David Wohlhart
Michael Scharnreitner

PLUS! Mathematik

ERARBEITUNGSTEIL

4

mit App für Erklärvideos

HELBLING

Die HELBLING Media App mit Erklärvideos

So funktioniert's:

1. App herunterladen

Lade die kostenlose HELBLING Media App im Apple App Store oder im Google Play Store auf dein Smartphone oder Tablet.

2. Buch aktivieren

Starte die Media App und tippe auf ⊕. Scanne den QR-Code oder gib unter MANUELLE EINGABE den untenstehenden Code ein und bestätige die Eingabe. Die Inhalte werden der Media App hinzugefügt.

3. Inhalte ansehen

Immer, wenn du im Buch dieses Symbol entdeckst, findest du in deiner App passende Erklärvideos.
Starte die App, tippe auf das Buch-Symbol und lade die gewünschten Inhalte über das Menü.

Die Media-App-Inhalte werden gestreamt. Wir empfehlen, eine WLAN-Verbindung zu nutzen. Wahlweise können die Inhalte auch temporär offline genutzt werden, wenn sie zuvor für die Offlinenutzung heruntergeladen wurden.

* Zu diesem Teildruck stehen Ihnen die Inhalte der HELBLING Media App noch nicht zur Verfügung.
Die Vollversion der Inhalte liegt für das Schuljahr 2026/27 vor.

PLUS! Mathematik 4, Erarbeitungsteil – Teildruck

Erarbeitungsteil + E-Book: SBNR 225.996 | ISBN 978-**3-7113-1072**-9
Erarbeitungsteil E-Book Solo: SBNR 225.998 | ISBN 978-**3-7113-1074**-3
Erarbeitungsteil mit E-BOOK+: SBNR 225.997 | ISBN 978-**3-7113-1073**-6
Erarbeitungsteil E-BOOK+ Solo: SBNR 225.999 | ISBN 978-**3-7113-1075**-0

Autorenteam: David Wohlhart, Michael Scharnreitner
Redaktion: Xenia Descovich, Franz-Xaver Wintersteller
Illustrationen: Georg Flor
Technische Zeichnungen: Dietmar Ebenhofer
Umschlaggestaltung: CMS – Cross Media Solutions GmbH, Würzburg
Innenlayout: CMS – Cross Media Solutions GmbH, Würzburg
Satz: CMS – Cross Media Solutions GmbH, Würzburg
Druck: HELBLING, Rum/Innsbruck

1. Auflage: A1[1] 2025 Teildruck
4689-10-25

PLUS!
Mathematik

ERARBEITUNGSTEIL

4

HELBLING

Inhaltsverzeichnis

Symbole in PLUS!

Erklärvideos: Zu fast allen Lernschritten gibt es Erklärvideos. Sie unterstützen dich beim Lernen und Üben.

Ich-Du-Wir-Aufgabe: Löse die Aufgabe zuerst alleine. Vergleiche deine Ergebnisse dann mit deiner Sitznachbarin oder deinem Sitznachbarn. Besprecht eure Ergebnisse danach in der Klasse.

Partneraufgabe, Kommunikationsaufgabe: Löse die Aufgabe zu zweit oder vergleiche deine Ergebnisse mit anderen. Oft musst du auch deinen Lösungsweg erklären oder deine Lösung begründen.

Technologie-Aufgabe: Diese Aufgaben werden mit digitalen Hilfsmitteln gelöst.

Knobelaufgabe: Hier musst du oft länger probieren, bis du die Lösung gefunden hast.

Spiel: Bei dieser Aufgabe handelt es sich um ein Spiel, das du meistens mit anderen spielen kannst.

PLUS!-Aufgaben: Denk dir selbst weitere Aufgaben aus und löse sie.

A Wiederholung

Berühmte Mathematikerinnen und Mathematiker (von links nach rechts):
Leonhard Euler, Ada Lovelace, Alan Turing, Maryam Mirzakhani

Die Geschichte der Mathematik wurde von außergewöhnlichen Menschen geprägt.
Hinter jedem bekannten Namen steht nicht nur eine großartige Entdeckung,
sondern auch ein Leben voller Herausforderungen,
[illegible] und spannender Geschichten.

MP **001** **Steckbriefe**

Wählt in Kleingruppen eine bekannte Persönlichkeit aus der Mathematik aus (entweder von den Bildern oben oder jemand anderen).

a) Recherchiert, wie diese Person gelebt hat. Wählt vertrauenswürdige Quellen.
- Wann und wo hat sie gelebt?
- Gab es besondere Herausforderungen in ihrem Leben?
- Welchen Beitrag zur Mathematik hat sie geleistet?

b) Erstellt ein „Steckbrief-Plakat", das die Person als Mensch und ihre Zeit beschreibt. Stellt es in der Klasse vor.

c) Welche dieser Persönlichkeiten hättet ihr gerne persönlich getroffen und warum?

In diesem Kapitel wiederholst du grundlegende Fertigkeiten, die du bereits in den ersten drei Schuljahren erworben hast. Dazu gehören die wichtigsten Rechenregeln, das Umformen von Gleichungen, der Umgang mit geometrischen Figuren wie Quadrat, Rechteck und Dreieck, Berechnungen in einfachen Körpern, die Prozentrechnung sowie grundlegende Arbeiten mit Daten und Diagrammen.

WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Zahlen und Rechenoperationen

Wie gut kannst d[illegible]as [illegible]? ☹ 😐 🙂 😃

MP DI **002** **Finde jeweils drei passende Zahlen. Vergleiche mit anderen.**

a) natürliche Zahlen größer als 10: 15 ______ ______

b) negative Zahlen größer als −10: ______ ______ ______

c) Dezimalzahlen zwischen 8 und 9: ______ ______ ______

d) Bruchzahlen größer als $\frac{1}{2}$: ______ ______ ______

e) gerade Zahlen kleiner als 100: ______ ______ ______

f) Primzahlen zwischen 10 und 30: ______ ______ ______

g) vierstellige Zahlen, deren Quersumme gleich 10 ist[illegible] ______ ______ ______

DI **003** **Was passt zusammen? Verbinde.**

Addition	Subtraktion	Multiplika[illegible]	[illegible]sion
Produkt	Summe	[illegible]tie[illegible]	Differen[illegible]

Geometrie

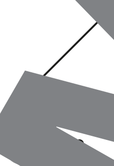
Wie gut kannst du das noch? ☹ 😐 🙂 😃

DI **004** **Beschrifte richtig mit „Streck[illegible] „Strahl" u[illegible] „Gerade"[illegible]**

______ ______ ______

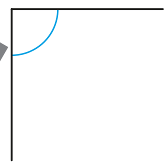
DI **005** **Wie groß s[illegible]iese Wi[illegible]tze und kreuze die richtige Antwort an.**

a)



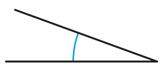
◯ [illegible]
◯ 1[illegible]
◯ 85°

b)



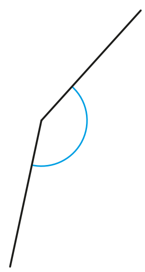
◯ 180°
◯ 360°
◯ 90°

c)



◯ 50°
◯ 20°
◯ 110°

d)



◯ 210°
◯ 100°
◯ 150°

Die Lösungen findest du auf Seite 188.

A1 Rechenregeln, Kopfrechnen

Wenn mehrere Operationen innerhalb einer Rechnung auftreten, gelten diese **Vorrangregeln**:
1. Klammern, 2. Punktrechnungen (· und :), 3. Strichrechnungen (+ und –)

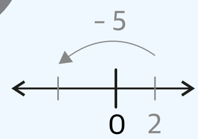
RK DI **006** **Hier sind Fehler passiert!**

Erkläre jeweils, wie hier gerechnet wurde
und welche Rechenregeln nicht beachtet wurden.
Löse die Aufgabe dann selbst richtig.

a) $10 - 3 + 2 \cdot 4 = 36$ f	c) $6 \cdot (5 - 4) + 8 = 34$ f
b) $4 + 6 : 2 - 1 = 4$ f	d) $(6 + 2 \cdot 9) : 3 = 24$ f

Rechenstrich

Wenn du unsicher bist, hilft eine Skizze am Rechenstrich.



RK **007** **Berechne im Kopf.**

a) 5 – 7 = ________ c) (–8) · 4 = ________ e) [illegible] (–4) = ________
b) –3 + 2 = ________ d) (–6) · (–7) = ________ f) [illegible] ________

RK DI **008** **Berechne im Kopf. Was fällt dir auf?** ···→ Ü008

a) 7 · 2 = ________ b) 8 + 3 = ________ [illegible] 28 : 4 = ________
70 · 2 = ________ 80 + 30 = ________ [illegible] : 4 = ________
700 · 2 = ________ 800 + 300 = ________ 2 800 : 4 = ________

RK **009** **Berechne ohne Taschenrechner.** ···→ Ü009
Rechne in der richtigen Reihenfol[illegible]

a) (10 + 6) : 8 d) 7 · 8 [illegible] g) 5 · (9 [illegible] – 2)
b) 9 + 15 : 3 e) (3 + 5) · (6 – [illegible] h) [illegible] + 6 · 3
c) 4 · (10 – 7) f) 6 [illegible] – 5) + 9 i) [illegible] 15) : (2 · 4)

RK **010** **Berechne im Kopf.** ···→ Ü010

a) –8 + 5 d) 15 [illegible] g) [illegible] –20 + 1 j) 16 – 19
b) 10 – 11 e) –15 – [illegible] h) 7 – 12 k) 0 – 3
c) –2 – 6 f) [illegible] 1 + 10 i) –14 – 8 l) –5 + 11

RK **011** **Berechne ohn[illegible]enre[illegible]** ···→ Ü011

a) (–3) · (–6) [illegible] (–2) g) (–15) · 2 j) (–50) – (–50)
b) (–9) + (–2) e) [illegible] –6) h) 42 : (–7) k) (–80) · 6
c) 16 : [illegible] f) (–8) – (–5) i) 15 – (–3) l) (–14) : (–2)

RK DI **012** **Schr[illegible] Aufga[illegible]echnung an und führe diese durch.** ···→ Ü012

a) Berechne [illegible]me aus 5 und 12
und multiplizie[illegible]s Ergebnis mit –9.
b) Subtrahiere 8 von 20 und dividiere das Ergebnis durch 4.
c) Teile die Differenz von 600 und 400 durch 5.
d) Addiere 30 zum Produkt von 5 und –3.

⊕ Erfinde selbst drei ähnliche Aufgaben und löse sie.

A2 Potenzen

Eine Potenz besteht aus **Basis** (Grundzahl) und **Exponent** (Hochzahl).

DI **013** **Erkläre die Rechenregeln anhand von Beispielen.**

B Erkläre die Regel $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ anhand des Beispiels $4^3 \cdot 4^2$.

$4^3 \cdot 4^2 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 =$ [illegible]

a) Erkläre die Regel $a^x \cdot b^y = a^{x+y}$ anhand des Beispiels $2^5 \cdot 2^4$.
b) Erkläre die Regel $a^x : a^y = a^{x-y}$ anhand des Beispiels $3^6 : 3^2$.
c) Erkläre die Regel $a^x \cdot b^x = (ab)^x$ anhand des Beispiels $2^3 \cdot 4^3$.
d) Erkläre die Regel $a^x : b^x = \left(\frac{a}{b}\right)^x$ anhand des Beispiels $6^2 : 3^2$.
e) Erkläre die Regel $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$ anhand des Beispiels $(2^3)^2$.

DI **014** **Welche Ausdrücke haben den gleichen Wert? Verbinde.**

100 000	1 000	1 000 000	[illegible]0	100
10^6	10^3	10^2	10^5	[illegible]

RK **015** **Vereinfache die Ausdrücke.** → Ü015

B $6^3 \cdot 6^2 = \underline{\underline{6^5}}$

a) $7^4 \cdot 7^3$ b) $4^3 \cdot 2^3$ c) $9^5 : 3^5$ d) [illegible]$2^4)^2$ e) 9[illegible] f) $10^5 \cdot 2$[illegible] g) [illegible] $\cdot 6^7$

RK **016** **Vereinfache die Ausdrücke.** → Ü016

B $x^4 : y^4 = \left(\frac{x}{y}\right)^4$

a) $m^5 : n^5$ b) $p^2 \cdot p^6$ c) $f^4 : f^3$ d) (v[illegible] e) [illegible]$^4 \cdot t^2$ f) $k^7 : k^3$ g) $s^4 \cdot u^4$

RK **017** **Schreib als Zehnerpotenz**[illegible] → Ü017

B $10\,000 = 10^4$

a) 100 b) 1 000 0[illegible] c) [illegible] d) 10 e) 10 000 000 f) 1 000 g) 1 000 000 000

RK **018** **Multipliziere**[illegible] **ohne Taschenrechner.** → Ü018

B $100 \cdot 1\,000 =$ [illegible]000

a) 1[illegible] b) $1\,000 \cdot 1\,000$ c) $10\,000 \cdot 100$ d) $1\,000 : 100$ e) $10\,000 : 10\,000$

MP **019** **Gesamtes K**[illegible]**wicht aller Menschen in Österreich** → Ü019

Schätze, wie viel all[illegible] Menschen, die sich gerade in Österreich befinden, zusammen wiegen.
Verwende bei deiner Schätzung und Rechnung nur dekadische Einheiten, also Zahlen wie 1, 10, 100, 1 000 und so weiter.
Gib das Ergebnis in Tonnen an.
Vergleiche deine Schätzung und deine Vorgehensweise mit anderen.

Pot[illegible]**en mit** [illegible]**er Basis**

Multiplikation:
$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
$8^7 \cdot 8^3 = \underline{\underline{8^{10}}}$

Division:
$a^x : a^y = a^{x-y}$
$8^7 : 8^3 = \underline{\underline{8^4}}$

Potenzen mit gleichem Exponenten

Multiplikation:
$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$
$4^2 \cdot 5^2 = \underline{\underline{20^2}}$

Division:
$a^x : b^x = (a : b)^x$
$20^2 : 5^2 = \underline{\underline{4^2}}$

Potenzen potenzieren

$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$
$(2^2)^3 = \underline{\underline{2^6}}$

A3 Proportionalität

Aufgaben zur **direkten und indirekten Proportionalität** lassen sich einfach mit Tabellen lösen.

MP DI VB **020** **Heinrich streicht seinen Gartenzaun.**

Er schafft in drei Stunden 12 Meter. Der Zaun ist insgesamt 32 Meter lang.
Wie lange braucht Heinrich noch, um den restlichen Zaun zu streichen?

a) Ist der Zusammenhang direkt oder indirekt proportional?
b) Bei der Lösung ist ein Fehler passiert. Erkläre, was falsch ist.

	Meter	Stunden	
	12	3	
: 12	1	0,25	: 12
· 32	32	8	· 32

Heinrich braucht noch 8 Stunden. f

c) Löse die Aufgabe selbst richtig.
d) Wie realistisch ist dein Ergebnis? Was hast du für [illegible] vorausgesetzt und könnte in der Realität vielleic[illegible] anders se[illegible]

Direkte Proportionalität

Dividiere oder multipliziere auf beiden Seiten immer mit der gleichen Zahl.

MP DI VB **021** **Ein Großraumbüro soll neu gestrichen werden.**

Zwei Malerinnen benötigen für die Arbeit 12 [illegible]

a) Ist der Zusammenhang direkt oder indir[illegible] pr[illegible]l?
b) Berechne, wie lange es wohl dauert, wen[illegible] drei P[illegible]sonen die A[illegible]it teilen.
c) Christa behauptet, dass die Ar[illegible]it in einer [illegible]unde erl[illegible]gt wäre, wenn 48 Personen gleichzeitig [illegible]en würden.
(1) Ist ihre Berechnung korrekt?
(2) Kann diese Lösung in der Praxis tats[illegible] umgesetzt werden? Begründe deine Antwort.

Indirekte Proportionalität

Dividiere auf der einen Seite immer mit der gleichen Zahl, mit der du auf der anderen Seite multiplizierst.

RK **022** **Löse die Aufgaben zum Kartenv[illegible] d[illegible] Abendk[illegible]e eines Theaters.** → Ü022

a) Herr Buchbinder kauft [illegible]rten d[illegible]ategorie A und bezahlt 246 €. Wie viel kosten vier Karten [illegible] Kategorie?
b) Lisa kauft zwei Kart[illegible] der Kat[illegible] C um insgesamt 78 €. Kathi kauft fünf K[illegible]ser [illegible]egorie. Wie viel kostet das?
c) Frau Schw[illegible] bezahlt [illegible] vier Karten der Kategorie B. Herr Nov[illegible] Karten der Kategorie B. Wie viel kostet das?

Berufe am Theater

Fachkräfte für Veranstaltungs-, Ton- und Lichttechnik sowie für Masken-, Kostüm- und Bühnenbild arbeiten hinter den Kulissen und sorgen für eine gelungene Aufführung. Zu den wichtigsten Voraussetzungen zählt das Interesse an der Kunst.

RK **023** **In dem Theatersa[illegible] werden [illegible]sel aufgestellt.** → Ü023

Zwei [illegible] zum Aufstellen der Sessel 90 Minuten.
Wie la[illegible] würden [illegible]sonen für diese Arbeit zirka brauchen?

RK **024** **Die Theatergru[illegible] für eine fixe Gage in unterschiedlichen Zusammensetzungen auf.**

Das Geld wird nach jedem Auftritt gleichmäßig aufgeteilt.
An diesem Abend war die Gruppe zu fünft, sodass jeder 840 € bekam.
Wie viel erhält jedes Mitglied, wenn die Gruppe mit …
a) vier Personen, b) drei Personen, c) sechs Personen
auftritt?

MP RK **025** **Vorsicht, Falle!** Ü025

Nicht alle Aufgaben lassen sich mit Hilfe
von direkter oder indirekter Proportionalität lösen.
Kreuze jeweils an, um welchen Sachverhalt es sich handelt.
Löse dann die Aufgabe.

a) Zwei Wanderer benötigen 3 Stunden, um vom Parkplatz bis zur Berghütte zu gehen. Wie lang benötigen drei Wanderer?
◯ direkt proportional ◯ indirekt proportional ◯ nicht proportional

b) Eine Pizza muss 12 Minuten im Backofen sein, bis sie fertig gebacken ist. Wie lange müssen drei Pizzen im Backofen sein?
◯ direkt proportional ◯ indirekt proportional ◯ nicht proportional

c) Drei Malerinnen streichen eine Halle in 8 Stunden. Wie lange würden zwei Malerinnen für diese Arbeit wohl benötigen?
◯ direkt proportional ◯ indirekt proportional ◯ nicht proportional

d) Zwei Kübel Farbe reichen für 50 m² Wandfläche. Für wie viele m² reichen sieben solche Kübel?
◯ direkt proportional ◯ indirekt proportional ◯ nicht proportional

e) Ein Chor besteht aus 12 Personen. Er singt ein Stück, das 4 [illegible]en dauert. Wie lange dauert das Stück, wenn nur 6 Personen i[illegible]gen?
◯ direkt proportional ◯ indirekt proportional ◯ nicht proportional

f) Hanna bezahlt für drei Packungen Saft 4,80 €. Wie viel kosten fünf Packungen dieses Safts?
◯ direkt proportional ◯ indirekt proportional ◯ nicht proportional

Wandern

Es macht Spaß, weil du dabei die Natur entdecken und viele Abenteuer erleben kannst. Außerdem fördert es deine Gesundheit – es baut Stress ab, stärkt die Fitness und trainiert das Herz-Kreislauf-System.

MP DI **026** **90 Kisten sollen verladen werden.**
Wie viele Kisten muss jeder Arbeiter verla[illegible] Ü026

a) Erstelle eine Wertetabelle für [illegible] Arbeiter und die Anzahl der Kisten pro A[illegible]
b) Stell die Zahlen in einem Diagra[illegible]

Wertetabelle

Arbeiter	1	2	3
Kisten pro Arbeiter	90		

MP DI **027** **Eine Firma produziert Taschen[illegible]pen.**
Sie werden in Schachteln mit [illegible]packt. Ü027

a) Erstelle eine Wertetabe[illegible] für 1 bis 1[illegible]hachteln und die Gesamtanzahl [illegible]henla[illegible]pen in allen Schachteln.
b) Stell die Zahlen in einem Dia[illegible] dar.

MP DI **028** **Apfelernte**

Ein Obstba[illegible]s seine Apfelernte abschließen.
Mit zwei Ernte[illegible]ern [illegible] die Arbeit 8 Tage.
Da die Äpfel jed[illegible]nerh[illegible] von 3 Tagen
vollst[illegible]rnte[illegible]n müssen,
frag[illegible]
„Wie vi[illegible]helfer werden insgesamt benötigt,
um die Arbe[illegible]eitig zu erledigen?“

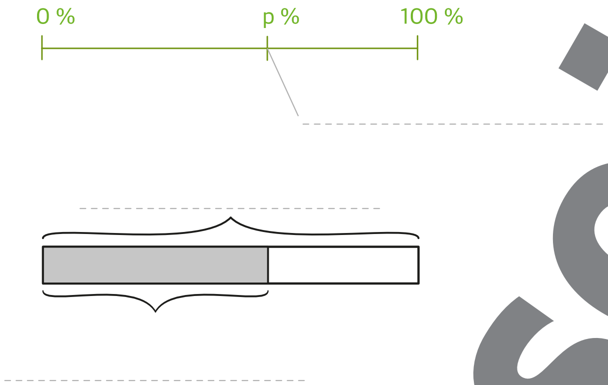
a) Löse die Aufgabe.
b) Erkläre deinen Lösungsweg.
c) Stell den Zusammenhang „Zahl der Erntehelfer“ zu „Erntedauer“ für 1 bis 10 Personen in einem Diagramm dar.

A4 Prozente und Zinsen

Prozente sind im Grunde **Hundertstel**. Das Wort Prozent kommt von dem italienischen Ausdruck „per cento“, was wörtlich übersetzt „pro Hundert“ bedeutet.

$1\% \triangleq \frac{1}{100}$

DI **029** Schreib auf die strichlierten Linien jeweils den richtigen Begriff: Grundwert, Anteil, Prozentsatz.
Erkläre damit die Formeln in der Randspalte.



For[illegible]n

$A = \frac{G}{100} \cdot p$

$G = \frac{A}{p} \cdot 100$

$p = \frac{A \cdot 100}{G}$

A … Anteil
G … Grundwert
p … Prozentsatz

RK **030** Berechne die gesuchten Anteile. ⟶ Ü030

a) 12 % von 800
b) 20 % von 250
c) 45 % von 500
d) 18 % von 50
e) 70 % von 120
f) 35 % von 520
g) [illegible]8 % von 9
h) [illegible] von 14,8
i) 1[illegible] von 0,9

RK **031** Berechne die neuen Preise im Abverkauf. ⟶ Ü031

a) Jeanshose: 49,90 €
heute minus 20 %
b) Sneakers: 79,90 €
heute minus 15 %
c) blauer Pullover: 39,90 €
heute minus 25 %
d) J[illegible]ke: [illegible]9,90 €
h[illegible]nus 40 %
e) gr[illegible] [illegible]0 €
[illegible]te minus [illegible]
f) [illegible]om[illegible]d: 59,90 €
[illegible]mi[illegible] 35 %
g) Ka[illegible]pe[illegible] 19,90 €
heute minus 5 %
h) [illegible]cksack: 89,90 €
heute minus 50 %
i) Schal: 14,90 €
heute minus 20 %

RK **032** Berechne jeweils den Grun[illegible] ⟶ Ü032

a) 25 % entsprechen d[illegible] Zahl 36[illegible]
b) 50 % entsprechen [illegible]l 60[illegible]
c) 15 % entsp[illegible] der Z[illegible]
d) 20 % ent[illegible] Zahl 500.
e) 10 % entsprechen der Zahl 150.
f) 75 % entsprechen der Zahl 900.
g) 40 % entsprechen der Zahl 280.
h) 60 % entsprechen der Zahl 720.

RK **033** Bei einer Abstim[illegible] habe[illegible] Personen für „Ja“ gestimmt. ⟶ Ü033
Das en[illegible] 65 % [illegible]timmen.
Wie [illegible] an der Abstimmung teilgenommen?

RK **034** Verkehrssti[illegible] ⟶ Ü034

In einer Verkehrssti[illegible]probe wurde festgestellt,
dass 5 % aller Fahrräder kein funktionierendes Licht haben.
Dabei wurden 8 Fahrräder ohne Licht gezählt.
Wie viele Fahrräder wurden insgesamt überprüft?

RK **035** **Berechne jeweils den Prozentsatz.**
Runde wo nötig auf eine Nachkommastelle. ···→ Ü035

a) Grundwert = 2 400, Anteil = 600
b) Grundwert = 3 200, Anteil = 900
c) Grundwert = 1 500, Anteil = 300
d) Grundwert = 7 200, Anteil = 1 040
e) Grundwert = 2 700, Anteil = 2 600
f) Grundwert = 1 800, Anteil = 675

RK **036** **Hanna kauft eine neue Jacke.**
Sie kostet heute nur 140 € statt 200 €. ···→ Ü036

a) Wie hoch ist der Rabatt in Euro?
b) Wie hoch ist der Rabatt in Prozent?

RK **037** **Theo kauft ein Paar neuer Schuhe. Sie kosten 129 €.**
Theo erhält einen Rabatt und bezahlt nur 109,65 €. ···→ Ü037

a) Wie hoch ist der Rabatt in Euro?
b) Wie hoch ist der Rabatt in Prozent?

RK **038** **Berechne jeweils, wie viel Geld nach einem Jahr auf dem Kon[illegible]** ···→ Ü038

	a)	b)	[illegible]	d)
Kapital	5.400 €	7.250 €	6[illegible] €	[illegible]5.820 €
Zinssatz	2 %	1,6 %	2,[illegible]	3,7 %

RK **039** **Liam nimmt einen Kredit in Höhe von 25.000 € [illegible]**
Der Zinssatz beträgt 4,8 %.
Wie viel Euro Zinsen fallen im ersten Jahr dies[illegible] Kredite[illegible] ···→ Ü039

RK **040** **Reza zahlt im ersten Jahr 1.800 € Zinsen**
für einen Kredit über 60.000 €.
Wie hoch ist der Zinssatz p? ···→ Ü040

MP **041** **Berechne die Zinsen mit einem Tab[illegible]lati[illegible]sprogramm.**

Denk dir jeweils die Höhe des a[illegible]enommene[illegible]kredites [illegible]s,
lege dann einen Prozentsatz f[illegible]
und berechne die Jahreszinse[illegible] [illegible]matisch.
Gib dafür die Formeln in die Fe[illegible]ein.

	A	B	C	
1		Kredit 1	[illegible]it 2	K
2	Kreditsumme	[illegible].000,00 [illegible]	4.900,00 €	
3	Zinssatz		3,5%	
4	Zinsen na[illegible]	9[illegible] €	171,50 €	
5				

→ Diese Datei fi[illegible] du i[illegible] e-zone PLUS! Band 4, Technologie: A.

