

David Wohlhart
Michael Scharnreitner

PLUS!

Mathematik

ERARBEITUNGSTEIL

2



mit App für
Erklärvideos





Die HELBLING Media App mit Erklärvideos

Mit der HELBLING Media App haben Sie Zugriff auf alle Erklärvideos.

So einfach geht's:

1. App herunterladen

Laden Sie die kostenlose HELBLING Media App im *Apple App Store* oder im *Google Play Store* auf Ihr Smartphone oder Tablet.

2. Inhalte hinzufügen

Starten Sie die Media App und tippen Sie auf **+**. Scannen Sie den QR-Code oder geben Sie unter MANUELLE EINGABE den untenstehenden Code ein und bestätigen Sie die Eingabe. Die Inhalte werden Ihrer Media App hinzugefügt.*

3. Inhalte verwenden



Die Inhalte der Media App sind im Buch mit diesem Symbol gekennzeichnet.

Starten Sie die Media App, tippen Sie auf PLUS! und wählen Sie die gewünschten Inhalte über das Menü aus.

Die Inhalte der Media App werden gestreamt.
Wir empfehlen Ihnen, eine WLAN-Verbindung zu nutzen.

* Zu diesem Prüfexemplar stehen Ihnen die Inhalte der HELBLING Media App noch nicht zur Verfügung. Die Vollversion der Inhalte liegt für das Schuljahr 2024/25 vor.

Jetzt **E-BOOKs+** ausprobieren!

Überzeugen Sie sich selbst von den Vorteilen, die Ihnen die E-BOOKs+ zu Erarbeitungsteil und Übungsteil bieten!



PLUS! Mathematik 2, Erarbeitungsteil – Prüfexemplar

Erarbeitungsteil + E-Book: SBNR 216.210 | ISBN 978-**3-7113-0384-4**
Erarbeitungsteil E-Book Solo: SBNR 216.214 | ISBN 978-**3-7113-0386-8**
Erarbeitungsteil mit E-BOOK+: SBNR 216.212 | ISBN 978-**3-7113-0385-1**
Erarbeitungsteil E-BOOK+ Solo: SBNR 216.213 | ISBN 978-**3-7113-0387-5**

Autorenteam: David Wohlhart, Michael Scharnreitner
Redaktion: Richard Mesarić, Franz-Xaver Rohrer
Illustrationen: Georg Flor, Dietmar Ebenhofer
Technische Zeichnungen: Dietmar Ebenhofer
Umschlaggestaltung: CMS – Cross Media Solutions GmbH, Würzburg
Innenlayout: CMS – Cross Media Solutions GmbH, Würzburg
Satz: CMS – Cross Media Solutions GmbH, Würzburg
Druck: Athesia Druck, Innsbruck

1. Auflage: A1¹ 2023 Prüfaufgabe
4134/11-23
© 2023 HELBLING, Rum/Innsbruck

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk einschließlich aller Inhalte ist ganz und in Auszügen urheberrechtlich geschützt. Kein Teil des Werkes darf in irgendeiner Form (Druck, Fotokopie oder anderes Verfahren) ohne ausdrückliche schriftliche Genehmigung des Verlags nachgedruckt oder reproduziert werden und/oder unter Verwendung elektronischer Systeme jeglicher Art gespeichert, verarbeitet, vervielfältigt und/oder verbreitet bzw. der Öffentlichkeit zugänglich gemacht werden. Alle Übersetzungsrechte vorbehalten.

Es darf aus diesem Werk gemäß §42 (6) des Urheberrechtsgesetzes für den Unterrichtsgebrauch nicht kopiert werden.

PLUS!

Mathematik

ERARBEITUNGSTEIL

2

Inhaltsverzeichnis

Symbole in PLUS!	3	E Bruchzahlen	62
Arbeiten mit PLUS!	4	(Kompetenzbereich Zahlen und Maße)	
Kompetent mit PLUS!	4	Warm-up	63
A Grundrechenarten, Sachrechnen	6	E1 Erweitern, Kürzen und Äquivalenz	64
(Kompetenzbereich Zahlen und Maße)		E2 Bruchzahl als Dezimalzahl, periodische Zahlen	66
Warm-up	7	E3 Dezimalzahl als Bruchzahl	68
A1 Addition und Subtraktion	8	E4 Bruchzahlen und Größen	69
A2 Multiplikation und Division	10	E5 Zahlenstrahl, Zahlen ordnen und vergleichen	70
A3 Sachaufgaben erfinden	12	E6 Darstellung mit Balkenmodellen	72
A4 Sachrechnen mit Größen	14	Checkpoint	73
A5 Verbindung der Grundrechenarten	16	F Rechnen mit Bruchzahlen	74
Checkpoint	17	(Kompetenzbereich Zahlen und Maße)	
B Teiler, Vielfache und Primzahlen	18	Warm-up	75
(Kompetenzbereich Zahlen und Maße)		F1 Einführung Addition und Subtraktion	76
Warm-up	19	F2 Addition und Subtraktion	78
B1 Teiler, Primzahlen	20	F3 Multiplikation mit Ganzen	80
B2 Teilbarkeitsregeln	22	F4 Multiplikation mit Bruchzahlen	81
B3 Erweiterte Teilbarkeitsregeln	24	F5 Anteile von Mengen	82
B4 Primfaktorenzerlegung	25	F6 Division	84
B5 Teilmengen, gemeinsame Teiler	26	F7 Verbindung der Grundrechenarten	86
B6 Vielfachenmengen, gemeinsame Vielfache	28	Checkpoint	87
B7 Gemischte Aufgaben	30	G Gleichungen	88
Checkpoint	31	(Kompetenzbereich Variablen und Funktionen)	
C Geometrie: Grundlagen und		Warm-up	89
Koordinatensystem	32	G1 Einführung	90
(Kompetenzbereich Figuren und Körper)		G2 Umformung Plus und Minus	92
Warm-up	33	G3 Umformung Mal und Durch	94
C1 Koordinatensystem	34	G4 Mehrschrittige Aufgaben	96
C2 Verschiebung von Punkten und Figuren	36	G5 Texte und Gleichungen	98
C3 Spiegelung, Achsensymmetrie	38	G6 Anwendung Geometrie	100
C4 Kongruenz	40	Checkpoint	101
C5 Winkel und Geraden	42	H Vierecke	102
C6 Winkelsumme im Dreieck	44	(Kompetenzbereich Figuren und Körper)	
Checkpoint	45	Warm-up	103
D Dreiecke	46	H1 Einführung, Rechteck und Quadrat	104
(Kompetenzbereich Figuren und Körper)		H2 Parallelogramm und Raute	106
Warm-up	47	H3 Trapez	108
D1 Konstruktion mit drei Seiten (SSS)	48	H4 Deltoid	109
D2 Konstruktion mit zwei Seiten und einem Winkel (SWS, SSW)	50	H5 Gemischte Aufgaben	110
D3 Konstruktion mit zwei Winkeln und einer Seite (WSW)	52	H6 Regelmäßige Vielecke	112
D4 Gemischte Konstruktionsaufgaben	53	Checkpoint	113
D5 Arten von Dreiecken	54		
D6 Streckensymmetrale	56		
D7 Umkreis	57		
D8 Winkelsymmetrale	58		
D9 Inkreis	59		
D10 Vermessungsaufgaben	60		
Checkpoint	61		

I	Flächeninhalte berechnen (Kompetenzbereich Figuren und Körper)	114	L	Negative Zahlen (Kompetenzbereich Zahlen und Maße)	158
	Warm-up	115		Warm-up	159
	I1 Rechteck und Quadrat	116		L1 Einführung – Temperatur	160
	I2 Rechtwinkeliges Dreieck	117		L2 Zahlengerade, Ordnen und Vergleichen	162
	I3 Allgemeines Dreieck	118		L3 Addition und Subtraktion	164
	I4 Zusammengesetzte Figuren	120		L4 Erweiterung Koordinatensystem	166
	I5 Parallelogramm und Trapez	122		L5 Zahlbereiche	168
	I6 Raute und Deltoid	124		Checkpoint	169
	I7 Gemischte Aufgaben	126			
	I8 Formeln finden	128	M	Daten und Zufall (Kompetenzbereich Daten und Zufall)	170
	Checkpoint	129		Warm-up	171
J	Proportionalität (Kompetenzbereich Zahlen und Maße)	130		M1 Wichtige Kenngrößen	172
	Warm-up	131		M2 Absolute und relative Häufigkeiten	174
	J1 Direkte Proportionalität	132		M3 Säulen- und Kreisdiagramme	176
	J2 Indirekte Proportionalität	134		M4 Prozentstreifen und Piktogramme	178
	J3 Diagramme	136		M5 Mehrstufige Aufgaben, Baumdiagramme	180
	J4 Gemischte Aufgaben	138		M6 Zufall	182
	J5 Weg-Zeit Diagramme	140		Checkpoint	183
	Checkpoint	141		Anhang: Lösungen zu Warm-ups und Checkpoints, Stichwort- und Quellenverzeichnis	184
K	Prozentrechnung (Kompetenzbereich Zahlen und Maße)	142			
	Warm-up	143			
	K1 Prozentzahlen	144			
	K2 Kopfrechnen mit Prozenten	146			
	K3 Anteil berechnen	148			
	K4 Grundwert berechnen	150			
	K5 Spiel: Prozent-Glücksrad	152			
	K6 Prozentsatz berechnen	153			
	K7 Gemischte Aufgaben	154			
	K8 Schnell-Rechnen	156			
	Checkpoint	157			

Symbole in PLUS!



Erklärvideos: Zu fast allen Lernschritten gibt es Erklärvideos. Sie unterstützen dich beim Lernen und Üben.



Ich-Du-Wir-Aufgabe: Löse die Aufgabe zuerst alleine. Vergleiche deine Ergebnisse dann mit deiner Sitznachbarin oder deinem Sitznachbarn. Besprecht eure Ergebnisse danach in der Klasse.



Partneraufgabe, Kommunikationsaufgabe: Löse die Aufgabe zu zweit oder vergleiche deine Ergebnisse mit anderen. Oft musst du auch deinen Lösungsweg erklären oder deine Lösung begründen.



Technologie-Aufgabe: Diese Aufgaben werden mit digitalen Hilfsmitteln gelöst.



Knobelaufgabe: Hier musst du oft länger probieren, bis du die Lösung gefunden hast.



Spiel: Bei dieser Aufgabe handelt es sich um ein Spiel, das du meistens mit anderen spielen kannst.



PLUS!-Aufgaben: Denk dir selbst weitere Aufgaben aus und löse sie.

Arbeiten mit PLUS!

B Teiler, Vielfache und Primzahlen



Mit der Beleuchtung eines Raumes kann man Stimmungen erzeugen. Ein bewusstes Spiel mit Licht und Schatten oder farbigem Licht wird daher in Theatern, bei Konzerten, in Discos aber auch in Restaurants und Museen eingesetzt.

054 In einer Disco sind fünf bunte Lampen. Sie blitzen immer für einen Augenblick auf: die erste alle 2 Sekunden, die zweite alle 4 Sekunden, die dritte alle 6 Sekunden, die vierte alle 8 Sekunden und die letzte alle 10 Sekunden.

a) Die Tabelle zeigt die Zustände der Lampen zu jeder Sekunde.
 bedeutet AN, bedeutet AUS. Ergänze die Tabelle.

Zeit in s	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Blau (2 s)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Rot (4 s)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>										
Weiß (6 s)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Grün (8 s)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Gelb (10 s)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

b) Nach wie vielen Sekunden oder Minuten leuchten alle Lampen gleichzeitig?
 Tipp: Vielleicht hilft es dir, zu jeder Lampe die Leuchtzeit zu notieren.
 Beispiel: Blau: 0, 2, 4, ... Rot: 0, 4, 8, ...

In diesem Kapitel lernst du, was Teiler sind und wie man mit ihrer Hilfe Probleme lösen kann. Außerdem erfährst du, was es mit Primzahlen zu tun hat.

Einstieg

Einstiegsaufgabe

Jedes Kapitel beginnt mit einer Aufgabe, die dich zum neuen Thema hinführt. Das Bearbeiten der Aufgabe gibt dir einen ersten Eindruck, was dich in diesem Kapitel erwartet.

Lernziele

Am Ende der Kapitel-Einstiegsseite erfährst du, was du in diesem Kapitel lernen bzw. was du nach Bearbeiten des Kapitels können wirst.

Warm-Up

Hier kannst du überprüfen, was du schon kannst oder vor dem Bearbeiten des neuen Kapitels noch einmal wiederholen solltest.

Kontrolliere deine Ergebnisse mit den Lösungen am Ende des Buchs.

Schätze selbst ein, wie gut du die Aufgaben gelöst hast.

Teiler, Vielfache und Primzahlen

WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Malrechnen und Teilen Wie gut kannst du das noch? 😞 😐 😊

051 Berechne im Kopf.

a) $3 \cdot 2 =$ _____ c) $7 \cdot 3 =$ _____ e) $8 \cdot 4 =$ _____ g) $2 \cdot 5 =$ _____
 $5 \cdot 2 =$ _____ $3 \cdot 3 =$ _____ $3 \cdot 4 =$ _____ $9 \cdot 5 =$ _____
 $9 \cdot 2 =$ _____ $9 \cdot 3 =$ _____ $7 \cdot 4 =$ _____ $5 \cdot 5 =$ _____
 $4 \cdot 2 =$ _____ $8 \cdot 3 =$ _____ $4 \cdot 4 =$ _____ $7 \cdot 5 =$ _____
 $6 \cdot 2 =$ _____ $5 \cdot 3 =$ _____ $6 \cdot 4 =$ _____ $4 \cdot 5 =$ _____

b) $4 \cdot 6 =$ _____ d) $5 \cdot 7 =$ _____ f) $4 \cdot 8 =$ _____ h) $3 \cdot 9 =$ _____
 $8 \cdot 6 =$ _____ $2 \cdot 7 =$ _____ $6 \cdot 8 =$ _____ $9 \cdot 9 =$ _____
 $6 \cdot 6 =$ _____ $9 \cdot 7 =$ _____ $1 \cdot 8 =$ _____ $2 \cdot 9 =$ _____
 $0 \cdot 6 =$ _____ $3 \cdot 7 =$ _____ $8 \cdot 8 =$ _____ $6 \cdot 9 =$ _____
 $3 \cdot 6 =$ _____ $7 \cdot 7 =$ _____ $5 \cdot 8 =$ _____ $8 \cdot 9 =$ _____

052 Bestimme Ergebnis und Rest der angegebenen Divisionen.

a) $16 : 3 =$ _____ R _____ f) $65 : 7 =$ _____ R _____ k) $15 : 4 =$ _____ R _____
 b) $15 : 2 =$ _____ R _____ g) $43 : 9 =$ _____ R _____ l) $39 : 6 =$ _____ R _____
 c) $25 : 6 =$ _____ R _____ h) $70 : 8 =$ _____ R _____ m) $25 : 7 =$ _____ R _____
 d) $30 : 8 =$ _____ R _____ i) $19 : 5 =$ _____ R _____ n) $62 : 8 =$ _____ R _____
 e) $14 : 2 =$ _____ R _____ j) $36 : 6 =$ _____ R _____ o) $13 : 9 =$ _____ R _____

Fachwörter Wie gut kannst du das? 😞 😐 😊

053 Setze die Begriffe richtig ein.
 Faktor, Summand, Produkt, Faktor, Summe, Summand

$87 + 6 = 93$ $15 \cdot 3 = 45$

→ Die Lösungen

Kompetent mit PLUS!

Kompetent ist man, wenn man sein Wissen und sein Können in verschiedenen Situationen einsetzen kann. Was wir beim Lösen von Aufgaben tun, lässt sich in vier große Kategorien einteilen.

Diese Einteilung heißt **Kompetenzmodell** für das Fach Mathematik:

- MP ... Modellieren und Problemlösen**
- RK ... Rechnen und Konstruieren**
- DI ... Darstellen und Interpretieren**
- VB ... Vermuten und Begründen**

MP DI 046 In welchen Bereichen du beim Lösen einer Aufgabe Kompetenzen aufbaust, steht immer links neben der Aufgabennummer.

Lernschritte

Hier wird der Stoff des Kapitels erarbeitet. In der Wissensbox findest du Erklärungen und Hilfestellungen. In der rechten Spalte findest du noch mehr wichtiges Wissen sowie weitere Hilfen, Tipps und interessante Informationen.

B5 Teiler, Vielfache und Primzahlen

gemeinsame Teiler

Zur Teilermenge
Beispiel: Die

Schreibe die Teilmengen dieser Zahlen vollständig auf.

Gemeinsame Teiler finden
Bestimme jeweils jene Teiler ein, die in beiden Mengen vorkommen.

Zahlen 68 und 76:
T(68) = {1, 2, 4, 17, 34, 68}; T(76) = {1, 2, 4, 19, 38, 76}; ggT(68, 76) = 4

Zahlen 26 und 56:
T(26) = {1, 2, 13, 26}; T(56) = {1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56}; ggT(26, 56) = 2

Zahlen 18, 30 und 42:
T(18) = {1, 2, 3, 6, 9, 18}; T(30) = {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}; T(42) = {1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42}; ggT(18, 30, 42) = 6

Schreibe die Teilmengen dieser Zahlen vollständig auf.
T(16) = {1, 2, 4, 8, 16}; T(10) = {1, 2, 5, 10}; T(12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12}; T(26) = {1, 2, 13, 26}

Bestimme jeweils die Menge der gemeinsamen Teiler.
T(6) = {1, 2, 3, 6}; T(15) = {1, 3, 5, 15}; T(10) = {1, 2, 5, 10}; T(12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12}; T(27) = {1, 3, 9, 27}; T(90) = {1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90}

Mengen
Eine Menge beschreibt eine Gruppe von Elementen, die zusammengehören. Man schreibt Mengen mit Hilfe von geschweiften Klammern und Strichpunkten.
Beispiel einer Obstmenge: Obst = {Apfel, Birne}

Größter gemeinsamer Teiler (ggT)
Der ggT zweier Zahlen ist die größte natürliche Zahl, durch die sich beide Zahlen ohne Rest teilen lassen.
Der ggT kann auch zu drei oder mehr Zahlen angegeben werden.
Man schreibt: ggT(6, 8) = 2
Man spricht: „Der größte gemeinsame Teiler von 6 und 8 ist gleich 2.“

Kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)
Das kgV zweier Zahlen ist die kleinste Zahl, die ein Vielfaches von beiden Zahlen ist.
Man kann das kgV auch zu drei oder mehr Zahlen angeben.
Man schreibt: kgV(6, 8) = 24
Man spricht: „Das kleinste gemeinsame Vielfache von 6 und 8 ist gleich 24.“

Unendlich viele Vielfache
Jede Zahl hat unendlich viele Vielfache.
Darum schreibt man ...
Damit deutet man an, dass die Zahlen noch weitergehen würden.

Tipps
Die Kinder aus der PLUS!-Klasse helfen dir beim Lösen der Aufgaben.

Musterbeispiele

Zu vielen Aufgaben gibt es Musterbeispiele, die dir zeigen, wie man die Aufgabe löst. Sie sind mit **B** oder „Beispiel:“ gekennzeichnet.

Aufgaben

In jedem Lernschritt findest du drei Arten von Aufgaben:
Orange gekennzeichnete Aufgaben führen dich an das Thema heran.
Mit den **grün** gekennzeichneten Aufgaben lernst und übst du die neuen Inhalte.
Violett gekennzeichnete Aufgaben lassen dich das Erlernte anwenden, Zusammenhänge verstehen und über das Erlernte nachdenken.

Erklärvideos

Zu fast allen Lernschritten gibt es Erklärvideos. Sie unterstützen dich beim Lernen und Üben.

Erklärvideo: Vielfache
Zu fast allen Lernschritten gibt es Erklärvideos. Sie unterstützen dich beim Lernen und Üben.

Gib die Vielfache
Beispiel: $V(7) = \{7; 14; 21; \dots\}$

Kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)
Das kgV zweier Zahlen ist die kleinste Zahl, die ein Vielfaches von beiden Zahlen ist. Man kann das kgV auch zu drei oder mehr Zahlen angeben. Man schreibt: $\text{kgV}(6, 8) = 24$. Man spricht: „Das kleinste gemeinsame Vielfache von 6 und 8 ist gleich 24.“

Unendlich viele Vielfache
Jede Zahl hat unendlich viele Vielfache. Darum schreibt man ... Damit deutet man an, dass die Zahlen noch weitergehen würden.

Checkpoint

Jedes Kapitel endet mit einem Selbsttest. Er zeigt dir, was du jetzt können solltest, und hilft dir zu entscheiden, ob du noch etwas üben solltest.

Auch die Lösungen zu den Checkpoints findest du am Ende des Buchs.



Weiterüben im Übungsteil

Der Übungsteil enthält nur Aufgaben, wie du sie schon aus dem Erarbeitungsteil kennst. Verweise neben den Aufgaben im Erarbeitungsteil (z. B. ... → Ü040) zeigen dir, dass du im Übungsteil weiterüben kannst.

est du auf Seite 184.

