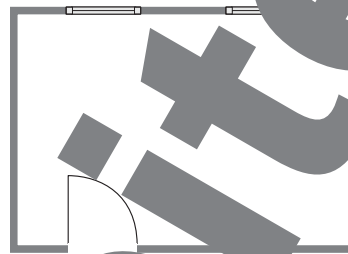
## 610 Das Bild zeigt ein Segelboot. Wie groß ist ein Segeltuch?

H1  
H2  
H3  
I3

- Wie viele Quadratmeter Segeltuch hat das Boot?
- Beschreibe, wie du Aufgabe a) gelöst hast.



## 611 Das Bild zeigt den Grundriss eines Zimmers im Maßstab 1 : 100.

H1  
H2  
H3  
I3

- Wie lang und wie breit ist das Zimmer?
- Berechne den Flächeninhalt des Zimmers.
- Wie groß ist das Fenster? Wie breit ist ein Fenster?

## 612 Das Zimmer ist rechteckig und misst 3,5 Meter mal 4 Meter.

Zeichne den Grundriss des Zimmers im Maßstab 1 : 50.

- Berechne den Flächeninhalt des Zimmers.



1 : 50  
bedeutet:  
1 cm im Plan  
sind 50 cm  
in der  
Wirklichkeit!

613 Das Wohnzimmer von Familie Erdmann ist L-förmig und hat eine Fläche von 28 m<sup>2</sup>.H1  
I3

Finde zwei verschiedene Möglichkeiten, wie der Grundriss dieses Zimmers aussehen könnte.

Zeichne jeweils einen Plan im Maßstab 1 : 100 in dein Heft.

## 614 Herr Gruber kauft einen neuen Boden für sein rechteckiges Wohnzimmer.

H1  
H2  
I3

Das Zimmer ist 4,8 Meter lang und 4,3 Meter breit.

Eine Packung Schiffsboden beinhaltet 3 m<sup>2</sup> Boden und kostet 69,90 €.

Berechne die Kosten.





## 615 KNOBELAUFGABE

H2  
I1

### Primzahlen-Quadrat

Setze die Zahlen von 1 bis 9 so in das Raster ein, dass alle Zeilensummen und alle Spaltensummen Primzahlen sind.

Beispiel:

|   |   |   |
|---|---|---|
| 2 | 8 | 3 |
| 6 | 4 | 9 |
| 5 | 7 | 1 |

- Finde eine weitere Lösung.
- Finde noch eine dritte Lösung und schreibe sie in dein Heft.

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

## 616 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I1

### Urlaubsangebote

An einem See stehen drei Hotels. Sie haben folgende Familienangebote:

- Hotel A: 150 € pro Person pro Tag, Kinder gratis!
- Hotel B: 100 € pro Person pro Tag, Familienbezugsrabatt – 40%!
- Hotel C: 100 € pro Person pro Tag, Eltern – 70%, Kinder – 50%!

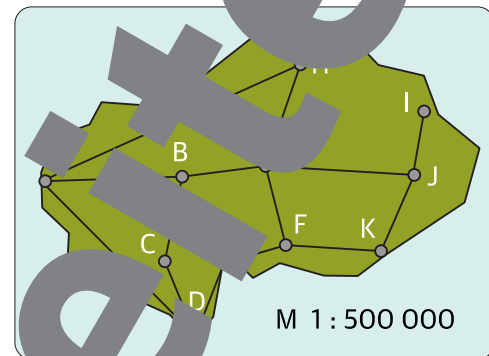
- Welches Angebot ist für eine Familie mit zwei Erwachsenen und zwei Kindern am günstigsten?
- Finde zu jedem Angebot eine Familie, für die dieses Angebot am günstigsten ist.



## 617 KNOBELAUFGABE

H1  
H2  
I3

### Inselpost



- Finde einen Weg durch alle Orte, der keinen Ort zweimal zu betreten. Wie lang ist der Weg aus a) in etwa?