MP **042** **In ei[illegible]uchen angeboten.**

a) Am Mo[illegible]tet er 20 €.
Am Nachmi[illegible]t es einen Rabatt von 25 %.
Wie viel Euro ko[illegible]t der Kuchen am Nachmittag?
b) Die Bäckerin senkt den Preis des Kuchens am Abend noch einmal
und verkauft ihn jetzt für 12 €.
Wie viel Prozent beträgt die zweite Senkung?
c) Um wie viel Prozent ist der Kuchen am Abend billiger
im Vergleich zum ursprünglichen Preis von 20 €?

Umgang mit Geld

Es ist wichtig, Geld bewusst einzuteilen, um stets genug für die wirklich wichtigen Dinge zu haben.

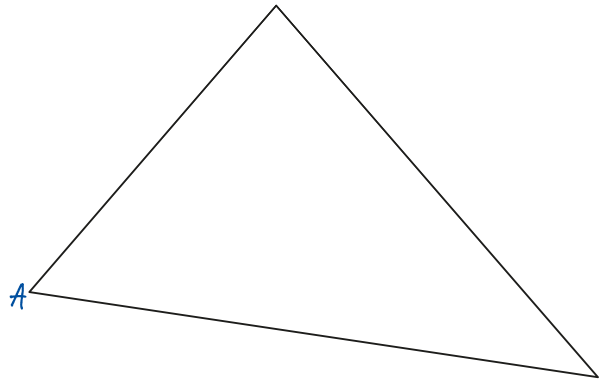
Beruf: Bäckerin, Bäcker

Für diesen Beruf brauchst du handwerkliches Geschick und Kreativität. Außerdem musst du körperlich belastbar und gut im Kopfrechnen sein.

A5 Dreieck, Rechteck und Quadrat

Dreieck, Rechteck und Quadrat sind drei einfache **ebene Figuren** mit geraden Begrenzungslinien. Ausgehend von diesen Figuren lassen sich auch in komplizierteren Figuren wie Trapezen, Deltoiden, Parallelogrammen oder Rauten Berechnungen durchführen.

RK DI **043** **Dreieck**



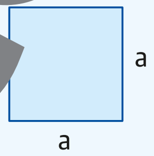
a) Beschrifte Ecken, Seiten und Winkel dieses Dreiecks.
b) Bestimme die Größe der Winkel durch Messen.
Berechne die Summe der drei Winkel.
c) Zeichne die Höhen ein und beschrifte sie.
d) Bestimme die Längen der Seiten und der Höhen du[illegible]sen.
e) Berechne Umfang und Flächeninhalt des D[illegible]
f) Wahr oder falsch? Kreuze an.

	Aussage	wa[illegible]	falsch
(1)	In einem Dreieck ist der Umf[illegible] immer länger als jede einzelne[illegible]	○	○
(2)	Ein Dreieck kann mehr als einen rech[illegible]el haben.	○	○
(3)	Hat ein Dreieck einen Win[illegible] der größer als 90° ist, nennt man es „stumpfwi[illegible]ig".	○	○
(4)	Die Winkel in einem gleich[illegible]en D[illegible]eck sind alle gleich groß.	○	○
(5)	Der größte Winkel eines[illegible]s liegt immer gegenüber der kü[illegible]zesten Se[illegible] Dreiecks.	○	○

MP RK **044** **Berechne di[illegible]n Grö[illegible] folgenden Rechtecke. Achte auf die[illegible]he[illegible]** → Ü044

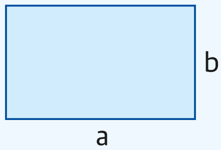
	Seite a	S[illegible]te b	Umfang u	Flächeninhalt A
a)	[illegible]	5 cm		
b)				48 cm²
c)		9 m	20 m	
d)		6 mm		168 mm²
e)	2,6 m	7,4 m		
f)	15 mm		36 mm	

[illegible]rat



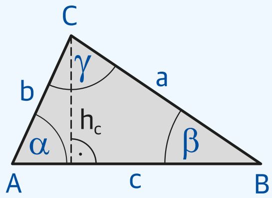
$u = 4 \cdot a$
$A = a \cdot a = a^2$

Rechteck



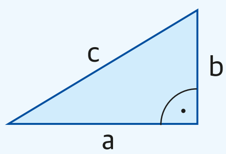
$u = 2 \cdot (a + b)$
$A = a \cdot b$

Dreieck



$u = a + b + c$
$A = \frac{c \cdot h_c}{2}$
(oder eine andere Seitenlänge mal zugehöriger Höhe)

Rechtwinkeliges Dreieck



$u = a + b + c$
$A = \frac{a \cdot b}{2}$
(eine Kathete mal andere Kathete durch zwei)

RK **045** **Theodora möchte einen rechteckigen Gemüsegarten anlegen. Er soll 6,5 Meter lang und 3 Meter breit sein.** ···→ Ü045

a) Wie lang muss der Zaun sein, wenn sie den Garten komplett einzäunen will?
b) Wie groß ist die Fläche, auf der sie Gemüse pflanzen kann?

RK **046** **Pia hat ein kleines Quadrat als Spielfeld für ein Hüpfspiel aufgemalt. Jede Seite des Quadrats ist 3,8 Meter lang.** ···→ Ü0[illegible]

a) Wie lang ist die gesamte Linie, die Pia für den Rand des Spielfelds gemalt hat?
b) Wie groß ist die Fläche, die Pias Spielfeld einnimmt?

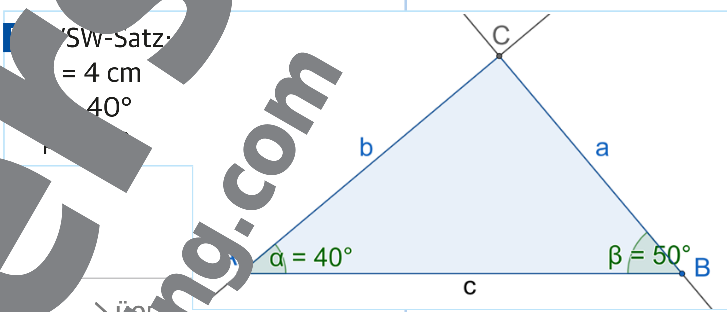
RK **047** **Der Umfang eines Quadrats beträgt 10,4 cm. Berechne seinen Flächeninhalt.** ···→ Ü047

RK **048** **Berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt des Dreiecks.** ···→ Ü048

a) rechtwinkeliges Dreieck: a = 20 mm; b = 21 mm; c = 29 m[illegible]
b) allgemeines Dreieck: a = 35 mm; b = 28 mm; c = 42 mm; h_c [illegible] mm
c) gleichseitiges Dreieck: a = 1,5 m; h = 1,3 m
d) allgemeines Dreieck: a = 16 cm; b = 7 cm; c = 14 cm[illegible] = 6,1 [illegible]

RK **049** **Konstruiere diese Dreiecke entweder mit Papier und Stift oder mit GeoGebra.** ···→ Ü049

a) SSS-Satz: a = 6 cm; b = 5 cm; c = 4,5 cm
b) SSW-Satz: a = 4,5 cm; b = 6,5 cm; β = 10[illegible]
c) SWS-Satz: a = 5 cm; c = 7 cm; β = 65°
d) WSW-Satz: c = 8,5 cm; α = 35°; β = 90°

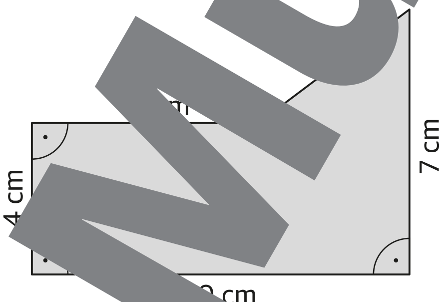


RK **050** **Konstruiere diese Dreiecke mit P[illegible]d Stift und berechne jeweils Umfang und [illegible]inhalt. Bestimme benötigte Größen durch [illegible]** ···→ Ü05[illegible]

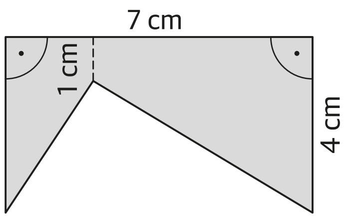
a) a = 5 cm; b = 7 cm; c = 9 cm
b) a = 6 cm; b = 8 cm; γ = 90°
c) a = 6 cm; b = 7,5 cm; c = 10 cm
[illegible] = 4,8 cm; [illegible] cm; β = 50°

MP **051** **Berechne jeweils den Fläch[illegible]inhalt der F[illegible] durch Zerlegen oder Ergänzen. Nutze dafür nach Bedarf R[illegible], Qu[illegible]rate oder Dreiecke. Vergleiche mit anderen.**

a)



b)



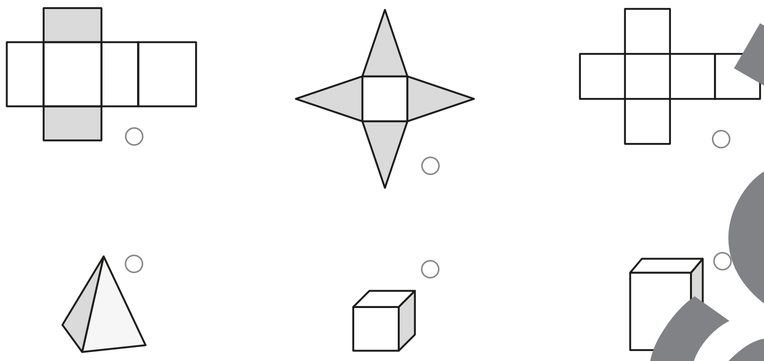
MP DI **052** **Ein Rechteck hat eine Länge von 12 cm und eine Breite von 8 cm.** ···→ Ü052

a) Finde ein Quadrat, dessen Umfang gleich groß ist wie der Umfang des Rechtecks.
b) Vergleiche die Flächeninhalte der beiden Figuren: Welcher ist größer? Um wie viel?

A6 Würfel, Quader, Pyramide

Zwei wichtige Größen beim Beschreiben von Körpern sind das **Volumen**, das angibt, wie viel Raum ein Körper einnimmt, und der **Oberflächeninhalt**, der die gesamte Fläche aller Seitenflächen eines Körpers bemisst.

DI **053** **Welches Netz gehört zu welchem Körper? Verbinde und benenne die Körper.**



RK **054** **Die Kantenlänge eines würfelförmigen Bauklotzes beträgt 4 cm. Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen des Bauklotzes.** ···→ Ü054

RK **055** **Ein quaderförmiger Bauklotz hat folgende Kantenlängen:** ···→ Ü055
a = 6 cm, b = 2 cm und c = 0,5 cm
Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen des Bauklotzes.

RK DI **056** **Gegeben sind ein Würfel mit Kantenlänge [illegible] 5 d[illegible] und ein Quader mit Kantenlängen a = 2 dm, [illegible] cm und c = [illegible]0 dm.**

a) Berechne den Oberflächeninhalt O und das Volumen V des Würfels.
b) Berechne den Oberflächeninhalt O und das Volumen V des Quaders.
c) Vergleiche die Ergebnisse und beschreibe deine Beobachtungen:
(1) Welcher Körper hat den größeren Oberflächeninhalt?
(2) Welcher Körper hat das größere Volumen?

RK **057** **Berechne jeweils Oberflächeninhalt O und Volumen V des Körpers.** ···→ Ü057

a) Würfel: a [illegible] c) Quader: a = 3 m; b = 2 m; c = 6 m
b) Würfel: a [illegible] d) Quader: a = 2,5 dm; b = 1 dm; c = 3,9 dm

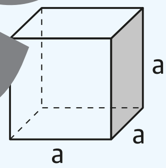
RK **058** **Ein Briefbeschwerer hat die Form einer Pyramide.** ···→ Ü058

Die Grundfläche ist quadratisch mit Seitenlänge 6 cm.
Die Pyramide ist 6 cm hoch.
Berechne das Volumen.

RK **059** **Berechne jeweils das Volumen V der Pyramide.** ···→ Ü059

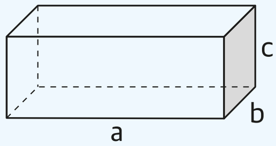
a) quadratische Grundfläche mit a = 30 mm; Höhe h = 70 mm
b) quadratische Grundfläche mit a = 5 m; Höhe h = 2,4 m
c) rechteckige Grundfläche mit a = 4 cm und b = 2 cm; Höhe h = 11 cm
d) rechteckige Grundfläche mit a = 2,5 dm und b = 3 dm; Höhe h = 11 dm

Würfel



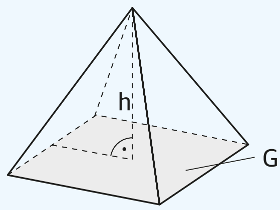
$O = 6 \cdot a^2$
$V = a^3$

Quader



$O = 2 \cdot (ab + ac + bc)$
$V = a \cdot b \cdot c$

Pyramide

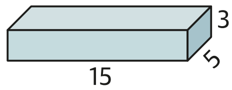


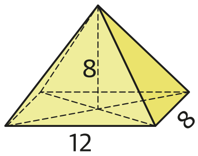
$V = \frac{G \cdot h}{3}$

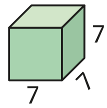
G … Flächeninhalt der Grundfläche

RK **060** **Berechne jeweils das Volumen des Körpers.** ···→ Ü060

Hinweis: Alle Maße sind in Zentimetern angegeben.

a) 

b) 

c) 

RK **061** **Ein Ziegel hat die Form eines Quaders und misst 2,5 dm × 1,2 dm × 0,65 dm. Die Dichte des Ziegels beträgt 1,7 $\frac{kg}{dm^3}$. Berechne die Masse dieses Ziegels.** ···→ Ü061

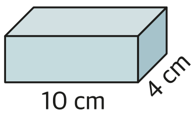
RK **062** **Berechne jeweils die Masse m des Körpers. Die Dichten der Materialien findest du in der Tabelle.**

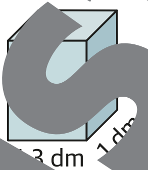
Material:	Holz	Glas	Ziegel	Blei	[illegible]or
Dichte ρ:	0,7 $\frac{g}{cm^3}$	2,5 $\frac{g}{cm^3}$	1,7 $\frac{g}{cm^3}$	11,4 $\frac{g}{cm^3}$	[illegible] $\frac{g}{cm^3}$

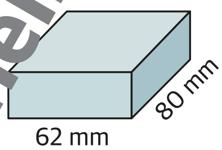
a) Holzwürfel: a = 4 cm
b) Styroporquader: a = 50 cm, b = 30 cm, c = 10 cm
c) Glaspyramide mit quadratischer Grundfläche: a [illegible] cm, h = [illegible]
d) Bleiwürfel: a = 10 cm
e) quaderförmiger Ziegel: a = 30 cm, b = 15 cm, c [illegible]
f) Pyramide aus Holz, rechteckige Grundfläche a = 20 [illegible] = 10 cm, h = 30 cm

RK **063** **Berechne jeweils die Höhe des abgebildet[illegible]ers. Forme dazu die Formel für das V[illegible]m. Achte auf die Einheiten.** ···→ Ü063

a) V = 120 cm³ b) V = 2[illegible] c) V [illegible]4 cm³







RK **064** **Vor dem Rathaus soll [illegible]ine große [illegible]ide aus Marmor aufgestellt werden.** ···→ Ü064

Die Pyramid[illegible] quadr[illegible]e Grundfläche mit einer Seit[illegible]ge [illegible]5 Metern und eine Höhe von 2 Metern.

Die Di[illegible] von Ma[illegible] beträgt 2,6 $\frac{kg}{dm^3}$.

a) W[illegible] die Pyramide wiegen?
b) Verg[illegible]ie Masse der Pyramide mit der Masse eines PKW.

MP DI **065** **Eine Getränkepac[illegible]g soll die Form eines Würfels haben und ein Volumen von etwa 0,5 Litern fassen.**

a) Mach einen Vorschlag für die Kantenlängen dieser Verpackung.
b) Erkläre, wie du die Aufgabe gelöst hast.

[illegible]te ρ („rho")

Die Dichte beschreibt, wie schwer ein Stoff unabhängig von seiner Größe ist. Je größer die Dichte eines Stoffes ist, desto schwerer ist er.

ρ wird üblicherweise in $\frac{g}{cm^3}$ angegeben.

Beachte:
$\frac{g}{cm^3} = \frac{kg}{dm^3} = \frac{t}{m^3}$

Masse

Die Masse eines Körpers hängt von seiner Dichte und seinem Volumen ab.
$m = V \cdot \rho$

m … Masse [g]
V … Volumen [cm³]
ρ … Dichte [$\frac{g}{cm^3}$]

A7 Daten

Daten sind Werte (Zahlen, Merkmale …), die zu einem Thema gesammelt wurden.
Mit **Kenngrößen** wie dem Minimum oder dem Maximum kann man Aussagen über Daten treffen.

MP DI **066** **Durchschnittsalter**

In der Schulbibliothek befinden sich gerade Anna (12 Jahre), Lea (14 Jahre), Ben (11 Jahre) und Tobi (13 Jahre).
Jetzt kommt Herr Huber dazu und das Durchschnittsalter steigt auf 20 [illegible]

a) Wie alt ist Herr Huber?
b) Erkläre, wie du die Aufgabe gelöst hast.

RK **067** **Gegeben sind verschiedene Datenreihen.** ⋯→ Ü[illegible]
Bestimme jeweils (1) das Minimum x_{min}, (2) das Maximum x_{max} [illegible] und (3) den Mittelwert $\overline{x}$.

a) 15 | 12 | 8
b) 20 | 18 | 22 | 16
c) 6,5 | 8,9 | 0,2
d) 15,6 | 63,1 | 43,3 | 16,9
e) −5 | −3 [illegible]
f) [illegible] 6 | −3 | 1

⊕ Erfinde selbst noch drei Datenreihen und bestimm[illegible]ßen.

RK DI **068** **Im Zoo wurden fünf Nasenbären gewogen.** ⋯→ Ü068

Der erste Nasenbär wiegt 8,2 kg, der zweite 6,5 [illegible] dritte 7,3 kg, der vierte 9,1 kg und der fünfte genau 10 kg.

a) Bestimme die Spannweite dieser Werte.
Was sagt die Spannweite aus?
b) Wie viel wiegen die Nasenbären im Durc[illegible]t?

RK **069** **Im Zoo wurden vier Giraffen verm[illegible]** ⋯→ Ü069

Die erste Giraffe ist 4,8 Meter groß, [illegible] 2 Meter groß, die dritte ist 4,5 Meter groß und [illegible] vierte ist [illegible] Meter groß.
Wie groß sind die Giraffen im D[illegible]?

RK DI **070** **Die Tabelle zeigt die Laufzeiten [illegible]-Kl[illegible] beim 1 0[illegible]0-Meter-Lauf.** ⋯→ Ü070

Niklas: 03:28 min	Felix: 0[illegible]	Ali: 03:42 min	Luca: 04:03 min
Sarah: 03:46 min	Mia: 03:41 [illegible]	Emma: 03:40 min	Marie: 03:19 min
Jonas: 03:15 min	[illegible]3:25 [illegible]	Paul: 03:30 min	Noah: 03:38 min
Laura: 03:59 [illegible]	Lina: [illegible]	Elif: 03:44 min	Emily: 03:29 min
Emir: 03:2[illegible]	[illegible]n: 03:[illegible] min	Finn: 03:09 min	Elias: 03:45 min
Ana: 03:33 m[illegible]	[illegible]:18 min	Fatima: 03:48 min	

a) Wel[illegible]riffe [illegible]rechen welchen Kennzahlen?
(1) [illegible]t … ◯ x_{min}. ◯ x_{max}. ◯ $\overline{x}$.
(2) D[illegible]ndurchschnitt entspricht … ◯ x_{min}. ◯ x_{max}. ◯ $\overline{x}$.
b) Bestimme [illegible] x_{max}.
c) Berechne die D[illegible]schnittszeit. Runde auf Sekunden.
Hinweis: Rechne für Minuten und Sekunden getrennt.
Kombiniere die Ergebnisse dann.
Beachte: 1 min = 60 Sekunden.
d) Wie lauten (1) die Österreich-Rekorde und (2) Weltrekorde beim 1 000-Meter-Lauf?
Wähle vertrauenswürdige Quellen.

Datenreihe
Die Werte einer Datenreihe bezeichnet man üblicherweise mit x_1, x_2, x_3 …

Statistische Kenngrößen

Minimum (x_{min})
kleinster Wert einer Datenreihe

Maximum (x_{max})
größter Wert einer Datenreihe

Spannweite (R)
gibt an, wie weit die Werte höchstens auseinanderliegen

Formel: $R = x_{max} - x_{min}$

Mittelwert ($\overline{x}$)
Durchschnitt aller Zahlen der Zahlenreihe

Beispiel: Werte:
4 | 9 | 8
→ $\overline{x} = (4 + 9 + 8) : 3 = \underline{7}$

DI **071** **Stell die Bevölkerungszahlen der größten Städte der EU in einem Säulendiagramm dar.** ···→ Ü071

Quelle: Wikipedia, Stand 2024

Stadt	Bevölkerungszahl
Berlin	3 782 202
Madrid	3 332 035
Rom	2 754 719
Paris	2 087 577
Wien	2 006 134

Stadt	Bevölkerungszahl
Hamburg	1 910 160
Warschau	1 861 599
Bukarest	1 739 297
Budapest	1 671 004
Barcelona	1 660 122

a) Zeichne ein Säulendiagramm in dein Heft.
Wähle 500 000 Personen ≙ 1 cm.

b) Zeichne das Diagramm mit einem Tabellenkalkulationsprogramm.
Formatiere das Diagramm mit verschiedenen Farben und Achsenskalierungen.

c) Erstelle auch ein Diagramm für die 50 größten Städte der Europäischen Union.
→ Eine entsprechende Datei findest du in der e-zo[illegible] LUS[illegible]4, Technologie: A.

MP **072** **Von einer Datenreihe mit fünf Zahlen kennt man vier Zahlen und den Mittelwert. Finde die fünft[illegible]** ···→ Ü072

bekannte Zahlen: 16 | 12 | 17 | 21
bekannter Mittelwert: $\bar{x} = 16$

MP **073** **Von einer Datenreihe mit sieben Zahlen ke[illegible]n sechs Zahlen und den Mittelwert. Find[illegible] die s[illegible].** ···→ Ü073

bekannte Zahlen: 10 | 14 | 18 | 12 | [illegible]
bekannter Mittelwert: $\bar{x} = 15$

MP **074** **Von einer Datenreihe mit acht [illegible]len [illegible]t man sieben Zahlen und den Mittel[illegible] achte Za[illegible]** ···→ Ü074

bekannte Zahlen: 1,2 | 1,45 [illegible] 1,32 | 1,5 | 1[illegible] | 1,25 | 1,4
bekannter Mittelwert: $\bar{x}$ = [illegible]

MP DI **075** **Interessante Datenre[illegible]**

Betrachte di[illegible]nde Da[illegible] 2 | 5 | 5 | 6 | 7
Sie besteht [illegible]ürlichen Zahlen
und hat folge[illegible] Eig[illegible]t: Spannweite = Mittelwert = Median

a) Ber[illegible]ne Span[illegible]te, Mi[illegible]elwert und Median der Datenreihe u[illegible]uptung stimmt.

b) Fi[illegible]i we[illegible]enreihen, die aus 5 natürlichen Zahlen bestehen und die [illegible]nschaft haben.

c) Vergleiche [illegible]gebnisse, Vorgehensweise und Entdeckungen mit anderen.

RK VB **076** **Eine weg!**

Gegeben ist die Datenreihe 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6.
Nimm eine Zahl davon weg und berechne den Mittelwert deiner Datenreihe.
Kann man durch Wegnehmen einer der Zahlen erreichen, dass der Mittelwert eine ganze Zahl wird? Erkläre.

Bevölkerungszahlen

Bevölkerungszahlen [illegible]rden einerseits über [illegible]ge[illegible]äßige Volks-zä[illegible]gen erfasst. [illegible]ererseits werden kontinuierlich Melde-[illegible]egister geführt, in denen Informationen über Geburten, Sterbefälle und Wohnortwechsel gesammelt werden. Unter anderem sind die Bevölkerungszahlen wichtig für die Planung von Infrastruktur, Gesundheits- oder Bildungseinrichtungen sowie für die Einteilung von Wahlkreisen und Verteilung von Steuermitteln auf die Gemeinden.

Median (z)
Der Median (Zentralwert) ist der mittlere Wert einer geordneten Datenreihe.

Beispiel:
Werte:
1 | 5 | <u>6</u> | 10 | 12
→ $z = \underline{6}$

Hat die Datenreihe eine gerade Anzahl von Elementen, berechnet man den Mittelwert der beiden mittleren Werte.

Beispiel:
Werte:
1 | 5 | <u>6</u> | <u>8</u> | 10 | 12
→ $z = \frac{6 + 8}{2} = \underline{7}$

A8 Terme und Gleichungen

Terme sind mathematische Ausdrücke, die aus Zahlen, Variablen, Klammern, Vor- und Rechenzeichen bestehen. Sie können so einfach sein wie eine Zahl (z. B. 5) oder komplizierter (z. B. $5x^2 - 3y + 1$).
Eine **Gleichung** hat ein Gleichheitszeichen und links und rechts davon einen Ter[illegible] = 7).

RK DI **077** **Welcher Term hat den größten Wert?**

Gegeben sind folgende Terme:

Term A: $5x + 4$ Term B: $6x$ Term C: x^2 Term D: $3x^2$ [illegible]

a) Welcher Term hat den größten Wert, wenn gilt: $x = 1$?
b) Welcher Term hat den kleinsten Wert, wenn gilt: $x = 10$?
c) Finde eine Zahl für x, sodass Term C den größten Wert hat.

RK **078** **Berechne jeweils den Wert der Unbekannten durch Äquivalen[illegible]for[illegible]ng**

a) $3x = 60$ **d)** $\frac{y}{6} = 12$ **g)** $2z + 8$ [illegible]
b) $x + 15 = 29$ **e)** $27 - y = 4$ **h)** [illegible] $-14 = 13$
c) $16 = x - 10$ **f)** $y + 6 = -1$ **i)** [illegible] 0

Äquivalenz-umformung

Nutze Umkehr-operationen zum Umformen der Gleichungen.

PLUS MINUS

MAL DURCH

Dabei bleibt der Wert der Unbekannten stets äquivalent (gleichwertig).

RK **079** **Berechne jeweils den Wert, den der Term für die vorgegebene Zahl annimmt.** ⋯→ Ü079

	Term	$x = 2$	$x = 0{,}5$	x [illegible]	x [illegible] 8
a)	$2x$				
b)	$4x - 6$				
c)	$x^2 + 7$				
d)	$\frac{x}{2} - 1$				
e)	$4x^2 - 3x + 6$				

⊕ Überlege dir selbst drei w[illegible]nd berec[illegible]e ihre Werte.