CHECKPOINT
Wie gut kannst du das jetzt? 😊 😐 😞

113 Kreuze alle Teiler der jeweiligen Zahl an.

Zahl:	2	3	5	9	10
a) 75	<input type="checkbox"/>				
b) 310	<input type="checkbox"/>				
c) 2 421	<input type="checkbox"/>				
d) 7 025	<input type="checkbox"/>				

114 Gib jeweils die Teilmengen und den ggT an.

a) 9 und 15: T(9) = {1, 3, 9}, T(15) = {1, 3, 5, 15}, ggT(9, 15) = 3
 b) 45 und 75: T(45) = {1, 3, 5, 9, 15, 45}, T(75) = {1, 3, 5, 15, 25, 75}, ggT(45, 75) = 15

115 Maria legt Bausteine auf eine Treppe. Sie legt alle zwei Stufen eine blaue Kugel, alle drei Stufen einen gelben Würfel und alle vier Stufen einen roten Zylinder ab. Nenne drei Treppen, auf denen alle drei Bausteine liegen werden.

116 Teilbarkeit durch 4 und 25. Setze 1 oder 1 ein.

a) 4 216 c) 4 9 776 e) 25 610 g) 25 19 000
 b) 4 822 d) 4 5 308 f) 25 375 h) 25 25 252

117 Berechne jeweils den ggT und das kgV der angegebenen Zahlen mit Hilfe der Primfaktorzerlegung.

a) 8, 10 b) 24, 40 c) 6, 15, 25 d) 13, 42, 56

118 Ein rechteckiges Tuch mit 1,8 m Länge und 75 cm Breite soll in gleich große Quadrate zerschnitten werden. Wie soll man die Seitenlängen der Quadrate wählen, damit diese möglichst groß werden und auch kein Stoff übrig bleibt?

119 Finde ein Zahlenpaar, dessen ggT und kgV gleich groß sind. Ist das überhaupt möglich? Wenn ja, begründe deine Entscheidung mit Beispielen.

est du auf Seite 184.

A

Grundrechenarten, Sachrechnen



Zu Schulbeginn werden viele Dinge gekauft, was kostet die Eltern viel Geld. Wenn du gut auf deine Sachen aufpasst, hilfst du, Geld zu sparen, und tust auch der Umwelt etwas Gutes.

Denn je weniger Dinge weggeworfen oder kaputt werden, desto weniger neue Dinge müssen hergestellt, verpackt und transportiert werden.

MP 001 Fermi-Aufgabe: Wie viel Geld kostet deine Schulsachen in einem Schuljahr?



- a) Überlege zuerst, was alles an Schulsachen brauchst. Denk auch an Taschen, Schuhe und Hausschuhe.
b) Berechne nun einen ersten groben Überschlag, wie Enrico Fermi es getan hätte: Schätze jede Zahl, die du nicht kennst, ganz grob ab.



- Verwende nur dekadische Einheiten (also 1, 10, 100, 1 000 ...).
c) Versuche die Frage möglichst genau zu beantworten. Suche dir nach Infos im Internet. Überlege genau, wie viele Hefte und Stifte du üblicherweise benötigst. Vergleiche deine Ergebnisse aus b) und c).

Vergleiche deine Ergebnisse mit anderen Personen deiner Klasse. Was hast du festgestellt?

In diesem Kapitel wiederholst du

die schriftlichen Rechenarten und die Rechenregeln.

Du wirst Sachaufgaben lösen und sogar selbst erfinden.

Dabei wiederholst du auch den Umgang mit Euro, Kilogramm und Metern.



WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Euro und Cent – Dezimalschreibweise

Wie gut kannst du das noch?



RK 002 Schreib die Geldbeträge in Euro und Cent an.

- a) $3,90 \text{ €} = 3 \text{ € } 90 \text{ c}$ b) $15,10 \text{ €} =$ _____ c) $99,99 \text{ €} =$ _____ d) $0,20 \text{ €} =$ _____

RK 003 Schreib die Beträge in Euro an.

- a) $610 \text{ c} = 6,10 \text{ €}$ c) $215 \text{ c} =$ _____ e) $1 \text{ € } 15 \text{ c} =$ _____ g) $42 \text{ € } 10 \text{ c} =$ _____
 b) $49 \text{ c} =$ _____ d) $105 \text{ c} =$ _____ f) $6 \text{ € } 2 \text{ c} =$ _____ h) $90 \text{ € } 1 \text{ c} =$ _____

Runden und Überschlagen

Wie gut kannst du das noch?



RK 004 Runde auf ganze Hunderter.

- a) $6\ 218 \approx 6\ 200$ b) $15\ 548 \approx$ _____ c) $25\ 123 \approx$ _____ d) $1\ 521 \approx$ _____

RK 005 Löse die Aufgaben im Kopf.

- a) $8\ 000 + 4\ 000 =$ _____ g) $400 \cdot 9 =$ _____
 b) $32\ 000 + 25\ 000 =$ _____ h) $5\ 000 \cdot 7 =$ _____
 c) $15\ 000 - 6\ 000 =$ _____ i) $4\ 000 : 2 =$ _____
 d) $80\ 000 - 13\ 000 =$ _____ j) $35\ 000 : 5 =$ _____
 e) $200 \cdot 80 =$ _____ k) $1\ 000 : 40 =$ _____
 f) $3\ 000 \cdot 60 =$ _____ l) $3\ 400 : 90 =$ _____

RK 006 Runde die Zahlen zuerst sinnvoll. Rechne dann einen Überschlag.

- a) $1\ 582 + 367 \approx 1\ 600 + 400 = 2\ 000$ d) $4\ 985 \cdot 3 \approx 5\ 000 \cdot 3 = 15\ 000$
 b) $2\ 756 - 513 \approx 2\ 800 - 500 = 2\ 300$ e) $8\ 107 : 4 \approx 8\ 000 : 4 = 2\ 000$
 c) $615 + 234 \approx 600 + 200 = 800$ f) $21\ 619 \cdot 7 \approx 20\ 000 \cdot 7 = 140\ 000$

Schriftlich Rechnen

Wie gut kannst du das noch?



RK 007 Löse die Additionen und Subtraktionen in deinem Heft.

- a) $4\ 812 + 1\ 234 =$ _____ c) $15\ 904 + 285\ 942 =$ _____ e) $8\ 102 - 957 =$ _____ g) $764\ 213 - 105\ 914 =$ _____
 b) $3\ 955 + 1\ 208 =$ _____ d) $645\ 258 + 291\ 025 =$ _____ f) $4\ 087 - 2\ 309 =$ _____ h) $580\ 600 - 95\ 928 =$ _____

RK 008 Löse die Multiplikationen und Divisionen in deinem Heft.

- a) $2\ 628 \cdot 4 =$ _____ c) $3\ 518 \cdot 20 =$ _____ e) $1\ 524 : 6 =$ _____ g) $12\ 570 : 30 =$ _____
 b) $18\ 403 \cdot 7 =$ _____ d) $7\ 032 \cdot 69 =$ _____ f) $8\ 442 : 3 =$ _____ h) $3\ 696 : 12 =$ _____

A1 Addition und Subtraktion



Addition bedeutet Plusrechnung. Das Ergebnis nennt man **Summe**.
Subtraktion bedeutet Minusrechnung. Das Ergebnis nennt man **Differenz**.

MP 009 **Drei Zahlen, vier Aufgaben**



Bilde jeweils vier unterschiedliche Rechnungen aus den drei gegebenen Zahlen. Erkläre damit auch die Begriffe „Tauschaufgabe“ und „Umkehraufgabe“.

a) 168,12 | 35,94 | 204,06

$$\begin{array}{l} 168,12 + 35,94 = 204,06 \\ 35,94 + \quad = \quad \\ \quad - \quad = \quad \\ \quad - \quad = \quad \end{array}$$

b) 452,6 | 109,5 | 343,1

$$\begin{array}{l} \quad + \quad = \quad \\ \quad + \quad = \quad \\ \quad - \quad = \quad \\ \quad - \quad = \quad \end{array}$$

⊕ Finde selbst drei weitere Zahlen, aus denen du dann vier Rechnungen bildest.

RK 010 **Berechne.**

...→ Ü010

a)
$$\begin{array}{r} 215,23 \text{ €} \\ + 804,66 \text{ €} \\ \hline \hline \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 9 \text{ €} \\ - 15 \text{ €} \\ \hline \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 385,99 \text{ €} \\ + 54,75 \text{ €} \\ \hline \hline \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} 92,8 \text{ €} \\ - 35, \text{ €} \\ \hline \hline \end{array}$$

RK 011 **Berechne zu jedem Zahlenpaar die Summe und die Differenz. Rechne jeweils einen Überschlag als Probe.**

...→ Ü011

B 24,186 und 602,500

Summe:	$\begin{array}{r} 24,186 \\ + 602,500 \\ \hline 626,686 \end{array}$	Differenz:	$\begin{array}{r} 602,500 \\ - 24,186 \\ \hline 578,314 \end{array}$
Ü:	$20 + 600 = 620$		$600 - 20 = 580$ ✓

- a) 482,51 und 32,13
- b) 85,2 und 122,06
- c) 72,1 und 12,9

- d) 1,8 und 0,525
- e) 13,22 und 8,0801
- f) 4,05 und 2,7

RK 012 **Gib jeweils eine obere und eine untere Schranke für die Geldbeträge an. Berechne dann die genaue Summe.**

...→ Ü012



Kontrolliere deine Ergebnisse auch mit dem Taschenrechner.

- a) 2 517,20 € + 4 960,10 €
- b) 9 014,59 € + 488,29 €
- c) 45,60 € + 321,70 € + 94,15 €
- d) 277,40 € + 104,35 € + 694,80 €
- e) Finde Schranken, die jeweils näher an der genauen Summe dran sind. Welche Schranken findest du sinnvoller? Erkläre.

Fachbegriffe Addition

$$\begin{array}{r} \text{Summand} \quad 86,45 \\ + \text{Summand} \quad + 234,67 \\ \hline \text{Summe} \quad \underline{\underline{321,12}} \end{array}$$

Fachbegriffe Subtraktion

$$\begin{array}{r} \text{Minuend} \quad 343,22 \\ - \text{Subtrahend} \quad - 119,46 \\ \hline \text{Differenz} \quad \underline{\underline{223,76}} \end{array}$$

Überschlag

Bei einer Überschlagsrechnung rundest du die Zahlen so, dass du das ungefähre Ergebnis im Kopf berechnen kannst.

Schranken

Eine untere Schranke gibt an, wie groß ein Wert mindestens ist.

Eine obere Schranke gibt an, wie groß ein Wert höchstens ist.

RK 013 Gib jeweils eine obere und eine untere Schranke für die Geldbeträge an. ...→ Ü013
 Berechne dann die genaue Differenz.
 Kontrolliere deine Ergebnisse auch mit dem Taschenrechner.



- a) $5\,288,15\text{ €} - 2\,500,60\text{ €}$
- b) $3\,092,56\text{ €} - 483,79\text{ €}$
- c) $125\,369,10\text{ €} - 18\,419,50\text{ €}$
- d) $602\,247\text{ €} - 362\,904,63\text{ €}$
- e) Finde Schranken, die jeweils näher an der genauen Differenz dran sind. Welche Schranken findest du sinnvoller? Erkläre.

MP 014 Löse die Aufgaben mit Hilfe des Prospekts. ...→ Ü014

Musterseite

AKTION

Schulbeginn

BLOCKFLÖTEN:	NOTENSTÄNDER:
Holz: 49,90 € (statt 56,90€)	Holz: 45,90 € (statt 59,90€)
Kunststoff: 14,90 € (statt 23,90€)	Metall: 34,90 € (statt 42,50€)

- a) Jakob kauft die günstigste Blockflöte und den günstigsten Notenständer. Wie viel bezahlt er?
- b) Tina kauft eine Holzflöte und einen Notenständer aus Holz. Sie bezahlt mit einem 100-Euro-Schein. Berechne das Rückgeld.
- c) Um wie viel ist die Blockflöte aus Holz verbilligt?
- d) Du kaufst eine Flöte aus Kunststoff und einen Notenständer aus Holz. Wie viel Geld sparst du durch die Aktion?

+ Denk dir selbst drei weitere Aufgaben aus und löse sie.

RK 015 Berechne die Summen dieser Zahlen. ...→ Ü015

- a) $252,95 + 80\,185,4 + 0,662$
- b) $15\,095,2 + 32,071 + 18,55 + 9\,777,77$
- c) $25\,824\,631,068 + 5\,188\,025,8 + 183\,600,37 + 8\,504\,716\,244,19$

MP RK 016 Finde die fehlenden Zahlen. ...→ Ü016

- a) Die Summe von zwei Zahlen ergibt 18. Der erste Summand ist 12. Berechne den zweiten Summanden.
- b) Die Differenz zweier Zahlen ergibt 0,92. Wie lautet die kleinere Zahl, wenn die größere 2,3 ist?

MP RK 017 Löse die Aufgaben. ...→ Ü017

- a) Beim letzten Konzert hat die Band „Break“ 14 000 € verdient. Von dem Geld kauft sie einen neuen Verstärker um 1 467,90 €, ein Mikrofon um 199,99 € und eine neue E-Gitarre um 8 265,50 €. Wie viel Geld hat die Band nach dem Kauf noch?
- b) Für den Transport eines Klaviers hat eine Firma 16 258,90 € berechnet. Hinzu kommen die Transportkosten in Höhe von 295 €. Finde eine passende Textaufgabe und löse die Aufgabe.

MP VB 018 Zahlenrätsel



Die Differenz zweier Zahlen ist 0, die Summe beträgt 1,5. Wie lauten die Zahlen? Gibt es verschiedene Lösungen? Begründe deine Entscheidung.

Musikschule



Instrumente, Tanz und Gesang kann man an einer Musikschule lernen. Meist besucht man die Schule einmal in der Woche. Je mehr man übt, desto schneller lernt man.

Eine schöne Schrift hilft dir, Fehler zu vermeiden!



A2 Multiplikation und Division

Multiplikation bedeutet Malrechnung. Das Ergebnis nennt man **Produkt**.
Division bedeutet Teilen. Das Ergebnis nennt man **Quotient**.

MP 019 **Drei Zahlen, vier Aufgaben**



Bilde jeweils vier Rechnungen aus den drei gegebenen Zahlen.
 Erkläre damit auch die Begriffe „Tauschaufgabe“ und „Umkehraufgabe“.

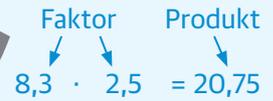
a) 4,5 | 2 | 9

4,5	·	2	=	9
2	·		=	
	:		=	
	:		=	

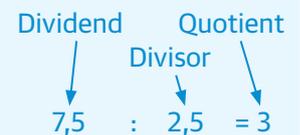
b) 336,66 | 54,3 | 6,2

	·		=	
	·		=	
	:		=	
	:		=	

Fachbegriffe Multiplikation



Fachbegriffe Division



MP 020 **Fehlende Faktoren**



- a) Sieh dir die Rechnungen rechts an. Finde die fehlenden Faktoren durch Überschlagen.
 b) Wie hast du die Aufgaben gelöst? Welche Aufgaben waren leichter, welche waren schwieriger? Besprich deine Überlegungen mit anderen.

RK 021 **Multipliziere die Geldbeträge. Rechne eine Multiplikation (Überschlag) als Probe.** → Ü021

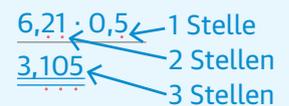
B $59,25 \cdot 6$

59,25	·	6	=	355,50 €
Ü:				
60 € · 6				= 360 €

- a) 19,9 € · 2 = 39,80 €
 b) 125,00 € · 0,25 = 31,25 €
 c) 22,14 € · 10 = 221,4 €
 d) 52,08 € · 10 = 520,80 €
 e) 48,1 € · 20 = 962 €
 f) 93,58 € · 50 = 4679 €
 g) 1258,15 € · 34 = 42797,10 €
 h) 6970,16 € · 92 = 641254,72 €
 i) 4089,27 € · 67 = 274001,09 €

Multiplikation von Dezimalzahlen

Das Produkt hat so viele Dezimalstellen wie die beiden Faktoren zusammen.



RK 022 **Dividiere die Geldbeträge. Rechne eine Multiplikation (Überschlag) als Probe.** → Ü022

B $22,74 \text{ €} : 3$

22,74	: 3	=	7,58 €
Ü:			
8 € · 3			= 24 €

- a) $84,35 \text{ €} : 5$
 b) $165,20 \text{ €} : 7$
 c) $637,84 \text{ €} : 8$
 d) $3256,24 \text{ €} : 4$
 e) $7252,14 \text{ €} : 6$

MP 023 **Löse die Aufgaben.** → Ü023

- a) Vier Personen erhalten zusammen 650 € für eine Arbeit. Wie viel bekommt jede Person, wenn sie gleichmäßig teilen?
 b) Firma Buddel & Co kauft 12 neue Schaufeln um je 69,50 €. Wie viel kostet das?
 c) Beim Kauf eines Baggers um 1.365.844,90 € muss die Hälfte des Geldes sofort bezahlt werden. Wie viel ist das?



Bei großen Geldbeträgen werden oft Trennpunkte statt Tausenderabständen verwendet.

RK **024** Multipliziere die Dezimalzahlen. ...→ Ü024



Kontrolliere deine Ergebnisse dann mit dem Taschenrechner.

- | | | |
|----------------------|-----------------------|-----------------------------|
| a) $24,5 \cdot 4,2$ | d) $19,052 \cdot 0,6$ | g) $2\,169,162 \cdot 5,5$ |
| b) $18,2 \cdot 6,5$ | e) $605,8 \cdot 0,04$ | h) $518,52 \cdot 0,39$ |
| c) $3,125 \cdot 9,1$ | f) $2,15 \cdot 0,07$ | i) $72\,863,01 \cdot 0,015$ |

Rechne zuerst so, als gäbe es kein Komma. Zähle dann die Dezimalstellen und setze das Komma im Ergebnis.

RK **025** Finde Rechnungen zu den Angaben und führe sie durch. ...→ Ü025

- Berechne das Produkt aus 5 und der um 0,4 kleineren Zahl.
- Multipliziere 1,4 mit seinem doppelten Wert.
- Dividiere 28,5 durch die Hälfte von 6.
- Berechne das Dreifache von 7 815,092.
- Finde den achten Teil von 602,56.



RK **026** Berechne die Quotienten auf zwei Kommastellen genau. ...→ Ü026



Kontrolliere deine Ergebnisse dann mit dem Taschenrechner.

- | | |
|----------------------|---------------------|
| a) $588,91 : 4,7$ | e) $570,4 : 0,92$ |
| b) $705,41 : 2,3$ | f) $2,9348 : 0,046$ |
| c) $8\,212,02 : 8,3$ | g) $5,536 : 0,34$ |
| d) $307,867 : 0,61$ | h) $66,3 : 0,46$ |

Bei der Division durch Dezimalzahlen verschiebst du zuerst das Komma.



Statt $588,91 : 4,7$ rechne ich $5\,889,1 : 47$.

MP **027** Hier wurden die Kommas bei den Ergebnissen falsch gesetzt. ...→ Ü027

Stell die Rechnungen richtig und schreib sie in die Lücken ein.

- | | |
|--------------------------------|----------------------------------|
| a) $41,3 \cdot 5,62 = 23,2106$ | c) $421,52 \cdot 8 = 33721,6$ |
| b) $9,73 \cdot 7,14 = 6,94722$ | d) $306,6 \cdot 70,9 = 21739,14$ |

MP **028** Teile die angegebenen Beträge zu gleichen Teilen auf. ...→ Ü028

Hinweis: Gib die Ergebnisse in Euro und Cent an. (1 Euro = 100 Cent)

- Drei Personen teilen sich 100 € untereinander. Berechne, wie viel Euro jede Person erhält.
- Fünf Frauen gewinnen 7 219 € bei einem Wettbewerb. Berechne, wie viel Euro jede Frau erhält.
- Eine Wettgemeinschaft hat 86 Mitglieder gewonnen. Wie viel Geld bekommt jedes Mitglied?

MP **029** Finde die fehlenden Ziffern.



- | | | |
|--------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| a) $15, \square \cdot 4$ | c) $\square \cdot 5$ | e) $5,31 \cdot 0,6$ |
| $\square, 2$ | \square | $\square, 18 \square$ |
| b) $3,55 \cdot \square$ | d) $0,1 \square \cdot 3$ | f) $\square, 809 \cdot 0,3$ |
| $7, \square$ | $\square, 45$ | $5,4 \square 7$ |

RK **030** Setze $<$, $=$ oder $>$ ein. ...→ Ü030



Löse die Aufgaben durch Abschätzen der Ergebnisse. Vergleiche deine Vorgehensweise mit anderen.