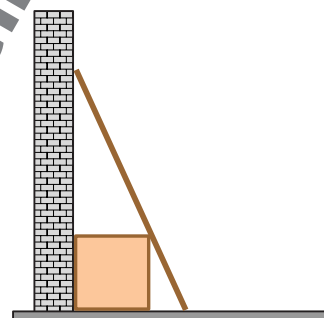
## 618 KNOBELAUFGABE

H1

### Leiter

Eine würfelförmige Kiste mit einer Kantenlänge von 1 Meter steht an einer Wand.

Eine vier Meter lange Leiter ist auch an die Wand angelehnt, und zwar so, dass sie die Kiste nicht berührt (siehe Skizze).



Wie hoch ist die Spitze der Leiter über dem Boden?

- Finde eine ungefähre Lösung.  
*Hinweis:*  
Für die exakte Lösung fehlen dir noch die mathematischen Werkzeuge (Lösung einer Gleichung 4. Grades)!
- Beschreibe, wie du die Aufgabe gelöst hast.

# Stichwortverzeichnis

## Übungsteil

## A

Äquivalenzumformung 37  
Arbeit 49

## B

- Balkenmodelle 39
- Binome 28
- binomische Formeln 29
- Boxplot-Diagramme 67
- Bruchgleichungen 41, 42
- Bruchterme
  - addieren 31, 32
  - dividieren 33
  - erweitern 30
  - kürzen 30
  - multiplizieren 33
  - subtrahieren 31, 32
- brutto 107

## D

|                  |        |
|------------------|--------|
| Definitionsmenge | 30     |
| Deltoid          | 20     |
| Dichte           | 72     |
| Doppelbrüche     | 34     |
| Dreieck          | 15, 19 |

## E

- Einsetzungsverfahren 100
- Eliminationsverfahren 101
- Erdbeschleunigung 48, 49, 51
- Exponentialfunktionen 95, 110, 111
- exponentielles Wachstum 111

## F

|                         |         |
|-------------------------|---------|
| Fermi-Aufgabe           | 54, 117 |
| Flächendiagonalen       | 70, 7   |
| Flächenmaße             | 118     |
| freier Fall             | 48      |
| Funktionen              |         |
| - Einführung            | 88      |
| - Exponentialfunktionen |         |
| - Graphen               |         |
| - homogene,             | 90      |
| - indirekt proportional | 94      |
| - inhomogene, lineare   |         |
| - Potenzfunktionen      | 95      |
| Funktionsgleichung      | 88, 92  |

## G

Galilei, Galileo 52  
ganze Zahlen 6  
Geschwindigkeit 46  
Gleichsetzungsverfahren 99  
Gleichungen 38  
Gleichungssysteme, Einführung 97  
grafisches Lösungsverfahren 98

## H

|              |    |
|--------------|----|
| Häufigkeiten | 65 |
| Höhensatz    | 23 |
| Hohlzylinder | 80 |

## 1

irrationale Zahlen 9

K

Kathetensatz 72  
Kegel 81, 82,  
Kegelstumpf 83  
Kopfrechnen  
Kraft 49  
Kreis  
– Flächeninhalt 54  
– Kreisbogen 53  
Kreisbogen 57  
Kreisbogenlänge 56  
Kreisring 53  
Kreissegment 58  
Kreisbogen 58  
Kreissektor 57  
Kreiszahl  $\pi$  53  
Reinheitswurzel 13  
– 84, 85

## Lô

Leistung 49  
Lichtgeschwindigkeit 47

## M

|                            |         |
|----------------------------|---------|
| Manipulationsmöglichkeiten | 64      |
| Masse                      | 72, 116 |
| Maßstab                    | 118     |
| Maximum                    | 61      |
| Median                     | 61      |
| Minimum                    | 61      |
| Mittelwert                 | 61      |
| Modalwert                  | 61      |

## N

|                      |            |
|----------------------|------------|
| Pythagoras von Samos | 18         |
| Pythagoras           | 73, 74     |
| Pyramide             | 65, 106    |
| Prisma               | 70, 71, 72 |
| periodisch           | 7          |
| 51, 58               |            |
| natürliche Zahlen    |            |
| netto                |            |

Q

|               |    |
|---------------|----|
| Quadrat       | 16 |
| Quadratwurzel | 11 |
| Quartile      | 67 |