RK **080** **Berechne jeweils den Wer[illegible]der Te[illegible]nnimmt, wenn du die vorgegebenen Z[illegible]r die Variablen einsetzt.** ⋯→ Ü080

a) Term: $3x - y + 12$; V[illegible]blen: x [illegible], $y = 2$
b) Term: x^2 – [illegible] Variab[illegible] $y = 12$
c) Term: $\frac{3x}{4}$ – [illegible] 2; [illegible]len: $x = -8$, $y = 3$
d) Term: $2x + \frac{y}{3}$ – [illegible] ariab[illegible] $x = 7$, $y = 6$

RK **081** **Vere[illegible] die Te[illegible] ordne sie.** ⋯→ Ü081

B $2x + x - 3$ [illegible] $- 2x$ $2x + x - 3 + x + 9 - 2x = 2x + 6$

a) $x + 3x - x + 8 + 1$ **d)** $7a - 4 + a + 6a + 2$ **g)** $3 + 5m - m - 4m + 2$
b) $2y + 5y - 3 + y + 4$ **e)** $3b + 9 - b + 5 - 2b$ **h)** $-5 + 8n + n + 7n - 6$
c) $4z - 2z + 6 - 5 + 3z$ **f)** $6c - 7 + 2c + c + 8$ **i)** $-p + 9 + 4p - 12 - 2p$

⊕ Erfinde selbst drei ähnliche Aufgaben und löse sie.

RK **082** **Forme die Terme durch Ausmultiplizieren um.** → Ü082

B $5 \cdot (x - y)$

$5 \cdot (x - y) = \underline{\underline{5x - 5y}}$

a) $3 \cdot (a + b)$
b) $7 \cdot (p - q)$
c) $(m + n) \cdot 2$
d) $(x - 4) \cdot 6$
e) $8 \cdot (2y + z)$
f) $4 \cdot (3c - 5d)$
g) $(9j + 7k) \cdot 3$
h) $(2u - 8v) \cdot 5$

RK **083** **Forme die Terme durch Ausmultiplizieren um.** → Ü[illegible]

B $2x \cdot (x^2 - 5)$

$2x \cdot (x^2 - 5) = \underline{\underline{2x^3 - 10x}}$

a) $3y \cdot (y^2 + 7)$
b) $(4m - n) \cdot 2m$
c) $5a \cdot (a^2 - 3)$
d) $(2x + 2) \cdot 6x$
e) $7b \cdot (b^3$ [illegible]
f) $(k - 3p)$ [illegible]
g) $4t$ [illegible] $(t^2 -$ [illegible]
h) $($[illegible] $3v) \cdot 4u$

RK **084** **Berechne jeweils den Wert der Unbekannten durch Äquivalenzumformungen. Führe die Probe durch Einsetzen deines Ergeb**[illegible]**h.** → [illegible]

B $4x - 5 = 27$

$4x - 5 = 27 \quad | + 5$
$4x = 32 \quad | : 4$
$\underline{\underline{x = 8}}$

Probe: $4 \cdot 8 - 5 = 27$
$32 - 5 = 27$
$27 = 27$

a) $3y - 8 = 19$
b) $5a + 7 = 32$
c) $6b - 4 = 14$
d) $2m + 9 = 23$
e) $7n - 3 = 18$
f) $8z - 10 = 30$
g) $45 = 9k + 6$
h) [illegible] $+ 8p = 25$
i) [illegible] $q - 15$

⊕ Erfinde selbst drei ähnliche Aufgaben [illegible] sie[illegible]

RK **085** **Berechne jeweils den Wert der Unbekannte**[illegible] → Ü085

a) $6a - 5 - a = 19 - 3a$
b) $7k - 2 + k = 34 - 4k$
c) $2p$ [illegible] $= 12 - 3p$
d) $5x +$ [illegible] $- x$
e) $3y -$ [illegible] $y = 18 - 2y$
f) $4z -$ [illegible] $+ 2z = 12 - z$

RK DI **086** **Finde die Gleichungen und bere**[illegible]**e jeweils den Wert der U**[illegible]**ekannten.** → Ü086

a) Das Dreifache einer Zahl be[illegible]
b) Die Summe aus 15 und einer [illegible] betr[illegible] 23.
c) Halbiert man eine Zah[illegible] ddiert [illegible] Ergebnis 19 dazu, erhält man 25.
d) Multipliziert man die Sum[illegible] 15 und einer Zahl mit vier, erhält man 88.
e) Verdoppelt man ei[illegible] Zahl und [illegible] ahiert vom Ergebnis 8, erhält man 26.
f) Addiert man 15 zu[illegible] ahl u[illegible] teilt das Ergebnis durch 5, erhält man 10.
g) Subtrahie[illegible] 12 vo[illegible] l und multipliziert das Ergebnis mit 3, erhält m[illegible]

MP **087** **Buchstabensalat**

Die B[illegible] entsprechen je einer der Zahlen von 1 bis 5. Folg[illegible] f Glei[illegible] n müssen erfüllt sein:

$A + A \cdot A = 3$[illegible]
$(B + A) : 3 = 3$
$(A - B) \cdot 2 = C$
[illegible] $D : D = E$
[illegible] $= A - 2 \cdot E$

Welchen Wert hat jeder der Buchstaben?

A9 Binomische Formeln

Es gibt **drei Binomische Formeln**, die dir das Rechnen leichter machen:
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ | $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ | $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

RK DI **088** **Zeige die Gültigkeit der drei Binomischen Formeln, indem du die Terme Schritt für Schritt ausmultiplizierst und vereinfachst.**

B 1. Binomische Formel: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Berechnung schrittweise:

$(a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ✓

a) 2. Binomische Formel: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
b) 3. Binomische Formel: $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

RK **089** **Wende jeweils die passende Binomische Formel an.** ⋯→ Ü089

a) $(x + 5)^2$
b) $(3 + f)^2$
c) $(t + 2)^2$
d) $(m - 2)^2$
e) $(k - 6)^2$
f) $(w - 1)^2$
g) [illegible] + [illegible] 3)
h) [illegible] · ([illegible] 4)
i) (e + 7) · ([illegible] 7)

RK **090** **Wende jeweils die passende Binomische Formel [illegible]** ⋯→ Ü090

a) $(3g - 4)^2$
b) $(2n + 1)^2$
c) $(5u + 3) \cdot (5u - 3)$
d) $(2a + b)^2$
e) $(3x - y)^2$
f) (4z + 1) · (4z [illegible])
g) [illegible] 2t)²
h) (9c + 2d) · (9[illegible] − 2d)
i) [illegible]0p + 2q)²

⊕ Erfinde zu jeder Binomischen Formel e[illegible] Aufgabe [illegible] löse sie.

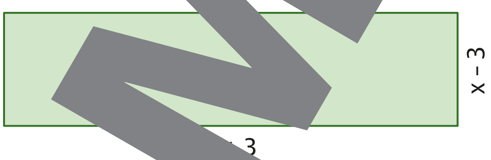
RK **091** **Wende die Binomischen Formeln u[illegible]t an.** ⋯→ Ü091

B $9x^2 - 24x + 16$

$9x^2 - 24x + 16 = (3x)^2 - 2$ [illegible] $\cdot 4$ [illegible] $= (3x - 4)^2$

a) $4y^2 - 12y + 9$
b) $4a^2 + 20a + 25$
c) $9c^2 - 25$
d) $16y^2 - 40y + 25$
e) [illegible] 25a² − 20a [illegible]
f) [illegible] − 81
g) 9[illegible] + 4
h) 4h² [illegible] + 16
i) $25z^2 - 30z + 9$
j) $49z^2 - 64$
k) $16z^2 - 8z + 1$
l) $25y^2 - 36$

MP RK DI **092** **Ein Rechteck [illegible] Seitenlä[illegible] x + 3 und x − 3 (siehe Skizze). Der Flächenin[illegible] des Rechtecks beträgt 16 cm².** ⋯→ Ü092



a) Wie groß ist x?
Erkläre, wie du die Lösung gefunden hast.
Tipp: Die Binomischen Formeln können dir bei dieser Aufgabe helfen.
b) Berechne den Umfang des Rechtecks.
c) Konstruiere das Rechteck.

CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt?

RK **093** **Berechne ohne Taschenrechner.**

a) 15 – 8 : 2 = ______________ c) (9 + 3 · 2) : (7 – 4) = ______________

b) 3 · (10 – 4) + 6 = ______________ d) $2^8 : 2^5$ = ______________

RK **094** **Drei Personen benötigen 6 Stunden, um Stühle für ein Konzert aufzustellen. Wie lang würden zwei Personen für diese Arbeit zirka brauchen?**

RK **095** **Ein Fahrrad kostet 486 Euro. Anita bekommt das Rad mit einem Gutschein um 15 % billiger. Wie viel Geld spart Anita?**

RK **096** **Herr Schuster nimmt einen Kredit in Höhe von 25.000 € mit einem Zinssatz von 4,5 % auf. Wie hoch sind die Zinsen nach einem Jahr?**

RK **097** **Der Flächeninhalt eines 4 dm breiten Rechtecks beträgt 28 dm². Berechne den Umfang des Rechtecks.**

RK **098** **Berechne Oberflächeninhalt O und Volumen V eines Würfels, dessen Kantenlänge 7,5 m beträgt. Runde jeweils auf zwei Nachkommastellen.**

RK **099** **Gegeben ist eine 26 cm hohe quadratische Pyramide. Die Seiten der Grundfläche sind 10 cm lang. Runde auf zwei Nachkommastellen.**

a) Berechne das Volumen dieser Pyramide.

b) Die Pyramide wird aus Holz gefertigt $\left(\rho = 0{,}7\,\frac{g}{cm^3}\right)$.

Berechne die Masse dieser Pyramide.

RK **100** **Gegeben ist folgende Datenreihe: [illegible] | 21 | 36 | 2[illegible] Bestimme a) das Minimum x_{min}, b) das Maximum x_{max}, c) den Mittelwert $\bar{x}$ und d) den Median $\tilde{x}$.**

RK **101** **Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.**

a) 7x – 6 = 22 b) 3y + 4 – y = 20 c) $\frac{z}{4} + 8 = 11$

Wie gut kannst du das jetzt?

MP **102** **Die Seiten eines Rechtecks sind x + 2 cm und x – 2 cm lang. Gib a) den Umfang und b) den Flächeninhalt dieses Rechtecks an.**

MP **103** **Eine Datenreihe besteht aus den Zahlen 13, 18, 25 und 14. Nun kommt eine fünfte Zahl x dazu. Der Mittelwert der Datenreihe ändert sich dadurch nicht. Wie lautet x?**

MP **104** **Multipliziert man eine Zahl mit 8 und subtrahiert zwölf vom Ergebnis, erhält man 36. Wie lautet die Zahl?**

Die Lösungen findest du auf Seite 192.

B Reelle Zahlen

Zahlen begegnen uns u[illegible] auf Straßenschil[illegible]rn, in Preisen oder bei der Zeitangabe.
Manche Zahlen habe[illegible] (z.B. 3,14), a[illegible]dere stehen ohne Komma (z.B. 7).
Häufig sind Z[illegible]len mit Ma[illegible]einheiten [illegible]bunden, etwa 5 km oder 10 kg.
J[illegible] Zahl hilft uns, die We[illegible] genauer zu beschreiben.

MP **105** **Zahlen und Maße in [illegible]serer Umw[illegible]**

Finde jeweils drei weit[illegible]piele für Zahlen und Maße im Freibad und erkläre, wa[illegible] sie bedeu[illegible]

a) posi[illegible] Zahle[illegible]ma (Beispiel: 380 Stück Plastikbojen entlang einer Bahn).
b) Za[illegible] Komma [illegible]piel: 22,5 °C Lufttemperatur)
c) neg[illegible] (Beispiel: −5 m Beckentiefe)
d) Bruch[illegible]en ([illegible] $\frac{3}{4}$ der Bahnen für Schwimmverein reserviert)

In d[illegible] Kapit[illegible]st du eine neue Art von Zahlen kennen: die nichtrationalen Zahlen.
[illegible]rst wiederholst du die Zahlenarten, die du bereits kennst.
Anschließend[illegible]chaust du dir das Wurzelziehen an, die Umkehrung des Quadrierens.
Das führt dich schließlich zu den nichtrationalen Zahlen.
Gemeinsam mit den rationalen Zahlen, die dir schon vertraut sind,
bilden sie die sogenannten reellen Zahlen.

WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Zahlen

Wie gut kannst d[illegible]? ☹ 😐 🙂 😀

DI **106** **Beantworte die Fragen.**

a) Wie lautet die größte Ziffer der Zahl 5 098?
b) Wie lautet die größte Zahl, die man aus den Ziffern 3, 0 u[illegible]d 7 bil[illegible]
c) Erkläre den Unterschied zwischen „Zahl" und „Ziffer" an[illegible]d e[illegible]es Beispie[illegible]
Vergleiche die Begriffe mit „Wort" und „Buchstabe".

DI **107** **Gib jeweils die kleinste und die größte Zahl an, die man mit den angegebenen Ziffern bilden kann.**

a)

Ziffern	kleinste Zahl	größte Zahl
5, 4, 7	☐☐☐	☐☐☐

b)

Z[illegible]	[illegible]inste Zahl	größte Zahl
2, [illegible], 0	☐☐☐	☐☐☐

RK **108** **Bestimme jeweils den Betrag der angegebenen [illegible]en.**

a) $|-7|$ = ________ d) $|-95|$ = ________
b) $|+9|$ = ________ e) $|+34|$ = ________
c) $|+16|$ = ________ f) $|0|$ = ________

Mengen

Wie gut kannst du das noch? ☹ 😐 🙂 😀

MP DI **109** **Gegeben sind die Mengen A [illegible] B.**

A = {8; 10; 15; 27} B[illegible]; 3[illegible] 12}

a) Welche Menge enthält me[illegible]hlen? Kreuze an.
◯ A ◯ B

b) **Welche Zahl ist [illegible]iden M[illegible]gen enthalten?** ______

c) In welcher Menge sind die Zahlen jeweils enthalten? Kreuze an.

	4	8	3	17	10	27
A	◯	◯	◯	◯	◯	◯
B	◯	◯	◯	◯	◯	◯

Quadrie[illegible]

Wie gut kannst du das noch? ☹ 😐 🙂 😀

RK DI **110** **Schr[illegible]ils als P[illegible]enz und berechne die Ergebnisse mit dem [illegible]echner.**

a) $3 \cdot 3$ = ______ = ______ d) $15 \cdot 15$ = ______ = ______
b) $8 \cdot 8$ = ______ = ______ e) $16{,}3 \cdot 16{,}3$ = ______ = ______
c) $10 \cdot 10$ = ______ = ______ f) $0{,}8 \cdot 0{,}8$ = ______ = ______

Die Lösungen findest du auf Seite 188.

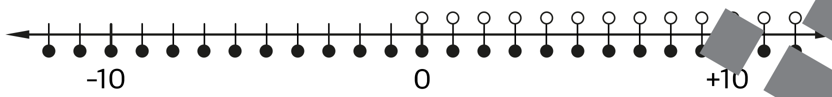
B1 Natürliche und ganze Zahlen

Die Menge der **natürlichen Zahlen** ℕ umfasst alle Zahlen, die man zum Zählen verwendet, auch die Null.
Die Menge der **ganzen Zahlen** ℤ umfasst alle natürlichen Zahlen und deren (negative) Gegenzahlen.

DI VB **111** **Natürliche und ganze Zahlen**

a) Welche Markierungen entsprechen welcher Zahlenmenge?

Setze ℕ und ℤ richtig ein: ○ … ________ ● … ________



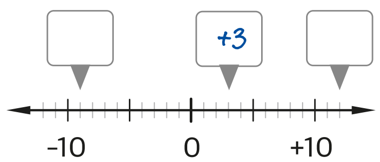
b) Begründe, warum jede natürliche Zahl ein Teil der ganzen Zahlen ist, aber nicht jede ganze Zahl eine natürliche Zahl.

c) Nenne zwei Zahlen, die in beiden Mengen ℕ und ℤ vorkommen: ________

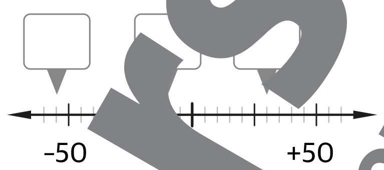
d) Nenne zwei Zahlen, die nur in einer der beiden Mengen vorkommen: ________

RK DI **112** **Beschrifte die markierten Zahlen.** ···→ Ü112

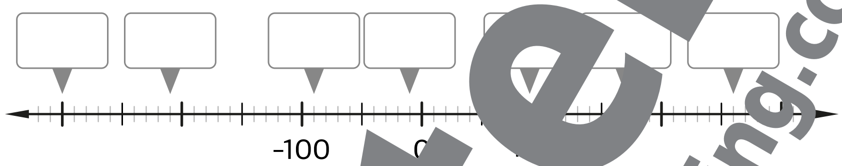
a)



b)



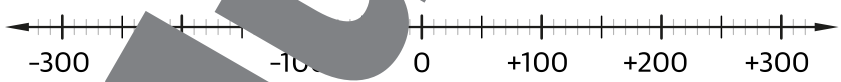
c)



RK DI **113** **Markiere und beschrifte die angegebenen Zahlen auf der Zahlengeraden.** ···→ Ü113

a) +8 | −4 | −19 | +25 | −31 | + [illegible] | −12

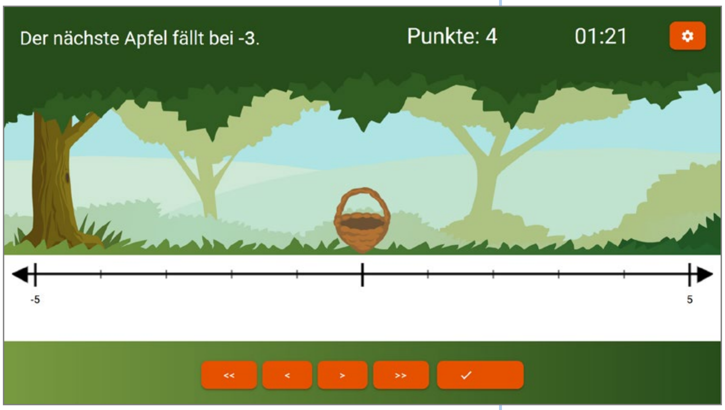
b) −290 | −20 | +150 | +210 | − [illegible] 60 | −220



DI **114** **SPIEL: Zahlengeraden-Spiel**

Das Pr[illegible] zeigt an w[illegible] Stelle der Zahlengeraden der nächste Apfel fallen wird. Fange so viele [illegible] wie du kannst.

→ Dieses Spiel + Arbeitsblatt findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: B.



Mengen

Eine **Menge** beschreibt eine Gruppe von **Elementen**, die zusammengehören. Man schreibt Mengen mit Hilfe von geschwungenen Klammern und Strichpunkten.

Natürliche Zahlen

ℕ = {0; 1; 2; 3; …}

Ganze Zahlen

ℤ = {…; −1; 0; 1; …}

RK DI **115** **Setze <,> oder = richtig ein.** Ü115

a) 100 ◯ −101 d) −99 ◯ 100 g) |−5| ◯ 5 j) −16 ◯ −24
b) |−8| ◯ −8 e) −35 ◯ −29 h) −10 ◯ −2 k) |−9| ◯ 8
c) 92 ◯ |+92| f) 0 ◯ −5 i) |+26| ◯ |−26| l) 74 ◯ −75

⊕ Finde selbst drei weitere Aufgaben und löse sie.

DI **116** **Setze ∈ oder ∉ richtig ein.** Ü116

a) 36 ◯ ℕ d) 1,5 ◯ ℕ g) 18 ◯ ℤ j) [illegible] ◯ ℤ
b) 218 403 ◯ ℕ e) −3,2 ◯ ℕ h) −16,5 ◯ ℤ k) [illegible] ◯ [illegible]
c) −8 ◯ ℕ f) $\frac{1}{4}$ ◯ ℕ i) 0,7 ◯ ℤ l) [illegible] ◯ ℤ

⊕ Finde selbst drei weitere Aufgaben und löse sie.

RK DI **117** **Ergeben die Rechnungen natürliche Zahlen?**
Setze ∈ oder ∉ richtig ein. Ü117

a) 0,5 + 0,5 ◯ ℕ e) 4 · 0,5 ◯ ℕ i) [illegible] + $\frac{1}{2}$ ◯ [illegible]
b) 6,5 + 3,0 ◯ ℕ f) 3 : 0,5 ◯ ℕ j) $\frac{3}{8}$ − [illegible] ◯ ℕ
c) 8,7 − 1,7 ◯ ℕ g) 2 · 1,3 ◯ ℕ k) [illegible] 6 ◯ ℕ
d) 4,8 − 0,2 ◯ ℕ h) 4,9 : 0,7 ◯ ℕ l) $\frac{3}{4}$: 2 ◯ ℕ

⊕ Finde selbst drei weitere Aufgaben und löse s[illegible]

Elemente von Mengen

Mit Hilfe der Symbole ∈ und ∉ kann man angeben, ob eine Zahl oder das Ergebnis einer Rechnung ein Element von einer bestimmten Menge ist.

∈ … Element von

∉ … nicht Element von

Beispiel:
Man schreibt: $-2 \in \mathbb{Z}$
Man spricht: „Minus zwei ist ein Element der ganzen Zahlen.“

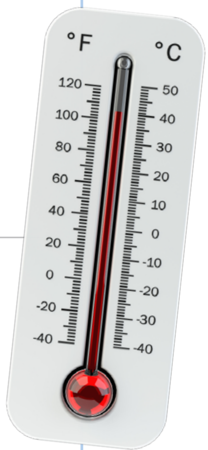
Man schreibt: $-2 \notin \mathbb{N}$
Man spricht: „Minus zwei ist kein Element der natürlichen Zahlen.“

MP VB **118** **Wahr oder falsch?**
Kreuze an und begründe. Ü118

		wahr	falsch
a)	Wenn man zwei ganze Zahlen [illegible], erhält man als Ergebnis immer [illegible]nze Zahl.	◯	◯
b)	Die Differenz zweier natürliche[illegible] ist immer eine natürliche Za[illegible]	◯	◯
c)	Das Produkt zweier ganze[illegible]hlen ist immer eine ganze Zahl.	◯	◯
d)	Dividiert man eine natürliche [illegible] du[illegible] eine andere natürliche Zahl, ist da[illegible]bnis im[illegible] eine ganze Zahl.	◯	◯

MP DI **119** **Eddie aus Calgary erz[illegible]**
„Bei uns in de[illegible] Bergen [illegible] 14 Grad Fahrenheit!“ Ü119

a) Wie viel [illegible] in Celsius?
Lies den un[illegible] am Thermometer ab.
b) Suche den ge[illegible] We[illegible] Internet.
Wä[illegible] vertr[illegible]swürdige Quelle.
c) R[illegible] Calgary?



MP DI **120** **Finde jewei[illegible] ganze Zahlen a und b,**
für die die angege[illegible]e Aussage gilt.

a) $a + b < 0$ c) $a \cdot b < 0$ e) $a + b < a$ g) $a \cdot b < b$
b) $a - b < 0$ d) $a : b < 0$ f) $a - b < b$ h) $a : b > a$

i) Finde zu den Aufgaben **a)** bis **h)** jeweils noch eine zweite Lösung.

B2 Rationale Zahlen

Die Menge der **rationalen Zahlen** $\mathbb{Q}$ umfasst alle Zahlen, die sich durch einen Bruch aus zwei ganzen Zahlen darstellen lassen:
$\frac{a}{b}$ mit a, b ∈ $\mathbb{Z}$; b ≠ 0

Beispiele für rationale Zahlen

$\frac{1}{1} = 1$

$-\frac{8}{1} = -8$

$\frac{3}{2} = 1{,}5$

$-\frac{57}{100} = -0{,}57$

$\frac{2}{3} = 0{,}\dot{6}$

MP DI **121** **Zusammenhang $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Q}$**

a) Erkläre den Zusammenhang der Mengen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Q}$ anhand der Da…g.

rationale Zahlen $\mathbb{Q}$

ganze Zahlen $\mathbb{Z}$ … -3 -2 -1

natürliche Zahlen $\mathbb{N}$ 0 1 2 3 …

$-\frac{5}{2}$ -1,2 $\frac{1}{4}$ 2,…

b) Nenne jeweils drei Zahlen, die …

(1) in $\mathbb{Z}$ enthalten sind, aber nicht in $\mathbb{N}$. ______

(2) in $\mathbb{N}$ enthalten sind. ______

(3) in $\mathbb{Q}$ enthalten sind, aber nicht in $\mathbb{N}$. ______

(4) nicht in $\mathbb{Z}$ enthalten sind. ______

DI **122** **Setze ∈ oder ∉ richtig ein.** Ü122

a) 7 ◯ $\mathbb{N}$; 7 ◯ $\mathbb{Z}$; 7 ◯ $\mathbb{Q}$

b) −9 ◯ $\mathbb{N}$; −9 ◯ $\mathbb{Z}$; −9 ◯ $\mathbb{Q}$

c) 4,8 ◯ $\mathbb{N}$; 4,8 ◯ $\mathbb{Z}$; 4,8 ◯ $\mathbb{Q}$

d) $-\frac{3}{4}$ ◯ $\mathbb{N}$; $-\frac{3}{4}$ ◯ $\mathbb{Z}$; $-\frac{3}{4}$ ◯ $\mathbb{Q}$

RK **123** **Schreib die periodischen Z… …it Pun… bzw. Strich.** Ü123

B 0,28888… = $0{,}2\dot{8}$
3,151515… = $3{,}1\overline{5}$

a) …33… = ______
b) …55555… = ______
c) 14,1111111… = ______
d) 0,262626… = ______
e) 9,848484… = ______
f) 6,522222… = ______
g) 0,514514… = ______
h) 92,66666… = ______

Periodische Zahlen

Periodische Zahlen haben Dezimalstellen, die sich unendlich oft wiederholen.
Auch sie lassen sich durch eine Bruchzahl darstellen und sind daher ebenfalls rationale Zahlen.