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| a) $50 : 8 \bigcirc 10$ | c) $12 : 0,1 \bigcirc 12$ | e) $0,8 : 3 \bigcirc 1$ |
| b) $0,6 : 4 \bigcirc 1,2$ | d) $8,9 : 3 \bigcirc 10$ | f) $0,5 : 0,2 \bigcirc 0,5$ |

A3 Sachaufgaben erfinden



Beim Lösen von Sachaufgaben ist es hilfreich, dass du den Text genau verstehst, bevor du rechnest. Eine gute Übung dafür ist, auch selbst einmal Fragen oder sogar ganze Aufgaben zu erfinden.

- MP RK 031** Erfinde Aufgaben.
 Vervollständige die Satzanfänge und erfinde Fragen dazu.
 Verwende Zahlen aus dem „Billy billig“-Prospekt.
 Löse deine Aufgaben.

Lager-Verkauf bei BILLY BILLIG

T-Shirts		Hosen	
einfärbig:	9.90€	Stoffhose:	29.90€
mit Aufdruck:	14.90€	Jeans:	49.50€
mit Aufnäher:	19.95€	Lederhose:	139.90€
		Kleider, Röcke	
		Minirock:	29.90€
		Rock:	39.50€
		Kleid:	44.95€

- a) Mesut kauft drei ...
 b) Natascha kauft zwei ...
 c) Felix kauft zwei ... und vier ...
 d) Ein Fußballverein kauft ...



Welche Gründe kann es dafür geben, dass Produkte bei Billy billig sind? Versucht, möglichst viele Gründe zu finden. Erfinde für alle Gründe gleiche Fair?

- MP RK 032** Erfinde Aufgaben.
 Verwende Zahlen aus dem „Billy billig“-Prospekt und erfinde deine Aufgaben. ...→ Ü032

- a) Elias kauft ...
 b) Herr Huber kauft ...
 c) Marie kauft drei ... und fünf ...
 d) Die Tanzgruppe kauft ...

⊕ Erfinde drei weitere Aufgaben und löse sie.

- MP 033** Erfinde eine Textaufgabe zum ... bei „Billy billig“, bei der man...

- a) addieren muss. b) subtrahieren muss. c) multiplizieren muss.

- MP 034** Erfinde jeweils eine Textaufgabe ... Antwort. ...→ Ü034
 Dabei darfst du Produkte und Preise selbst frei wählen. Vergleiche mit anderen.

- a) „Mimi bekommt ... 20,10 € ...“
 b) „Das kostet ...“
 c) „Peters Einkauf kostet ... 120,20 € mehr als Mariannes Einkauf.“
 d) „Es ist um 5,05 € teurer.“
 e) „Hanna hat ... 35,30 € übrig.“

- MP DI 035** Ananas



- a) Setze die Zahlen 4 und 5 in den Text ein und löse die entstandene Aufgabe. Verwende einen Bleistift.
 b) Setze die Zahlen 3, 4 und 5 in einer anderen Reihenfolge als vorher ein. Ändert sich etwas an der Lösung? Erkläre.

Leonore kauft Schachteln mit jeweils Ananas.
 Eine Ananas kostet Euro.
 Wie viel bezahlt Leonore?



Ein ... ist sicher ...

Wenn du beim Rechnen noch nicht ganz sicher bist, dann erfinde Textaufgaben, die so einfach wie möglich zu rechnen sind.

... aber verrückte Zahlen machen Spaß!

Wenn du hingegen schon gut rechnen kannst, dann traue dich ruhig, schwierige Aufgaben zu erfinden.

A4 Sachrechnen mit Größen



Kommen Größenangaben wie Kilogramm oder Liter in Sachaufgaben vor, musst du darauf achten, diese Maßeinheiten auch in der Antwort nicht zu vergessen.

DI 037 Wiederhole die Maßeinheiten.



- Was bedeuten die Abkürzungen?
- Ordne die Maßeinheiten den passenden Fragen zu.

Wie lang?

Wie viel passt hinein?

kg

l

km

m

cm²

mm

Wie groß ist die Fläche?

Wie schwer?

- Finde Beispiele aus deiner Umwelt zu den Maßeinheiten.
- Welche Maße kennst du noch? Notiere sie und vergleiche mit anderen.

RK 038 Wandle jeweils in die vorgegebene Einheit um. Ü038

- B** 300 g = 0,3 kg d) 2 400 g = _____ kg h) 0,9 kg = _____ g
- a) 500 g = _____ kg e) 750 g = _____ g i) 0,15 kg = _____ g
- b) 100 g = _____ kg f) _____ g = 1,4 kg j) _____ g
- c) 50 g = _____ kg g) 3 950 _____ k) 0,02 kg = _____ g

MP RK 039 Bei einem Sonderangebot kosten Äpfel heute nur 2,30 € pro Kilogramm. ...→ Ü039

Ein Kilogramm Birnen kostet 2,00 €.

- Wie viel kosten 900 g Äpfel?
- Wie viel kosten 700 g Birnen?
- Damla kauft 3 kg Äpfel. Wie viel kostet das?
- Toni kauft 2 kg Birnen. Er bezahlt mit einem 20-Euro-Schein. Berechne das Rückgeld.
- Wie viel kostet 2 kg Äpfel?
- Wie viel kosten 1 kg Birnen?
- Lisa kauft 1,2 kg Äpfel und 0,6 kg Birnen. Wie viel kostet das?
- Klaus kauft 800 g Birnen und doppelt so viele Äpfel. Wie viel kostet das?
- Andrea kauft $2\frac{1}{2}$ kg Birnen. Sie bezahlt mit einem 50-Euro-Schein. Berechne das Rückgeld.

B Anna kauft zwei kleine Äpfel. Sie wiegen zusammen 400 g. Wie viel kosten sie?

$400\text{ g} = 0,4\text{ kg}$
$2,3 \cdot 0,4$
$0,92$ Sie kosten 0,92 €.

+ Erfinde drei weitere Aufgaben und löse sie.

Massenmaße

Tonne, Kilogramm und Gramm

1 t = 1 000 kg
1 kg = 1 000 g

Obst

Obst stärkt unser Immunsystem und hilft uns damit, weniger oft krank zu sein.



RK 040 Wandle jeweils in die vorgegebene Einheit um. ...→ Ü040

- B 45 cm = 0,45 m d) 162 cm = _____ m h) 1,2 m = _____ cm
 a) 28 cm = _____ m e) 300 cm = _____ m i) 0,6 m = _____ cm
 b) 6 cm = _____ m f) 585 cm = _____ m j) 0,39 m = _____ cm
 c) 1 cm = _____ m g) 50 cm = _____ m k) 0,04 m = _____ cm

Längenmaße

Meter und Zentimeter
 1 m = 100 cm

MP RK 041 Löse die Aufgaben. ...→ Ü041

- a) Ein Seil ist 5 Meter lang. Du schneidest 132 cm davon ab. Wie lang ist das Seil nun? Gib die Lösung in Metern an.
 b) Sechs Bretter mit je 2,4 Metern Länge werden hintereinander zu einem Steg zusammengelegt. Wie lang ist dieser Steg?
 c) Ein Stock mit 1,8 Metern Länge wird in vier gleich große Teile geschnitten. Wie lang ist jeder Teil? Gib die Lösung in Zentimetern an.

MP RK 042 Löse die Aufgaben mit Hilfe der Preisliste von Seil & Co. ...→ Ü042

- a) Du kaufst 8,5 m von Typ A, 7 m von Typ B und 30 m von Typ C. Wie viel kostet das?
 b) Carina bestellt ein Kunststoffseil vom Typ B um 50 €. Wie viele Meter Seil bekommt sie?
 c) Niko kauft $4\frac{1}{2}$ m Seil vom Typ B und 25 Meter Drahtseil. Er bezahlt mit einem 100-Euro-Schein. Berechne das Rückgeld.
 d) Frau Berger kauft 12 m Seil vom Typ A und ein paar Meter Seil vom Typ B. Zusammen bezahlt sie 72,36 €. Wie viele Meter Seil vom Typ B hat sie gekauft?
 e) Herr Babić kauft 6,8 Meter dünnes Kunststoffseil und halb so viel vom dicken Kunststoffseil. Vom Drahtseil kauft er 10-mal so viel vom dicken Kunststoffseil. Wie viel kostet das?
 f) Azra kauft 10 Meter Seil vom Typ A und 5 Meter vom Typ B. Zusammen kostet das 31,9 €. Welche Seile hat Azra gekauft?



Seil & Co

Preise pro Meter Seil:

Typ A:
Kunststoff dünn: **1,90 €**

Typ B:
Kunststoff dick: **2,70 €**

Typ C:
Drahtseil: **0,98 €**

MP VB 043 Apfeltaschen

?! Jeden Tag, wenn Lara zur Schule geht, kauft sie am Kiosk eine Apfeltasche um 1,50 €. Lara erzählt:
 „Ich habe die letzten 7 Schuljahre zusammen 50 € für Apfeltaschen ausgegeben. Ich bin schon sicher, wann an welchem Tag ich genau 100 € erreiche.“

- a) Wie oft hat Lara bisher Apfeltaschen gekauft?
 b) Nach wie vielen Schultagen hat Lara die 100 € erreicht? Kann sie das überhaupt genau erreichen? Begründe.
 c) Sarah hat die Apfeltaschenkalkulation mit Hilfe einer Software für Tabellenkalkulation, indem sie den Preis für 1, 2, 3 ... Apfeltaschen anzeigen lässt. Probiere auch diesen Lösungsweg aus. Welche Art der Lösungsfindung gefällt dir besser? Was könnten trotzdem Vorteile des anderen Lösungswegs sein?



→ Diese Datei + Arbeitsblatt findest du in der e-zone PLUS! Band 2, Technologie: A.

	A	B
1	Apfeltaschen	Gesamtpreis
2	1	1,50 €
3	2	3,00 €
4	3	4,50 €
5	4	6,00 €
6	5	7,50 €
7	6	9,00 €

A5 Verbindung der Grundrechenarten

 Löse zuerst die Rechnungen innerhalb von Klammern.
Punktrechnungen (Multiplikation und Division) haben Vorrang vor Strichrechnungen (Addition und Subtraktion).

MP
DT **044** Welche Rechnung passt?

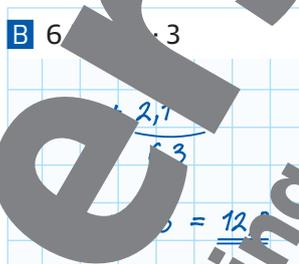


Kreuze jeweils die passende Rechnung an.
Löse die Aufgabe dann in deinem Heft.

- a) Driton kauft Bananen um 3,70 € und Äpfel um 4,20 €. Er bezahlt mit einem 20-Euro-Schein. Berechne das Rückgeld.
 $20 - 3,7 + 4,2$ $20 - (3,7 + 4,2)$ $(20 - 3,7)$
- b) Keyla kauft sieben Hefte um je 1,39 €. Zu jedem Heft kauft sie einen Einband um 0,49 €. Wie viel kauft sie zusammen?
 $(1,39 + 0,49) \cdot 7$ $1,39 \cdot 7 + 0,49$ $1,39 \cdot 7 \cdot 0,49$
- c) Vier Freundinnen kaufen gemeinsam ein Boot um 6 190 €. Dazu kaufen sie einen Bootsmotor um 1 495,90 €. Wie viel bezahlt jede, wenn sie die Kosten gleichmäßig aufteilen?
 $6\ 190 + 1\ 495,9 : 4$ $(6\ 190 + 1\ 495,9) : 4$

RK **045** Löse die Aufgaben in deinem Heft.
Beachte dabei die Vorrangregeln.

- a) $7,1 + 1,2 \cdot 4$
 b) $10 - 0,8 \cdot 2$
 c) $4 : 2 + 6,4$
 d) $9,6 - 4,3 + 0,7$
 e) $15 + 13 : 2 - 2,5$
 f) $415,3 \cdot (5,2 - 4,7)$
 g) $(23,6 + 18,9) : 2$
 h) $318,05 \cdot 7,2 - (804,3 - 94,25)$
 i) $(9,632 - 2,7) : (2,8 + 2,2)$
 j) $1,9 \cdot (1 - 0,75)$
 k) $(9,7 - 6,25) : 2,5 - 18,7 \cdot 0,5$



... → Ü045

Rechne immer
Punkt vor Strich!



MP
DT **046** Welche Rechnung passt?

Kreuze jeweils die passende Rechnung an.
Löse die Aufgabe dann in deinem Heft.

- a) Frau Hofer bestellt eine Tasse Kaffee um 3,90 € für sich und eine Tasse Kakao um 4,20 € für ihren Sohn. Später bestellt sie noch einmal dieselbe. Wie viel bezahlt Frau Hofer insgesamt?
 $3,90 + 4,20 \cdot 2$ $(3,90 + 4,20) \cdot 2$ $3,90 + (4,20 \cdot 2)$
- b) Hannes bestellt eine Portion Pommes frites um 5,30 €. Sie bestellt ein Mineralwasser um 3,10 €. Sie bezahlt mit einem 10-Euro-Schein. Berechne das Rückgeld.
 $10 - 5,30$ $10 + 5,30 + 3,10$ $10 - (5,30 + 3,10)$
- c) Du bestellst einen Käsetoast um 5,80 € und zwei Gläser Apfelsaft. Zusammen kostet das 13,60 €. Wie viel kostet ein Glas Apfelsaft?
 $(13,60 - 5,80) : 2$ $13,60 - 5,80 : 2$ $13,60 : 2 - 5,80$

... → Ü046



CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt?

RK 047 Berechne.

- a) $519,56 \text{ €} + 247,22 \text{ €}$ c) $1\,813,20 \text{ €} - 892,95 \text{ €}$
 b) $632,15 \text{ €} + 2\,692,40 \text{ €}$ d) $7\,000 \text{ €} - 1\,259,55 \text{ €}$

RK 048 Berechne.

- a) $72,90 \cdot 6$ b) $903,48 \cdot 2,5$ c) $96,50 : 5$

MP 049 Eine Bäckerei verkauft Semmeln um 0,69 € und Kornspitze um 1,15 €.

- a) Herr Havelka kauft sieben Semmeln. Wie viel kostet das?
 b) Gerda kauft vier Semmeln und drei Kornspitze. Wie viel kostet das?
 c) Frau Müller kauft eine Semmel und einen Kornspitz.
 Sie bezahlt mit einem 10-Euro-Schein.
 Berechne das Rückgeld.

RK 050 Wandle jeweils in die vorgegebene Einheit um.

- a) $40 \text{ g} = \text{_____ kg}$ d) $152 \text{ cm} = \text{_____ m}$
 b) $0,5 \text{ kg} = \text{_____ g}$ e) $0,12 \text{ m} = \text{_____ cm}$
 c) $2,3 \text{ kg} = \text{_____ g}$ f) $0,6 \text{ m} = \text{_____ cm}$

RK 051 Berechne. Beachte die Vorrangregeln.

- a) $6,5 + 1,2 \cdot 4$ b) $25 \cdot (189 - 27,19)$

Wie gut kannst du das jetzt?

RK 052 Berechne.

- a) $15,8 + 0,26 + 198,14 + 65$ b) $6,92 : 4$ c) $398 \cdot 0,14$

MP 053 Am Markt kosten Bananen 0,90 € pro Kilogramm.

Lisa kauft Bananen und bezahlt 8,10 €.

- a) Wie viel wiegen die Bananen?
 b) Eine Banane wiegt üblicherweise zwischen 100 und 200 Gramm.
 Wie viele Bananen hat Lisa wahrscheinlich gekauft?
 Kreuze an.

- 1 Stück 5 Stück 10 Stück 20 Stück

MP 054 Erfinde eine Aufgabe zu dieser Antwort.

„Marina bezahlt 6 €.“

RK 055 Berechne. Beachte die Vorrangregeln.

- a) $13,44 : (7,9 - 5,8) - 1,4$ b) $(905,1 + 328,7) \cdot (4,2 - 3,5 - 0,1)$

B

Teiler, Vielfache und Primzahlen



Mit der Beleuchtung eines Raumes können Stimmungen erzeugt werden. Ein bewusstes Spiel mit Licht und Schatten oder färbigem Licht wird häufig in Theatern, bei Konzerten, in Discos aber auch in Restaurants und Museen eingesetzt.

MP
DI



056 In einer Disco sind fünf Bühnenlampen. Sie blitzen immer für einen Augenblick auf: die erste alle 2 Sekunden, die zweite alle 4 Sekunden, die dritte alle 6 Sekunden, die vierte alle 8 Sekunden und die fünfte alle 10 Sekunden.

- a) Die Tabelle zeigt die Zustände der Lampen zu jeder Sekunde.
 bedeutet AN, bedeutet AUS. Ergänze die Tabelle.

Zeit in s		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Blau (2 s)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>							
Rot (4 s)	<input type="radio"/>		<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>								
Weiß (6 s)		<input checked="" type="radio"/>		<input checked="" type="radio"/>									
Grün (8 s)	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>										
Gelb (10 s)	<input checked="" type="radio"/>												

Wie oft in Sekunden oder Minuten leuchten alle Lampen gleichzeitig?

Vielleicht hilft es dir, zu jeder Lampe die Leuchtzeitpunkte aufzuschreiben.

Beispiel: Blau: 0, 2, 4, ... Rot: 0, 4, 8, ...

In diesem Kapitel lernst du, was Teiler und Vielfache von Zahlen sind

und wie man mit ihrer Hilfe Probleme lösen kann.

Außerdem erfährst du, was es mit Primzahlen auf sich hat.



WARM-UP

Zeige, was du bereits kannst!

Malrechnen und Teilen

Wie gut kannst du das noch?



RK 057 Berechne im Kopf.

- | | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| a) $3 \cdot 2 =$ _____ | c) $7 \cdot 3 =$ _____ | e) $8 \cdot 4 =$ _____ | g) $2 \cdot 5 =$ _____ |
| $5 \cdot 2 =$ _____ | $3 \cdot 3 =$ _____ | $3 \cdot 4 =$ _____ | $9 \cdot 2 =$ _____ |
| $9 \cdot 2 =$ _____ | $9 \cdot 3 =$ _____ | $7 \cdot 4 =$ _____ | $5 \cdot 5 =$ _____ |
| $4 \cdot 2 =$ _____ | $8 \cdot 3 =$ _____ | $4 \cdot 4 =$ _____ | $7 \cdot 5 =$ _____ |
| $6 \cdot 2 =$ _____ | $5 \cdot 3 =$ _____ | $6 \cdot 4 =$ _____ | $4 \cdot 5 =$ _____ |
| b) $4 \cdot 6 =$ _____ | d) $5 \cdot 7 =$ _____ | f) $4 \cdot 8 =$ _____ | h) $3 \cdot 9 =$ _____ |
| $8 \cdot 6 =$ _____ | $2 \cdot 7 =$ _____ | $6 \cdot 8 =$ _____ | $9 \cdot 9 =$ _____ |
| $6 \cdot 6 =$ _____ | $9 \cdot 7 =$ _____ | $7 \cdot 8 =$ _____ | $2 \cdot 9 =$ _____ |
| $0 \cdot 6 =$ _____ | $3 \cdot 7 =$ _____ | _____ | $6 \cdot 9 =$ _____ |
| $3 \cdot 6 =$ _____ | $7 \cdot 7 =$ _____ | $5 \cdot 8 =$ _____ | $8 \cdot 9 =$ _____ |

RK 058 Bestimme Ergebnis und Rest der angegebenen Divisionen.

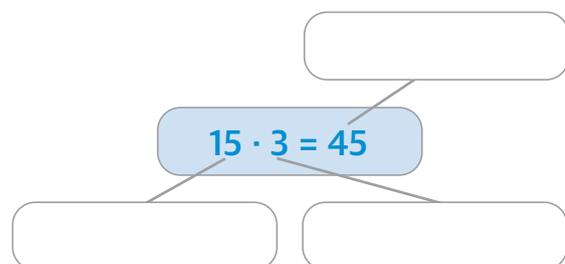
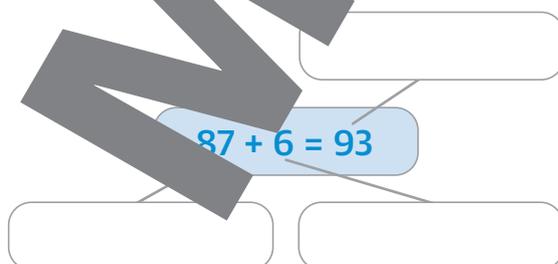
- | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| a) $16 : 3 =$ <u>5</u> R <u>1</u> | f) $65 : 4 =$ _____ R _____ | k) $15 : 4 =$ _____ R _____ |
| b) $15 : 2 =$ _____ R _____ | g) $40 : 9 =$ _____ R _____ | l) $39 : 6 =$ _____ R _____ |
| c) $25 : 6 =$ _____ R _____ | h) $70 : 3 =$ _____ R _____ | m) $25 : 7 =$ _____ R _____ |
| d) $30 : 8 =$ _____ R _____ | j) $19 : 5 =$ _____ R _____ | n) $62 : 8 =$ _____ R _____ |
| e) $14 : 2 =$ _____ R _____ | i) _____ | o) $13 : 9 =$ _____ R _____ |

Fachwörter

Wie gut kannst du das noch?