## R

|                  |        |
|------------------|--------|
| Rechteck         | 108    |
| rationale Zahlen | 7      |
| Raumdiagonalen   | 70, 71 |
| Raute            | 20     |
| Rechteck         | 17     |
| reelle Zahlen    | 10     |

S

Satz des Pythagoras 15, 18  
Säulendiagramme 62, 63  
Schallgeschwindigkeit 47  
schätzen 116, 117, 118  
schiefe Ebene 50  
Schranken für Wurzeln 9  
Sechseck 21  
Skonto 108  
Spannweite 61  
Steigungskoeffizient 90, 93  
Streudiagramme 68

T

Terme  
- addieren 26  
- dividieren 27  
- multiplizieren 27  
- subtrahieren 26  
Tetraeder 74  
Thabit ibn Qurra 18  
Trapez 21



## U

überschlagen 115

## W

Würfel 70

Wurzelziehen

– Rechenregeln 12

– Schranken 9

## Z

Zentriwinkel 57

Zinsen 109

Zinseszinsen 110

Zylinder 77, 78, 79

Zylinderschnitte 80

## Bildnachweis

### Band 4, Übungsteil

8 Pixabay 9 Pixabay 11.1 Taschenrechner: Sandra Michels/iStock 11.2 Quadratische Ergänzung: robertsre/iStock 13 urfinguss/iStock 16 klug-photo/iStock 17 shimmo/iStock 18 tupungato/iStock 19 djmilic/iStock 20 Blumenbeet: Copyright © 2019 Dietmar Ebenhofer and its licensors. All rights reserved. 21 kuriaki/iStock 22 Palme: Copyright © 2018 Dietmar Ebenhofer and its licensors. All rights reserved. 25 AlexandreGibo/iStock 39 Copyright © 2019 Dietmar Ebenhofer and its licensors. All rights reserved. 40.1 Gym Narodnik/123rf 40.2 Gartenzwerg: MvanCaspel/shutterstock 40.3 Sparschwein: Pixabay 47 Michael Schmeling/123rf 48.1 Patina: Copyright © 2019 Dietmar Ebenhofer and its licensors. All rights reserved. 48.2 Autos: Copyright © 2019 Dietmar Ebenhofer and its licensors. All rights reserved. 49.1 Mann mit Kiste: Copyright © 2019 Dietmar Ebenhofer and its licensors. All rights reserved. 49.2 Gabelstapler: selfit/123rf 50.1 Lastenaufzug: iStock 50.1 Grubenbahn: TomasSereda/iStock 50.2 Wagen mit Kindern: Feverpitched/iStock 51 Schaukel: Karmelita/iStock 52.1 Turm von Pisa: Evgeniy Zakharov/123rf 52.2 Rampe: AppleDK/shutterstock 52.3 Rutsche: Pixabay 52.4 Laderampe: Balonchik/shutterstock 53 Natalia Lukyanova/123rf 54.1 Filzkreise: alexcoolok/shutterstock 54.2 Siedlung: Holger Weitzel/Alamy Stock Foto 55 Bilderahmen: Roomlinc/shutterstock 56.1 Yin-Yang-Symbol: Wikimedia Commons 56.2 Hotu-Symbol: Wikimedia Commons 59 Spiegel: pixelrobot/123rf 60.1 Schenkreis: Liana\_L/iStock 60.2 Stall mit Ziege: Copyright © 2019 Dietmar Ebenhofer and its licensors. All rights reserved. 