Beispiele:
$0{,}555\ldots = 0{,}\dot{5} = \frac{5}{9}$
$0{,}2525\ldots = 0{,}\overline{25} = \frac{25}{99}$

RK **124** **Schr… …malzahlen, indem du jeweils den Zä… …h den Ne…er dividierst.** Ü124

B $\frac{5}{6}$ = $0{,}8\dot{3}$

a) $\frac{2}{3}$ = ______
b) $\frac{3}{4}$ = ______
c) $\frac{2}{11}$ = ______
d) $\frac{11}{12}$ = ______
e) $\frac{7}{25}$ = ______
f) $\frac{5}{18}$ = ______
g) $\frac{13}{20}$ = ______

RK **125** **Schreib als Dezimalzahlen.** ···→ Ü125

B $1\frac{3}{10}$ = 1,3 b) $4\frac{8}{10}$ = ______ d) $\frac{2}{10}$ = ______ f) $3\frac{7}{10}$ = ______

a) $2\frac{38}{100}$ = ______ c) $\frac{4}{100}$ = ______ e) $7\frac{293}{1\,000}$ = ______ g) $\frac{6}{1\,000}$ = ______

RK **126** **Schreib als Bruchzahlen. Kürze, wenn möglich.** ···→ Ü12[illegible]

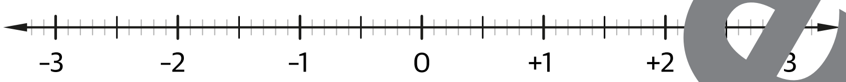
B 0,274

$0{,}274 = \frac{274}{1\,000} = \frac{137}{500}$

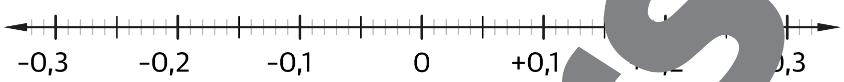
a) 0,4 b) 0,18 c) 3,9 d) 6,84 e) 0,362 f) 8,9[illegible]

RK DI **127** **Markiere und beschrifte die angegebenen Zahlen auf der Zahlengeraden.** ···→ Ü12[illegible]

a) −0,5 | 2,8 | −1,3 | 1,6 | −2,7



b) 0,18 | −0,23 | 0,09 | −0,08 | −0,16



RK DI **128** **Setze <,> oder = richtig ein.** ···→ Ü128

a) 0,5 ◯ 0,005 d) 3,6 ◯ −0,36 g) [illegible]5 ◯ −6,[illegible]

b) −3,6 ◯ 3,6 e) −0,2 ◯ 0 h) 4,22 ◯ |−[illegible]2|

c) 0,815 ◯ 0,8152 f) $2{,}\dot{8}$ ◯ 2,[illegible] i) [illegible],06 ◯ [illegible]

RK DI **129** **Markiere und beschrifte die ange[illegible] Zahlen auf der Zahlengeraden.** ···→ Ü129

$\frac{1}{2}$ | $-\frac{7}{10}$ | $-2\frac{1}{5}$ | $\frac{6}{4}$ | $-\frac{13}{10}$ | $2\frac{9}{10}$

DI **130** **Kreuze die wahren Aussagen an[illegible].** ···→ Ü130

a) ◯ Jede positive Z[illegible] größ[illegible]ls jede negative Zahl.
b) ◯ Je meh[illegible]kom[illegible]ne positive Zahl hat, desto größer ist sie.
c) ◯ Von z[illegible]n Zahlen ist diejenige kleiner, deren Betrag kleiner ist.

MP VB **131** **Die Lehrerin stel[illegible]gend[illegible]ufgabe:** ···→ Ü131

Setze [illegible] in das Feld ein. $\frac{3}{10} < \frac{◯}{10}$

a) Her[illegible] Anton [illegible]ben die Aufgabe unterschiedlich gelöst.

Hermine: $\frac{3}{10} < \frac{4}{10}$

[illegible]nton: $\frac{3}{10} < \frac{100}{10}$

Wer von den beiden hat die Aufgabe richtig gelöst? Begründe deine Entscheidung.

b) Ronald behauptet: „Da kann man ja jede Zahl einsetzen, die man will!" Hat Ronald recht? Begründe deine Entscheidung.

B3 Quadratwurzel

„Welche Zahl muss man quadrieren, um 16 zu erhalten?"
Um Aufgaben dieser Art zu lösen, gibt es die Operation der **Quadratwurzel**: $\sqrt{16} = 4$, weil $4^2 = 16$ ist.
Man sagt kurz: „Die Wurzel aus 16 ist 4".

DI **132** **Finde zu jeder Rechenoperation die Umkehroperation.**

Addieren	Multiplizieren	Quadrieren
$8 \xrightarrow{+3} 11$, $11 \xrightarrow{-3} 8$	$5 \xrightarrow{\cdot 4} 20$, $20 \xrightarrow{:4} 5$	$7 \xrightarrow{(\ )^2} 49$, $49 \xrightarrow{\sqrt{\ }} 7$
Subtrahieren		

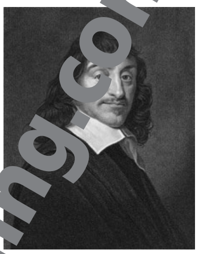
MP **133** **Von Quadraten kennt man die Flächeninhalte A.**
Berechne jeweils die Seitenlänge a des Quadrats.

a) Flächeninhalt A = 36 cm²
b) Flächeninhalt A = 900 dm²
c) Flächeninha[illegible] m²
d) Flächeninha[illegible]

MP **134** **René Descartes (siehe Bild) führte seinerzeit das [illegible]lzeichen ein.**

a) Übe das Wurzelzeichen. Setze die abgebildete Rei[illegible] in deinem Heft drei Zeilen lang fort.

$\sqrt{1}$ $\sqrt{10}$ $\sqrt{100}$ $\sqrt{10}$ $\sqrt{1}$ $\sqrt{10}$



b) Wer war René Descartes? Wo [illegible] lebte [illegible] Recherchiere in einer vertrauens[illegible]n Quelle.

RK DI **135** **Schreib jede Multiplikation zuer[illegible]s Potenz und berechne [illegible]ren Wert.** → Ü135
Berechne dann als Umkehrauf[illegible]e d[illegible] Quadratwurz[illegible]

B $7 \cdot 7$ — *$7^2 = 49$* — *$\sqrt{49} = \underline{\underline{7}}$*

a) [illegible]2 · [illegible]
b) 5 · [illegible]
c) [illegible] · 8
d) 3 · 3
e) 9 · 9
f) 6 · 6

RK **136** **Berechne die [illegible]atwur[illegible]pf.** → Ü136

a) $\sqrt{16}$ = ____
b) $\sqrt{25}$ = ____
c) $\sqrt{1}$[illegible]
d) $\sqrt{4}$ = ____
e) [illegible]81 = ____
f) $\sqrt{9}$ = ____
g) $\sqrt{1}$ = ____
h) $\sqrt{400}$ = ____
i) $\sqrt{6\,400}$ = ____

⊕ Finde [illegible]rei weitere Aufgaben und löse sie.

MP **137** **Finde die Quadratwu[illegible]zeln mit dem Taschenrechner.** → Ü137

a) $\sqrt{4\,624}$ = ____
b) $\sqrt{8\,281}$ = ____
c) $\sqrt{729}$ = ____
d) $\sqrt{23\,104}$ = ____
e) $\sqrt{42\,436}$ = ____
f) $\sqrt{85\,849}$ = ____
g) $\sqrt{872\,356}$ = ____
h) $\sqrt{2\,627\,641}$ = ____
i) $\sqrt{1\,708\,249}$ = ____

[illegible]enoperation

[illegible]e nachdem, wie wir [illegible]ahlen miteinander verknüpfen, sprechen wir von verschiedenen Rechenoperationen.
Beispiele: Addition, Subtraktion …

Umkehroperation

Eine Umkehroperation ist eine Rechenoperation, die eine andere rückgängig macht.

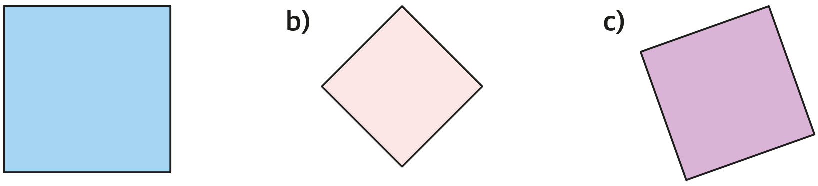
Quadratwurzeln finden

Überlege, wie groß die Wurzel ungefähr sein muss, und probiere eine entsprechende Zahl aus. Wähle je nach Ergebnis eine kleinere oder größere Zahl für den nächsten Versuch.
Fahre so fort, bis du die richtige Zahl gefunden hast.

Beispiel: $\sqrt{441}$
1. Versuch: $20^2 = 400$ … zu klein
2. Versuch: $21^2 = 441$ … richtig
Ergebnis: $\sqrt{441} = 21$

MP **138** **Von den Quadraten kennt man die Flächeninhalte A. Berechne jeweils die Seitenlänge a des Quadrats.** ···→ Ü138

a) b) c)



$A = 4{,}84\ cm^2$ $A = 2{,}25\ cm^2$ $A = 3{,}24\ cm^2$

MP **139** **Berechne die fehlenden Größen dieser Quadrate.**

	a)	b)	c)	d)	e)
Seitenlänge a	3,8 m				
Umfang u		25,2 cm		22,4 [illegible]	
Flächeninhalt A			$18{,}49\ m^2$		[illegible]96 [illegible]m^2

MP **140** **Große Quadratzahlen** ···→ Ü140

Finde alle Quadratzahlen zwischen 100 und 200.
Notiere sie zusammen mit den zugehörigen Quadra[illegible].

MP **141** **Ungerade Quadratzahlen** ··· [illegible]141

Finde alle ungeraden Quadratzahlen zwischen 1 000 [illegible]00.
Beschreibe, wie du die Aufgabe gelöst hast[illegible]

MP DI VB **142** **Treppauf, treppab**

Hannes baut Treppen mit würfel[illegible] Ba[illegible] (siehe Sk[illegible]ze).
Gibt es einen Zusammenhang zw[illegible] der Höhe einer Treppe
und der Anzahl der benötigten Ba[illegible]

Höhe = 1
1 Bauklotz

[illegible] = 2
4 [illegible]

Höhe = 3
9 Bauklötze

a) Erstelle eine Tabe[illegible] Höhe[illegible] 1 bis 5 und formuliere eine Regel.
b) Wie viele B[illegible]klötze [illegible] für eine Treppe der Höhe 10?
c) Vergleich[illegible]überleg[illegible] mit anderen.

DI VB **143** **Quadratwurzel e[illegible] nega[illegible] Zahl?**

Emil [illegible]
„Es g[illegible] sich selbst multipliziert −4 ergibt.
Die Quadr[illegible] $\sqrt{-4}$ kann man also nicht berechnen. “

a) Was meinst du[illegible]? Kann man so eine Zahl finden? Begründe.
b) Wie sieht es mit $\sqrt{-9}$ aus?
c) Formuliere eine allgemeine Regel für Quadratwurzeln negativer Zahlen.

Quadratzahlen

Quadratzahlen sind natürliche Zahlen, die durch Multiplikation einer ganzen Zahl mit sich selbst entstehen. Die Wurzel einer Quadratzahl ist daher immer eine ganze Zahl.

Beispiele für Quadratzahlen:
$1 = 1 \cdot 1$
$4 = 2 \cdot 2$
$9 = 3 \cdot 3$
⋮

B4 Schätzen, Schranken

Den Wert mancher Wurzeln kann man nur schwer berechnen, aber dafür gut abschätzen.
Man überlegt, zwischen welchen Quadratzahlen die Zahl unter der Wurzel liegt. Die Wurzeln dieser Quadratzahlen sind dann die obere und untere Schranke für den Wert der gesuchten [illegible] wurzel.

MP DI **144** **Andrea plant ein Gemüsebeet.**

Andrea möchte ein quadratisches Beet für ihr Gemüse anlegen. Der Flächeninhalt des Beetes soll 10 m² betragen. Sie fragt sich: Wie lang muss eine Seite des Beetes sein? Da Andrea keinen Taschenrechner dabei hat, reicht es ihr, wenn die Seitenlänge nur ungefähr geschätzt wird, sodass der Flächeninhalt auf plus/minus 0,5 m² genau ist.

a) Finde selbst eine Lösung ohne Taschenrechner.
b) Formuliere einen Tipp für Andrea, wie sie die Seitenlänge des Beets abschätzen kann.
c) Vergleiche deine Ergebnisse und Methoden mit ander[illegible]

MP **145** **Welche Zahl kann man unter die Wurzel schreiben, sod[illegible] stimmt? Finde drei verschiedene Lösungen. Erkläre.**

$5 < \sqrt{?} < 6$ Lösung 1: ____ Lösung 2: ____ [illegible]sung 3: ____

MP **146** **Schätze die Seitenlängen dieser quadratischen Felde[illegible] ohne Taschenrechner. Der Flächeninhalt soll auf plus/minus 0,5 [illegible] gena[illegible] ein[illegible]** ⋯→ Ü146

a) Weizenfeld mit 79 m²
b) Kartoffelacker mit 40 m²
c) [illegible]d m[illegible]10 m²
d) Me[illegible]t 66 m²

MP **147** **Schranken angeben** ⋯→ Ü147

Zwischen welchen beiden natür[illegible]en Zahlen liegen die Wu[illegible]eln jeweils? Löse die Aufgabe ohne Tasche[illegible]chr[illegible] erkläre, wie [illegible]gerechnet hast.

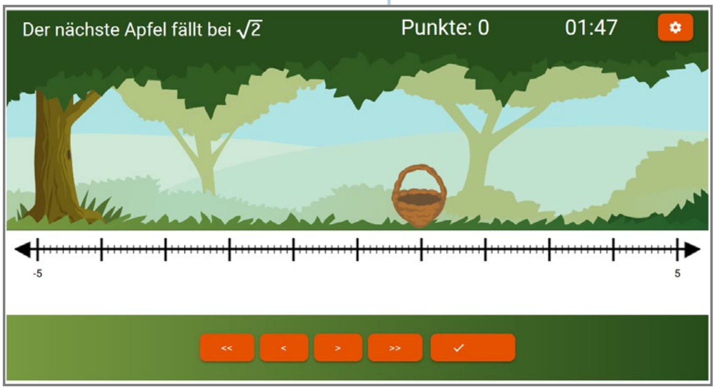
B 3 $< \sqrt{10} <$ 4

	e) ____ $< \sqrt{[illegible]} <$ ____	j) ____ $< \sqrt{67{,}5} <$ ____
a) ____ $< \sqrt{3} <$ ____	f) ____ $< \sqrt{[illegible]4} <$ ____	k) ____ $< \sqrt{89{,}1} <$ ____
b) ____ $< \sqrt{12} <$ ____	g) ____ $< \sqrt{92} <$ ____	l) ____ $< \sqrt{57{,}8} <$ ____
c) ____ $< \sqrt{5[illegible]} <$ ____	h) ____ $< \sqrt{6} <$ ____	m) ____ $< \sqrt{45{,}27} <$ ____
d) ____ $< \sqrt{35} <$ ____	i) ____ $< \sqrt{44} <$ ____	n) ____ $< \sqrt{24{,}03} <$ ____

DI **148** **SPIEL[illegible]**

Das Prog[illegible]zeigt an, [illegible] welcher Stelle der Zahlenge[illegible]er nächste Apfel fallen wird. Fange so viele Äp[illegible] wie du kannst.

→ Dieses Spiel + Arbeitsblatt findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: B.



Beruf: Facharbeiterin/ Facharbeiter Feldgemüsebau

Dieser Beruf umfasst die Anzucht, Aussaat, Pflege und Ernte von Gemüse aller Art im Freiland. Dafür müssen Anbauflächen, Saat- und Düngemittel gut geplant werden. Auch der richtige Umgang mit Flächenmaßen (Ar, Hektar) ist wichtig.

MP **149** **Für welche Zahl gelten diese Schranken?** → Ü149

Finde je eine passende natürliche Zahl. Gibt es mehrere Lösungen? Erkläre.

B $9 < \sqrt{90} < 10$

a) $2 < \sqrt{\_\_\_} < 3$
b) $7 < \sqrt{\_\_\_} < 8$
c) $1 < \sqrt{\_\_\_} < 2$
d) $20 < \sqrt{\_\_\_} < 21$
e) $11 < \sqrt{\_\_\_} < 12$
f) $39 < \sqrt{\_\_\_} < 40$
g) $19 < \sqrt{\_\_\_} < 20$
h) $100 < \sqrt{\_\_\_} < 101$

⊕ Finde selbst drei weitere Aufgaben und löse sie.

MP **150** **Finde passende Zahlen. Erkläre, wie du vorgegangen bist.**

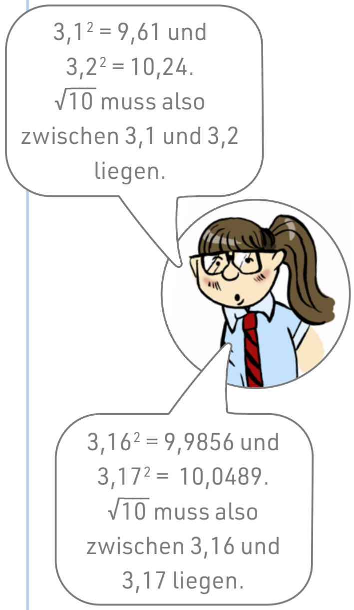
a) Finde eine Zahl a, für die gilt: $\sqrt{a}$ liegt zwischen 1,7 und 1,8.
b) Finde eine Zahl x, für die gilt: $\sqrt{x}$ liegt zwischen 7,1 und 7,2.
c) Finde eine Zahl v, für die gilt: $\sqrt{v}$ liegt zwischen 4,5 und 4,6.

MP **151** **Schranken angeben, auf zwei Nachkommastellen genau** → Ü151

Zwischen welchen beiden Dezimalzahlen mit zwei Nachkomm[illegible] liegen die Wurzeln jeweils? Erkläre, wie du gerechnet hast.

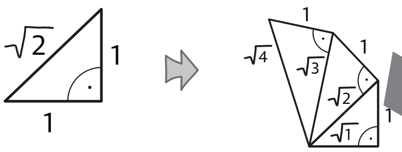
B $3{,}16 < \sqrt{10} < 3{,}17$

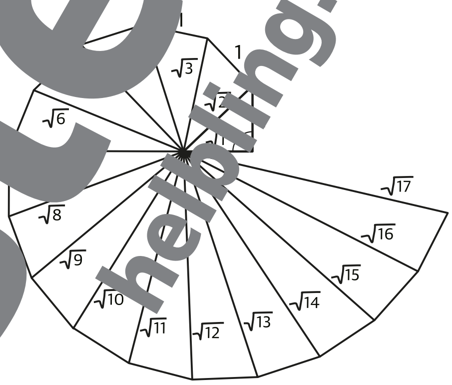
a) $\_\_\_ < \sqrt{3} < \_\_\_$
b) $\_\_\_ < \sqrt{50} < \_\_\_$
c) $\_\_\_ < \sqrt{20} < \_\_\_$
d) [illegible] < ___
e) [illegible] < ___



MP RK DI **152** **Die Spirale des Theodorus**

Theodorus von Kyrene lebte etwa 450 Jahre v. u. Z., a[illegible] rund 2 50[illegible] Jahren. Mit seiner Spirale, die man auch Wurzelschn[illegible]nt, ka[illegible] man die Quadratwurzel von Zahlen konstruiere[illegible]nd [illegible]sen.





a) Konstruiere die Spirale des Theodorus bis $\sqrt{17}$.
b) Ergänze die Tabelle mit de[illegible] Messwerten aus deiner Spira[illegible] vergleiche sie mit den drei Nachkommastellen g[illegible] berechneten Werte[illegible]

	[illegible]	[illegible]	[illegible]	√5	√6	√7	√8	√9
gemessen								
berechnet	1,[illegible]	1,[illegible]	2	2,236	2,449	2,646	2,828	3

	[illegible]	√11	√12	√13	√14	√15	√16	√17
geme[illegible]								
berechnet	[illegible]	3,317	3,464	3,606	3,742	3,873	4	4,123

c) Schreib eine Anleitung für einen Freund oder eine Freundin, wie er oder sie die Spirale am besten konstruieren kann. Versuche dabei, ohne Bilder auszukommen.
d) Finde mehr über Theodorus von Kyrene heraus. Wähle eine vertrauenswürdige Quelle.

Mathematiker im antiken Griechenland

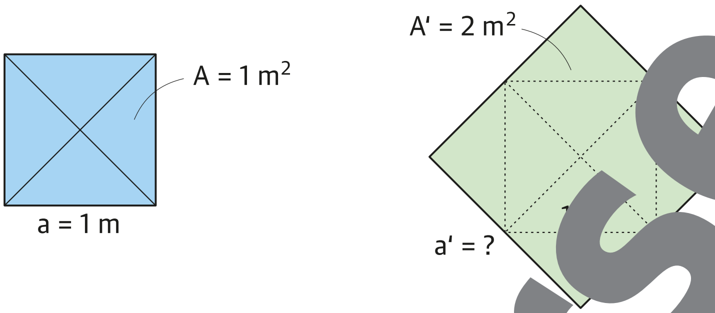
Theodorus von Kyrene, Pythagoras von Samos, Thales von Milet, Euklid von Alexandria und andere mehr legten vor über 2 000 Jahren wichtige Grundsteine in der Zahlenlehre und Geometrie, auf denen über die Jahrhunderte immer weiter aufgebaut wurde.

B5 Nichtrationale Zahlen

Es gibt Zahlen (auf der Zahlengeraden), die sich nicht als Bruch aus zwei ganzen Zahlen schreiben lassen. In Dezimaldarstellung haben sie unendlich viele Nachkommastellen, sind aber nicht periodisch. Sie lassen sich also nie vollständig anschreiben.

MP VB **153** **Betrachte zwei Quadrate wie in der Skizze dargestellt.**

a) Begründe, warum der Flächeninhalt des rechten Quadrats exakt doppelt so groß wie der des linken Quadrats sein muss.
b) Berechne die Seitenlänge des rechten Quadrats.
c) Gib an, wie viele Nachkommastellen dein Ergebnis hat.



MP DI **154** **Zahlen und ihre Quadratwurzeln**

a) Finde 5 Zahlen größer als 100, deren Quadratwurzel (1) eine rationale Zahl, (2) eine nichtratio… ist. Verwende die CAS-Funktion von GeoGe… .
b) Vergleiche die Aufgaben (1) und (2) aus … Welche fiel dir leichter? Besch… …en.
c) Vervollständige den Satz: Wählt man eine natürliche Zahl … so ist ihre Quadratwurzel in den meiste… eine ______ (rationale / nichtrationale) Z…

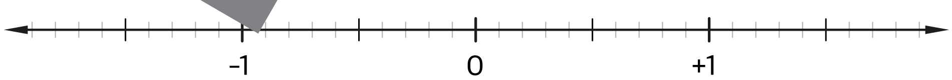
MP **155** **Berühmte irrationale Zahlen**

Finde zwei berühmte irrat… (= nich…ionale) Zahlen und schreib sie mit den erste… …kommazahlen in die Kästen. Wähle eine vertrauens…ürdige Qu…

Name: Zahl:	Name: Zahl:

RK DI **156** **Zahlen…**

Es gi… …e auf … …engeraden, die keiner rationalen Zahl entsprechen. Die nichtra… …e Zahlen füllen diese Lücken auf der Zahlengeraden aus.

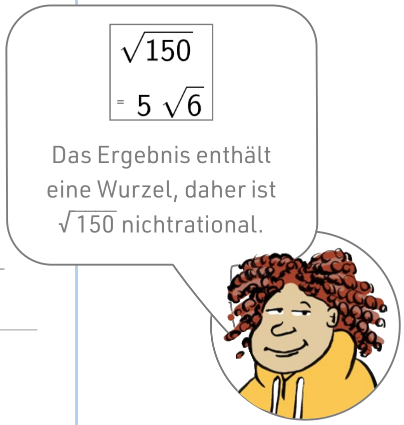


a) Markiere diese rationalen Zahlen auf der Zahlengeraden: $1 \mid -\frac{1}{2} \mid 0{,}8$
b) Markiere diese nichtrationalen Zahlen in einer anderen Farbe: $\sqrt{2} \mid \sqrt{0{,}5} \mid -\sqrt{3}$
c) Erkläre, wie du vorgegangen bist. Welche Schwierigkeit stellt sich bei Aufgabe **b)**?

…trationale Zahlen

…ie treten oft beim Wurzelziehen auf. Es gibt aber noch mehr (nämlich unendlich viele) nichtrationale Zahlen, wie zum Beispiel die Kreiszahl π („Pi“).

Nichtrationale Zahlen werden auch als „irrationale“ Zahlen bezeichnet.



Verwendung des Begriffs „irrational“ im Alltag

Im Alltag wird „irrational“ häufig im Sinne von „unlogisch“ oder „unvernünftig“ verwendet.

Zum Beispiel sagt man: „Diese Entscheidung war völlig irrational“, um auszudrücken, dass die Entscheidung ohne nachvollziehbare Logik oder Vernunft getroffen wurde.

153, 154, Randspalte: Sprachliche Bildung und Lesen;
154: Informatische Bildung; 155: Medienbildung

RK **157** **Berechne die Seitenlängen der angegebenen Quadrate mit dem Taschenrechner. Runde deine Ergebnisse auf Millimeter.** → Ü157

B $A = 12\ cm^2$

$a = \sqrt{A}$

$a = \sqrt{12} \approx 3{,}5\ cm$

[2nd] [x^2] [1] [2] [=]

oder

[$\sqrt{x}$] [1] [2] [=]

a) $A = 20\ cm^2$ c) $A = 69\ cm^2$ e) $A = 225\ cm^2$ g) A = 5[illegible]

b) $A = 15\ cm^2$ d) $A = 84\ cm^2$ f) $A = 306\ cm^2$ h) A = 9[illegible]

RK DI **158** **Berechne auf drei Nachkommastellen genau und kreuze jeweils an, ob es sich bei dem Ergebnis um eine rationale oder nichtrationale Zahl handelt. Verwende entsprechend = oder ≈.** → Ü158

a) $\sqrt{7}$ ______
◯ rational
◯ nichtrational

c) $\sqrt{40{,}96}$ ______
◯ rational
◯ nichtrational

e) $\sqrt{3{,}9}$[illegible] ______
◯ ra[illegible]
◯ nicht[illegible]

b) $\sqrt{25}$ ______
◯ rational
◯ nichtrational

d) $\sqrt{122}$ ______
◯ rational
◯ nichtrational

f) $\sqrt{19}$[illegible] ______
◯ [illegible]
◯ nicht[illegible]onal

DI VB **159** **Beweise, dass $\sqrt{2}$ keine rationale Zahl sein kann.**

Sieh dir den abgebildeten Beweis an und ve[illegible] ihn zu [illegible]stehen.
Tipp: Den ausführlichen Beweis gibt es auc[illegible]f V[illegible] in der e-zone oder in der HELBLING Media[illegible]

1. **Annahme: $\sqrt{2}$ ist rational.**
Man nimmt zunächst das Geg[illegible] und zeigt dann, dass diese Annahme nicht stim[illegible] (Be[illegible]s durch Widerspruch)

2. **Schreib: $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$**
Man kann jede rationale Za[illegible]s Br[illegible]zahl schreiben.
Die Variablen a und b sind [illegible]dene natürliche Zahlen.

3. **a und b sollen keine ge[illegible]insamen T[illegible]r haben (außer 1).**
Dein Bruch soll also du[illegible]zt se[illegible], diese Form gibt es bei jedem Bruch.
Insbesondere ist der Bruch $\frac{a}{b}$ [illegible]atürliche Zahl, also $b \neq 1$.

4. **Forme um:**
$\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ [illegible] $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ [illegible] $= \frac{a^2}{b^2}$
Beobacht[illegible] natürliche Zahl,
laut der Glei[illegible]g ist [illegible]uch $\frac{a^2}{b^2}$ eine natürliche Zahl.

5. **Fra[illegible] $\frac{a^2}{b^2}$ ü[illegible]aupt eine natürliche Zahl sein?**
A[illegible] Nein.
Es gilt: $\frac{a^2}{b^2}$ [illegible] Man weiß aus Schritt 3, dass $\frac{a}{b}$ durchgekürzt und keine natürliche Zahl ist. Also kann man auch $\frac{a \cdot a}{b \cdot b}$ nicht weiter kürzen.
Daher gilt $\frac{a^2}{b^2} \notin \mathbb{N}$, und sicher auch $\frac{a^2}{b^2} \neq 2$.
⇒ **Widerspruch zur Annahme!**

6. **Die Annahme „$\sqrt{2}$ ist rational" kann somit nicht stimmen.**
Also muss ihr Gegenteil „$\sqrt{2}$ ist nichtrational" stimmen.