DI 059 Setze die Fachwörter richtig ein.
 Faktor, Summand, Produkt, Faktor, Summe, Summand



B1 Teiler, Primzahlen



Eine Zahl, die eine andere ohne Rest teilt, nennt man **Teiler** dieser Zahl.
 Beispiel: 5 ist Teiler von 10. Aber 5 ist nicht Teiler von 11, da bei $11 : 5$ ein Rest bleibt.
Primzahlen haben genau zwei Teiler: 1 und sich selbst.
 Beispiel: 7 ist eine Primzahl, die Zahl 10 ist keine Primzahl.

RK 060 Finde jeweils fünf Zahlen, ...



- a) die durch 2 teilbar sind.
- b) die nicht durch 2 teilbar sind.
- c) die durch 5 teilbar sind.
- d) die nicht durch 5 teilbar sind.
- e) die durch 2 und durch 5 teilbar sind.

8 ... 2
 ohne Rest
 Teil $8 : 2 = 4$ ist.



RK VB 061 Bestimme, ob die Zahlen Teiler sind oder nicht.

B Ist 7 ein Teiler von 126?

126	:	7	=	18
56				
0	Rest			

A: 7 ist Teiler von 126.

- a) Ist 6 ein Teiler von 227?
- b) Ist 9 ein Teiler von 57?
- c) Ist 4 ein Teiler von 80?
- d) Ist 23 ein Teiler von 199?
- e) Ist 58 ein Teiler von 81733?
- f) Ist 42 ein Teiler von ...?
- g) Überprüfe deine Antworten mit einem Taschenrechner. Wie erklärst du, ob eine Zahl Teiler ist oder nicht? Erkläre.



RK 062 Setze | („ist Teiler von“) oder † („ist nicht Teiler“) richtig ein. ... → Ü062

- B 2 † 13
- a) 5 ○ 45
- b) 3 ○ 26
- c) 8 ○ 38
- d) 6 ○ 52
- e) 9 ○ 81
- f) 3 ○ 15
- g) 5 ○ 5
- i) 4 ○ 19
- j) 1 ○ 12
- k) 2 ○ 7

MP VB 063 Beantworte die Fragen. Begründe deine Entscheidungen mit Hilfe der Teilbarkeit. ... → Ü063

B Kann man 20 Äpfel zu gleichen Teilen in 3 Körbe aufteilen?

20	:	3	=	6
18				
2	Rest			

... ist nicht möglich, da kein Teiler von 20 ist.

- a) Kann man ... zu gleichen Teilen auf 4 Körbe aufteilen?
- b) Kann man 30 ... zu gleichen Teilen auf 8 Säcke aufteilen?
- c) Kann man 67 ... zu gleichen Teilen auf 7 Schüsseln aufteilen?
- d) Kann man ... zu gleichen Teilen auf 4 Körbe aufteilen?

DI 064 Male alle ... rot an. ... → Ü064

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Symbole Teilbarkeit

| ... ist Teiler von
 † ... ist nicht Teiler von

Beispiele:
 3 | 9
 4 † 9

Primzahlen

2 ist die kleinste Primzahl.
 1 gilt nicht als Primzahl.

RK 065 Das Sieb des Eratosthenes



Du kannst die Primzahlen von 1 bis 100 leicht finden, indem du nur die Zahlen der obersten Reihe prüfst und alle ihre Vielfachen wegstreichst. So „siebst“ du die Primzahlen heraus.

Beginne mit 1: keine Primzahl

Dann 2: Primzahl! ... einkreisen!

Und nun alle Vielfachen von 2 wegstreichen (4, 6, 8, ...).

Die sind ja alle durch 2 teilbar und somit keine Primzahlen.

Als nächstes 3, und so weiter bis 10.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Eratosthenes von Kyrene



(nachempfundene Darstellung)

Eratosthenes von Kyrene lebte um 200 vor Christus. Er nutzte das „Sieb des Eratosthenes“.

Es half ihm festzustellen, welche natürlichen Zahlen Primzahlen sind.

Welche Linien und Muster entdeckst du? Vergleiche mit anderen.

VB 066 Primzahlen und die 6er-Reihe



Natascha behauptet: „Es scheint, als Primzahlen ab 5 halten sich gerne in der 6er-Reihe auf, die man durch 6 teilen kann.“ Prüfe diese Behauptung anhand der Primzahlen bis 100. Stimmt das?



RK 067 Magisches Primzahlenquadrat

Addiere die Zahlen in den Zeilen, Spalten und der Diagonalen. Was fällt dir an? Welche Summen auf?

2	8	3	→ 13
6	4	9	→
5	7	1	→
↓	↓	↓	↓
○	○	○	○

B2 Teilbarkeitsregeln



Auch für große Zahlen kann man recht schnell feststellen, ob sie durch 2, 3, 5, 9 oder 10 ohne Rest teilbar sind. Kennt man die Teilbarkeitsregeln, erspart man sich viel Rechnerei.

RK VB **068** Sind die angegebenen Zahlen ohne Rest durch 2 teilbar?



Stell zuerst jeweils eine Vermutung an. Kontrolliere dann die Teilbarkeit durch eine Division.

- a) 134 b) 665 c) 2 816 d) 509

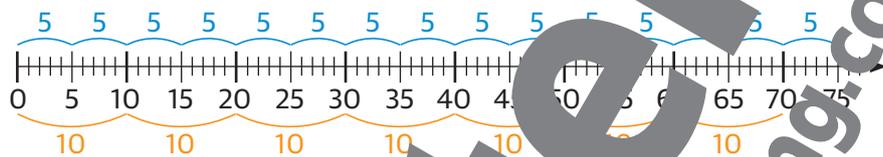
DI **069** Lies dir die Aussagen durch.



Kreuze jeweils an, ob die Aussage wahr oder falsch ist.

	wahr	falsch
a) Alle geraden Zahlen sind durch 2 teilbar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) Ungerade Zahlen erkennt man an ihrer Zehnerstelle.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Alle ungeraden Zahlen sind durch 3 teilbar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Eine gerade Zahl hat an ihrer Einerstelle niemals die Ziffer 7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

DI **070** Erkläre die Teilbarkeitsregeln für 5 und 10 mit Hilfe der abgebildeten Skizze.



DI **071** Setze | („ist Teiler von“) oder † („ist nicht Teiler von“) richtig ein. ...→ Ü071

Tipp: Achte dabei auf die Einerstelle.

- B 2 † 47 e) 2 50 i) 2 91 562 129
 a) 2 96 f) 10 315 208 740
 b) 5 552 g) 2 713 h) 2 3 785 057 294
 c) 10 715 h) 5 109 m) 10 94 828 205
 d) 5 85 i) 5 109 n) 5 6 811 204 865

MP **072** Finde drei Zahlen größer als 1 000 und→ Ü072

- a) durch 2 teilbar sind d) nicht durch 2 teilbar sind.
 b) durch 5 teilbar sind e) nicht durch 5 teilbar sind.
 c) durch 10 teilbar sind f) nicht durch 10 teilbar sind.

RK **073** Berechne die Ziffernsummen der angegebenen Zahlen. ...→ Ü073

B Ziffernsumme von 23: $2 + 3 = 5$

- a) Ziffernsumme von 58 d) Ziffernsumme von 2 694
 b) Ziffernsumme von 236 e) Ziffernsumme von 8 066
 c) Ziffernsumme von 507 f) Ziffernsumme von 45 721

Teilbarkeitsregeln für 2, 5 und 10

Um feststellen zu können, ob eine natürliche Zahl durch 2, 5 oder 10 teilbar ist, ist die Einerziffer entscheidend.

Teilbarkeit durch 2

Einerstelle:

0, 2, 4, 6, 8

→ Zahl ist durch 2 teilbar.

Teilbarkeit durch 5

Einerstelle: 0 oder 5

→ Zahl ist durch 5 teilbar.

Teilbarkeit durch 10

Einerstelle: 0

→ Zahl ist durch 10 teilbar.

Ziffernsumme

Die Ziffernsumme einer Zahl erhält man, wenn man die Ziffern der Zahl addiert. Man nennt sie auch **Quersumme**.

Beispiel: 218

→ Ziffernsumme:

$$2 + 1 + 8 = 11$$

RK 074 Entscheide mit Hilfe der Teilbarkeitsregeln, ob die angegebenen Zahlen durch 3 bzw. 9 teilbar sind. Rechne jeweils eine Division als Probe.

...→ Ü074

B 413

Ziffernsumme von 413: $4 + 1 + 3 = 8$

Probe: $413 : 3 = 137$

$3 \nmid 8 \Rightarrow 3 \nmid 413$

11
23
2 Rest

- a) 605 c) 5 646 e) 15 642 g) 354 99
b) 714 d) 8 023 f) 20 711 h) 10 001

DI 075 Welche der angegebenen Zahlen sind durch 3 teilbar? Kreise diese Zahlen ein.

- 6 14 26 45 81 100 163 260 53

DI 076 Welche der angegebenen Zahlen sind durch 9 teilbar? Kreise diese Zahlen ein.

- 62 99 412 702 824 873 82 38

MP 077 Finde drei Zahlen, die größer sind als 200 und ...

- a) durch 3 teilbar sind. c) nicht durch 3 teilbar sind.
b) durch 9 teilbar sind. d) nicht durch 9 teilbar sind.

DI 078 Kreuze alle Teiler der jeweiligen Zahl an.

Zahl:	Teiler			
	2	3	5	10
B 60	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
a) 35	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) 28	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) 180	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) 620	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) 405	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f) 3 955	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
g) 5 021	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
h) 28 140	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
i) 76 206	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

VB 079 Gib drei Zahlen an, die ...
Kannst du eine Zahl finden, die ...

- a) durch 5 teilbar ist, aber nicht durch 10?
b) durch 3 teilbar ist, aber nicht durch 9?
c) durch 2 teilbar ist, aber nicht durch 10?

Besprich deine Überlegungen mit anderen.
Begründet eure jeweilige Entscheidung und gebt Beispiele an.

Teilbarkeitsregeln für 3 und 9

Um feststellen zu können, ob eine natürliche Zahl durch 3 oder 9 teilbar ist, ist die Ziffernsumme der Zahl entscheidend.

Teilbarkeit durch 3
Ziffernsumme der Zahl durch 3 teilbar
→ Zahl ist durch 3 teilbar.

Teilbarkeit durch 9
Ziffernsumme der Zahl durch 9 teilbar
→ Zahl ist durch 9 teilbar.

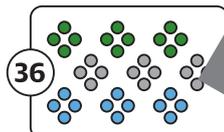
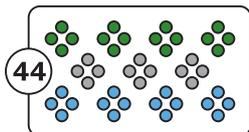
B3 Erweiterte Teilbarkeitsregeln



Sind zwei Zahlen durch die gleiche Zahl teilbar, so ist auch ihre Summe durch diese Zahl teilbar. Diese Beobachtung nennt man **Summenregel**. Aus der Summenregel lassen sich weitere Teilbarkeitsregeln ableiten.

MP
DT
VB

080 Das Bild zeigt zwei Zahlen in Plättchendarstellung, die jeweils in 4er-Gruppen geteilt sind.



- Sind die beiden Zahlen durch 4 teilbar? Erkläre, ohne zu rechnen.
- Erkläre mit Hilfe der Abbildung, warum auch $44 + 36$ durch 4 teilbar ist, ohne rechnen zu müssen.
- Erkläre mit Hilfe der Abbildung, warum auch $44 - 36$ durch 4 teilbar ist, ohne rechnen zu müssen.
- Erstelle ein Bild für die Zahlen 56 und 21 in Plättchendarstellung, wobei du die Zahlen jeweils in 7er-Gruppen teilst. Erkläre auch dort die Summenregel.

081 Teilbarkeit durch 4



- Erkläre die Teilbarkeitsregel für 4 mit Hilfe der Summenregel.
 Tipp: 100 und jedes Vielfache von 100 sind durch 4 teilbar.
- Finde jeweils drei Zahlen größer als 100, die ...

(1) durch 4 teilbar sind: _____

(2) nicht durch 4 teilbar sind: _____

082 Teilbarkeit durch 4: Setze | oder ÷ ein. ... → Ü082

- | | | | |
|---------------------|-------------------------|---------------------|--------------------------|
| a) $4 \bigcirc 122$ | d) $4 \bigcirc 290$ | g) $4 \bigcirc 814$ | j) $4 \bigcirc 75\,020$ |
| b) $4 \bigcirc 312$ | e) $4 \bigcirc 800$ | i) $4 \bigcirc 233$ | k) $4 \bigcirc 93\,142$ |
| c) $4 \bigcirc 636$ | f) $4 \bigcirc 33\,126$ | h) $4 \bigcirc 708$ | l) $4 \bigcirc 692\,952$ |

083 Teilbarkeit durch 25: Setze | oder ÷ ein. ... → Ü083

- | | | | |
|----------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|
| a) $25 \bigcirc 150$ | d) $25 \bigcirc 690$ | g) $25 \bigcirc 3\,705$ | j) $25 \bigcirc 42\,825$ |
| b) $25 \bigcirc 800$ | e) $25 \bigcirc 125$ | h) $25 \bigcirc 4\,200$ | k) $25 \bigcirc 93\,190$ |
| c) $25 \bigcirc 755$ | f) $25 \bigcirc 8\,050$ | i) $25 \bigcirc 9\,570$ | l) $25 \bigcirc 30\,250$ |

084 Finde die Zahlen zw. 100 und 1000, die ... → Ü084

- 570 und 1600, die durch 4 teilbar sind.
- 8100 und 200, die durch 25 teilbar sind.
- 1000 und 200, die sowohl durch 4 als auch durch 25 teilbar sind.

085 Wie viele Leute waren bei Annas Party?



Anna weiß, dass es in etwa 50 Personen waren. Bei einem Spiel wurden 4er-Mannschaften gebildet, bei einem anderen Spiel 6er-Mannschaften. Das ging sich immer genau aus. Wie viele Personen waren da?

Teilbarkeitsregel für Summen

Beispiel:
Die Zahlen 49 und 35 sind durch 7 teilbar. Also ist auch $(49 + 35)$ durch 7 teilbar.

Teilbarkeitsregel für 4

Bei Zahlen größer als 100 genügt es, die Zehner- und die Einerstelle zu betrachten.

Für die Aufgabe $4 \mid 324?$ genügt es also, $4 \mid 24?$ zu lösen.

Teilbarkeitsregel für 25

25 teilt nur Zahlen, deren letzte zwei Stellen 00, 25, 50 oder 75 sind.



B4 Primfaktorenzerlegung



Bei der **Primfaktorenzerlegung** wird eine ganze Zahl als Multiplikation von **Primzahlen** dargestellt. Beispiel: $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \dots$ Die Zahl 20 wurde in die Primfaktoren 2, 2 und 5 zerlegt.

086 Zahlen allgemein in Faktoren zerlegen



Mia hat alle Multiplikationen zur Zahl 24 gefunden. Tauschaufgaben, wie $2 \cdot 12 = 12 \cdot 2$, wurden nicht berücksichtigt.

24:	
1.)	$2 \cdot 12$
2.)	$3 \cdot 8$
3.)	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$
4.)	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$
5.)	$4 \cdot 6$
6.)	$4 \cdot 2 \cdot 3 = 24$

... 6 Multiplikationen

- Welche dieser Multiplikationen hat nur Primzahlen als Faktoren?
- Mia behauptet: „Die Multiplikation mit den meisten Faktoren ist immer die Primfaktorenzerlegung.“ Stimmt das? Was meinst du dazu?
- Finde selbst alle Multiplikationen zu (1) 30 (2) 42 (3) 28. Unterstreiche die Primfaktorenzerlegung jeweils rot.



087 Tarik hat die Zahl 60 in ihre Primfaktoren zerlegt.

Sieh dir seine Rechnung an und beantworte die Fragen.

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

- Als Erstes hat Tarik die Zahl 60 durch 2 geteilt. Wo findest du die Rechnung? Kreise sie gelb an.
- Seine nächste Rechnung war $30 : 2 = 15$. Wo findest du diese Rechnung? Kreise sie grün an.
- Er setzt die dritte Rechnung? Kreise sie blau an.
- Überprüfe Tarik's Ergebnis. Ist 60 wirklich das Produkt $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$?

Primfaktorenzerlegung mit Tabelle

Teile immer durch die kleinste enthaltene Primzahl, bis links unten die Zahl 1 steht.

20	2	20	2	20	2
10		10	2	10	2
		5		5	5
				1	

$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$

088 Zerlege die angegebenen Zahlen in ihre Primfaktoren. ...→ Ü088

- | | | | | | |
|-------|-------|-------|--------|----------|----------|
| a) 21 | c) 14 | e) 85 | g) 40 | i) 242 | k) 6 720 |
| b) 44 | d) 78 | f) 95 | h) 330 | j) 1 080 | l) 4 410 |

089 Falsche Primfaktorenzerlegung? ...→ Ü089

Finde jeweils heraus, ob die Primfaktorenzerlegung falsch ist. Stell sie, wenn richtig, mit einem grünen Häkchen an.

- | | |
|--|--------------------------------------|
| a) $192 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3$ | c) $558 = 2 \cdot 9 \cdot 31$ |
| b) $234 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13$ | d) $155 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ |

090 Zahl gesucht ...→ Ü090



Ermittle jeweils eine Zahl, auf die die Beschreibung passt.

- | | |
|---|--|
| a) Über die Zahl n weiß man: <ul style="list-style-type: none"> - Sie ist größer als 50. - Sie ist zweistellig. - Alle Faktoren ihrer Primfaktorenzerlegung sind gleich 3. | b) Über die Zahl m weiß man: <ul style="list-style-type: none"> - Sie ist kleiner als 120. - Sie ist dreistellig. - Ihre Primfaktorenzerlegung hat genau drei Faktoren und diese Faktoren sind unterschiedlich. |
|---|--|

Kryptographie

Bei großen Zahlen ist es sehr schwierig, ihre Primfaktoren zu finden. Selbst Supercomputer können dafür Jahre brauchen. Das nützt man z. B. in der Kryptographie aus. Sie beschäftigt sich mit der Verschlüsselung von Informationen. Jede Nachricht, die du übers Internet verschickst, wird verschlüsselt, oft mit Hilfe von Primzahlen. So kann sie niemand unbefugt lesen.

B5 Teilmengen, gemeinsame Teiler

Zur **Teilermenge** T einer Zahl gehören alle Teiler dieser Zahl.
 Beispiel: Die Teilermenge der Zahl 10 ist $T(10) = \{1; 2; 5; 10\}$.

DI **091** Schreib die Mengen an.

B „Tiere“ mit den Elementen Hase, Fuchs und Reh

$$Tiere = \{Hase; Fuchs; Reh\}$$

- a) „Spielzeug“ mit den Elementen Würfel, Ball und Karten.
- b) „Getränke“ mit den Elementen Wasser, Saft, Milch und Limonade.
- c) „Namen“ mit den Elementen Anita, Bernd, Christa, Doris und Elmar.

⊕ Erfinde selbst noch drei Mengen und schreib sie auf.

DI **092** Gemeinsame Teiler finden

Kreize jeweils jene Teiler ein, die in beiden Mengen vorkommen.
 Bestimme dann die Menge der gemeinsamen Teiler (gT) sowie den größten gemeinsamen Teiler (ggT).

B Zahlen 68 und 76: gemeinsame Teiler:
 $T(68) = \{1; 2; 4; 17; 34; 68\}$ $gT(68, 76) = \{1; 2; 4\}$
 $T(76) = \{1; 2; 4; 19; 38; 76\}$ $ggT(68, 76) = 4$

a) Zahlen 26 und 56: gemeinsame Teiler:
 $T(26) = \{1; 2; 13; 26\}$ $gT(26, 56) = \{1; 2\}$
 $T(56) = \{1; 2; 4; 7; 8; 14; 28; 56\}$ $ggT(26, 56) = 2$

b) Zahlen 18, 30 und 42: gemeinsame Teiler:
 $T(18) = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$ $gT(18, 30, 42) = \{1; 3\}$
 $T(30) = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$ $ggT(18, 30, 42) = 3$
 $T(42) = \{1; 2; 3; 6; 7; 14; 21; 42\}$

RK **093** Schreib die Teilmengen dieser Zahlen vollständig auf. → Ü093

B Teiler der Zahl 16: a) Teiler der Zahl 10
 $T(16) = \{1; 2; 4; 8; 16\}$ b) Teiler der Zahl 32
c) Teiler der Zahl 26
d) Teiler der Zahl 50

RK **094** Bestimme die Menge der gemeinsamen Teiler gT und den ggT. → Ü094

B 6 und 15: $gT(6, 15) = \{1; 3\}$
 $T(6) = \{1; 2; 3; 6\}$ $ggT(6, 15) = 3$
 $T(15) = \{1; 3; 5; 15\}$

- a) 12 und 20
- c) 8 und 12
- e) 6, 10 und 14
- g) 18, 42 und 60
- b) 9 und 30
- d) 27 und 90
- f) 8, 28 und 30
- h) 7, 35 und 36

Mengen

Die Menge beschreibt eine Gruppe von Elementen, die zusammengehören. Man schreibt Mengen mit Hilfe von geschweiften Klammern und Strichpunkten.