62.1 Erdäpfel: Ann Pics/Shutterstock 62.2 Rosen: Oleg Rodionov/123rf 62.3 Radfahrerin: izusek/iStock 65 Wilawan Khasawong/123rf 66 MadPhotosPI/shutterstock 67.1 Bogenschütze: iStock 67.2 Hühner: monticello/iStock 69.1 Kinder: shapecharge/iStock 69.2 Gibanica: berka/123rf 71.1 Holzblock: ozgur/iStock 71.2 Ziege: irin-k/shutterstock 72.1 Kanthölzer: Elena Elisseeva/shutterstock 72.2 Betonhohlstein: OliveTree/shutterstock 73.1 Kerze: iStock 73.2 Louvre: Pixabay 74.1 Zelt: IEGOR ZHUKOVETSKYI/123rf 74.2 Würfel: Dmitri Stalnuhin/123rf 75.1 Turm: Christa Edler/123rf 75.2 Glasbau: iStock 76 Ikosaeder und Oktaeder: Isaac Zakar/shutterstock 78.1 LKW-Tank: Alex Mit/shutterstock 78.2 Gabelstapler: iStock 79 Sitzkissen: ANTONIO TRUZZI/shutterstock 80.1 Schaumstoffröhre: Copyright © 2019 Dietmar Ebenhofer and its licensors. All rights reserved. 80.2 Goldring: Yellow Cat/shutterstock 82 Kerze (klassisch): xpixel/shutterstock 83.1 Tipi: konstantin32/123rf 83.2 Glas: iStock 83.3 Tischlampe: Roman Yastrebinsky/shutterstock 84.1 Christbaumkugel: koosen/shutterstock 84.2 Baseball: Dan Thornberg/shutterstock 84.3 Wahrsagerin: Lilanakani/shutterstock 85.1 Boccia-Kugel: Thanamat/iStock 85.2 Golfball: Dan Thornberg/shutterstock 85.3 Mannisballe: iStock 85.4 Billardkugel: Dario Lo Presti/shutterstock 85.5 Bleikugel: kyoshino/iStock 86.1 Eistüte: bonchan/shutterstock 86.2 Gläser: iStock 86.3 Bleistift: Garsya/shutterstock 86.4 Glastrichter: iimages/123rf 88 topseller/shutterstock 89 Läuferin: iStock 90 Copyright © 2019 Dietmar Ebenhofer and its licensors. All rights reserved. 96 Figur mit Fragezeichen: Senoldo/shutterstock 97 Copyright © 2019 Dietmar Ebenhofer and its licensors. All rights reserved. 104.1 Zebras und Giraffen: THAIFINN/shutterstock 104.2 Futtersack: Evgeniy Zakharov/shutterstock 104.3 Strauß und Gazellen: M.Martinho/shutterstock 105.1 WM-Fußball: urbanbuzz/shutterstock 105.2 Kekse: Nataliia Kravchenko/123rf 106 nito500/123rf 107.1 Ölgemälde: Irina Baturina/Adobe Stock 107.2 Rasenmäher: ProstoSvet/shutterstock 108.1 Kabel: ulkan/iStock 108.2 Isolierrohr: citadelle/123rf 108.3 Swimmingpool: Stelmakh Oxana/shutterstock 109 alexmak72427/123rf 111.1 Flagge Brasilien: Lukasz Stefanski/shutterstock 111.2 Flagge Pakistan: nortongo/shutterstock 111.3 Flagge Philippinen: N.Vector Design/shutterstock 111.4 Flagge Bangladesch: Loveshop/shutterstock 111.5 Flagge Österreich: konstantinks/shutterstock 111.6 Äpfel: Copyright © 2019 Dietmar Ebenhofer and its licensors. All rights reserved. 112 Pixabay 114 wk1003mike/shutterstock 115.1 Lichterkette: Steve Collender/shutterstock 115.2 Lampion: aquariagirl1970/123rf 115.3 Fackel: BWFolsom/iStock 115.4 Zelt: doomu/shutterstock 115.5 Sitzgarnitur: Stockcity/Adobe Stock 115.6 Kopfhörer: Sangaroon/shutterstock 116 Joghurtbecher: Copyright © 2019 Dietmar Ebenhofer and its licensors. All rights reserved. 117.1 Bushalttestelle: Meinzahn/iStock 117.2 Satinband: Nikolina Mrakovic/shutterstock 117.3 Schuhhaufen: Maxim Zarya/123rf 118.1 Parkplatz: non c/shutterstock 118.2 Segelboot: Adrian COSTEA/123rf 118.3 Bodenbretter: Sergieiev/shutterstock 119 See: Pawel Kazmierczak/shutterstock