Beweise in der Mathematik

Ein mathematischer Beweis ist eine logische Herleitung der Richtigkeit einer Aussage.
Beim sogenannten „Beweis mittels Widerspruchs" zeigt man, dass eine Annahme falsch ist – somit muss ihr Gegenteil richtig sein.

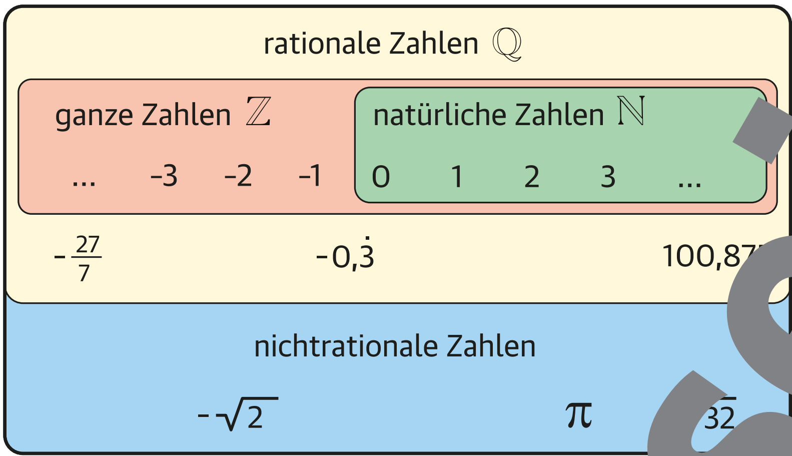
Euklid von Alexandria
(nachempfundene Darstellung)

Der griechische Mathematiker konnte bereits 300 v. u. Z. beweisen, dass die Wurzel einer natürlichen Zahl entweder wieder eine natürliche Zahl oder eine nichtrationale Zahl ist.

B6 Reelle Zahlen

Fasst man die rationalen und die nichtrationalen Zahlen zusammen,
erhält man die Menge der **reellen Zahlen** ℝ.

DI **160** Erklären den Zusammenhang der Mengen ℕ, ℤ, ℚ und ℝ anhand der Darstellung [illegible]

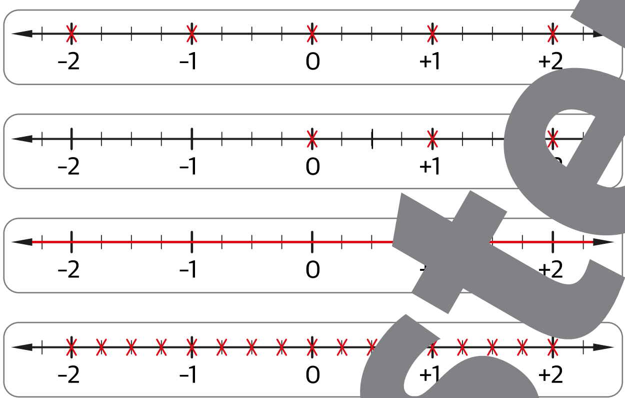


[illegible]ngen

[illegible]ationalen Zahlen sind gleichzeitig auch reelle Zahlen. Ebenso sind alle nichtrationalen Zahlen reelle Zahlen.

Man sagt: „Die rationalen und nichtrationalen Zahlen sind Teilmengen der reellen Zahlen."

DI **161** Welche Darstellung symbolisiert welche Zahlenme[illegible]? Verbind[illegible]



- natürliche [illegible]hlen
- ga[illegible] Zahlen
- ra[illegible]onale Zahlen
- reelle Zahlen

DI **162** In welchen Mengen sind d[illegible]ahlen e[illegible]alten? Kreuze an. Ü162

		ℕ	ℤ	[illegible]	ℝ
a)	−2	○	○	○	○
b)	15,4	○	[illegible]	○	○
c)	$\frac{3}{4}$	○	○	○	○
d)	$\sqrt{10}$	[illegible]	[illegible]	○	○
e)	6[illegible]	○	○	○	○
f)	[illegible]	○	○	○	○

DI VB **163** Kreuze wahre Aussa[illegible]en an und begründe deine Entscheidungen. Ü163

a) ○ Periodische Zahlen sind irrationale Zahlen.
b) ○ Eine Zahl ist entweder rational oder sie ist irrational.
Sie kann nicht beides sein.
c) ○ Es gibt keine negativen natürlichen Zahlen.
d) ○ Rationale Zahlen können keine ganzen Zahlen sein.

Noch mehr Zahlen

Die Menge der reellen Zahlen umfasst noch nicht alle Zahlen, mit denen in der Mathematik gerechnet wird. Bereits im Mittelalter erkannte man das Problem, keine Quadratwurzeln aus negativen Zahlen ziehen zu können.

Daher verwendet man seit dem 17. Jh. so genannte „imaginäre Zahlen", mit denen das geht. Der Name drückt aus, wie schwer man sich diese Zahlen vorstellen konnte. Im 18. Jh. wurde dann aber eine einleuchtende geometrische Darstellung dieser Zahlen entdeckt.

CHECKPOINT

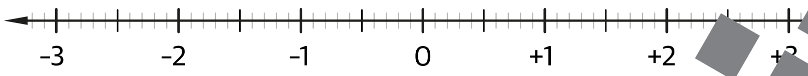
Wie gut kannst du das jetzt?

RK **164** **Setze <, > oder = richtig ein.**

a) −5 ◯ −8 b) |+3| ◯ |−3| c) 0 ◯ |−8| d) [illegible] ◯ 0,98

RK DI **165** **Markiere und beschrifte die angegebenen Zahlen.**

−0,9 | 2,5 | −1,6 | 1,4 | −2,8



RK **166** **Schreib die periodischen Zahlen mit Punkt bzw. Strich.**

a) 0,7777777... b) 15,214444... c) 9,272[illegible] d) 36,06132132132...

RK **167** **Kreuze jeweils das richtige Ergebnis an.**
Löse die Aufgaben ohne Taschenrechner. Überschlage im Ko[illegible]

a) $\sqrt{12}$ ≈ ... ◯ 2,9 ◯ 3,5 ◯ 4,7 c) [illegible]108 ≈ ... ◯ 9,6 ◯ 9,9 ◯ 10,4

b) $\sqrt{50}$ ≈ ... ◯ 7,1 ◯ 7,8 ◯ 8,3 d) [illegible] ... ◯ 4,2 ◯ 4,9 ◯ 5,1

RK **168** **Berechne die Quadratwurzeln mit dem Tasche[illegible]ner auf zwei Nachkommastellen genau.**

a) $\sqrt{40}$ b) $\sqrt{92}$ c) $\sqrt{38,}$[illegible] d) [illegible]9 e) $\sqrt{6\,294}$ f) $\sqrt{2\,116}$

DI **169** **Setze ∈ oder ∉ ein.**

a) 4 ◯ ℤ c) [illegible] e) $0,\dot{3}$ ◯ ℤ g) $0,1\dot{8}$ ◯ ℚ

b) $-\frac{1}{4}$ ◯ ℚ d) $\sqrt{3}$ [illegible] f) $\sqrt{16}$ ◯ ℕ h) −214 ◯ ℝ

Wie gut kannst du das jetzt?

MP **170** **Finde eine Zahl z für die [illegible] liegt zwischen ...**

a) 5,9 und 6,0. b) 2,[illegible] 2,7. c) 9,7 und 9,8. d) 1,3 und 1,4.

DI **171** **Wahr oder [illegible]?**

Beantwor[illegible] für zwei rationale Zahlen x und y, wobei gilt x ≠ y, und finde jew[illegible] ein [illegible], das deine Aussage bekräftigt.

	wahr	falsch	Beispiel
x [illegible]	◯	◯	
y : x kan[illegible] null sein.	◯	◯	
(x − y) > 0, falls [illegible] größer als y ist.	◯	◯	
(x + y) > (x − y), falls y negativ ist.	◯	◯	

Die Lösungen findest du auf Seite 192.

C Rechnen mit Wurzeln

Das Wort „Wurzel“ w[illegible]h im Sinne von „U[illegible]rung“ oder „Herkunft“ verwendet.
In der Mat[illegible]an durch Wurzelziehen zum Beispiel
die [illegible]sprünglich[illegible]eitenlänge eines Quadrats finden,
[illegible]n der Flächeninhalt bekannt ist.
Eine andere Wurz[illegible]eitenlänge eines Würfels bei vorgegebenem Volumen.

MP **172** **Wurzeln**

a) Recherchiere[illegible] Wähle ve[illegible]nswürdige Quellen.
   (1) Welche [illegible] hab[illegible] Wurzeln bei Bäumen?
   (2) [illegible]deute[illegible]iffe „Flachwurzler“, „Tiefwurzler“ und „Herzwurzler“?
   (3) [illegible]ter die Oberfläche wachsen Wurzeln? Wovon hängt die Tiefe ab?
   (4) W[illegible]m s[illegible]me wichtig für die Umwelt und das Klima?

b) In Öster[illegible]hs Wä[illegible]n wachsen pro Stunde ca. 3 600 Kubikmeter Holz nach. Kreuze an.
   [illegible] Wie gr[illegible]äre ein Würfel mit diesem Volumen in etwa?
   [illegible] ◯ ein Backrohr. ◯ ein Wohnzimmer.
   ◯ ein Einfamilienhaus. ◯ ein Wohnblock.
   (2) [illegible]g wären die Kanten eines Würfels mit diesem Volumen in etwa?
   ◯ 1,2 m ◯ 6 m ◯ 15 m ◯ 36 m

In diesem Kapitel lernst du wichtige Rechenregeln für Wurzeln kennen.
Du wirst obere und untere Schranken für Quadratwurzeln und Kubikwurzeln bestimmen und dich mit Rundungsfehlern beim Rechnen mit Näherungswerten beschäftigen.

WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Quadratwurzel

Wie gut kannst d[illegible]as [illegible]?

RK DI **173** **Schreib als Quadratwurzel und berechne das Ergebnis mit dem Taschenrech[illegible]**

B Wurzel aus 841

$\sqrt{841} = \underline{\underline{29}}$

2nd √x² oder √x

a) Wurzel [illegible]
b) W[illegible]rzel a[illegible]
c) W[illegible]rze[illegible] 1 225
d) Wurzel aus 6 084
e) [illegible]Wurzel aus 287 296
f) Wurzel aus 368 449

RK **174** **Der Flächeninhalt A eines Quadrats beträgt 10,24 cm².**
Berechne die Seitenlänge a und den Umfang u dieses Quad[illegible]s.

Potenzieren

Wie gut kannst du das noch?

RK DI **175** **Schreib die Potenzen an und berechne jeweils ihren [illegible]**

B Basis 4;
Exponent 3

$4^3 = \underline{\underline{64}}$

^ oder y^x oder x^y

a) [illegible]asis 4; Ex[illegible]nent 3
b) [illegible]25; Exponent [illegible]
c) Basis [illegible] Expone[illegible]t 4
d) Basis 12; Exponent 5
e) Basis 9,7; Exponent 4
f) Basis 6,2; Exponent 3

RK **176** **Vereinfache die Ausdrücke und berechn[illegible]s da[illegible]rgebnis.**

B $5^3 \cdot 5^4$

$5^3 \cdot 5^4 = 5^7 = \underline{\underline{78\,125}}$

a) [illegible] b) [illegible]$8^3 \cdot 8^3$ c) $17^5 \cdot 17^2$ d) $4{,}3^2 \cdot 4{,}3^6$

RK **177** **Vereinfache die Ausdrücke [illegible]eweils da[illegible]rgebnis.**

B $7^3 \cdot 4^3$

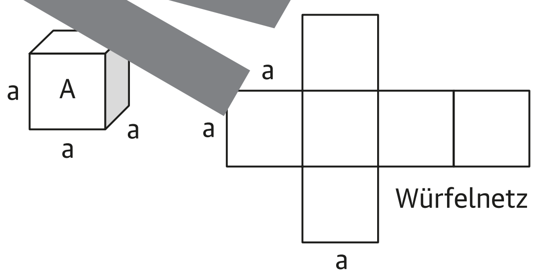
$7^3 \cdot 4^3 = 28^3 = \underline{\underline{21\,952}}$

a) $9^6 \cdot$ [illegible] b) $15^{[illegible]} \cdot 2^2$ c) $5^4 \cdot 2^4$ d) $16^3 \cdot 10^3$

Würfel

Wie gut kannst du das noch?

RK **178** **Ber[illegible]weils [illegible]Oberflächeninhalt O und das Volumen V des Würfels.**
E[illegible] = a³.



a … Kantenlänge
A … Flächeninhalt einer Seitenfläche

a) a = 3 cm
b) a = 7 cm
c) a = 6,2 cm
d) a = 0,8 m

C1 Rechenregeln

Beim **Wurzelziehen** gelten ähnliche Regeln wie beim Quadrieren. Steht eine Rechnung unter einer Wurzel, löst man zuerst die Rechnung und zieht dann die Wurzel aus dem Ergebnis. Beispiel: $\sqrt{14-5} = \sqrt{9} = 3$

RK DI **179** **Welche dieser Aussagen sind korrekt?**

Wähle positive Zahlen für a und b (a ≠ b) und prüfe, ob die linke und [illegible] Seite der Formel das gleiche Ergebnis haben. Setze dann = oder ≠ ei[illegible]

a) Umkehrung: (1) $(\sqrt{a})^2$ ◯ a (2) $\sqrt{a^2}$ ◯ [illegible]

b) Quadrieren: (1) $(a \cdot b)^2$ ◯ $a^2 \cdot b^2$ (3) $(a + b)^2$ ◯ $a^2 +$ [illegible]

(2) $(a : b)^2$ ◯ $a^2 : b^2$ (4) $(a - b)^2$ ◯ $a^2 - b^2$

c) Wurzelziehen: (1) $\sqrt{a \cdot b}$ ◯ $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ (3) $\sqrt{a+b}$ ◯ [illegible]

(2) $\sqrt{a : b}$ ◯ $\sqrt{a} : \sqrt{b}$ (4) $\sqrt{a-b}$ ◯ [illegible]

RK **180** **Berechne im Kopf.** → Ü180

a) $\sqrt{15+1}$ c) $\sqrt{32 \cdot 2}$ e) $\sqrt{13-5+1}$ [illegible]

b) $\sqrt{38+11}$ d) $\sqrt{50 : 2}$ f) $\sqrt{80 : 10 - 4}$ [illegible]

RK **181** **Berechne mit dem Taschenrechner.**
Runde deine Ergebnisse auf Tausendstel. → Ü181

Tipp: Beim Eingeben in den Taschenrechner [illegible] Klammern setzen.

a) $\sqrt{128}$ c) $\sqrt{2\,815}$ e) $\sqrt{315 -}$ [illegible] g) $\sqrt{0{,}56 + 0{,}81}$

b) $\sqrt{51{,}84}$ d) $\sqrt{0{,}6}$ f) $\sqrt{16{,}8 -}$ [illegible] h) $\sqrt{401 -}$ [illegible]

RK **182** **Berechne mit dem Taschenrechner.**
Runde deine Ergebnisse auf Hundertstel. → Ü182

Tipp: Beim Eingeben in den Taschenrechner musst du Klammern setzen.

a) $15{,}8 - \sqrt{3{,}9 \cdot 0{,}7} + 4{,}3^2$ e) [illegible] $2 + 5{,}8^2$ [illegible] $6 - 2{,}9$

b) $\sqrt{214 + 6{,}3 : 4 - 1{,}08^2}$ f) [illegible] $9{,}2^2 - \sqrt{15{,}21} - 1{,}5 + \sqrt{28{,}04}$

c) $\sqrt{4{,}5 + 2{,}3^2} - \sqrt{0{,}6 \cdot (7{,}8 -}$ [illegible] g) $\sqrt{14{,}7 - 11{,}18} - 0{,}9^2 + \sqrt{3}$

d) $\sqrt{9{,}23^2 - 74} + \sqrt{(18}$ [illegible] $02) : 2$ h) $\sqrt{35{,}6} \cdot \sqrt{14{,}8 + 32{,}9} - 1{,}86^2$

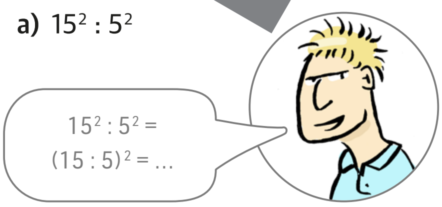
RK **183** **Berechne au[illegible] (1) indem du zuerst die Klammern auflöst,**
(2) indem du z[illegible] pa[illegible] quadrierst. Vergleiche jeweils die beiden Ergebnisse. → Ü183

a) $(2 \cdot 3)^2$ b) [illegible] $2)^2$ c) $(4 \cdot 2)^2$ d) $(6 : 3)^2$ e) $\left(\frac{9}{3}\right)^2$

⊕ [illegible]e Aufgaben und löse sie.

RK **184** **Führe die Re[illegible]n ohne Taschenrechner durch.** → Ü184

a) $15^2 : 5^2$



b) $18^2 : 2^2$ e) $50^2 : 10^2$

c) $32^2 : 4^2$ f) $28^2 : 4^2$

d) $\frac{21^2}{7^2}$ g) $\frac{20^2}{4^2}$

Um[illegible]roperationen

[illegible]s Wurzelziehen ist die Umkehroperation [illegible]es Quadrierens, deshalb gilt für a ≥ 0:
$(\sqrt{a})^2 = a$ und $\sqrt{a^2} = a$

Partielles Quadrieren

Bei der Multiplikation oder Division kann man das Quadrieren beim Rechnen auch aufteilen:
$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$
$(a : b)^2 = a^2 : b^2$
$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$

Partielles Wurzelziehen

Hier gelten dieselben Regeln wie beim partiellen Quadrieren:
$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
$\sqrt{a : b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$
$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Achtung bei + und –

Die obigen Regeln kann man bei der Addition und der Subtraktion nicht anwenden!
$\sqrt{a+b}$ ist nicht zerlegbar.
$\sqrt{a} + \sqrt{b}$ kann man nicht unter eine Wurzel schreiben.

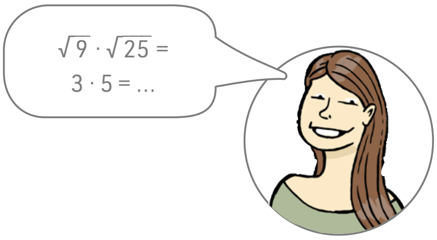
RK **185** **Berechne auf zwei Arten:**
(1) indem du zuerst multiplizierst oder dividierst,
(2) indem du zuerst (partiell) die Wurzel ziehst.
Vergleiche jeweils die beiden Ergebnisse. Ü185

a) $\sqrt{16 \cdot 4}$ **c)** $\sqrt{36} \cdot \sqrt{4}$ **e)** $\sqrt{\frac{64}{4}}$

b) $\sqrt{100 : 25}$ **d)** $\sqrt{36} : \sqrt{9}$ **f)** $\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{9}}$

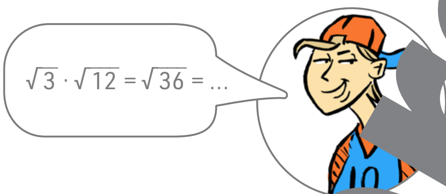
RK **186** **Führe die Rechnungen ohne Taschenrechner durch.** Ü186

a) $\sqrt{9 \cdot 25}$ **d)** [illegible]
b) $\sqrt{49 \cdot 36}$ **e)** [illegible]
c) $\sqrt{36 \cdot 9}$ **f)** $\sqrt{16 \cdot 64}$



RK **187** **Führe die Rechnungen ohne Taschenrechner durch.** Ü187

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$ **c)** [illegible] $\sqrt{5}$
b) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50}$ **d)** [illegible] $: \sqrt{3}$
e) $\sqrt{128}$: [illegible]



RK **188** **Vereinfache die Ausdrücke, indem du die [illegible] ziehst.** Ü188

B $\sqrt{32}$ $\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{16}$ [illegible] 2

a) $\sqrt{28}$ **b)** $\sqrt{50}$ **c)** [illegible] **d)** $\sqrt{200}$ **e)** $\sqrt{45}$

⊕ Finde selbst drei weitere A[illegible]aben und löse sie.

RK **189** **Vereinfache die Ausdrücke so [illegible] ch. Es gilt $x \geq 0$.** Ü189

a) $\sqrt{16x^2}$ **c)** $\sqrt{\frac{25x^2}{9}}$ **e)** $\sqrt{2x} \cdot \sqrt{8x}$ **g)** $(15x)^2 : (5x)^2$

b) $\frac{(18x)^2}{9^2}$ **d)** [illegible] $\cdot \sqrt{5}$ **f)** $\frac{\sqrt{72x}}{\sqrt{2}}$ **h)** $\sqrt{4x^2} \cdot \sqrt{4}$

MP **190** **Welche Zah[illegible] einsetzen, damit die Gleichung stimmt?**
Erklär, wie d[illegible] gelöst hast. Ü190

a) $\sqrt{18}$ [illegible] = [illegible] **b)** $\sqrt{15 + 2 \cdot \_\_\_\_}$ = 7 **c)** $\sqrt{(20 - \_\_\_\_) \cdot 4} = 8$

MP **191** **Verein[illegible]**

a) Überprüfe a[illegible] von drei Beispielen mit selbstgewählten Zahlen a > 0, ob die angegebene Vereinfachung gilt: $\frac{a}{\sqrt{a}} = \sqrt{a}$

b) Zeige mit Hilfe einer allgemeinen Umformung der Formel, dass die Vereinfachung für alle Zahlen a > 0 gilt.

C2 Quadratwurzeln anwenden

Das **Wurzelziehen** ist die **Umkehrung des Quadrierens**. Deshalb braucht man die Quadratwurzel immer in Situationen, in denen man das Quadrat einer Zahl kennt und die Zahl selbst herausfinden will. Ein Beispiel ist die Berechnung der Seitenlänge eines Quadrats, von dem der Flächeninhalt b[illegible].

[illegible]ndete Ergebnisse

[illegible]a die meisten Wurzeln irrational sind, also Dezimalzahlen mit unendlich vielen Nachkommastellen, muss man bei Berechnungen meistens runden. Überlege dir stets, wie viele Nachkommastellen in der jeweiligen Situation sinnvoll sind.

MP **192** Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.
Wie viele Nachkommastellen sind sinnvoll?

a) $x^2 = 5$
b) $y^2 = 80$
c) $z^2 = 12{,}3$

[2nd] [x^2 / $\sqrt{\ }$] [5] [=] oder [$\sqrt{x}$] [5] [=]

MP **193** Drei quadratische Grundstücke sollen eingezäunt werden.

Berechne jeweils die Seitenlänge des Grundstücks und wie viele Meter Zaun gebraucht werden.
Wie viele Nachkommastellen sind sinnvoll?

a) Flächeninhalt A = 1 024 m²
b) Flächeninhalt A = 700 m²
c) Flächeninhalt A = 1 760 m²

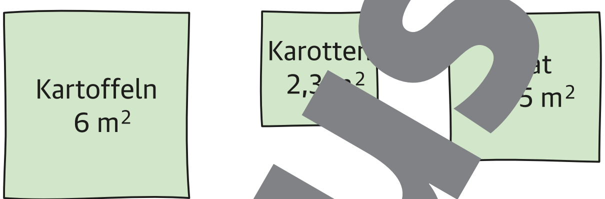
RK **194** Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.
Runde auf zwei Nachkommastellen. ···→ [illegible]194

a) $x^2 = 7$
b) $y^2 = 40$
c) $z^2 = 300$
d) $m^2 = 9{,}2$
e) n[illegible]
f) [illegible] = 18[illegible]
g) $s^2 = 1$[illegible]50[illegible]
h) $t^2 = 88{,}88$

⊕ Finde selbst drei weitere Aufgaben un[illegible]e.

RK **195** Judit hat drei quadratische Gemü[illegible] angelegt (siehe Skiz[illegible]). ···→ Ü195

Berechne jeweils die Seitenlänge d[illegible] und wie viele Meter Zaun gebrau[illegible]t werden.



⊕ Denk dir [illegible] drei Fe[illegible] zugehörige Flächeninhalte aus und be[illegible]mfänge.

MP **196** Die Firma Paint P[illegible]tigt [illegible]wände in sechs Größen an. ···→ Ü196

Die L[illegible]atisch und [illegible]enge[illegible]eninhalte:

a) 200 cm²
b) 2 600 cm²
c) 10 dm²
d) 5 dm²
e) 1,5 m²
f) 3 m²

Berechne, wie viel Zentimeter Holzleiste für den Rahmen jeder Leinwand benötigt wird.
Achte auf die Einheiten.

MP **197** **Ein 7,05 a großes Grundstück hat die Form eines Quadrats.** → Ü197

Hinweis: Für das Flächenmaß Ar gilt, dass 1 a = 100 m².

a) Wie lang ist die Grundstücksgrenze?
b) Berechne den Preis des Grundstücks, wenn ein Quadratmeter 169 € kostet.

MP **198** **Reicht der Zaun?** → Ü1[illegible]

Frau Meier legt ein quadratisches Blumenbeet mit rund 20 m² Fläche [illegible]
Sie hat noch 30 Meter Zaun gelagert. Reicht das, um das Beet einzuz[illegible]
Wenn ja, wie viele Meter Zaun bleiben übrig?
Wenn nein, wie viele Meter Zaun muss Frau Meier noch kaufe[illegible]

MP **199** **Ein quadratischer Garten soll durch Steine abgegrenzt werden.**

Der Flächeninhalt des Gartens beträgt … (1) $\frac{1}{2}$ a. (2) $\frac{2}{3}$ a. [illegible]

a) Welche Seitenlänge hat der Garten jeweils?
Hinweis: Für das Flächenmaß Ar gilt, dass 1 a = 100 m².
b) Berechne jeweils die Kosten für die Randsteine, wenn ein 50 cm breiter Stein 5,29 € kostet.

MP **200** **Ein rechteckiges Blumenbeet ist 4,8 m lang und 0,[illegible] m [illegible]** → Ü200

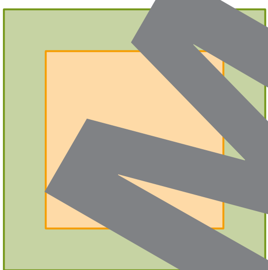
a) Berechne die Seitenlänge eines gleich großen [illegible]ratischen [illegible]etes.
b) Vergleiche die Kosten der Zäune für die beide[illegible], wenn eine Rolle mit 140 cm Zaunlänge 7,50 € kos[illegible]

MP **201** **Die Seiten eines quadratischen Blumenbe[illegible] sin[illegible] 1,5 m lang.** → Ü201

a) Berechne den Flächeninhalt des Beetes.
b) Das Beet soll um 1 m² vergröß[illegible]t w[illegible]den.
Es ist danach entweder quadr[illegible] [illegible]der rechteckig.
Gib eine Möglichkeit für die Sei[illegible] [illegible]an
und zeichne dazu eine Skizze.
Vergleiche deine Lösung mi[illegible] [illegible]deren.