Beispiel einer Obstmenge:
 $Obst = \{Apfel; Birne\}$

Größter gemeinsamer Teiler (ggT)

Der ggT zweier Zahlen ist die größte natürliche Zahl, durch die sich beide Zahlen ohne Rest teilen lassen.

Der ggT kann auch zu drei oder mehr Zahlen angegeben werden.

Man schreibt:
 $ggT(6, 8) = 2$

Man spricht:
 „Der größte gemeinsame Teiler von 6 und 8 ist gleich 2.“

Ich suche die Teiler in Paaren.

- $1 \cdot 16 = 16 \rightarrow 1$ und 16
- $2 \cdot 8 = 16 \rightarrow 2$ und 8
- $4 \cdot 4 = 16 \rightarrow 4$



MP 095 Teile das Obst in Schalen auf. ...→ Ü095

Alle Schalen sollen das gleiche Obst enthalten, kein Obst soll übrigbleiben. Mach jeweils so viele Schalen wie möglich.

B 15 Äpfel und 6 Birnen

$$T(15) = \{1; \underline{3}; 5; 15\}$$

$$ggT(6, 15) = \underline{3}$$

$$T(6) = \{1; 2; \underline{3}; 6\}$$

Man kann 3 Schalen Obst machen.
In jeder Schale sind dann 5 Äpfel und 2 Birnen.



- a) 45 Orangen und 20 Bananen
- b) 30 Zwetschgen und 12 Pfirsiche
- c) 42 Kirschen und 18 Kiwis
- d) 15 Bananen und 30 Mandarinen

MP 096 Quadratische Tücher ...→ Ü096

Konrad möchte quadratische Putzlappen aus alten Handtüchern machen. Dabei will er jeweils das ganze Handtuch verwenden und die Tücher so groß wie möglich machen.

- (1) Wie groß soll er die Seitenlänge jeweils wählen?
- (2) Wie viele Putzlappen entstehen jeweils?

- a) Handtuch mit 90 cm mal 120 cm
- b) Handtuch mit 75 cm mal 100 cm
- c) Handtuch mit 60 cm mal 100 cm
- d) Handtuch mit 84 cm mal 105 cm

Upcycling

Wenn man Dinge, die nicht mehr gebraucht werden, zu neuen Dingen umbaut, nennt man das „Upcycling“.

Es spart nicht nur Geld, es ist auch gut für die Umwelt und macht Spaß.

MP 097 Finde zu jeder Zahl zwei Zahlenpaare, die die angegebene Zahl als ggT. Erkläre, wie du vorgegangen bist.

- a) 10
- b) 20
- c) 30
- d) 40

RK 098 Berechne den ggT der Zahlenpaare mit der Primfaktormethode. ...→ Ü098

B ggT(12, 20)

12	20	2
6	10	2
3	5	5
	1	
$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$		$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$
$ggT(12, 20) = 2 \cdot 2 = 4$		

- a) ggT(12, 15)
- b) ggT(15, 20)
- c) ggT(8, 20)
- d) ggT(63, 90)
- e) ggT(42, 28)
- f) ggT(12, 42)
- g) ggT(168, 315)
- h) ggT(1 050, 945)
- i) ggT(1 800, 1 350)

ggT aus Primfaktoren berechnen

1. Bestimme die Primfaktoren der Zahlen.
2. Suche die Faktoren, die in allen Zahlen vorkommen.
3. Multipliziere diese Faktoren. Du erhältst den ggT der Zahlen.

RK 099 Berechne den ggT der Zahlentripel mit der Primfaktormethode. ...→ Ü099

- a) ggT(22, 50, 90)
- b) ggT(12, 48, 52)
- c) ggT(45, 75, 90)
- d) ggT(36, 18, 72)
- e) ggT(36, 72, 90)
- f) ggT(60, 84, 96)



B6 Vielfachenmengen, gemeinsame Vielfache



Alle Vielfachen einer natürlichen Zahl bilden die **Vielfachenmenge** V .
Beispiel: $V(3) = \{3; 6; 9; 12; \dots\}$

MP RK 100 Wie viele Eier wurden gekauft?



Maria und Josef haben Eier gekauft.
Maria hat 6er-Kartons gekauft, Josef hat 10er-Kartons gekauft.
Beide haben zufällig genau gleich viele Eier gekauft.

- Wie viele Eier könnten das jeweils gewesen sein?
- Gibt es verschiedene Lösungsmöglichkeiten?
- Schreib jeweils die ersten 10 Vielfachen von 6 und von 10 auf.

$$V(6) = \{ _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; \dots \}$$

$$V(10) = \{ _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; \dots \}$$

Was fällt dir auf?



DI 101 Gemeinsame Vielfache finden

Kreise jeweils jene Vielfachen ein, die in beiden Mengen vorkommen.
Bestimme dann die Menge der gemeinsamen Vielfachen (gV)
sowie das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV).

Gemeinsame Vielfache

B $V(4) = \{4; 8; \underline{12}; 16; 20; \underline{24}; 28; 32; \dots\}$ $gV(4, 6) = \{ \underline{12}; \underline{24}; \dots \}$
 $V(6) = \{6; \underline{12}; 18; \underline{24}; 30; 36; \dots\}$ $kgV(4, 6) = \underline{12}$

a) $V(10) = \{10; 20; 30; 40; 50; 60; \dots\}$ $gV(10, 25) = \dots$

$V(25) = \{25; 50; 75; 100; 125; \dots\}$ $kgV(10, 25) = \dots$

b) $V(3) = \{3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24; 27; 30; 33; 36; 39; 42; \dots\}$

$V(14) = \{14; 28; 42; 56; \dots\}$ $gV(3, 14) = \dots$

$V(21) = \{21; 42; 63; \dots\}$ $kgV(3, 14, 21) = \dots$

Kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)

Das kgV zweier Zahlen ist die kleinste Zahl, die ein Vielfaches von beiden Zahlen ist. Man kann das kgV auch zu drei oder mehr Zahlen angeben.

Man schreibt:
 $kgV(6, 8) = 24$

Man spricht:
„Das kleinste gemeinsame Vielfache von 6 und 8 ist gleich 24.“

RK 102 Gib die Vielfachen der Zahlen jeweils in die Vielfachenmenge V an. ...→ Ü102

- B Vielfache der Zahl $V(7) = \{ _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; _ ; \dots \}$
- Vielfache der Zahl 5
 - Vielfache der Zahl 9
 - Vielfache der Zahl 12
 - Vielfache der Zahl 30

Unendlich viele Vielfache

Jede Zahl hat unendlich viele Vielfache. Darum schreibt man ... Damit deutet man an, dass die Zahlen noch weitergehen würden.

RK 103 Gemeinsame Vielfache finden ...→ Ü103

Schreibe jeweils die Vielfachenmenge der jeweiligen Zahlen an.
Kreise dann jeweils gemeinsame Vielfache ein und bestimme das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) der Zahlen.

- | | | |
|------------------|------------------|----------------------|
| a) $kgV(8, 12)$ | d) $kgV(5, 20)$ | g) $kgV(10, 12, 30)$ |
| b) $kgV(9, 15)$ | e) $kgV(12, 18)$ | h) $kgV(6, 10, 15)$ |
| c) $kgV(15, 30)$ | f) $kgV(10, 12)$ | i) $kgV(2, 3, 4)$ |

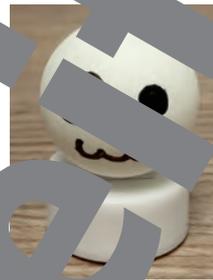
MP 104 Dekoration für das Fest

...→ Ü104

Kira veranstaltet eine Party. Sie schmückt ihre Wohnung und möchte so einkaufen, dass nichts übrig bleibt.

Berechne jeweils: (1) Wie viel Stück kann Kira basteln?
(2) Wie viele Packungen soll sie einkaufen?

- a) Sie möchte Kerzen in Gläsern aufstellen.
Die Kerzen werden in Packungen zu 6 Stück verkauft, die Gläser in Packungen zu je 4 Stück.
- b) Für Tischmonster braucht Kira jeweils einen Tischtennisball und einen Sockel. Sockel gibt es in 3er-Packungen, Tischtennisbälle in 4er-Packungen.
- c) Kira bastelt auch kleine Türme. Dafür braucht sie jeweils einen Pappteller, einen Pappbecher und einen Strohhalm. Pappteller gibt es in 6er-Packungen, Becher in 4er-Packungen und Strohhalme in 8er-Packungen.



RK 105 Berechne das kgV der Zahlenpaare mit der Primfaktormethode. ...→ Ü105

B kgV(20, 35)

20	2			35	
10	2			7	
5	5			1	
1					
$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$				$= 7$	
$\text{kgV}(20, 35) = 2 \cdot 5 = 10$				$= 140$	

- a) kgV(6, 21) d) kgV(20, 41) g) kgV(38, 204)
b) kgV(45, 50) e) kgV(75, 10) h) kgV(110, 175)
c) kgV(4, 20) f) kgV(12, 15) i) kgV(182, 210)

RK 106 Berechne das kgV der Zahlen triplet mit der Primfaktormethode. ...→ Ü106

- a) kgV(4, 10, 15) c) kgV(18, 26) e) kgV(5, 14, 140)
b) kgV(30, 50, 75) d) kgV(13, 31) f) kgV(9, 15, 21)

MP 107 Welche Zahlenpaare bilden das



kgV(x, y, z) =

- a) Finde drei Zahlen x, y und z, deren kgV 48 ist.
b) Bestimme eine Lösung gefunden hast.
c) Gehe auf eine mögliche andere Lösung an.

VB 108 Wahr oder falsch? ...→ Ü108



„Das kleinste gemeinsame Vielfache von 1 und einer anderen Zahl ist die andere Zahl selbst.“

Was meinst du?

Begründe deine Entscheidung.

kgV aus Primfaktoren berechnen

1. Berechne die Primfaktoren der Zahlen.
2. Suche zuerst die gemeinsamen Faktoren und schreib sie einmal an.
3. Schreib nun alle übrigen Faktoren dazu und berechne das gemeinsame Produkt.

B7 Gemischte Aufgaben

Bei der Lösung einer Sachaufgabe muss man entscheiden, ob man den ggT oder das kgV berechnen muss. Dabei hilft es, sich zu fragen, ob die Lösungszahl kleiner oder größer als die gegebenen Zahlen sein soll. Der ggT ist ein Teiler und damit höchstens so groß wie die kleinere der beiden Zahlen. Das kgV ist ein Vielfaches und damit mindestens so groß wie die größere der beiden Zahlen.

MP 109 Wie viele Sträuße soll Frau Berger machen?



Frau Berger möchte aus 24 Tulpen, 12 Rosen und 8 Nelken möglichst viele Blumensträuße machen. Die Sträuße sollen alle gleich sein.

- Überlege, ob hier das kgV oder der ggT berechnet werden muss. Erkläre.
- Löse die Aufgabe.
- Löse die Aufgabe auch für diese Zahlen: 72 Tulpen, 30 Rosen und 16 Nelken.



MP 110 Treffen im Park



Herr Berger, Herr Maier und Herr Huber treffen sich zufällig beim Spaziergang im Park. Herr Berger sagt: „Ich gehe hier jeden zweiten Tag spazieren.“ Herr Maier geht jeden dritten und Herr Huber jeden fünften Tag spazieren. Nach wie vielen Tagen werden sich die drei Männer wieder im Park treffen?

- Überlege, ob hier das kgV oder der ggT berechnet werden muss. Erkläre.
- Löse die Aufgabe.
- Löse die Aufgabe auch für diese Zahlen: Herr Berger alle 3 Tage, Herr Maier alle 4 Tage und Herr Huber alle 6 Tage.

MP 111 Tabellenkalkulations-Aufgabe



Tabellenkalkulationsprogramme haben oft bereits vorgefertigte Funktionen zur Berechnung von ggT und kgV. In Microsoft Excel zum Beispiel lauten die Berechnungen $\text{GGT}(\text{Zahl1}; \text{Zahl2})$ und $\text{KGV}(\text{Zahl1}; \text{Zahl2})$.

Lade diese Datei herunter oder lade eine ähnliche Datei und berechne mit ihrer Hilfe jeweils ggT und kgV des Zahlenpaars.

- 10, 15
- 20, 30
- 82, 16
- 35, 60
- 12, 14
- 42, 18
- 2 680, 1 422
- 3 922, 546
- 9 500, 1 740

⊕ Denk dir selbst weitere Aufgaben aus und löse sie.

	A	B	C	D
1	GGT und KGV			
2	mit Programmfunktionen berechnen			
3				
4	EINGABE	Zahl 1:	75	
5		Zahl 2:	180	
6				
7	AUSGABE	ggT =	15	
8		kgV =	900	
9				

→ Diese Datei + Arbeitsblatt findest du in der e-zone PLUS! Band 2, Technologie: B.

MP 112 Fliesen kaufen

→ Ü112

Familie Popov möchte den Boden des Badezimmers neu verfliesen. Das Badezimmer ist 2,8 m lang und 1,8 m breit. Herr Popov möchte keine Fliesen kaufen, die den Boden genau ausfüllen, damit er keine Fliesen zuschneiden muss. Außerdem sollen die Fliesen quadratisch und möglichst groß sein.

- Wie groß sollen die Fliesen sein?
- Wie viele Fliesen braucht man?
- Familie Popov kauft 9-Stück-Packungen zu je 99,50 €. Wie viel kosten die Fliesen für das Badezimmer?



CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

DI **113** Kreuze alle Teiler der jeweiligen Zahl an.

Zahl:	Teiler				
	2	3	5	9	10
a) 75	<input type="checkbox"/>				
b) 310	<input type="checkbox"/>				
c) 2 421	<input type="checkbox"/>				
d) 7 025	<input type="checkbox"/>				

RK **114** Gib jeweils die Teilmengen und den ggT an.

a) 9 und 15

T(9) = _____

T(15) = _____

ggT(9, 15) = _____

b) 45 und 75

T(45) = _____

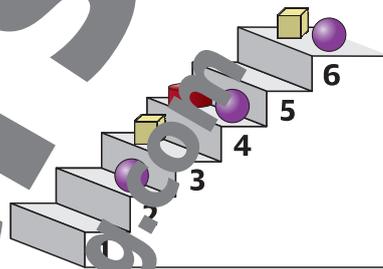
T(75) = _____

ggT(45, 75) = _____

MP **115** Maria legt Bausteine auf eine Treppe.

Sie legt alle zwei Stufen eine lila Kugel, alle drei Stufen einen gelben Würfel und alle vier Stufen einen roten Zylinder ab.

Nenne drei Treppen, auf denen alle drei Bausteine liegen werden.



Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

DI **116** Teilbarkeit durch 4 und 25

Setze | oder † ein.

a) 4 216b) 4 9 000c) 25 610d) 25 19 000e) 4 822f) 25 308g) 25 375h) 25 25 252RK **117** Berechne jeweils den kgV der angegebenen Zahlen mit Hilfe der Primfaktorzerlegung.

a) 8, 10

b) 24, 40

c) 6, 15, 25

d) 13, 42, 56

MP **118** Ein rechteckiges Stück Stoff mit 1,8 m Länge und 75 cm Breite soll in Quadrate zerschnitten werden.

Wie sollen die Seitenlängen der Quadrate wählen, damit diese möglichst groß werden und auch kein Stoff übrig bleibt?

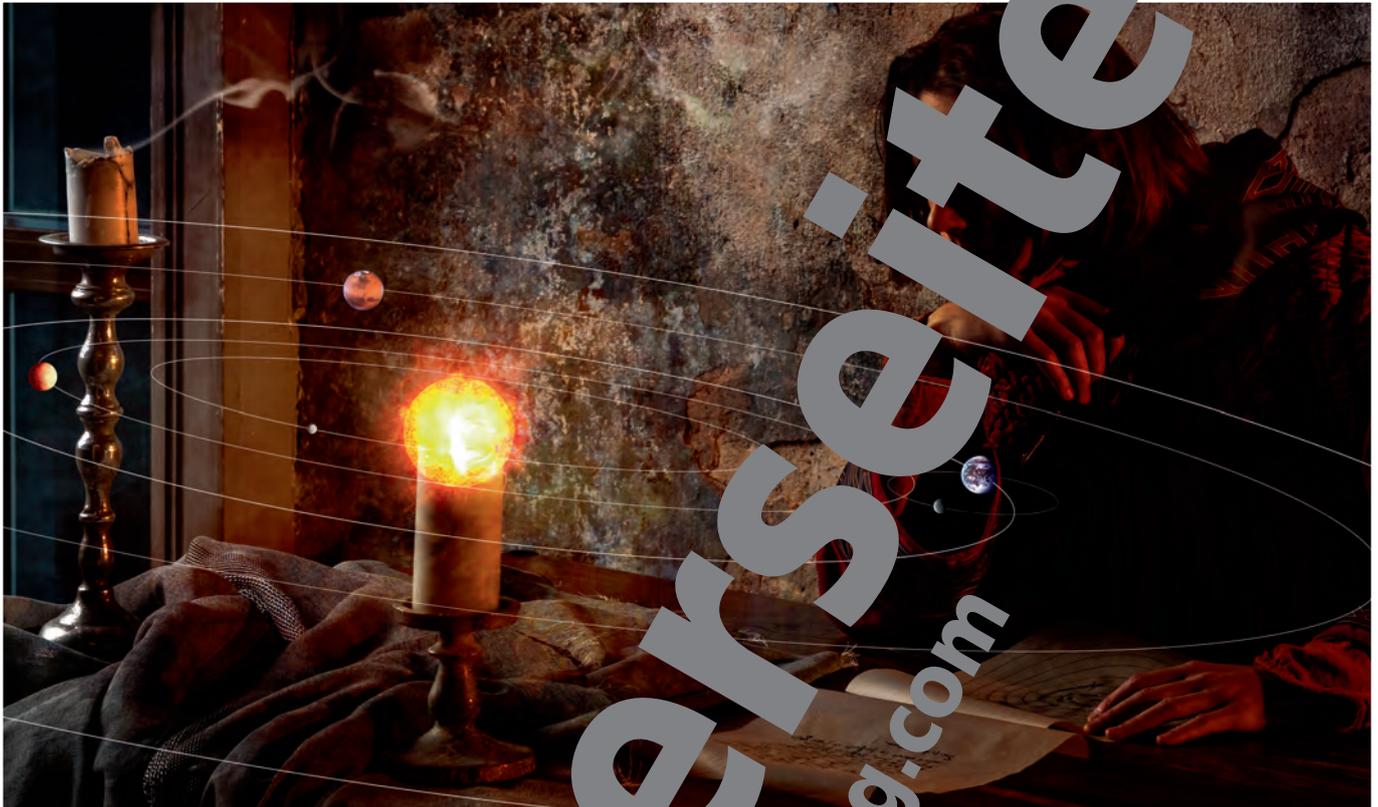
MP VB **119** Finde ein Zahlenpaar, dessen ggT und kgV gleich groß sind.

Ist das überhaupt möglich?

Wenn ja, begründe deine Entscheidung mit Beispielen.

C

Geometrie: Grundlagen und Koordinatensystem



Die Faszination der Menschen für die Sterne geht weit zurück in die Geschichte. Um die Positionen und Bewegung der Himmelskörper zu beschreiben und zu verstehen braucht man geometrische Konzepte wie Winkel, Entfernungen und Koordinatensysteme. Die Erkenntnisse der Astronomie haben nicht nur zu wichtigen wissenschaftlichen Entdeckungen beigetragen, sie haben uns auch geholfen, unser Verständnis von der Welt und vom Universum zu erweitern.

MP 120 **Astronomie ist die Wissenschaft, die sich mit dem Universum und den Himmelskörpern beschäftigt.**



- Suche im Internet nach berühmten Astronominen und Astronomen und nenne drei davon.
- Kreuz an, in welche dieser Problemstellungen die Astronomie Lösungen anbietet:
 - Navigation (z. B. Weg finden)
 - giftige von ungiftigen Pilzen unterscheiden
 - Wetter und Klima voraussagen

In diesem Kapitel lernst du grundlegende geometrische Werkzeuge kennen.

Du wirst Koordinatensysteme nutzen,

um die Lage von Punkten und Figuren genau zu bestimmen.

Außerdem beschäftigst du dich mit Symmetrie, Winkeln und der Beschreibung

von Figuren.



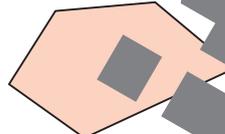
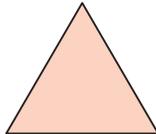
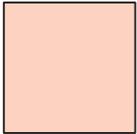
WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Geometrische Grundbegriffe

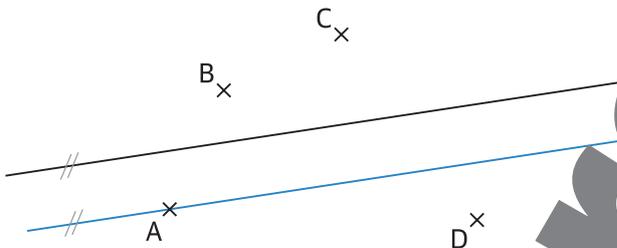
Wie gut kannst du das noch?



DI **121** Beschrifte die Figuren mit den Begriffen „Dreieck“, „Rechteck“, „Quadrat“ und „Fünfeck“.



RK **122** Zeichne weitere parallele Geraden zu g durch die Punkte B und C.

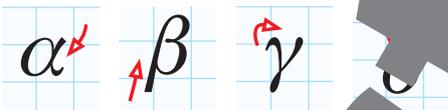


Winkel

Wie gut kannst du das noch?



DI **123** Übe die griechischen Buchstaben Alpha, Beta, Gamma und Delta.



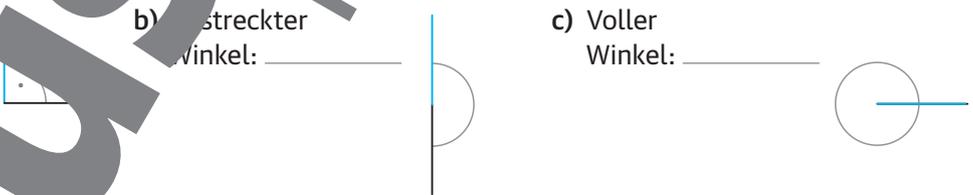
α , _____ γ , _____
 β , _____ δ , _____

DI **124** Wie viel Grad haben diese Winkel?

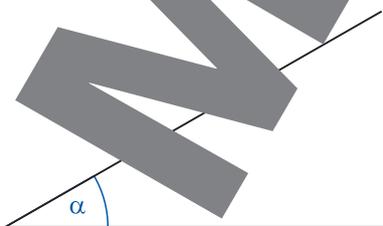
a) Rechter Winkel: _____

b) gestreckter Winkel: _____

c) Voller Winkel: _____



RK **125** Miss den Winkel α ab.



RK **126** Konstruiere diese Winkel.

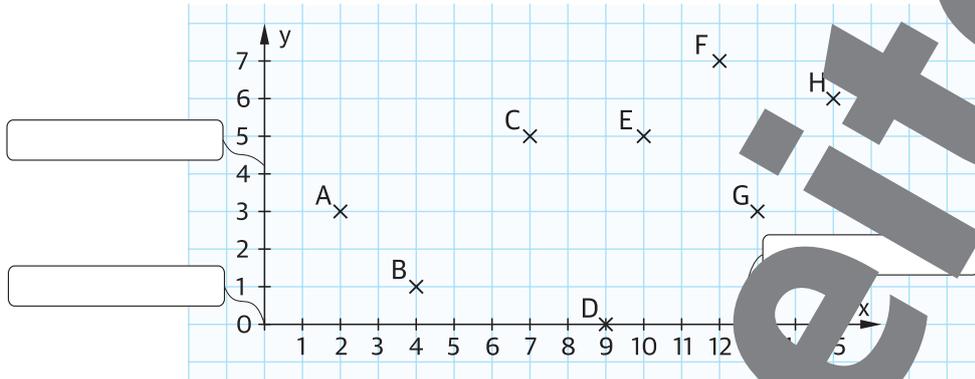
- a) $\alpha = 20^\circ$ b) $\beta = 75^\circ$ c) $\gamma = 15^\circ$ d) $\delta = 90^\circ$ e) $\alpha = 110^\circ$ f) $\beta = 175^\circ$ g) $\gamma = 240^\circ$ h) $\delta = 345^\circ$

C1 Koordinatensystem



Ein Koordinatensystem ist eine Art Karte, die verwendet wird, um die Lage von Punkten zu beschreiben. Die Koordinaten eines Punktes geben den Abstand zum Ursprung in x- und y-Richtung an.

DI 127 Löse die Aufgabe mit Hilfe des abgebildeten Koordinatensystems.



- a) Trage die Begriffe „Ursprung“, „x-Achse“ und „y-Achse“ in die Felder ein.
 b) Gib die Koordinaten der Punkte an.

A (2|3) C (|) E
 B (|) D (|) F H

c) In welchem Winkel stehen x- und y-Achse zueinander?

Achsen

Die x-Achse und die y-Achse stehen normal aufeinander. Sie spannen die Karte auf. Die x-Achse ist waagrecht, die y-Achse senkrecht.

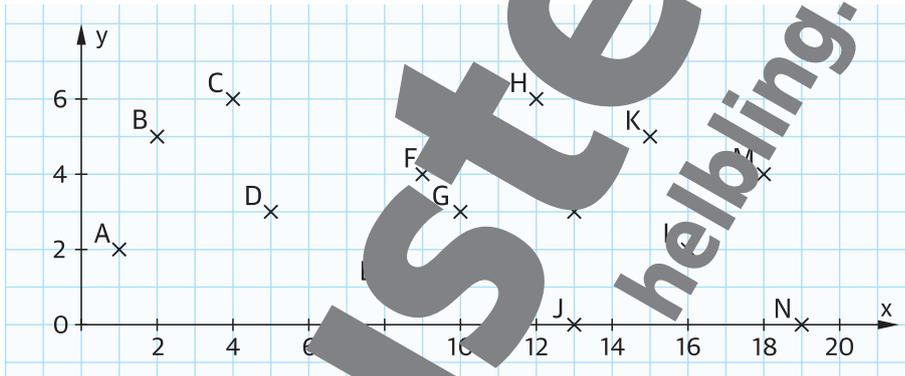
Ursprung

Dort, wo sich die Achsen treffen, ist der Ursprung. Er hat die Koordinaten (0|0).

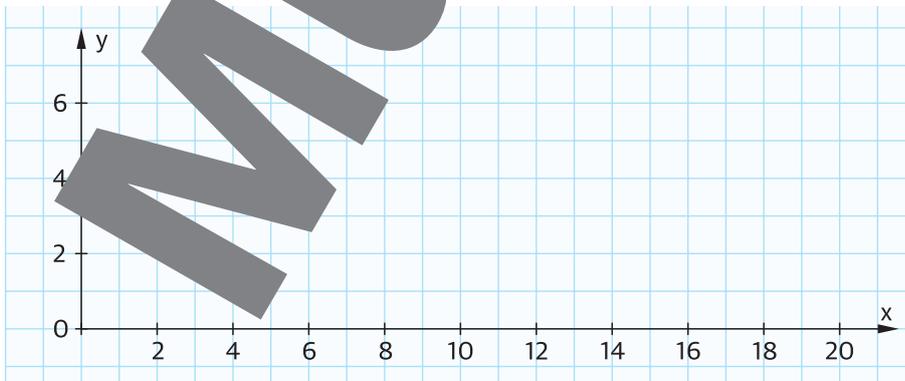
Koordinaten P (x|y)

Um die Lage des Punktes P zu beschreiben, gibt man seinen Abstand zum Ursprung in x-Richtung und in y-Richtung an. Diese Zahlenpaare sind die Koordinaten des Punktes.

RK DI 128 Gib die Koordinaten der Punkte an. → Ü128



RK DI 129 Zeichne die Punkte im Koordinatensystem ein. → Ü129



A (2|1) D (7|6) G (5|2) J (8|0) M (13|5)
 B (9|3) E (15|4) H (19|6) K (17|2) N (0|0)
 C (16|0) F (0|5) I (12|1) L (3|4) O (20|3)

Erst x, dann y!
 Wie im Alphabet.



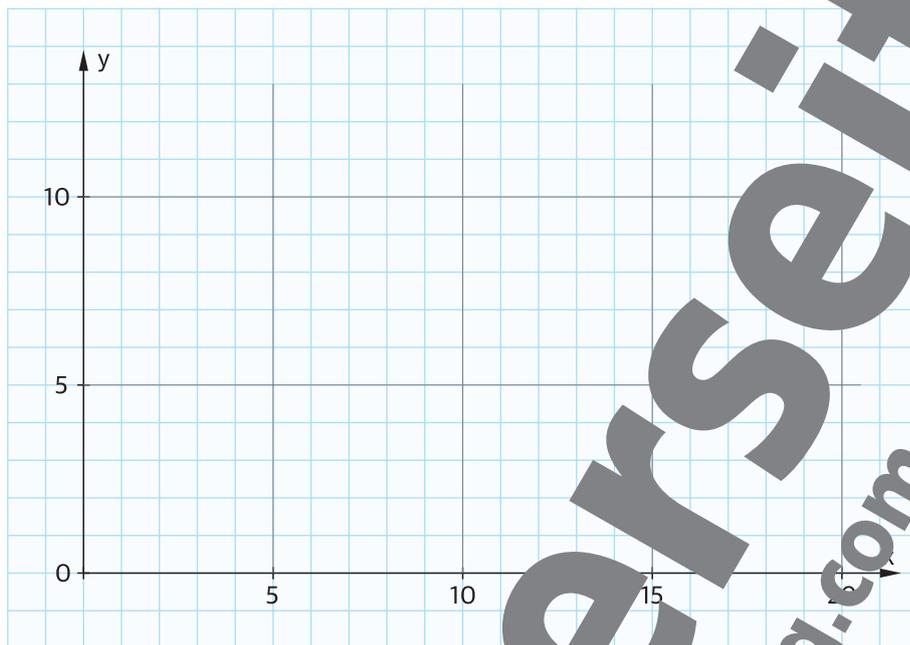
130 Löse die Aufgabe.

...→ Ü130

a) Zeichne die folgenden Punkte ein.

- | | | | | |
|---------|----------|-----------|-----------|----------|
| A (0 6) | E (8 4) | I (15 3) | M (12 8) | Q (8 11) |
| B (4 1) | F (10 0) | J (16 1) | N (12 11) | R (8 8) |
| C (5 3) | G (12 4) | K (20 6) | O (11 10) | S (2 10) |
| D (6 2) | H (14 2) | L (18 10) | P (9 10) | |

b) Verbinde die Punkte nach der Reihenfolge im Alphabet. Welches Symbol entsteht?



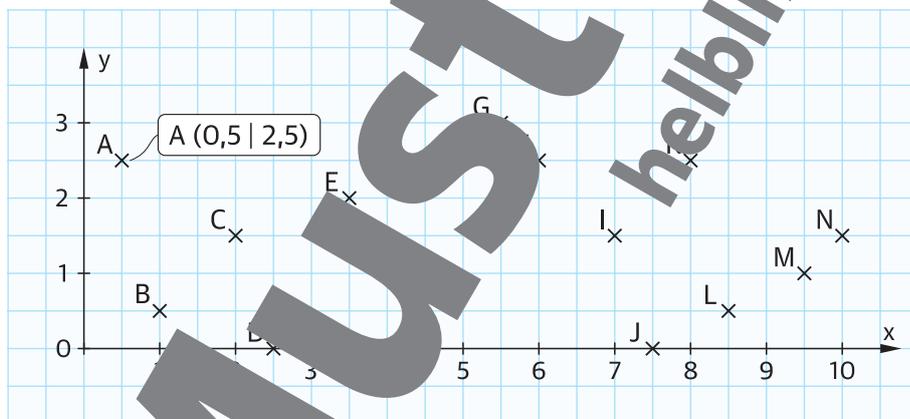
Apollonius von Perge

Er war ein griechischer Astronom und Mathematiker, der vor mehr als 2 000 Jahren lebte. Seine Bücher gelten als die ersten, in denen man Koordinatensysteme findet.



131 Lies die Koordinaten mit Dezimalzahlen ab.

...→ Ü131



Achte immer auf die Beschriftung der Achsen!

132 Zeichne ein Koordinatensystem in dein Heft. Die Ecken des Quadrats bis 1 soll 1 cm lang sein. Zeichne die x-Achse und die y-Achse 7 cm lang. Löse dann die Aufgaben.

- Wie lautet die größte x-Koordinate, die man in deinem Koordinatensystem noch darstellen kann?
- Zeichne den Anfangsbuchstaben deines Vornamens ein. Gib die Koordinaten der Eckpunkte an.
- Geh wie in Aufgabe b) vor, zeichne aber diesmal den Endbuchstaben deines Vornamens ein.

Gestalte den Buchstaben nach deinem Geschmack.

C2 Verschiebung von Punkten und Figuren

Wenn man eine Figur um eine festgelegte Strecke in eine bestimmte Richtung verschiebt, ohne dass sie gedreht oder gestreckt wird, nennt man das **Verschiebung** oder **Parallelverschiebung** (lateinisch: Translation).

DI 133 Die Bilder zeigen verschiedene Tapetenmuster.



- Beschreibe die Muster. Findest du Elemente, die sich wiederholen? Achte auf Verschiebungen dieser Elemente.
- Finde selbst weitere Muster im Internet. Beschreibe und vergleiche.

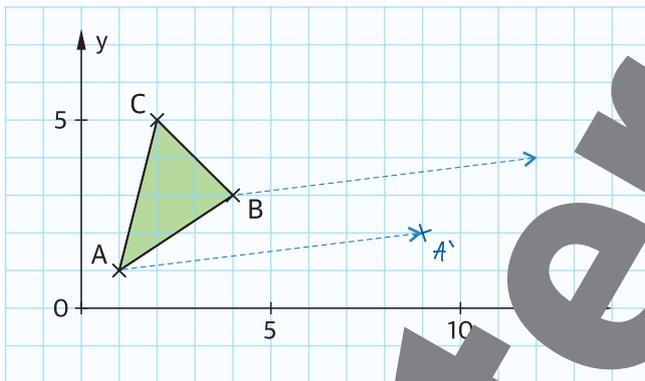


Von A zu A's

Wenn man einen Punkt verschiebt, nennt man den neuen Punkt mit dem gleichen Buchstaben wie das Original, versehen mit einem Strich.

So wird A zu A', B zu B' und so weiter.

RK DI 134 Das Dreieck ABC soll um 8 Schritte nach rechts und einen Schritt nach oben verschoben werden.



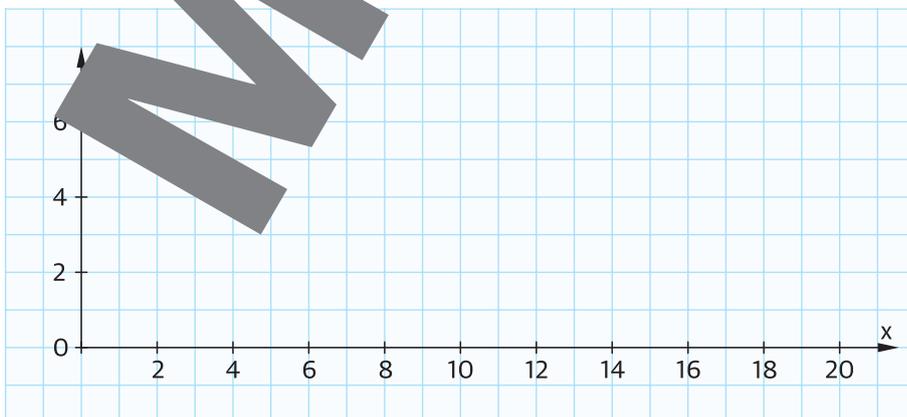
- Stell die Verschiebung fertig. Bestimme die verschobenen Punkte mit A', B' und C' und zeichne das verschobene Dreieck ein.
- Gib die Koordinaten der Punkte A, B und C an.
- Gib die Koordinaten der Punkte A', B' und C' an.
- Vergleiche die Koordinaten A und A', B und B' und C und C'. Was fällt dir auf? Denk an die Verschiebung um 8 Schritte nach rechts und 1 Schritt nach oben.

Verschiebungspfeile

Von den Ausgangspunkten einer Figur zu den verschobenen Punkten führen Verschiebungspfeile. Damit die Figur richtig verschoben wird, müssen alle ihre Verschiebungspfeile parallel und gleich lang sein.

RK DI 135 Zeichne das Viereck ABCD in das Koordinatensystem ein und verschiebe es um 10 Schritte nach rechts und 2 Schritte nach unten. → Ü135

A (1|3), B (6|2), C (3|6), D (1|6)



136 Führe die Konstruktion durch.

→ Ü136

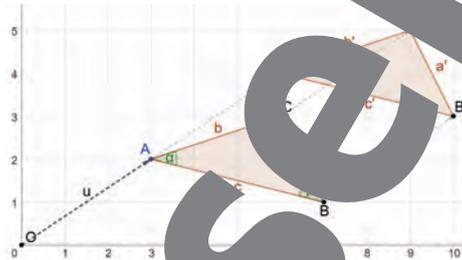
Zeichne ein Koordinatensystem mit Höhe 6 cm und Breite 11 cm.
 1 Kästchen (5 mm) entspricht einem Schritt.
 Beschrifte die x-Achse in 5er-Schritten von 0 bis 20,
 die y-Achse in 5er-Schritten von 0 bis 10.
 Zeichne die Figuren ein und verschiebe sie wie angegeben.

- a) Dreieck ABC mit A (1|5), B (5|4), C (4|8)
 Verschiebung um 5 Schritte nach rechts und 1 Schritt nach oben
- b) Viereck DEFG mit D (15|7), E (19|5), F (20|9), G (15|10)
 Verschiebung um 4 Schritte nach links und 4 Schritte nach unten

137 Mach dich mit einer Geometrie-Software vertraut.



- a) Lies die Koordinaten der Punkte ab.
 Erzeuge dann die Punkte A (3|2),
 E (13|7), P (0|8) und X (4,5|7,2).
- b) Erzeuge die Strecke XY und die
 beiden Vielecke ABC und DEFG.
 Miss dann die Längen und Winkel
 in den Figuren.
- c) Erzeuge einen Verschiebungsfeil
 von O nach A.
 Verschiebe dann nacheinander den Punkt P, die Strecke XY,
 das Dreieck ABC und das Viereck DEFG um diesen Pfeil.
Hinweis: In GeoGebra heißt der Verschiebungsfeil "Vektor".



Längen in GeoGebra
 haben keine fixe
 Maßeinheit.

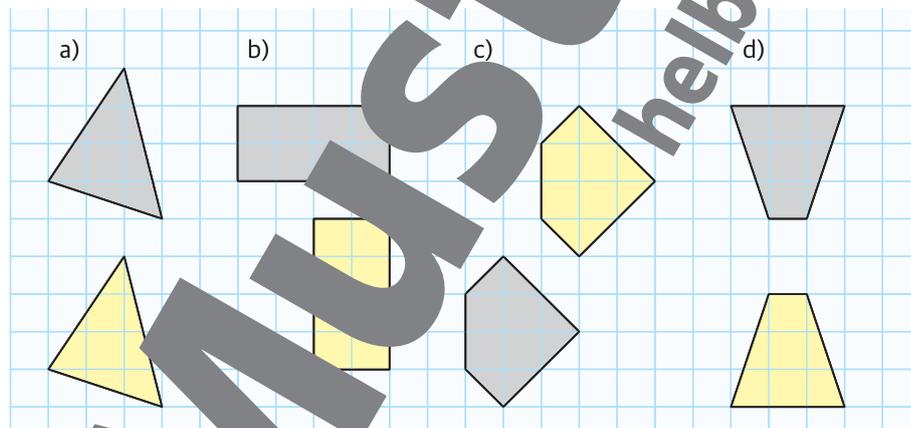


→ Diese Datei + Arbeitsblatt findest du in der CD **PLUS** Band 2,
 Technologie: C.

138 Wurde hier verschoben?



Entscheide jeweils, ob die gelbe Figur durch Verschiebung
 der grauen Figur entstanden sein könnte. Begründe.



139 Bestimme die Koordinaten der verschobenen Punkte durch Rechnen.

→ Ü139

B Punkt A soll um 3 Schritte nach rechts
 und um 2 Schritte nach unten verschoben werden.

$$A(5|2) \rightarrow A'(8|0)$$

- a) Punkt A (5|2) soll um 4 Schritte nach rechts
 und um 1 Schritt nach unten verschoben werden.
- b) Punkt B (3|4) soll um 2 Schritte nach links
 und um 1 Schritt nach oben verschoben werden.
- c) Punkt C (7|7) soll um 5 Schritte nach links
 und um 3 Schritte nach unten verschoben werden.

**Rechnerische
 Verschiebung im
 Koordinatensystem**

Ändert man die
 Koordinaten eines
 Punktes, so ändert
 man seine Lage.
 Man kann sagen,
 man verschiebt ihn.