MP DI **202** **Quadrat im Quadrat**

Zeichne zwei Quadrate w[illegible] [illegible]er Skizz[illegible]
Die grüne Fläche soll dabei g[illegible] [illegible]oß sein wie die orange Fläche.
Gib die Seitenlängen [illegible]r Quadrat[illegible]
Beschreibe deinen L[illegible]weg.



MP **203** **Größter Wert für a** → Ü203

Finde die größtmögliche natürliche Zahl a > 0, die man in diese Ungleichung einsetzen kann:

$\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} < 4$

Beruf: Landschaftsgärtnerin/ Landschaftsgärtner

Du gestaltest und pflegst Gärten, Parks und Spielplätze. Du arbeitest viel im Freien und musst die Bedürfnisse der verschiedenen Pflanzen gut kennen. Beim Planen von Bepflanzungen kannst du auch deine Kreativität ausleben.

C3 Kubikwurzel

Die **Kubikwurzel** nennt man allgemein auch „dritte Wurzel“.
Sie ist die **Umkehroperation zum Kubieren** (auch dritte Potenz genannt).
Beispiel: $2^3 = 8$ → Umkehroperation: $\sqrt[3]{8} = 2$

RK DI **204** Ergänze die Tabelle.

Multiplikation		Potenz		Wert	Umkehr[illegible]
5 · 5 · 5	=	5^3	=	125	$\sqrt[3]{125}$ [illegible]
2 · 2 · 2	=		=		
8 · 8 · 8	=		=		
	=		=		
	=	13^3	=		
	=		=	216	
	=		=	13 824	

MP **205** Berechne die fehlenden Größen der angegebenen W[illegible]rfel.

a) Kante a = 6 cm,
Volumen V = ? Oberflächeninhalt O = ?

b) Volumen V = 343 cm³,
Kante a = ? Oberflächeninhalt O = ?

c) Oberfläche O = 96 cm²
Kante a = ? Volumen V = ?

d) Volumen V = 125 l,
Kante a = ? Oberflächeninhalt O[illegible]

[illegible] (lat. „Kubus“)

Volum[illegible]
$V = a^3$
Ob[illegible]chen-inhalt
O [illegible] $6a^2$
Kante a

RK **206** Berechne die dritten Wurzeln mi[illegible]em Tasche[illegible]chner. → Ü206
Runde auf zwei Nachkommaste[illegible]n.

a) $\sqrt[3]{20}$ = ______ e) [illegible] ______ [illegible] $\sqrt[3]{916}$ = ______

b) $\sqrt[3]{61}$ = ______ [illegible] 27 = ______ j) $\sqrt[3]{237}$ = ______

c) $\sqrt[3]{96}$ = ______ g) [illegible] ______ k) $\sqrt[3]{5\,923}$ = ______

d) $\sqrt[3]{37}$ = ______ [illegible] $\sqrt[3]{0{,}5}$[illegible] ______ l) $\sqrt[3]{8\,701}$ = ______

RK **207** Berechne die [illegible]ößen dieser Würfel. → Ü207
Achte auf die Ei[illegible]ten.

	[illegible]	Oberflächeninhalt O	Volumen V
a)	[illegible] cm		
b)			729 m³
c)		1 176 cm²	
d)			32,768 cm³
e)		174,76 mm²	

[illegible]abe im Taschen-rechner

[illegible]ritte Potenz:
Beispiel: 12^3
1 2 [ ] 3

dritte Wurzel:
Beispiel: $\sqrt[3]{8}$
3 2nd [ ] 8

wobei je nach Taschenrechner
[ ] = ^
oder y^x
oder x^y

1 Liter

In einen Würfel mit 1 dm (= 10 cm) Kantenlänge passt genau 1 Liter:
1 l = 1 dm³
1 l = 1 000 cm³

RK **208** **Ein Künstler formt aus 3 Kubikdezimetern Ton einen Würfel. Berechne die Kantenlänge des Würfels.** → Ü208

RK **209** **Die Firma Good Wood nimmt würfelförmige Kisten mit folgenden Fassungsvermögen neu ins Sortiment auf:** → Ü209

a) 50 Liter
b) 100 Liter
c) 200 Liter
d) 300 Liter
e) 500 Liter

Hinweis: 1 Liter = 1 dm³

Berechne die Kantenlängen der Kisten.

RK **210** **Die Firma Holgo baut Trinkglas-Würfel mit Volumen …**

a) $\frac{1}{2}$ Liter. **b)** $\frac{2}{3}$ Liter. **c)** $\frac{3}{8}$ Liter.

Berechne die Kantenlängen der Würfel.

MP VB **211** **Anna behauptet:** → Ü211

„Wenn ein Würfel mit 1 Meter Kantenlänge ein Volumen von 1 Kubikmeter hat, dann hat ein Würfel mit 2 Metern Kantenlänge ein Volumen von 2 Kubikmetern."

Stimmt Annas Aussage? Begründe.

MP **212** **Gib an, zwischen welchen beiden natürlichen Za… die Kubikwurzeln jeweils liegen.** → Ü212

B $2 < \sqrt[3]{15} < 3$

a) ____ $< \sqrt[3]{48} <$ ____

b) ____ $< \sqrt[3]{295…}$

c) ____ $< \sqrt[3]{10…}$

d) ____ $< \sqrt[3]{17…}$ < ____

____ $< \sqrt[3]{…612} <$ ____

MP **213** **Finde jeweils drei verschiedene L…n.** → Ü213

Die dritte Wurzel dieser Zahl soll zw…ch…

a) 1 und 2 liegen. ____ ____ ____

b) 5 und 6 liegen. ____ ____ ____

RK DI **214** **Quadrieren und Kubieren …0er- un…0er-Zahlen**

a) Ergänze die Zahlen in der Ta…

x	x^2	x^3
1		
2		
3		
1…		
20		
30		
100		
200		
300		

b) Schreib Regeln auf, wie sich …

(1) Zehnerzahlen (z. B. 20) und Hunderterzahlen (z. B. 200) beim Quadrieren verhalten.

(2) Zehnerzahlen (z. B. 20) und Hunderterzahlen (z. B. 200) beim Kubieren verhalten.

Kubikzahlen

Genau wie Quadratzahlen (1, 4, 9, 16 …) gibt es auch Kubikzahlen.

Man erhält sie, wenn man die natürlichen Zahlen kubiert: 1, 8, 27, 64, 125 …

C4 Rundungsfehler

Ein **Rundungsfehler** entsteht, wenn Zahlen gerundet werden und dadurch leicht vom exakten Wert abweichen. Bei vielen Wurzeln oder irrationalen Zahlen wie π ist das unvermeidlich, da sie unendlich viele Stellen haben.

RK DI **215** **Wo liegt der Fehler?**

a) Hendrik hat die Wurzel aus 3 berechnet: $\sqrt{3} = 1{,}732050808$
Zur Probe hat er diese Zahl noch einmal in den Taschenrechner eingetippt und quadriert: $1{,}732050808^2 =$ [illegible]
Warum hat er nicht wieder 3 als Ergebnis erhalten? Erkläre.
b) Versuche es selbst mit $\sqrt{2}$. Was stellst du fest?
c) Versuche es selbst mit $\sqrt{50}$. Was stellst du fest?

RK DI **216** **Runden auf Hundertstel** → Ü216

Die Ergebnisse der Rechnungen sollen auf Hundertstel gerund[illegible]
Bianca schlägt vor, die Zahlen bereits vor der Berechnung auf Hun[illegible] zu runden.

(1) $\sqrt{244\,358} + 316{,}706$ — Bianca rechnet [illegible] + 316,71
(2) $\sqrt{2} \cdot 619$ — Bianca rechnet [illegible]: 1,4[illegible] · 619
(3) $\left(\frac{\sqrt[3]{16}}{2} \cdot 5\right)^3$ — Bianca re[illegible] gleich: (1,[illegible]6 · 5)³

Kommt dabei dasselbe Ergebnis heraus?
Wenn nein, berechne den Unterschied und erkläre.

Fehlerfortpflanzung

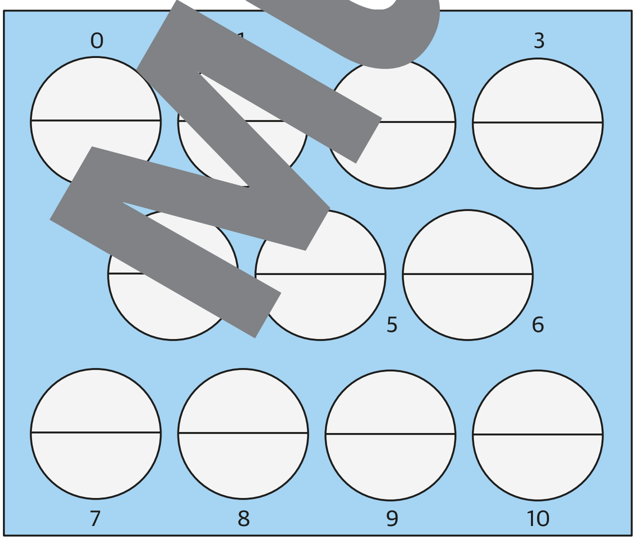
Das bedeutet, dass sich Rundungsfehler bei Berechnungen weiterverbreiten und größer werden können – deshalb sollte man immer erst ganz am Ende runden, um genauer zu bleiben.

RK DI **217** **Fliesenlegen** → Ü217

Der Flächeninhalt einer quadratischen Fliese [illegible] dm².
Frau Wittmann verlegt für ihre Te[illegible]4 × 12 [illegible] Fliesen.
Berechne Länge und Breite der Ter[illegible] zwei Nachkommastellen genau, indem du …
a) mit der exakten Seitenlänge [illegible]nest.
b) die Seitenlänge vor der Mul[illegible]kati[illegible]uf zwei Nachkommastellen rundest.
Vergleiche die Ergebnisse. Wa[illegible]

RK **218** **SPIEL: Runde Sache**

Ein Spiel für 2–4 Personen.
Spielmaterial: 10-seiti[illegible] Würfel [illegible] den Ziffern 0 bis 9 (oder Würfel-App)



Spielregeln:
Person 1 würfelt mit einem 0–9-Würfel zweimal und bildet daraus eine zweistellige Zahl. Aus dieser Zahl wird die Quadratwurzel gezogen und das Ergebnis auf die nächste Einerstelle gerundet. Die Person sucht den passenden Kreis auf dem Spielblatt und schreibt die Zahl in einen freien Platz im Kreis.

Person 2 ist an der Reihe und macht dasselbe. Ein Kreis gilt als gefüllt, wenn darin zwei Zahlen stehen. Die Person, welche die zweite Zahl einträgt, erhält einen Punkt.

Das Spiel endet, wenn alle Kreise voll sind. Die Person mit den meisten Punkten gewinnt.

CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt?

RK **219** **Ziehe die Wurzeln mit dem Taschenrechner. Runde auf Tausendstel.**

a) $\sqrt{40}$ = ______________ c) $\sqrt[3]{15}$ = ______________

b) $\sqrt{836}$ = ______________ d) $\sqrt[3]{6\,924{,}05}$ = ______________

RK **220** **Führe die Rechnungen ohne Taschenrechner durch.**
Nutze die Rechenregeln beim Wurzelziehen.

a) $\sqrt{4 \cdot 36}$ c) $\sqrt{81 \cdot 64}$ e) $\sqrt{50}$: [illegible] g) [illegible] $\sqrt{27}$

b) $\sqrt{49 \cdot 100}$ d) $\sqrt{100 : 25}$ f) $\sqrt{12}$: [illegible] h) [illegible] $\cdot \sqrt{8}$

RK **221** **Der Flächeninhalt eines quadratischen Gartens beträgt 780 m².**

a) Wie lang ist eine Seite dieses Gartens?
b) Berechne den Umfang des Gartens.
c) Wie viel kostet das Einzäunen des Gartens, wenn 5 Meter Zaun 56,10 € kosten?

RK **222** **Das Volumen eines Würfels beträgt 17 576 cm³.**

a) Berechne die Kantenlänge a des Würfels.
b) Berechne den Oberflächeninhalt O des Würfels.

RK **223** **Das Volumen eines Würfels beträgt 6 Liter.**
Berechne die Kantenlänge a des Würfels in Zentimetern.

RK **224** **Berechne $\sqrt{12} \cdot 200$ auf beide Arten und vergleiche die Ergebnisse.**

(1) Runde vor der Multiplikation auf zwei Nachkommastellen.
(2) Runde nach der Multiplikation auf eine Nachkommastelle.

Wie gut kannst du das jetzt?

RK **225** **Vereinfache die Ausdrücke, indem du die Wurzel teilweise ziehst.**

B $\sqrt{75}$ $\sqrt{75}$ = $\sqrt{25} \cdot$ [illegible] = $\underline{\underline{5 \cdot \sqrt{3}}}$

a) $\sqrt{28}$ b) $\sqrt{72}$ c) $\sqrt{90}$ d) $\sqrt{500}$

MP **226** **Gib an, zwischen welchen beiden natürlichen Zahlen die Kubikwurzeln jeweils liegen.**

a) [illegible] c) ____ < $\sqrt[3]{2}$ < ____ e) ____ < $\sqrt[3]{1\,005}$ < ____

b) [illegible] $\sqrt[3]{68}$ < ____ d) ____ < $\sqrt[3]{150}$ < ____ f) ____ < $\sqrt[3]{999}$ < ____

MP **227** **Auf einem Regal stehen zwei Würfel aus Eisen.**

Der kleinere Würfel hat eine Kantenlänge von 3 Zentimetern.
Der größere Würfel ist doppelt so schwer wie der kleinere.
Berechne die Kantenlänge des größeren Würfels.

Die Lösungen findest du auf Seite 192.

D Der Satz des Pythagoras

Der Lehrsatz des [illegible]ras ist nach einem gr[illegible]chischen Mathematiker benannt,
der um [illegible] a[illegible] der Insel Sa[illegible]os geboren wurde.
Er war nicht nur Mathematiker, so[illegible] auch Phi[illegible]ph und gründete eine berühmte Schule.
Später zog er n[illegible] Süditalien, wo er in Kro[illegible]n (heute Crotone) lebte und wirkte.
Dort entwic[illegible]e e[illegible]einer Ideen, [illegible]e bis heute die Mathematik prägen.

MP **228** **Pythagoras von Sa[illegible]**

a) Suche die gri[illegible]chische I[illegible]mos und die italienische Stadt Crotone auf einer Landkarte.
b) Recherchie[illegible]e ve[illegible]uenswürdige Quellen.
(1) [illegible] besor[illegible]e spielte die Musik in der Lehre des Pythagoras?
(2[illegible]e Gemeinschaft, die Pythagoras gründete,
u[illegible]as [illegible]hrer Lebensweise besonders?

[illegible]sem Kapitel lernst du den Satz des Pythagoras kennen.
[illegible]m kannst du Seitenlängen in rechtwinkeligen Dreiecken berechnen
und knifflige geometrische Rätsel lösen.
Außerdem wiederholst du die Berechnung von Umfang und Flächeninhalt
ebener Figuren und entdeckst, wie der Satz des Pythagoras dabei helfen kann.

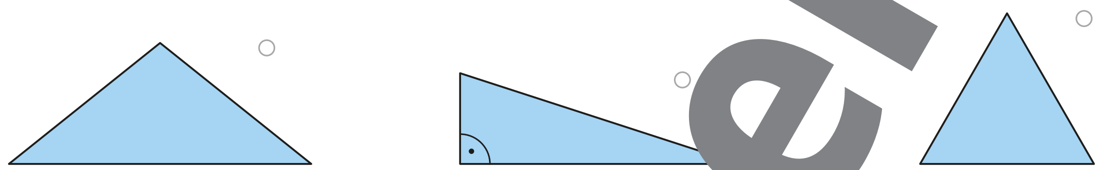
WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Dreiecke

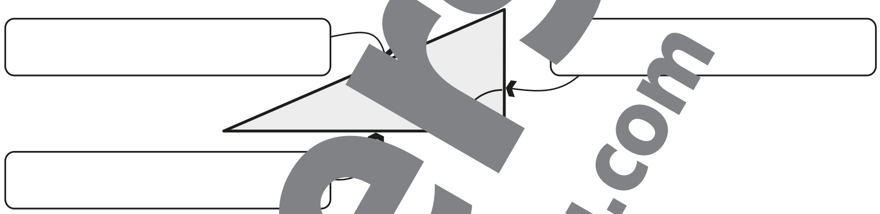
Wie gut kannst du das noch?

DI **229** Verbinde die Begriffe mit den passenden Dreiecken.

rechtwinkeliges Dreieck | gleichseitiges Dreieck | gleichschenkeliges Dreieck

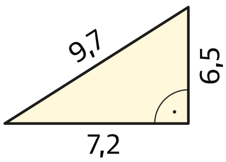


DI **230** Beschrifte die Seiten mit „Kathete“, „Kathete“ und „Hypotenuse“.

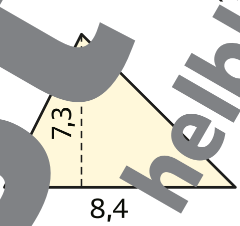


RK **231** Berechne die Flächeninhalte der abgebildeten Dreiecke (Maße in cm).

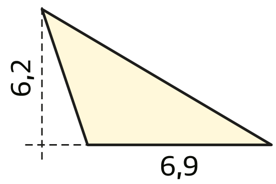
a)



b)



c)



Quadrieren und Wurzelziehen

Wie gut kannst du das noch?

RK **232** Ergänze die fehlenden Zahlen in der Tabelle.
Rechne im Kopf.

[illegible]	5	8	4			2		3
[illegible]	25			36	81		100	

RK **233** Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.
Runde auf zwei Nachkommastellen.

a) $x^2 = 50$ **b)** $y^2 = 800$ **c)** $z^2 = 23{,}84$ **d)** $m^2 = 129{,}2$ **e)** $n^2 = 4\,600$

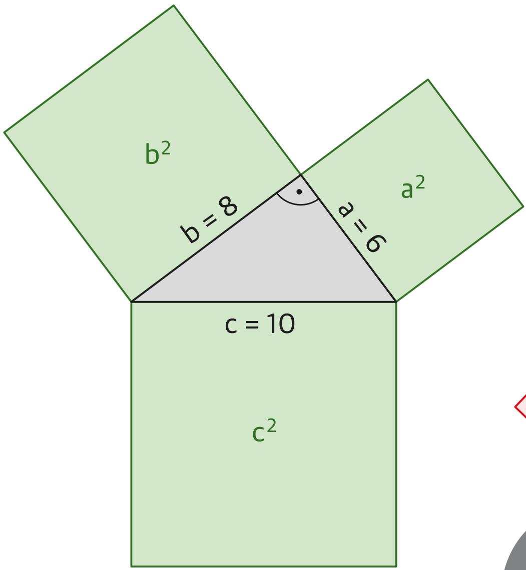
Die Lösungen findest du auf Seite 188.

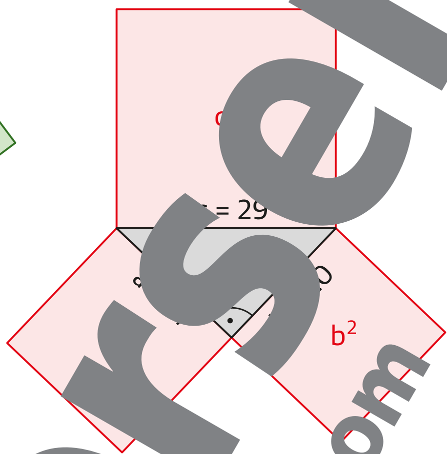
D1 Einführung

Satz des Pythagoras: In einem rechtwinkeligen Dreieck ist die Summe der Kathetenquadrate gleich dem Hypotenusenquadrat.

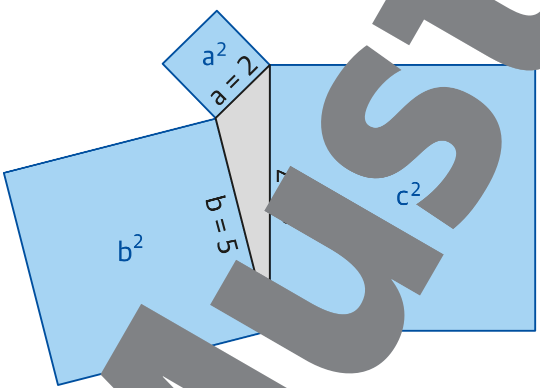
RK DI **234** **Prüfe die Gültigkeit des Satzes des Pythagoras an diesen Beispielen.**

a) Die Skizzen zeigen verschiedene rechtwinkelige Dreiecke (Maße in [illegible]m).
Berechne die Flächeninhalte der Quadrate und prüfe,
ob die Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$ jeweils erfüllt ist.





b) Die Skizze rechts zeigt ein allgemeines [illegible] (Ma[illegible]n cm),
das keinen rechten Winkel hat[illegible]
Prüfe auch hier, ob die Gleichu[illegible]$b^2 = c^2$ erfüllt ist.



RK DI **235** **Kannst [illegible] mit Hilf[illegible] Satzes des Pythagoras herausfinden,
ob die[illegible]cke rechtwinkelig sind oder nicht? Erkläre.**

a) a = 6[illegible]
b = 4 cm
c = 10 cm

b) a = 12 dm
b = 5 dm
c = 13 dm

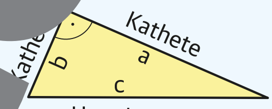
c) a = 36 m
b = 77 m
c = 85 m

RK DI **236** **Konstruiere zuerst das rechtwinkelige Dreieck. a und b sind die Katheten.
Zeichne dann Quadrate über die Seiten und gib jeweils ihren Flächeninhalt an.
Prüfe, ob $a^2 + b^2 = c^2$ erfüllt ist.**

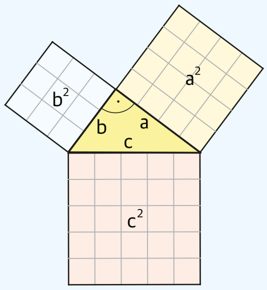
a) a = 3 cm; b = 4 cm; c = 5 cm

d) a = 3,9 cm; b = 8 cm; c = 8,9 cm

[illegible]atz[illegible]s Pythagoras



$a^2 + b^2 = c^2$



Diese Gleichung ist bei allen rechtwinkeligen Dreiecken erfüllt.

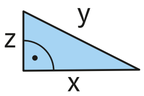
Bei Dreiecken ohne rechten Winkel ist sie niemals erfüllt.

RK DI **237** **Rechtwinkelig oder nicht?** → Ü237

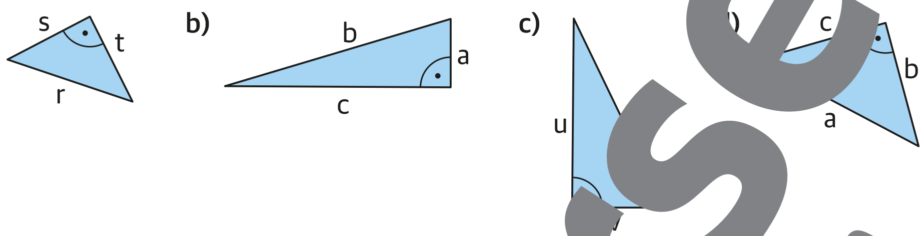
Prüfe jeweils auf zwei Arten, ob das angegebene Dreieck rechtwinkelig ist:
(1) mit Hilfe des Satzes von Pythagoras
(2) mit Hilfe einer Konstruktion und durch Messen der Winkel
Tipp: Diese Aufgabe kannst du auf Papier oder mit GeoGebra lösen.

a) a = 4,8 cm, b = 9 cm, c = 10,2 cm
b) a = 5 cm, b = 3 cm, c = 7 cm
c) a = 6 cm, b = 6,3 cm, c = 8,7 cm

DI **238** **Formuliere den Satz des Pythagoras jeweils passend zu den Bezeichnungen der Seiten des Dreiecks.**

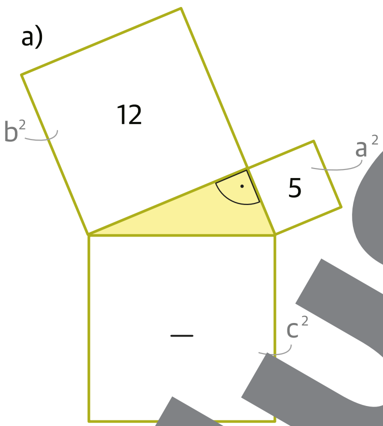
B 

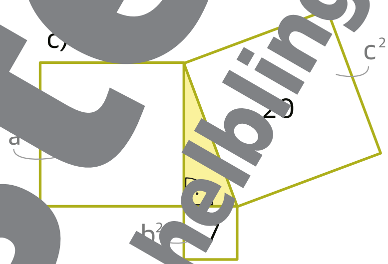
$x^2 + z^2 = y^2$

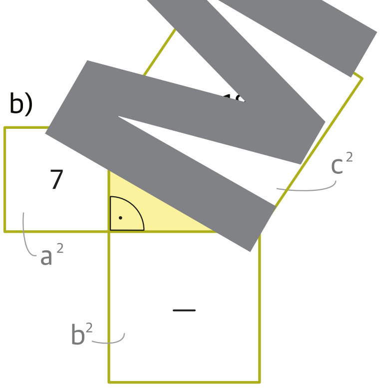


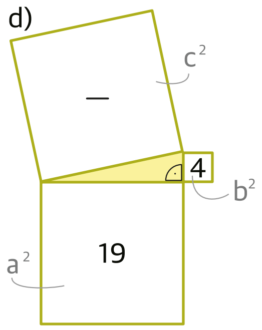
Erstelle selbst noch drei ähnliche Aufgaben und löse sie.

RK DI **239** **Ergänze die fehlenden Flächeninhalte (Maße in cm²). Erkläre, wie du vorgegangen bist.** → Ü239
Hinweis: Die Darstellungen sind nicht maßstabsgetreu.

a) 

c) 

b) 

d) 

Hinweis zur Beschriftung

In der Mathematik beschriftet man rechtwinkelige Dreiecke üblicherweise so, dass die Katheten mit a und b bezeichnet werden und die Hypotenuse mit c.

Man muss die Seiten aber nicht immer so benennen.

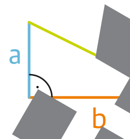
Wichtig ist, dass du beim Satz des Pythagoras immer die Quadrate der beiden kürzeren Seiten (Katheten) addierst und das Ergebnis mit dem Quadrat der längsten Seite (Hypotenuse) gleichsetzt.

D2 Beweis

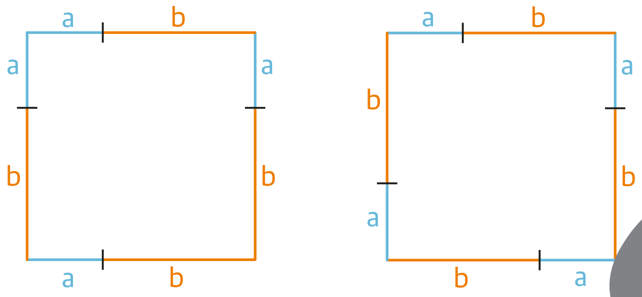
Ein **mathematischer Beweis** ist eine logische Herleitung der Richtigkeit einer Aussage.