Durch Änderung der
x-Koordinate kann
 man einen Punkt
 nach links oder
 rechts verschieben.

Beispiel:
 x um 1 erhöhen
 $P(4|2) \rightarrow P'(5|2)$
 P' ist 1 weiter rechts
 als P.

Durch Änderung der
y-Koordinate kann
 man einen Punkt
 nach oben oder
 unten verschieben.

C3 Spiegelung, Achsensymmetrie

 Viele Dinge in der Natur, Kunst und Technik sind **symmetrisch**. Man kann eine **Spiegelachse** einzeichnen, welche die Punkte von einer Seite auf die andere Seite genau spiegelt.

MP 140 Die Bilder zeigen symmetrische Motive.

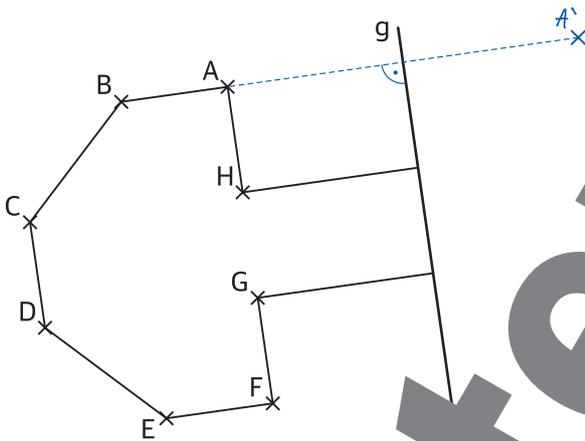


Motiv
Bezeichnet man den Hauptgegenstand eines Bildes.



- a) Wo ist jeweils die Symmetrieachse?
- b) Finde weitere Bilder mit symmetrischen Motiven im Internet

RK DT 141 Die Punkte A bis H sollen an der Geraden g gespiegelt werden



- a) Spiegle die Punkte B bis H an der Achse g. Verbinde alle Punkte, sodass eine achsensymmetrische Figur entsteht.
- b) Vergleiche die linke und die rechte Seite der symmetrischen Figur. Was fällt dir bezüglich der Größe der Punkte und der Lage der Punkte auf?

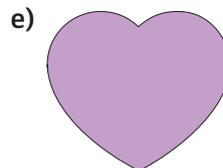
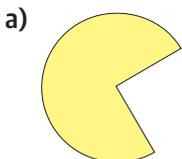
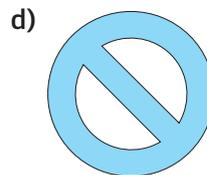
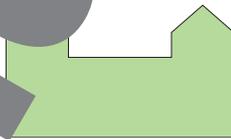
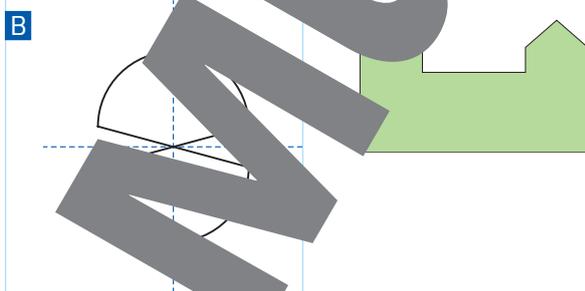
Spiegelung eines Punktes

Zeichne eine Hilfslinie durch den Punkt, den du spiegeln möchtest. Diese Linie muss im rechten Winkel auf die Spiegelachse stehen.

Nun kannst du den Bildpunkt einzeichnen. Er muss im gleichen Abstand zur Achse liegen wie der Ausgangspunkt.

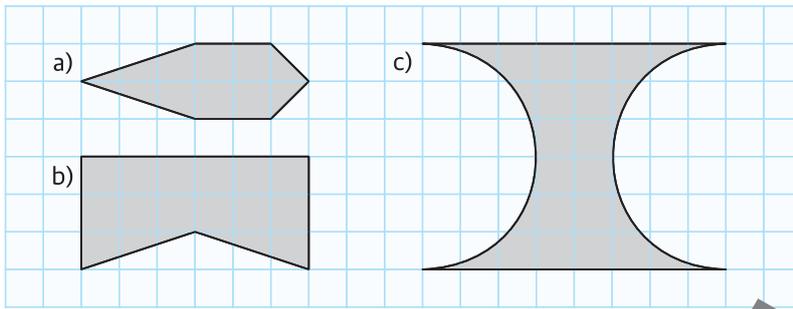
RK 142 Die Bilder zeigen achsensymmetrische Figuren. Manche Figuren haben sogar mehr als eine Symmetrieachse. Zeichne jeweils alle Achsen ein.

→ Ü142



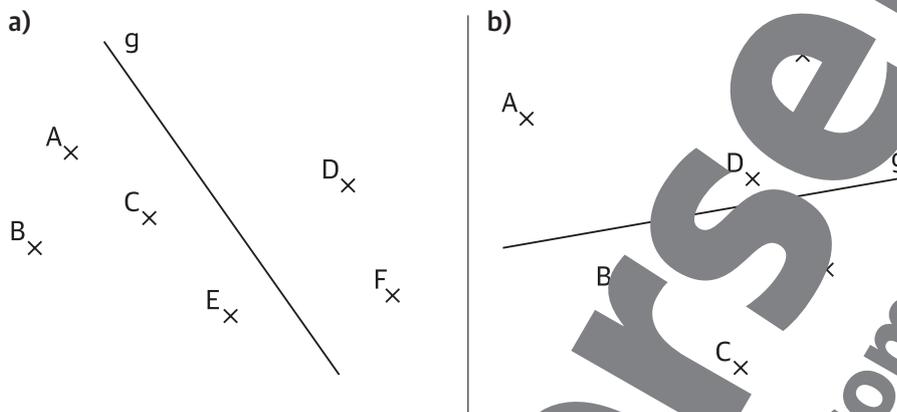
RK 143 Zeichne diese Bilder im Heft nach.
Finde jeweils die Symmetrieachse(n) und zeichne sie ein.

...→ Ü143



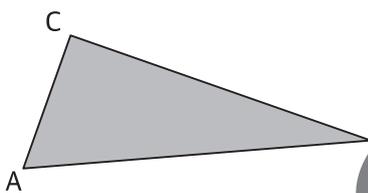
RK 144 Spiegle die Punkte jeweils an der Geraden g .
Beschrifte die gespiegelten Punkte mit A' , B' ...

...→ Ü144



RK 145 Spiegle das Dreieck ABC an der Geraden g .
Vergleiche das Dreieck mit seinem Spiegelbild. Was fällt dir auf?

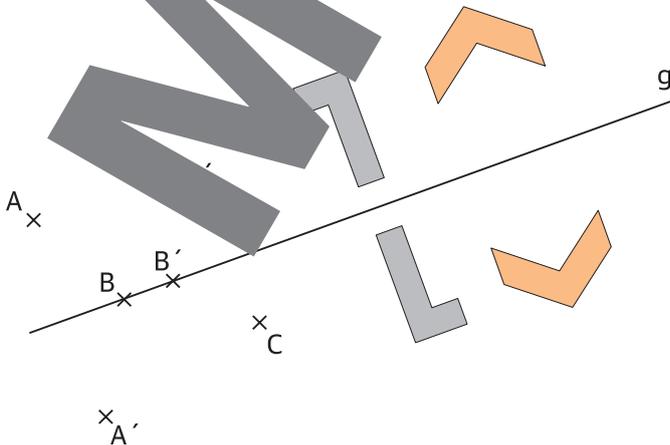
...→ Ü145



⊕ Konstruiere ein beliebiges Dreieck in GeoGebra. Zeichne dann eine Gerade und spiegle das Dreieck daran.
Vergleiche das Dreieck mit seinem Spiegelbild.
Nutze dabei Werkzeuge zum Messen von Längen und Winkeln.

MP 146 Wurde hier richtig gespiegelt?
Markiere die falschen Spiegelungen.

...→ Ü146



Emmy Noether
(1882-1935)

Sie war eine deutsche Mathematikerin.

Sie erkannte als Erste die Bedeutung von Symmetrie für grundlegende Naturgesetze. Außerdem gilt sie als Mitbegründerin der Modernen Algebra.

Entgegen allen Vorurteilen bewies sie, dass Frauen Männern auch in der Mathematik um nichts nachstehen.

C4 Kongruenz

 **Kongruent** bedeutet „deckungsgleich“. Zwei Figuren A und B nennt man kongruent, wenn sie die gleiche Form und die gleiche Größe haben. Man sagt: A ist kongruent zu B und schreibt $A \cong B$.

MP **147** Die Tiere sind aus Tangram-Teilen gelegt.



- Bastle ein Tangram und lege die Tiere nach.
- Erkläre, warum dein nachgelegter Vogel kongruent zu den nachgelegten Vögeln deiner Klassenkollegen ist.
- Suche im Internet nach weiteren Tangram-Vorlagen und lege sie nach.

Tangram basteln

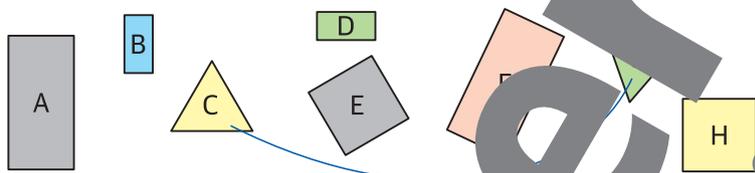
Zeichne ein Quadrat auf festes Papier oder Karton mit 16 cm Seitenlänge.

Zeichne ein Hilfsnetz mit Quadraten ein, die je 4 cm Seitenlänge haben.

Zeichne nun die Kanten der einzelnen Figuren ein, wie in der Skizze, und schneide die Teile aus.

DI **148** Jeweils zwei der Figuren sind kongruent. → Ü148

a) Verbinde sie.



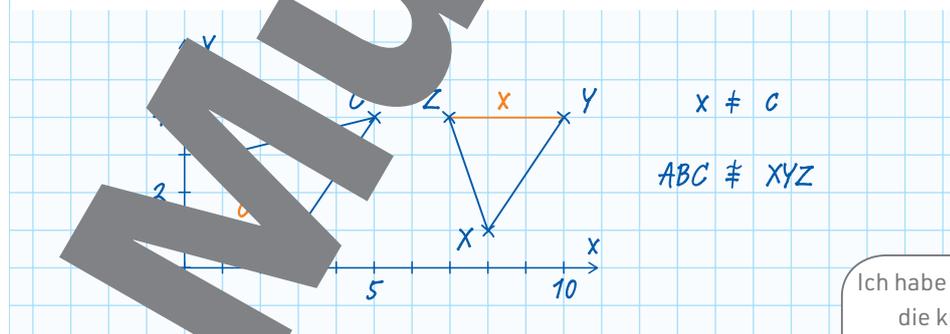
b) Schreib auf, welche Figuren zueinander kongruent sind.

$C \cong G$

DI **149** Prüfe, ob diese Dreiecke kongruent sind. → Ü149

Zeichne jeweils ein Koordinatensystem und zeichne die Dreiecke dort ein. Schreib auf, ob die Dreiecke kongruent sind (\cong) oder nicht (\neq).

B Dreieck ABC und Dreieck XYZ mit A (1|3), B (3|1), C (5|4) und X (10|4), Z (7|4)



- Dreieck ABC und Dreieck XYZ mit A (1|1), B (5|1), C (1|9) und X (6|3), Y (14|7), Z (6|7)
- Dreieck ABC und Dreieck XYZ mit A (1|3), B (10|10), C (5|10) und X (4|1), Y (14|1), Z (9|7)
- Dreieck ABC und Dreieck XYZ mit A (1|7), B (5|1), C (6|9) und X (7|1), Y (15|2), Z (13|7)

Kongruente Dreiecke

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn einander entsprechende Seiten gleich lang sind.

Die Winkel sind dann automatisch gleich groß!

Ich habe in jedem Dreieck die kürzeste Seite abgemessen.

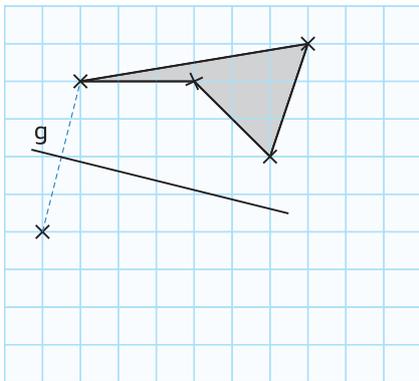


RK 150 Entstehen hier kongruente Figuren?

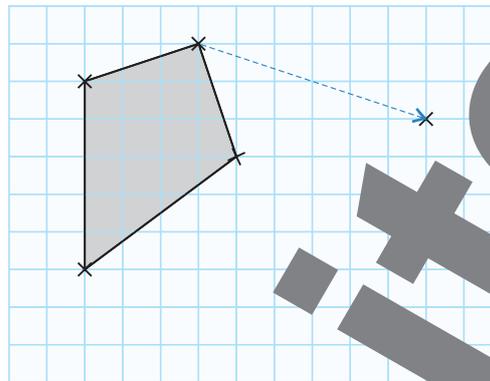
... → Ü150



a) Spiegle das Viereck an der Geraden g.



b) Verschiebe das Viereck 3 cm nach rechts und 1 cm nach unten.



Kongruente Vierecke

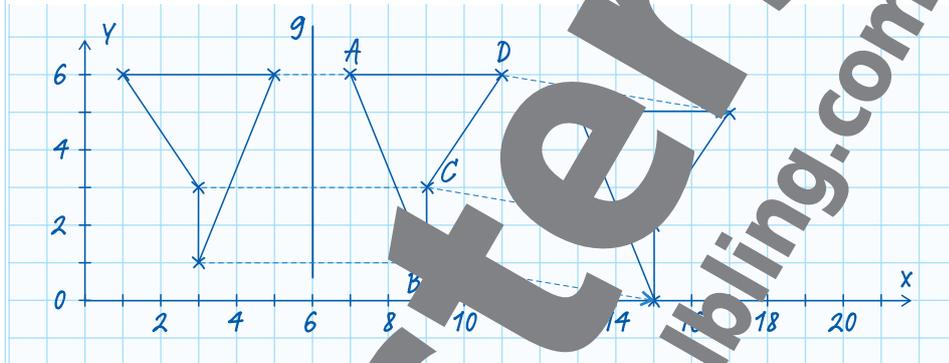
Bei Vierecken müssen einander entsprechende Seiten gleich lang und einander entsprechende Winkel gleich groß sein. Dann sind die Vierecke kongruent.

RK 151 Erzeuge kongruente Figuren durch Verschiebung und durch Spiegelung.

... → Ü151

Zeichne jeweils ein Koordinatensystem und zeichne die Figuren. Prüfe durch Nachmessen, ob die erzeugten Figuren kongruent sind.

- B** Viereck ABCD mit A (7|6), B (9|1), C (9|3), D (11|6)
 (1) gespiegelt an g (senkrecht bei x = 6),
 (2) verschoben um 6 Schritte nach rechts und 1 Schritt nach unten



- a) Viereck ABCD mit A (7|2), B (9|1), C (9|3), D (7|5)
 (1) gespiegelt an g (senkrecht bei x = 6),
 (2) verschoben um 3 Schritte nach rechts und 3 Schritte nach oben
 b) Viereck ABCD mit A (2|6), B (4|1), C (6|9), D (2|9)
 (1) gespiegelt an g (waagrecht bei y = 5),
 (2) verschoben um 6 Schritte nach rechts und 2 Schritte nach unten
 c) Viereck ABCD mit A (15|6), B (17|1), C (18|6), D (15|6)
 (1) gespiegelt an g (senkrecht bei x = 13),
 (2) verschoben um 6 Schritte nach links und 1 Schritt nach unten

Spiegelung und Verschiebung

Wird eine Figur gespiegelt oder verschoben, entsteht immer eine kongruente Figur.

VB 152 Wie kann man am besten prüfen, ob ...



- a) zwei Quadrate b) zwei Rechtecke c) zwei Kreise
 kongruent sind. Begründe.

MP 153 Zeichne jeweils ein Quadrat mit 4 cm Seitenlänge und zerlege es dann ...



- a) in 4 kongruente Dreiecke.
 b) in 8 kongruente Rechtecke.
 c) in 8 kongruente Dreiecke.
 d) in 4 kongruente Dreiecke, jedoch andere als bei a).

C5 Winkel und Geraden

 Winkel, die an sich schneidenden oder an parallelen Geraden liegen, stehen in Zusammenhang. So kann man Aussagen über den einen Winkel treffen, wenn man den anderen Winkel kennt.

MP **154** Die Abbildung zeigt zwei Geraden, die einander schneiden, und die von ihnen gebildeten Winkel.



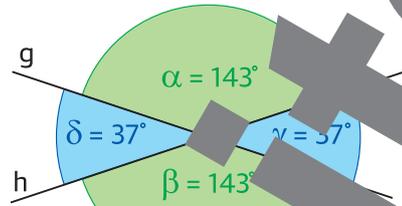
Zeichne selbst zwei beliebige, sich schneidende Geraden auf ein Blatt Papier. Miss die Winkel und zeichne sie ein.

Beantworte die Fragen jeweils für das Bild und für die Winkel bei deinen Geraden.

- Gibt es Winkel, die gleich groß sind?
- Erkläre den Scheitelwinkelsatz anhand der Winkel in deiner Zeichnung.
- Addiere die vier Winkel. Wie viel Grad haben sie zusammen?
- Addiere zwei benachbarte Winkel (Nebenwinkel). Wie viel Grad haben sie zusammen?
- Erkläre den Nebenwinkelsatz anhand der Winkel in deiner Zeichnung.

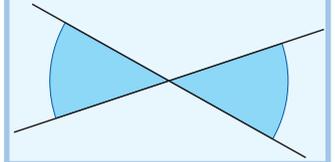


+ Experimentiere mit GeoGebra und beobachte, wie sich die Winkelverhalten. Eine passende Datei findest du auf der e-zone (S. 105)! Band 2 Technologie: C.



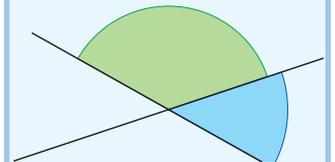
Scheitelwinkelsatz

Wenn zwei Geraden sich schneiden, sind gegenüberliegende Winkel (Scheitelwinkel) gleich groß.



Nebenwinkelsatz

Wenn zwei Geraden sich schneiden, ergänzen sich nebeneinanderliegende Winkel (Nebenwinkel) auf 180°.



DI **155** Kreuze an, ob die Aussagen wahr (w) oder falsch (f).

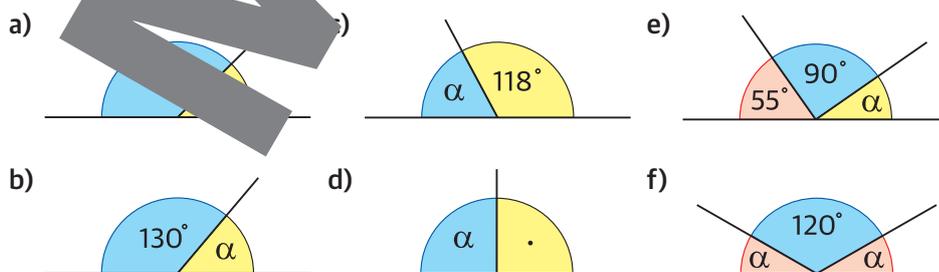
	w	f
a) α ist ein Nebenwinkel von β .	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b) $\delta + \gamma = 180^\circ$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c) $\alpha + \gamma = 360^\circ$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d) β und γ sind gleich groß.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
e) Der Scheitelwinkel von α ist δ .	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

MP **DI** **156** Bestimme die Größe der gesuchten Winkel ohne zu messen. ... → Ü156



+ Erstelle selbst ähnliche Aufgaben und löse sie.

DI **157** Bestimme jeweils die Größe des Winkels α , ohne zu messen. ... → Ü157



RK **158** Gib jeweils den Komplementär- und den Supplementärwinkel an. ...→ Ü158

	B	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Winkel:	80°	50°	25°	45°	57°	12°	66°
Komplementärwinkel:	10°						
Supplementärwinkel:	100°						

Komplementärwinkel

sind zwei Winkel, die einander auf 90° ergänzen.

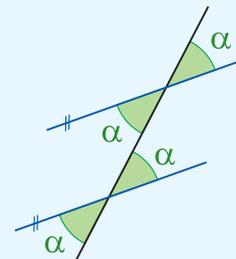
Supplementärwinkel

sind zwei Winkel, die einander auf 180° ergänzen.