MP DI VB **240** **Führe den Beweis für den Satz des Pythagoras Schritt für Schritt durch.**

Zu beweisen ist, dass
in rechtwinkeligen Dreiecken gilt: $a^2 + b^2 = c^2$.

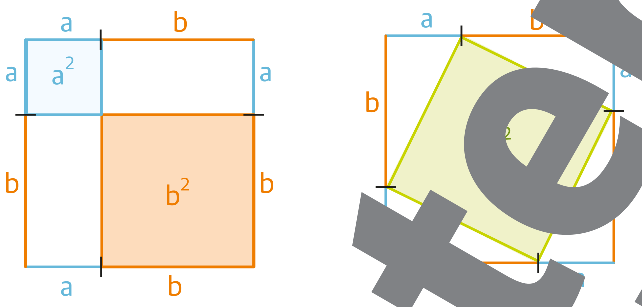


(1) Zeichne zwei Quadrate nebeneinander (siehe Skizzen). Wähle a = 2 cm und b = 4 cm.



Zeige, dass die beiden Quadrate den gleichen Fl[illegible] ha[illegible].

(2) Zeichne jetzt links die Quadrate a^2 und b^2 und [illegible] das Qua[illegible]at c^2 ein[illegible]



Zeige, dass die weißen Fläch[illegible] im linken [illegible]rat zus[illegible]en gleich groß wie die weißen [illegible]chen [illegible]rechten Quad[illegible] sind.

(3) Erkläre mit Hilfe deiner Erge[illegible]se au[illegible]) und (2), warum für rechtwinkel[illegible]eiecke [illegible] $b^2 = c^2$ gilt.

(4) Basteln und Legen
Schneide d[illegible]ei Qua[illegible]us:
eines mit [illegible]läge a [illegible]
eines mi[illegible] b = 6 cm
und eines [illegible] c = 10 cm.
Schneide acht [illegible]twin[illegible]ge Dreiecke aus:
Ma[illegible]ier Re[illegible]cke mit
L[illegible]ite b = 6 cm
und [illegible]dann entlang der Diagonalen
in rechtw[illegible] Dreiecke.
Lege die beide[illegible]ßen Quadrate aus (2)
mit deinen Figuren nach und vergleiche:
Sind die entstandenen Quadrate gleich groß?

(5) Sieh dir den Beweis in der GeoGebra-Datei in der e-zone an.
Erkläre die Termumformungen Schritt für Schritt.
→ Diese Datei findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: D.

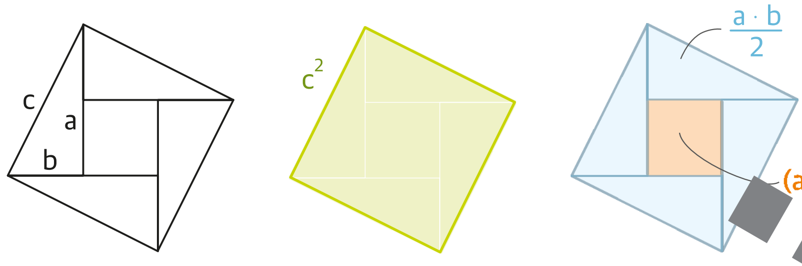
Bew[illegible]e finden

[illegible]ise zu finden ist meist sehr schwierig. Oft dauert es Mona-[illegible]e oder Jahre, bis ein neuer Beweis fertig ist.

Viele Beweise sind jedoch einfach zu verstehen, wenn sie erst einmal gefunden wurden.

241 Ein anderer Beweis

Die drei Skizzen zeigen die Grundidee eines anderen Beweises für den Satz des Pythagoras.
Versuche, diesen Beweis Schritt für Schritt nachzuvollziehen, indem du die Termumformungen erklärst.



$c^2 = (a - b)^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2}$

$= a^2 - 2ab + b^2 +$ [illegible]

$= a^2 + b^2$

MP DI **242** $a^2 + b^2 = c^2$ **interaktiv in GeoGebra**

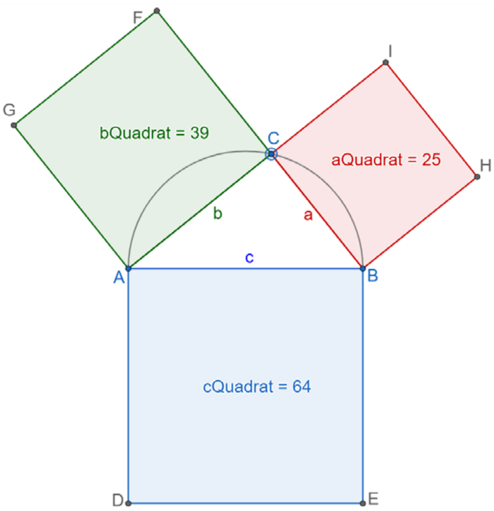
Wir brauchen dafür ein rechtwinkeliges Dreieck, bei de[illegible] man [illegible] C verschieben kann.

1) Konstruktion des Dreiecks
- Zeichne die waagrechte Strecke AB mit bel[illegible]r Länge. Benenne sie mit c.
- Zeichne einen Halbkreis mit Durchmesser AB.
- Setze Punkt C auf den Halbkreis. Du kannst ihn entlang der Kreislinie [illegible]sch[illegible]en.
- Zeichne die Strecke BC und die Strec[illegible] und benenne sie mit a bzw. [illegible]
- Miss den Winkel bei Eckpu[illegible]d prüfe, ob das Dreieck ABC immer re[illegible]

Strecke | Halbkreis | Punkt | Strecke | Winkel

2) Konstruktion der Quadrate
- Konstruiere ein regelmä[illegible]s Vi[illegible]k mit 4 Ecken …
  - über der Strecke BC.
  - über der Strecke AC.
  - über der Strecke [illegible]
- Bestimme für jedes Qu[illegible]n Flächeninhalt.

Regelmäßiges Vieleck | cm^2 Fläche



3) Überprüfung des S[illegible]s des P[illegible]agoras
- Überpr[illegible] ob die [illegible] Flächeninhalte der Ka[illegible]adrate ([illegible]) immer gleich dem F[illegible] [illegible]s Hypotenusenquadrats c^2 ist.
- Verschieb[illegible]nkt [illegible]mals entlang des Halbkreises u[illegible] prüfe je[illegible]Mal, ob $a^2 + b^2 = c^2$ gilt.

→ Ei[illegible]sp[illegible]ei findest du in der e-zo[illegible] [illegible]! Band 4, Technologie: D.

MP DI VB **243** **Schau dir den Bewe[illegible] im Video an und erkläre ihn.**

→ Dieses Erklärvideo findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Erklärvideos: D.

Verschiedene Beweise

Es gibt mehr als 300 Beweise für den Satz [illegible]s Pythagoras. [illegible]en[illegible] du im Internet da[illegible] suchst, [illegible]st du interessante Simulationen, Videos und Beschreibungen. Wähle dabei vertrauenswürdige Quellen.

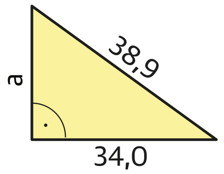
242: Informatische Bildung;
241, 243: Sprachliche Bildung und Lesen

D3 Rechtwinkeliges Dreieck

Der Satz des Pythagoras beschreibt die Beziehung zwischen den Seitenlängen eines rechtwinkeligen Dreiecks. Wenn die Längen von zwei Seiten bekannt sind, lässt sich die dritte Seitenlänge einfach berechnen.

RK **244** **Berechne die fehlenden Seitenlängen (Maße in cm).**

B



$a^2 + b^2 = c^2 \quad | - b^2$

$a^2 = c^2 - b^2$

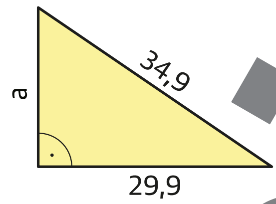
$a^2 = 38{,}9^2 - 34{,}0^2$

$a^2 = 357{,}21 \quad | \sqrt{}$

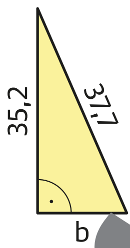
$a = \sqrt{357{,}21}$

$\underline{\underline{a = 18{,}9\ cm}}$

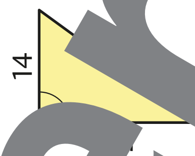
a)



b)



c)

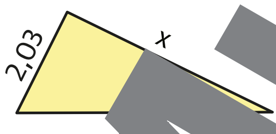


RK **245** **Berechne die fehlenden Seitenlängen.** ···→ Ü245

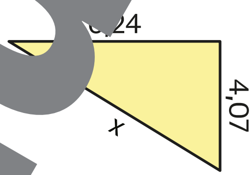
	a)	b)	c)	d)	e)
Kathete a	6,5 m	9[illegible]	[illegible]	28,8 mm	33,6 m
Kathete b	7,2 m	[illegible]	[illegible],5 cm	[illegible]7,5 mm	
Hypotenuse c		0,9[illegible]	13,7 cm	[illegible]	62,5 m

RK DI **246** **Markiere in jedem Dreieck [illegible] den r[illegible]en Winkel. Berechne dann die Länge von [illegible] in dm).** ···→ Ü246

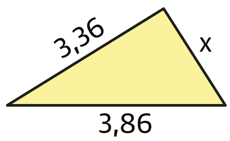
a)



b)



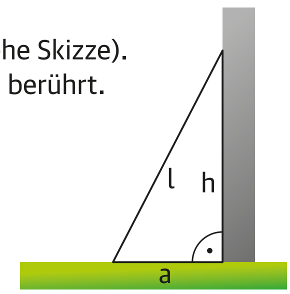
c)



RK **247** **Wie h[illegible]?** ···→ Ü247

Eine Le[illegible]änge l lehnt an einer Wand, der Abstand [illegible]n von der Leiter zur Wand ist a (siehe Skizze). Berechne jeweils, [illegible]elcher Höhe h die Leiter die Wand berührt. Achte auf die Einheiten.

a) l = 221 cm; a = 60 cm
b) l = 1,76 m; a = 0,57 m
c) l = 2,88 m; a = 34 cm
d) l = 189 cm, a = 0,48 m



[illegible]tenuse berechnen

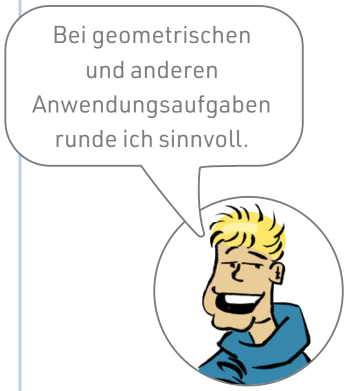
[illegible]erechne zuerst das Quadrat der Hypotenuse mit dem Satz des Pythagoras:
$c^2 = a^2 + b^2$

Die Länge von c erhältst du durch Wurzelziehen:
$c = \sqrt{c^2}$

Katheten berechnen

Den Satz des Pythagoras kannst du umformen:
$a^2 = c^2 - b^2$ bzw.
$b^2 = c^2 - a^2$

Die gesuchte Länge erhältst du durch Wurzelziehen:
$a = \sqrt{a^2}$ bzw. $b = \sqrt{b^2}$



RK **248** **Von einem rechtwinkeligen Dreieck kennt man die Längen der beiden Katheten.** ···→ Ü248

a) 45 cm und 7,8 dm b) 2,8 m und 21 dm c) 1,5 cm und 11 mm

Berechne jeweils die Länge der Hypotenuse. Achte auf die Einheiten.

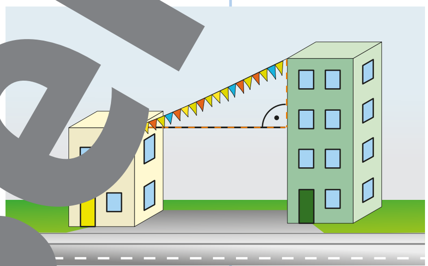
RK **249** **Von einem rechtwinkeligen Dreieck kennt man die Längen der Hypotenuse und einer Kathete.** ···→ Ü2[illegible]

a) 5,4 dm und 28 cm b) 7,2 cm und 19 mm c) 15,3 m und [illegible]

Berechne jeweils die Länge der anderen Kathete. Achte auf die Einheit[illegible]

MP RK **250** **Für ein Straßenfest werden zwischen den Dächern von Häusern Seile mit Fahnen gespannt (siehe Skizze). Berechne jeweils die Länge des Seils.** ···→ Ü250

	a)	b)	c)
Höhe Haus A	8,4 m	25,4 m	32,8 m
Höhe Haus B	12,5 m	20,8 m	22,5 m
Abstand der Häuser	30,7 m	35,9 m	40,[illegible]



RK DI **251** **Die Katheten eines rechtwinkeligen Dreiecks sind 5[illegible] cm und 9 cm lang.** ···→ Ü251

a) Berechne die Länge der Hypotenuse des Dreiecks.
b) Konstruiere das Dreieck und bestimme di[illegible] der Hypotenuse durch Messen.
c) Vergleiche deine Ergebnisse aus **a)** und [illegible]

RK DI **252** **Von einem rechtwinkeligen Drei[illegible] man die Längen der Hypotenuse (7,2 cm) und einer [illegible] (2,8 cm).** ···→ Ü252

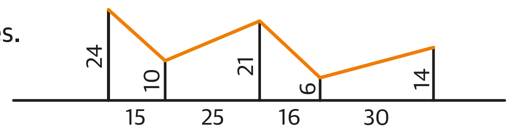
a) Berechne die Länge der zweiten Kathe[illegible] Dreiecks.
b) Konstruiere das Dreieck und [illegible]stimme die Länge der Kathete durch Messen.
c) Vergleiche deine Ergebniss[illegible]us [illegible]).

RK DI **253** **Überprüfe mit Hilfe des Sa[illegible]es von Pyth[illegible]oras, ob es sich jeweils um ein r[illegible]keligen Dreieck handelt. Kreuze an und erkläre, wie du v[illegible]gen bist.** ···→ Ü253

	Seite[illegible]			Rechtwinkelig? ja	Rechtwinkelig? nein
a)	15,9[illegible]	[illegible]0,5 cm	18,4 cm	○	○
b)	5,1 cm	[illegible]	14 cm	○	○
c)	[illegible] m	[illegible]2,08 m	1,05 m	○	○
d)	[illegible]	[illegible]mm	16 mm	○	○
e)	[illegible]	16 dm	9 dm	○	○

MP DI **254** **Ein Kunstwerk besteht aus Stiften, die senkrecht im Boden stecken, und einem darüber gespannten Kupferdraht (siehe Skizze, Maße in cm).**

Berechne die Länge des Kupferdrahtes.
Erkläre, wie du vorgegangen bist.

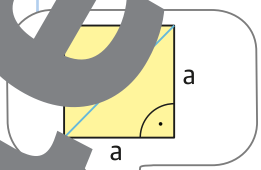


D4 Rechteck und Quadrat

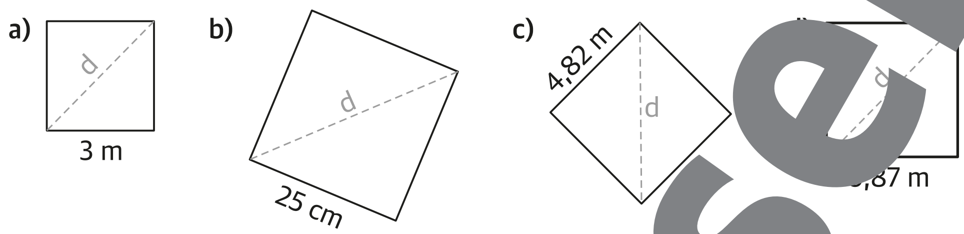
Mit deinem Wissen über den Satz des Pythagoras kannst du viele Aufgaben rechnerisch lösen, die du bisher nur durch Konstruktion und Messen lösen konntest.

RK DI **255** **Gegeben ist ein Quadrat mit einer Seitenlänge von a = 4 cm.**

a) Konstruiere das Quadrat und bestimme die Länge der Diagonale durch Messen.
b) Berechne die Länge der Diagonale mit Hilfe des Satzes des Pythagor
Vergleiche das Ergebnis mit deinem Messergebnis aus **a)**.



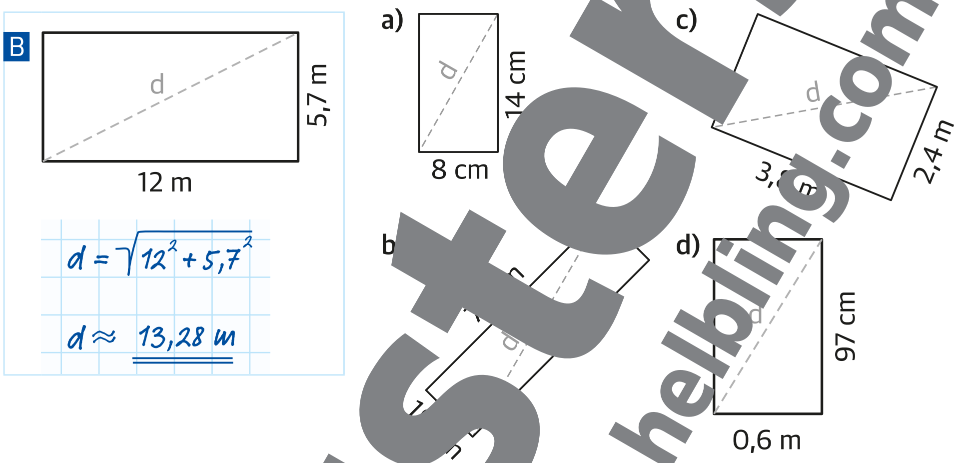
RK **256** **Berechne die Längen der Diagonalen in folgenden Quadraten.** 256



Rechter Winkel

Rechteck und Quadrat haben vier rechte Winkel als Innenwinkel. Die Diagonale bildet daher jeweils ein rechtwinkeliges Dreieck mit den Seiten. Sie ist dabei immer die Hypotenuse.

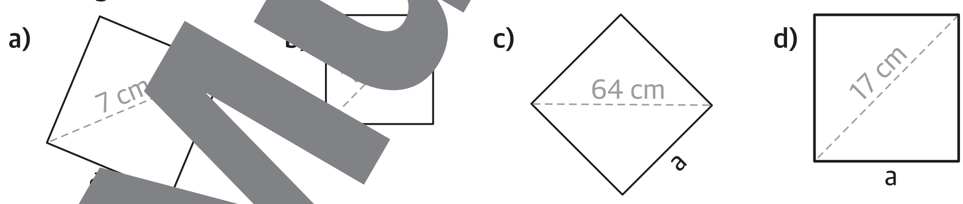
RK **257** **Berechne die Längen der Diagonalen in folgenden** **tecken.** ⋯→ Ü257



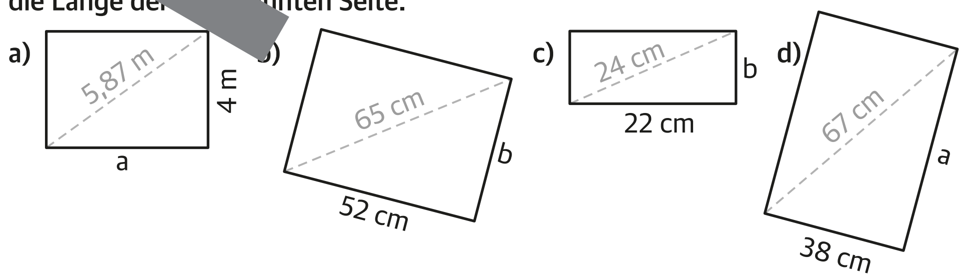
$d = \sqrt{12^2 + 5{,}7^2}$

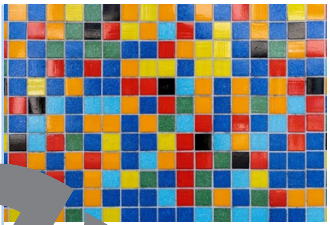
$d \approx \underline{\underline{13{,}28\ m}}$

MP **258** **Berechne für die abgebildete** **ate jeweils die Länge der Seite a.** ⋯→ Ü258



MP **259** **Berech** **abgeb** **eten Rechtecke jeweils die Länge de** **nnten Seite.** ⋯→ Ü259





RK **260** **Bunte Fliesen** ···→ Ü260

Die Diagonale einer quadratischen Fliese misst …

a) 16 cm. **b)** 12 cm. **c)** 18 cm.

Berechne den Flächeninhalt der Fliese.

RK **261** **Von einem rechteckigen Bildschirm kennt man die Höhe h und die Länge der Diagonale d. Berechne die Breite des Bildschirms.** ···→ Ü2[illegible]

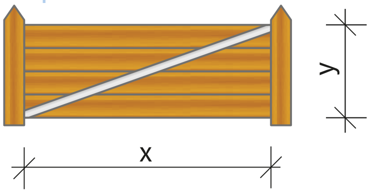
a) h = 63 cm; d = 125,5 cm **b)** h = 43 cm; d = 80,5 cm

RK **262** **Berechne für jedes Quadrat die fehlenden Größen.** ···→ Ü2[illegible]

	Seitenlänge	Diagonale	Umfang	Fläc[illegible]lt
a)	4,2 cm			
b)			7,2 cm	
c)				[illegible]96 [illegible]
d)		12,9 cm		

RK **263** **Die Firma Strasser baut Holztore.** ···→ Ü263

Eine schräg verbaute Metallstange verstärkt die To[illegible] auf der Rü[illegible]seite (si[illegible] Skizze). Berechne jeweils die benötigte Länge d[illegible]llstange.



	a)	b)	c)	[illegible]	e)
Breite x	1,8 m	3 m	3[illegible]	3 m	3[illegible]6 m
Höhe y	0,75 m	1,25 m	[illegible] m	[illegible] m	1,5 m

MP RK **264** **Der Marktplatz der Stadt Budwei[illegible] ist [illegible]ähe[illegible]atisch und hat eine Seitenlänge von 120 Me[illegible]**

a) Wie weit geht man, wenn man d[illegible]go[illegible] Platz [illegible]t?
b) Wie viele Quadratmeter ist d[illegible] Platz groß?
c) Ist der Platz kleiner oder gr[illegible]r als [illegible] Hektar (1 ha [illegible]0 000 m²)?
d) In welchem Land liegt Bud[illegible] [illegible]t der Brunnen in der Mitte des Platzes? Wa[illegible]ne v[illegible]auenswü[illegible]ige Quelle.

Marktplatz von Budweis

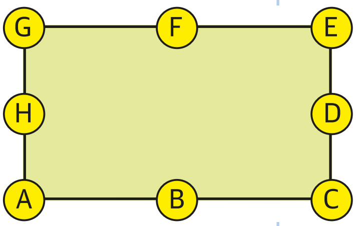
MP **265** **Ein 80 cm hoher rechteckige[illegible]hirm hat einen Umfang von 434 cm. Wie lang ist seine B[illegible]rmdiagonale?** ···→ Ü265

MP DI VB **266** **Rechteck ge[illegible]** ···→ Ü266

Finde passend[illegible]ite[illegible] a und b für ein Rechteck, dessen Diagonal[illegible]m lan[illegible]. Erkläre deinen Lösungsweg. Sind v[illegible]ene L[illegible]ngen möglich? Begründe.

MP **267** **Acht Ki[illegible]hen in einem Turnsaal, wie in der Skizze abgebildet.**
Hinweis: Die [illegible]ng ist symmetrisch.

Man kennt die Entfe[illegible]nungen von Kind A zu Kind B (15 m) und von Kind A zu Kind E (37 m).
Berechne die Entfernung von …
a) Kind C zu Kind E.
b) Kind H zu Kind G.
c) Kind B zu Kind E.
d) Kind D zu Kind G.
e) Kind H zu Kind F.



264: Interkulturelle Bildung, Medienbildung;
266: Sprachliche Bildung und Lesen

D5 Besondere Dreiecke

Bei einem **Dreieck** entstehen durch Einzeichnen einer passenden Höhe zwei rechtwinkelige Dreiecke.
Bei **gleichseitigen Dreiecken** sind die beiden entstandenen Dreiecke sogar gleich groß.
Das Gleiche gilt bei **gleichschenkeligen Dreiecken**, wenn man die Höhe auf die Basi

Fl niinhalt eines eiecks

llgemein gilt bei Dreiecken:

$$A = \frac{a \cdot h_a}{2}$$
$$A = \frac{b \cdot h_b}{2}$$
$$A = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

Man rechnet immer mit einer Seite und der zugehörigen Höhe.

MP RK **268** **Die Firma Weihnachtszauber produziert Weihnachtsdekoration.**

Beim Modell Kugelbaum wird ein gleichschenkeliges Dreieck aus Hol auf einem Holzsockel montiert (siehe Bild).
Berechne die Gesamtlänge der Holzleiste, die man jeweils für einen Baum benötigt.
Die angegebene Höhe wurde ohne Sockel gemessen

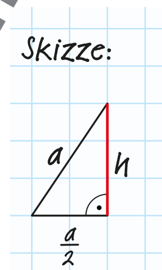
a) Größe A: Höhe h = 20 cm, Breite c = 8 cm
b) Größe B: Höhe h = 10 cm, Breite c = 5 cm
c) Größe C: Höhe h = 35 cm, Breite c = 15 cm

MP RK **269** **Zwei Aufkleber haben die Form eines gleichseitigen Drei s mit folgenden Abmessungen:**
(1) Breite = 5 cm
(2) Breite = 3,2 cm

a) Berechne den Umfang jedes Aufklebers.
b) Berechne den Flächeninhalt jedes Aufklebers.
c) Konstruiere jeden der Aufkleber im Maßstab 1 : 1.
d) Vor welcher Gefahr warnt der abgebildete er?
Finde noch mehr Warnsymbole und ihre deu gen.
Wähle vertrauenswürdige Quellen.

MP DI **270** **Gegeben ist ein gleichseitiges Dr mit Seitenlänge a und Höhe h.**

a) Drücke die Seitenlänge a in Abhängigke aus.
Tipp: Nutze den Satz des Pyt ras und forme ihn um
b) Die Höhe eines gleichseitig Drei trägt 8 cm.
Berechne die Seitenlänge, d ang d den chen inhalt.



RK **271** **Berechne für die gleich eitigen D e mit Seitenlänge a jeweils die Höhe, den g un en Flächeninhalt.** ···→ Ü271

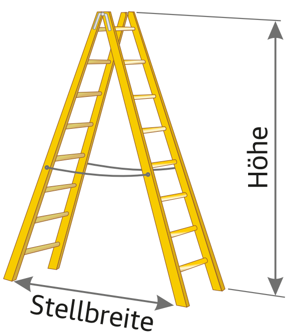
a) a = 5 cm) a = 14 c) a = 2,3 cm d) a = 6,9 m

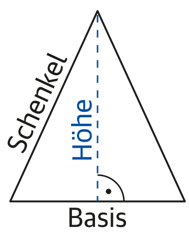
⊕ Denk dir s t di he Aufgaben aus und löse sie.

RK **272** **Eine St hat a stellt die Form eines gleic s.** ···→ Ü272

Berechne e eines Schenkels, wenn die Stehl

a) eine Höhe von 2,40 m und eine Stellbreite von 2,00 m hat.
b) eine Höhe von 1,75 m und eine Stellbreite von 1,20 m hat.
c) eine Höhe von 2,31 m und eine Stellbreite von 2,16 m hat.

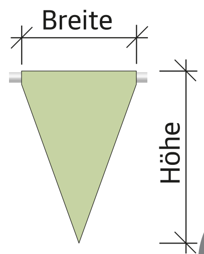




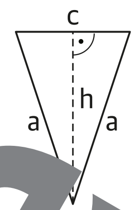
RK **273** **Zwei Fahnen haben die Form von gleichschenkeligen Dreiecken mit folgenden Abmessungen (siehe Skizze):**

(1) Breite c = 20 cm, Höhe h = 30 cm
(2) Breite c = 17 cm, Höhe h = 29 cm

Berechne für jede der Fahnen Umfang und Flächeninhalt.



Skizze:



RK **274** **Berechne für die angegebenen gleichschenkeligen Dreiecke jeweils Höhe, Umfang und Flächeninhalt.** → Ü27

Hinweis: a gibt jeweils die Länge der Schenkel, c die Länge der Basis an

a) c = 4 cm; a = 3 cm
b) c = 5,6 cm; a = 3,8 cm
c) c = 2,4 cm; a = 4,9
d) c = 3,6 cm; a = 2,7 cm

RK **275** **Berechne für die angegebenen gleichschenkeligen Dreiecke jeweils die fehlende Längenangabe.** → Ü2

Hinweis: a gibt jeweils die Länge der Schenkel, c die Länge de sis .

a) a = 6 cm; c = 5 cm; h_c = ?
b) c = 3 cm; h_c = 4 cm; a = ?
c) a = 7 cm; h_c = 5,3 c
d) a = 4,5 cm; 2 cm; h_c = ?

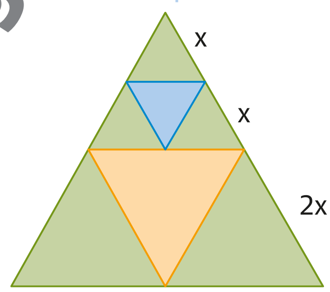
MP **276** **Berechne für die angegebenen gleichseitigen Dreie ke jeweils die fehlenden Größen.** → Ü276

a) u = 18 cm; a = ?, h = ? b) h = 9 cm; a = ?, A A = 5 cm²; a = ?, h = ?

MP RK VB **277** **Dreiecke**

Gegeben ist eine Konstruktion aus gleichs gen eie n mit x = 2 cm (siehe Skizze).

a) Berechne den Umfang des äu eiecks.
b) Berechne die Höhe des gelben
c) Berechne den Flächeninhalt des au .
d) Vergleiche den Flächeninhalt s blauen ecks mit dem des gelben Dreiec
Petra behauptet: „Im Bild s sammenh ng gleich."
Was meint sie damit? Erkläre
e) Wie viele gleichseitige ke fin du im Bild?
f) Konstruiere die Abbildung m Heft.



MP DI **278** **Dreiecke finden** → Ü278

Ein gleichsc s Dreie cm breit (Basis) und 6,5 cm hoch.

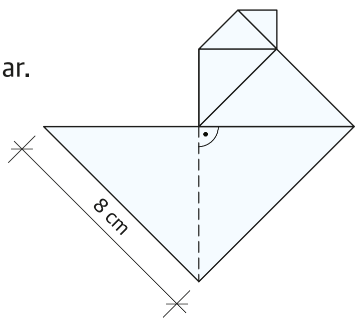
a) Finde ein g eieck mit gleichem Umfang.
b) Finde ein glei itiges eck mit gleichem Flächeninhalt.
c) Be wie rgegangen bist.

Origami ist eine Kunst aus Japan, bei der Figuren aus Papier gefaltet werden. In manchen japanischen Schulen ist Origami sogar ein Unterrichtsfach.

MP DI **279** **Origam**

Die abgebildete i-Figur stellt einen Vogel dar. Sie besteht aus fünf gleichschenkeligen, rechtwinkeligen Dreiecken.

a) Berechne den Flächeninhalt der Figur.
b) Konstruiere die Figur in deinem Heft.
c) Suche nach einer Anleitung für eine einfache Origami-Figur und falte die Figur aus Papier.

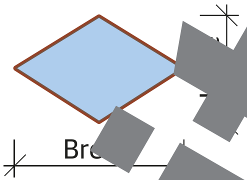


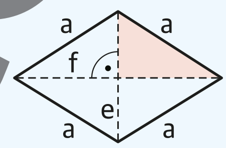
D6 Raute, Deltoid und Trapez

Raute und Deltoid werden von ihren Diagonalen jeweils in vier rechtwinkelige Dreiecke geteilt.
Beim **Trapez** ergeben sich durch Einzeichnen der Höhe rechtwinkelige Dreiecke.
Deshalb kann man auch in diesen Vierecken Längen mit dem Satz des Pythagora … en.

MP RK **280** **Ein rautenförmiges Fenster ist 70 cm breit und 50 cm hoch.**

a) Berechne den Umfang des Fensters.
b) Berechne den Flächeninhalt des Fensters.





Die Diagonalen e und f schneiden einander im rechten Winkel. Der Schnittpunkt halbiert jede der beiden Diagonalen.

$u = 4 \cdot a$

$A = \frac{e \cdot f}{2}$

RK **281** **Berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt der Raute.**

B e = 6 cm
f = 8 cm
u = ?
A = ?

$a^2 = \left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2$

$a^2 = 3^2 + 4^2 = 25$

$a = \sqrt{25} = 5\ cm$

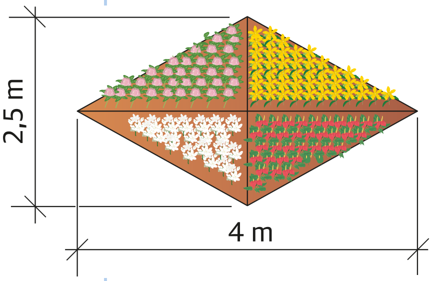
$u = 4 \cdot a = 4 \cdot 5 = \underline{\underline{20\ cm}}$

$A = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = \underline{\underline{24\ cm^2}}$

a) … = 1 … m
b) …
e = … cm
… cm
f = … cm

MP RK **282** **Ein Blumenbeet in Form einer Raute wird … an … r D … onalen in vier gleich große Bereiche geteilt (siehe …**

a) Wie viele Quadratmeter hat da … nbeet?
b) Wie viele Quadratmeter hat jede … r Bereiche?
c) Das Beet wird eingezäunt. Berec … es Zau … s, wenn 1 Meter 19,90 € kostet.



RK **283** **Berechne jeweils Umfang und … des Deltoi …** Ü283

B e_1 = 3 cm
e_2 = 6 cm
f = 7 cm

a) e_1 = 2 cm
e_2 = 5 cm
f = 4 cm

b) e_1 = 6 cm
e_2 = …
f …

$a^2 = e \ldots \left(\frac{f}{\ldots}\right) = \ldots 3{,}5^2 = 21{,}25$

$a \ldots \sqrt{21{,}25} \ldots 610\ cm$

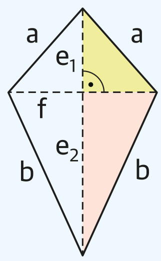
$\ldots = e_2 \ldots = 6^2 + 3{,}5^2 = 48{,}25$

$\ldots = \ldots \approx 6{,}946\ cm$

$\ldots a + 2b \approx 2 \cdot 4{,}610 + 2 \cdot 6{,}946 \approx \underline{\underline{23{,}1\ cm}}$

$A = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{(3+6) \cdot 7}{2} = \underline{\underline{31{,}5\ cm^2}}$

Deltoid



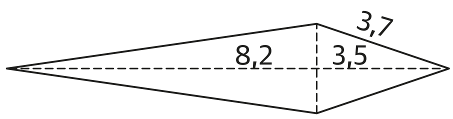
Die Diagonalen e und f schneiden einander im rechten Winkel. Der Schnittpunkt halbiert die Diagonale f.

$u = 2a + 2b$

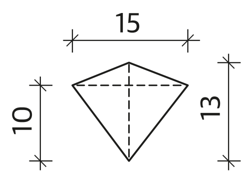
$A = \frac{e \cdot f}{2}$

RK **284** **Berechne jeweils den Umfang des Deltoids (Maße in cm).** Ü284

a)

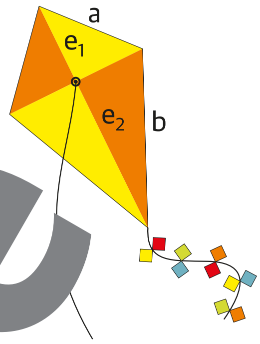


b)



RK **285** **Berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt des deltoidförmigen Drachens.** → Ü285

a) $a = 40$ cm, $e_1 = 25$ cm, $e_2 = 65$ cm b) $b = 90$ cm, $e_1 = 30$ cm, $e_2 = 75$ cm

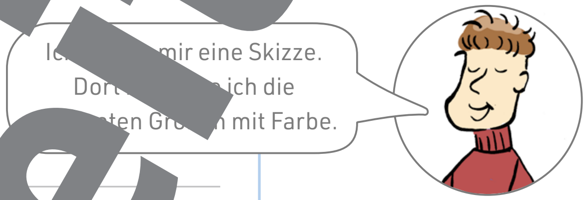


MP **286** **Mosaik** → Ü286

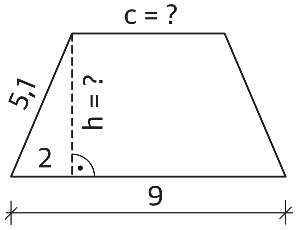
Ein Mosaikbild besteht aus bunten Rauten.
Jede Raute hat einen Umfang von $u = 30{,}4$ cm.
Eine der Diagonalen ist 12 cm lang.
Berechne die Seitenlänge, die Länge der zweiten Diagonale und den Flächeninhalt einer dieser Rauten.

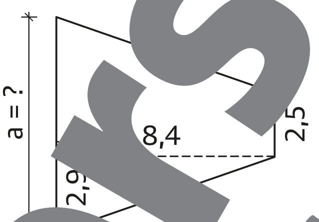
MP **287** **Berechne jeweils den Flächeninhalt des Deltoids.** → Ü287

a) $a = 3{,}4$ cm; $b = 5{,}9$ cm; $e_2 = 5{,}1$ cm
b) $e_1 = 4{,}8$ cm; $a = 6{,}3$ cm; $u = 21{,}4$ cm
c) $e_2 = 18$ cm; $b = 24{,}5$ cm; $u = 92$ cm

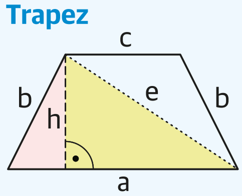


RK **288** **Berechne in den abgebildeten gleichschenkeligen Trapezen jeweils die gesuchten Größen (Maße in cm).** → Ü288

a)


b)


Gleichschenkeliges Trapez

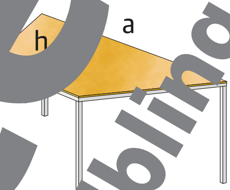


Die nicht parallelen Seiten sind gleich lang. Durch Einzeichnen der Höhe entstehen rechtwinkelige Dreiecke, die man zur Berechnung verwenden kann.

$$u = a + 2b + c$$

$$A = \frac{(a + c) \cdot h}{2}$$

RK **289** **Eine Tischplatte hat die Form eines gleichschenkeligen Trapezes (siehe Skizze). Berechne Umfang und Flächenin[illegible]** → Ü289

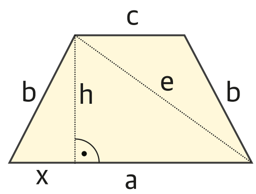


a) $a = 120$ cm, $c = 60$ cm, $h = 72$ c[illegible]
b) $a = 140$ cm, $c = 70$ cm, $h = 72$ cm

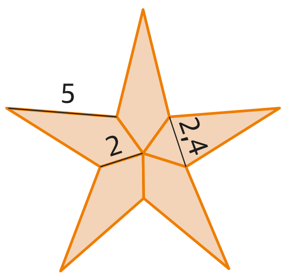
RK **290** **Berechne für die angegebene[illegible]eligen Tr[illegible]ze jeweils die fehlenden Größen.** → Ü290

Hinweis: Alle Längen sind [illegible]angeg[illegible].

	a	b	c	[illegible]	e	h	u	A [cm²]
a)	60	30	[illegible]					
b)		[illegible]	[illegible]	10				
c)	40	[illegible]	[illegible]	12				
d)	[illegible]	[illegible]	[illegible]	16	72			
e)	[illegible]	[illegible]	[illegible]	14	105			



MP **291** **Berechne den [illegible] und den Flächeninhalt des abgebildeten S[illegible]rns (Maße in cm). Vergleiche deine Lösung und deinen Lösungsweg mit anderen.**



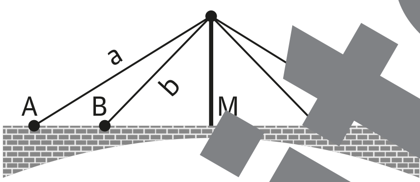
D7 Gemischte Aufgaben

Den Satz des Pythagoras kannst du immer anwenden, wenn du ein rechtwinkeliges Dreieck entdeckst.

MP **292** **Eine Brücke wird von Stahlseilen getragen.**

Die Höhe des Mastes M beträgt 30 m.
Seil a ist 55 m lang, Seil b ist 45 m lang.
Berechne den Abstand …

a) von B bis zum Mast M.
b) von A bis B.

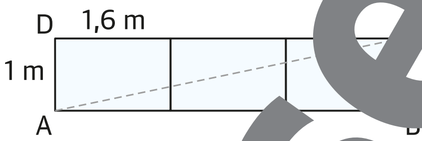


Beruf: Baustatikerin/ Baustatiker

Du prüfst Konstruktionen auf ihre Belastungsfähigkeit und berechnest das Tragverhalten von Bauwerken wie Brücken.

RK **293** **Drei rechteckige Tische werden zusammengestellt (siehe Skizze). Berechne die Entfernung von Punkt A bis Punkt C.**

→ Ü293

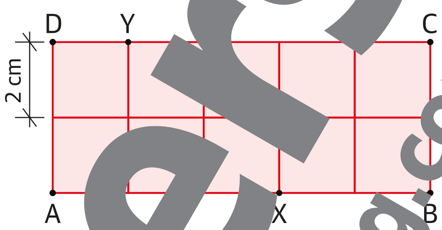


RK **294** **Gegeben sind sechs Punkte auf einem Raster (siehe Skizze).**

→ Ü294

Berechne folgende Entfernungen:

a) A bis C **c)** A bis Y
b) C bis X **d)** B bis Y

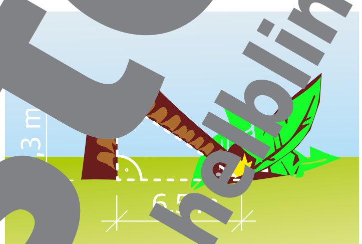


Schau zuerst, ob es ein rechtwinkeliges Dreieck gibt – eine Skizze hilft dir dabei.

MP **295** **Pythagoräische Palme**

→ Ü295

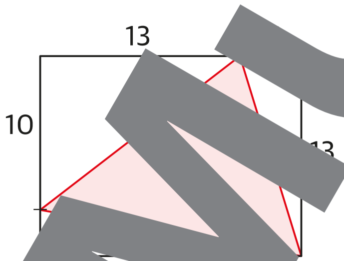
Eine Palme wurde von einem Sturm umgeknickt (siehe Skizze).
Wie hoch war die Palme?



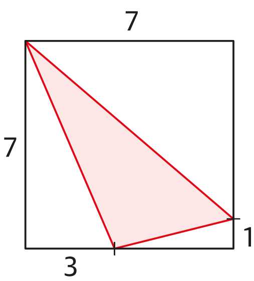
RK **296** **Berechne jeweils den Umfang des Dreiecks (alle Maße in cm).**

→ Ü296

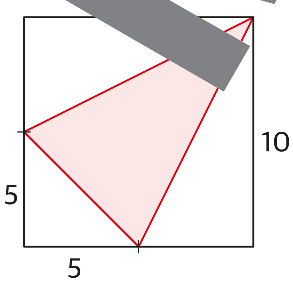
a)



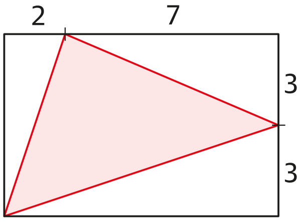
c)



b)

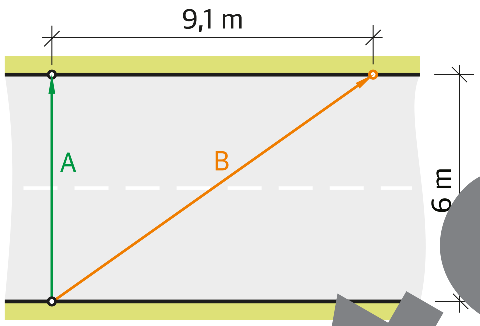


d)



RK **297** **Straßenüberquerung** ···→ Ü297

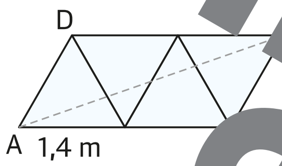
Zwei Schnecken überqueren eine Straße (siehe Skizze). Um wie viele Meter ist der Weg von Schnecke A kürzer als der Weg von Schnecke B?



RK **298** **Vier gleichseitige, dreieckige Tische werden zusammengestellt (siehe Skizze).**

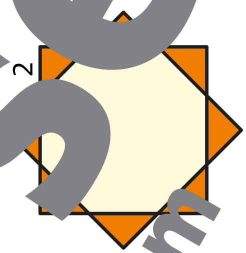
Berechne die Entfernung …

a) von Punkt A bis Punkt C.
b) von Punkt B bis Punkt D.



MP RK **299** **Zwei Quadrate bilden einen Stern (siehe Abbildung).** ···→ Ü299
Die Kanten der Zacken sind jeweils 2 cm lang.

a) Berechne die Seitenlänge eines Quadrats.
b) Konstruiere den Stern.
c) Berechne Umfang und Flächeninhalt des Stern[illegible]



MP **300** **Leiter verrutscht**

?!

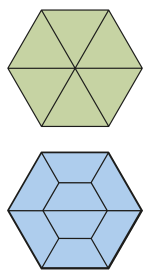
Eine Leiter lehnt an einer Wand. Dabei reicht ihr oberes Ende 3,15 m über den Boden, ihr unteres Ende ist 0,8 m von der Wand entfernt (siehe linke Skizze). Nun rutscht die Leiter 35 cm nach unten (siehe rechte Skiz[illegible] Wie weit ist ihr Fuß jetzt von d[illegible] e[illegible]rnt?

MP RK **301** **Sechsecke**

?!

Das grüne und das bla[illegible]e Sechse[illegible] gleich groß (Seitenlänge = 4 cm[illegible]

a) Konstrui[illegible]den Se[illegible]ke.
b) Berechne [illegible]halt eines grünen Dreiecks.
c) Berechne de[illegible]äche[illegible] des Sechsecks.
d) Ber[illegible]hne den F[illegible]eninhalt eines blauen Trapezes.

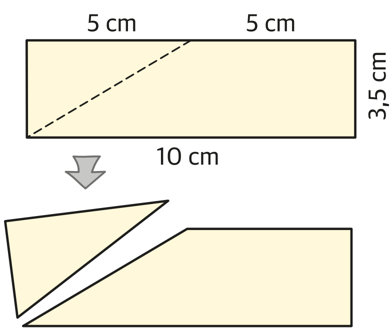


MP RK **302** **Drei[illegible]eln un[illegible]suchen**

?!

Ein Rechtec[illegible] × 10 cm) wird wie in der Skizze in zwei Teile zers[illegible]ten. Die linke obere Ecke wird abgetrennt und so angelegt, dass ein großes rechtwinkeliges Dreieck entsteht.

a) Zeichne das entstandene Dreieck in den angegebenen Maßen.
b) Berechne den Umfang des Dreiecks.
c) Bestimme den Umfang durch Abmessen deiner Zeichnung und vergleiche das Ergebnis mit **b)**.

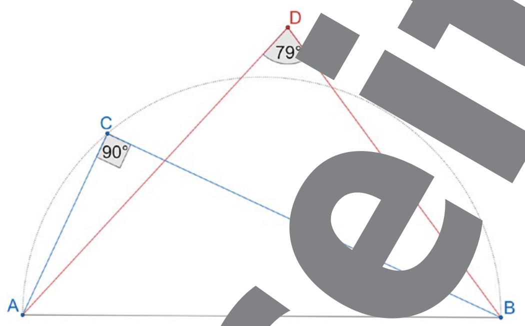


D8 Technologie

Mit **digitalen Technologien** können wir den Satz des Pythagoras noch besser verstehen, indem wir selbst Konstruktionen erstellen und interaktiv überprüfen. Es erlaubt, mathematische Zusammenhänge anschaulich zu machen und dynamisch zu erforschen.

MP DI **303** **Satz von Thales interaktiv prüfen**

a) Suche im Internet nach einer Definition des Satzes von Thales.
b) Verschiebe Punkt C entlang der Kreislinie und beobachte den Wert des Winkels.
c) Verschiebe Punkt D ebenso und beobachte den Winkel.
d) Was kannst du über den Winkel sagen, wenn der Punkt …
(1) innerhalb des Halbkreises
(2) genau auf dem Halbkreis
(3) außerhalb des Halbkreises
liegt?



→ Diese Datei + Arbeitsblatt findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: D.

Th[illegible] von Milet und [illegible]agoras

Thales wurde etwa [illegible]0 Jahre vor Pythagoras geboren und starb mit etwa 80 Jahren, als Pythagoras etwa 30 Jahre alt war. Pythagoras war mit den Arbeiten von Thales vertraut, und eine Begegnung der beiden ist denkbar, gilt jedoch als eher unwahrscheinlich.

MP DI **304** **Finde die fehlende Seite – ohne Formel!**

a) Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ist 100 mm lang.
Die beiden Katheten sind zusammen 140 mm lang (also a + b = 140 mm).
Wie lang sind die Katheten jew[illegible]?
Verwende ein Tabellenkalkulatio[illegible]amm, um die Lösung schrittweise zu fi[illegible]en.

	A	B	C
1	[illegible]winkelige[illegible] Dr[illegible]eck		
2	GE[illegible]EBEN		
3	Hypotenuse c:	100,00	mm
4	Summe d[illegible] Ka[illegible]eten a + b:	140,00	mm
5	PROBIE[illegible]		
6	Kat[illegible]ete [illegible]	110,00	mm
7	BE[illegible]ET		
8	b [illegible]echnet:	30,00	mm
9	c [illegible]chnet:	114,02	mm
10	A[illegible]eichung zu c gegeben:	14,02	mm

→ Diese Datei findest du in der [illegible]one PLUS! Band 4, Technologie[illegible]

So gehst du vor:
1) Gib im roten Feld ei[illegible]e für [illegible] (zwischen 0 und 140).
Excel berechnet [illegible]azu auto[illegible] b = 140 – a und prüft, ob d[illegible]den S[illegible]enlängen zu eine[illegible]tenuse [illegible]mm führen.
2) Verän[illegible] „Abweichung zu c gegeben“ kleiner als 1 mm ist.
3) Notiere [illegible]ss[illegible] Ergebnis für a und b.

b) Löse [illegible] Aufga[illegible]ch mit diesen Werten:

	[illegible]	b)	c)	d)	e)
c	67 m[illegible]	170 mm	85 mm	300 mm	700 mm
a + b	[illegible]mm	200 mm	100 mm	380 mm	850 mm

c) Erstelle in Excel eine kleine Rechenhilfe:
Die Katheten a und b soll man eingeben, und die Hypotenuse c wird automatisch berechnet.
Tipp: Verwende die Formel „WURZEL“.

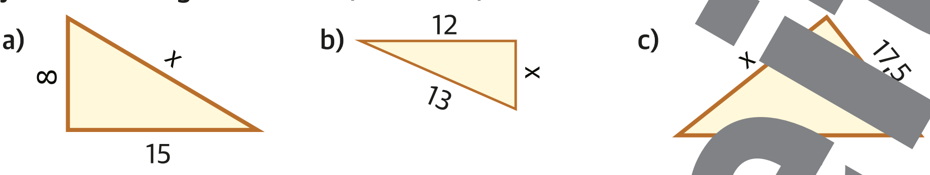
CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt?

RK DI **305** **Rechtwinkeliges Dreieck?**

a) Formuliere den Satz des Pythagoras für das abgebildete Dreieck.
b) Überprüfe, ob das Dreieck rechtwinkelig ist, wenn k = 6 cm, g = 4 cm und t = 7 cm.

RK **306** **Berechne in den abgebildeten rechtwinkeligen Dreiecken jeweils die Länge der Seite x (Maße in m).**



RK **307** **Die Diagonale eines Quadrats ist 4,5 cm lang. Berechne die Seitenlänge, den Umfang und den Flächeninha[illegible]rats.**

RK **308** **Ein rechteckiger Tisch ist 1,5 m lang. Berechne seine [illegible] wenn die schräg gegenüberliegenden Ecken 175 cm [illegible]ntfernt sind.**

RK DI **309** **Das Wappen eines Fußballvereins hat die Form [illegible] eines Vierecks mit vier gleich langen Seiten.**

a) Berechne die Breite des Vierecks.
b) Kreuze an: Wie nennt man so ein Vier[illegible]

◯ Quadrat ◯ Rechteck ◯ Raute

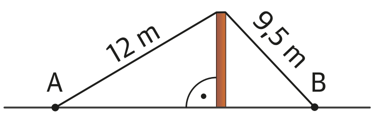
RK **310** **Berechne die Höhe h_c eines gl[illegible]nkelig[illegible] mit der Basislänge c = 7,2 cm un[illegible]henkellänge a = [illegible] cm.**

Wie gut kannst du das jetzt?

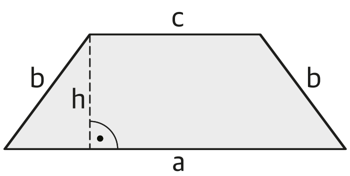
DI **311** **Wahr oder falsch? Kreuze an.**

	Aussage	wahr	falsch
a)	Die Hypotenu[illegible] ist imme[illegible]er als die Katheten.	◯	◯
b)	Ein re[illegible]ter Wi[illegible]	◯	◯
c)	Zieh[illegible] Quadrat[illegible]zel aus der Länge der Hypotenuse, erhält[illegible] der Kathete.	◯	◯
d)	Der Satz [illegible] Pytha[illegible]s gilt nur für rechtwinkelige Dreiecke.	◯	◯

MP **312** **W[illegible] A und B voneinander entfernt, wenn d[illegible] 8 Meter hoch ist?**



RK **313** **Berechne die Höhe des dargestellten gleichschenkeligen Trapezes. Es gilt: a = 6 cm, c = 3 cm und b = 2,5 cm.**



Die Lösungen findest du auf Seite 192.

PLUS! Mathematik 4 Erarbeitungsteil

helbling.com

4689-10-25
46891025

HELBLING