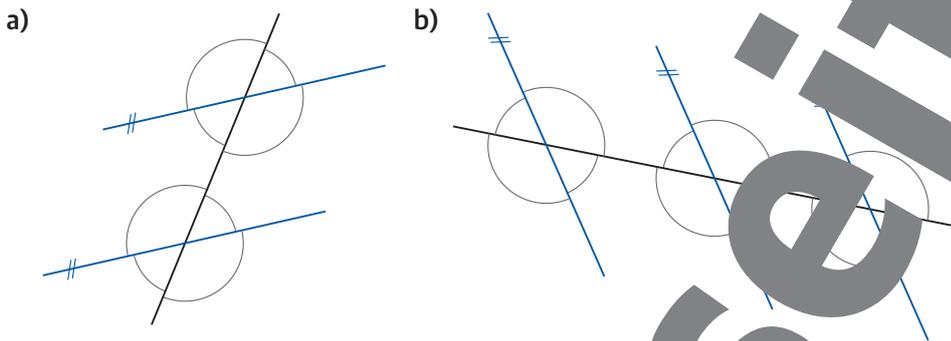
Parallelwinkel

Werden zwei parallele Geraden von einer dritten Geraden geschnitten, entstehen mehrere, gleich große Winkel.

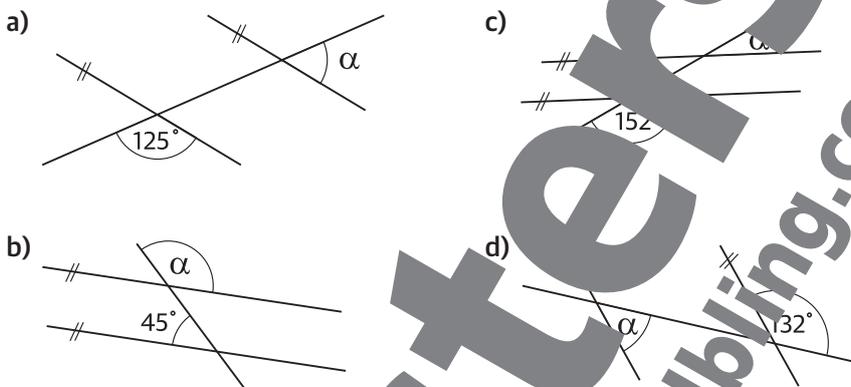
Man nennt sie Parallelwinkel.



DI **159** Male gleich große Winkel mit der gleichen Farbe aus.



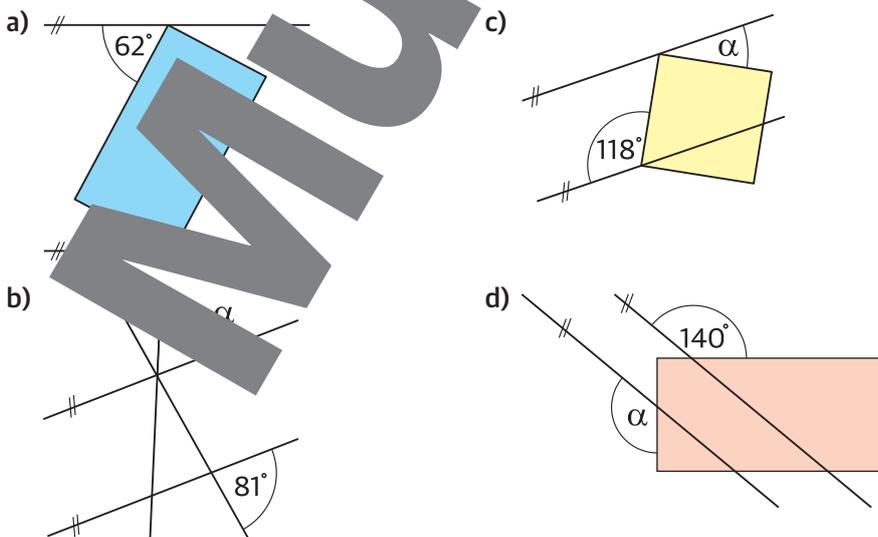
DI **160** Bestimme jeweils die Größe des Winkels α, ohne zu messen. ...→ Ü160



MP **161** Bestimme jeweils die Größe des Winkels α, ohne zu messen. ...→ Ü161



Bei den farbigen Vierecken handelt es sich um Rechtecke und Quadrate. Tipp: Du kennst die Winkelsumme in Vierecken. Suche auch nach parallelen Linien.



C6 Winkelsumme im Dreieck

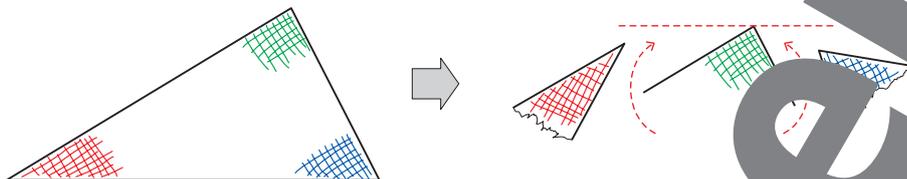


Ein Dreieck hat drei Innenwinkel. Addiert man diese Winkel, erhält man als Summe immer 180° . Diese Tatsache lässt sich gut zeigen. Außerdem kann man dieses Wissen beim Lösen geometrischer Aufgaben oft gebrauchen.

VB **162** Zeichne ein beliebiges Dreieck auf ein Blatt Papier und schneide es aus.



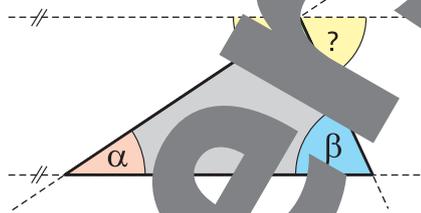
Bemale die Winkel mit verschiedenen Farben. Schneide nun die unteren Ecken ab und lege sie an die Spitze, wie in der Abbildung. Was beobachtest du? Wie groß ist die Winkelsumme deines Dreiecks?



VB **163** Zeige, dass die Winkelsumme in jedem Dreieck 180° beträgt, mit Hilfe der Winkelsätze.



Die Skizze hilft dir dabei.



DI **164** Bestimme die Größe der gesuchten Winkel, ohne zu messen. → Ü164



RK **165** Je zwei Winkel eines Dreiecks sind gegeben. Berechne die Größe des dritten. → Ü165

	a) Dreieck 1	b) Dreieck 2	c) Dreieck 3	d) Dreieck 4
α	40°	100°		
β	80°	45°		37°
γ		50°		71°

MP **166** Berechne die Größe der gesuchten Winkel eines Dreiecks. → Ü166

- a) $\alpha = 80^\circ$, β um 20° größer
- b) $\alpha = 90^\circ$, β doppelt so groß wie γ
- c) Alle drei Winkel sind gleich groß.
- d) $\beta = 20^\circ$, α vier mal so groß wie β
- e) $\gamma = 65^\circ$, α ist um 38° kleiner als das Doppelte von γ .

VB **167** Kann ein Dreieck zwei rechte Winkel haben? → Ü167



Erkläre.

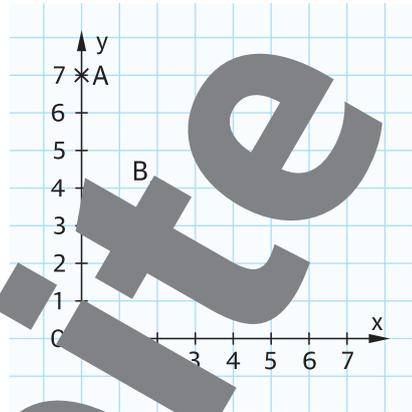


CHECKPOINT

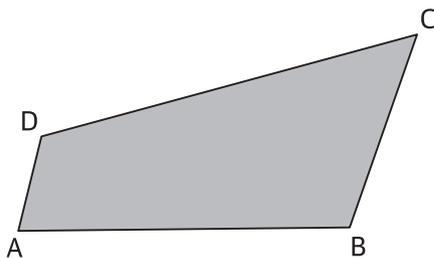
Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

168 Löse die Aufgaben mit Hilfe des Koordinatensystems.

- Wie lauten die Koordinaten dieser Punkte?
A (—|—), B (—|—)
- Zeichne den Punkt C (6|6) ein.
- Verbinde die Punkte A, B und C zu einem Dreieck.
- Verschiebe das Dreieck ABC um 1 Schritt nach rechts und um 4 Schritte nach unten.



169 Spiegle das Viereck an der Geraden g.



170 Bestimme die Größe der Winkel, ohne zu messen.

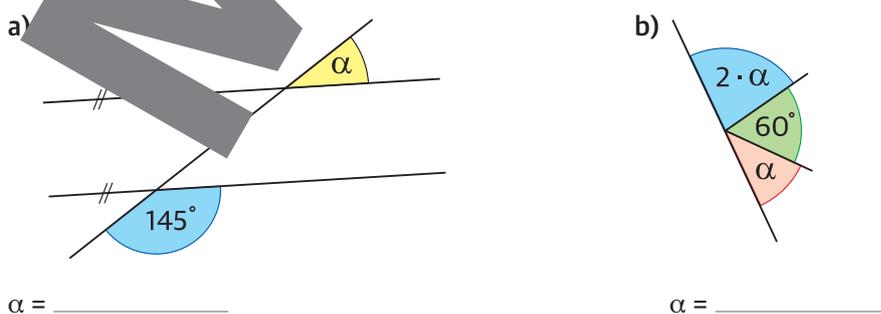


Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

171 Wähle die richtigen Antworten an. Kreuze an.

- Was bedeutet „kongruent“? gespiegelt deckungsgleich verkleinert
- Was ist ein Nebenwinkel zu 85° ? 5° 95°
- Was ist ein Supplementärwinkel zu 50° ? 40° 130°

172 Bestimme die Größe der Winkel, ohne zu messen.



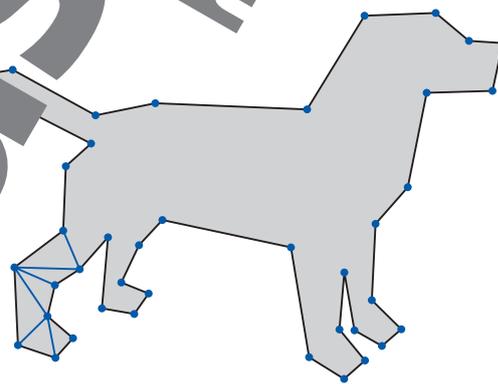
D

Dreiecke



Computerprogramme zerlegen komplexe Figuren in kleinere Teile, um sie leichter darstellen und verändern zu können. Dreiecke sind hier besonders gut geeignet, weil sie die einfachsten Figuren mit geschlossenen Grenzen sind. Sie haben nur drei Ecken und drei Seiten. Die Zerlegung einer Figur in Dreiecke nennt man Triangulation.

- MP **173** Zerlege diese Figur in Dreiecke, indem du die Punkte durch Strecken verbindest. Achte darauf, dass sich keine Diagonalen nicht überkreuzen. Vergleiche deine Lösung mit den Lösungen in deiner Klasse.



In diesem Kapitel lernst du, wie man Dreieck nach bestimmten Vorgaben konstruiert, beschreibt und vergleicht.

Außerdem lernst du verschiedene Arten von Dreiecken kennen.

Du wirst auch sehen, wie man mit Hilfe von Symmetralen Inkreise und Umkreise zu einem Dreieck konstruieren kann.



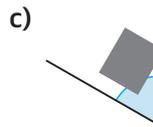
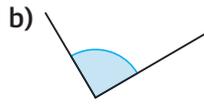
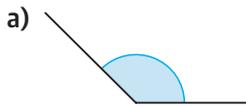
WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Winkel

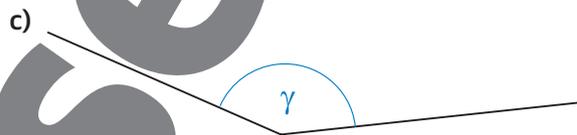
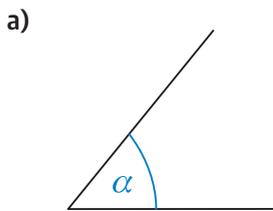
Wie gut kannst du das noch?



- DI **174** Um welche Winkel handelt es sich?
Schreib „spitz“, „stumpf“ oder „recht“ zum jeweiligen Winkel.



- RK **175** Miss diese Winkel mit dem Geodreieck ab.



- RK **176** Konstruiere diese Winkel mit dem Geodreieck.

a) $\alpha = 30^\circ$

b) $\beta = \dots$

c) $\gamma = 120^\circ$

d) $\delta = 132^\circ$

Zirkel

Wie gut kannst du das noch?



- RK **177** Zeichne Kreise mit den angegebenen Radien.

a) $r = 1,5 \text{ cm}$

b) $r = 4 \text{ cm}$

e) $r = 5,2 \text{ cm}$

b) $r = 3 \text{ cm}$

d) $r = 3,7 \text{ cm}$

f) $r = 4,6 \text{ cm}$

Längenmaße

Wie gut kannst du das noch?



- DI **178** Schreibe die Maße in diesen Maßeinheiten.

B) m ...

b) dm ...

a) cm ...

c) mm ...

- RK **179** Wandle jeweils in die vorgegebene Einheit um.

a) $35 \text{ cm} = \dots \text{ dm}$

c) $1,45 \text{ m} = \dots \text{ cm}$

e) $2,6 \text{ dm} = \dots \text{ cm}$

b) $182 \text{ mm} = \dots \text{ cm}$

d) $0,3 \text{ m} = \dots \text{ cm}$

f) $350 \text{ mm} = \dots \text{ dm}$

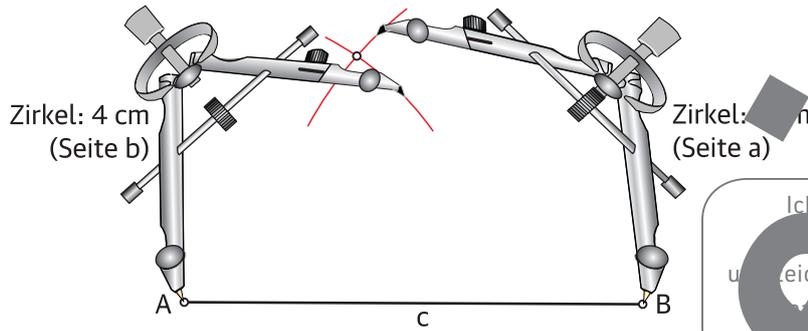
D1 Konstruktion mit drei Seiten (SSS)



Sind die Längen aller drei Seiten eines Dreiecks gegeben, kann man es mit Lineal und Zirkel einfach konstruieren.

SSS-Satz: Dreiecke, deren Seiten gleich lang sind, sind kongruent.

RK **180** Konstruiere die Dreiecke mit Lineal und Zirkel.

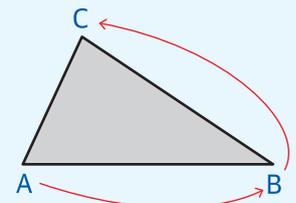


- Zeichne das angegebene Dreieck fertig:
a = 4 cm; b = 5 cm; c = 6 cm
- Konstruiere ein Dreieck mit den Seitenlängen
 - a = 6 cm; b = 5 cm; c = 9 cm
 - a = 4,5 cm; b = 6 cm; c = 10,5 cm
 und beschrifte die Ecken, Seiten und Winkel.

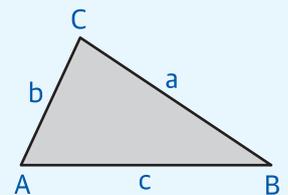


Bestimmung von Dreiecken

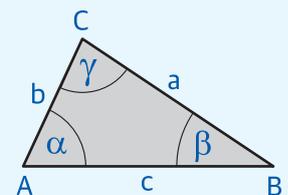
Verwende die Großbuchstaben A, B, C. A ist der Eckpunkt links unten. Beschrifte B und C entgegen dem Uhrzeigersinn.



Die Seiten a, b, c liegen ihren Ecken gegenüber.



Die Winkel α , β und γ liegen in den Ecken A, B, und C.



MP RK **181** Prüfe die Kongruenz.



- Konstruiere ein Dreieck mit a = 7 cm, b = 8 cm und c = 12 cm.
 - Zeichne ein Dreieck mit den gleichen Längen in anderer Lage.
 - Schneide beide Dreiecke aus und prüfe durch Verschieben, ob sie deckungsgleich sind. Was stellst du fest?
- + Wiederhole das Experiment mit anderen Seitenlängen, die du selbst festlegst.

RK **182** Konstruiere die Dreiecke und beschrifte jeweils die Ecken, die Seiten und die Winkel. ... → Ü182

- | | |
|---------------------------------------|--|
| a) a = 45 mm; b = 20 mm; c = 30 mm | d) a = 6 cm; b = 6 cm; c = 6 cm |
| b) a = 1,5 cm; b = 4 cm; c = 3,5 cm | e) a = 7,6 cm; b = 2,9 cm; c = 6,2 cm |
| c) a = 7,8 cm; b = 4,4 cm; c = 4,4 cm | f) a = 0,43 dm; b = 0,72 dm; c = 0,65 dm |

MP RK **183** Konstruiere die Dreiecke mit einer Geometriesoftware (GeoGebra). ... → Ü183



Tipp: Erstelle zuerst ein Dreieck. Benenne Objekte in GeoGebra immer passend dazu.

- Erstelle eine der angegebenen Strecken.
- Zeichne zwei Kreise mit einem Eckpunkt als Mittelpunkt. Verwende die beiden angegebenen Seitenlängen als Radien.
- Erzeuge den Schnittpunkt der beiden Kreise und verbinde ihn mit den anderen Eckpunkten.



- | | | | |
|---------------------------------------|--|-------------------------------------|-----------------------|
| a) a = 7 cm
b = 4,5 cm
c = 9 cm | b) a = 12 cm
b = 15 cm
c = 11 cm | c) a = 8 cm
b = 8 cm
c = 4 cm | d) a = b = c = 6,5 cm |
|---------------------------------------|--|-------------------------------------|-----------------------|

+ Denk dir selbst weitere Seitenlängen aus und konstruiere die Dreiecke.

- RK 184 Konstruiere die Dreiecke und gib jeweils die Größen der Winkel α , β und γ an.

...→ Ü184

Berechne jeweils die Summe der Winkel. Sie sollte immer 180° betragen!



Tipp: Diese Aufgabe kannst du auf Papier oder mit GeoGebra lösen.

- $a = 4 \text{ cm}$; $b = 6 \text{ cm}$; $c = 5 \text{ cm}$
- $a = 6,5 \text{ cm}$; $b = 5,5 \text{ cm}$; $c = 8 \text{ cm}$
- $a = 62 \text{ mm}$; $b = 29 \text{ mm}$; $c = 53 \text{ mm}$
- $a = 82 \text{ mm}$; $b = 35 \text{ mm}$; $c = 75 \text{ mm}$
- $a = 0,3 \text{ dm}$; $b = 1,2 \text{ dm}$; $c = 1 \text{ dm}$

Tipp: Verlängere die Seiten eines Dreiecks, damit du die Winkel leicht messen kannst.



- RK 185 Konstruiere die Dreiecke. Achte auf die Maßeinheiten.

- $a = 0,4 \text{ dm}$; $b = 88 \text{ mm}$; $c = 6,4 \text{ cm}$
- $a = 104 \text{ mm}$; $b = 0,92 \text{ dm}$; $c = 3 \text{ cm}$
- $a = 0,06 \text{ m}$; $b = 70 \text{ mm}$; $c = 0,4 \text{ dm}$
- $a = 1 \text{ dm}$; $b = 0,065 \text{ m}$; $c = 1 \text{ cm}$



e) Löse die Aufgaben a) bis d) mit GeoGebra.

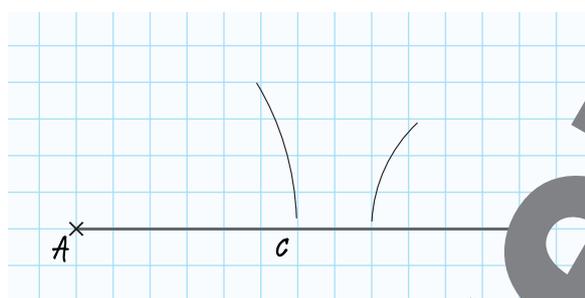
Wandle dafür die Längenangaben zuerst in die gleiche Einheit um.

- MP 186 Warum funktioniert das nicht?



Alexander sollte ein Dreieck mit den folgenden Angaben konstruieren.

$a = 2 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$



- Was hat er falsch gemacht? Oder gibt es kein solches Dreieck?
- Versuche, dieses Dreieck zu konstruieren: $a = 4 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$. Was fällt dir auf?
- Ergänze den Satz mit „länger“, „kürzer“ oder „gleich lang“, sodass die Aussage stimmt: „Die längste Seite eines Dreiecks ist ... als/wie die Summe der beiden anderen Seiten sein.“

Dreiecksungleichung

Für die Seiten eines Dreiecks müssen folgende Aussagen gelten:

$$\begin{aligned} a + b &> c \\ a + c &> b \\ b + c &> a \end{aligned}$$

- VB 187 Seiten und Winkel

...→ Ü187



Was hältst du von diesen Aussagen? Erkläre und begründe sie mit eigenen Skizzen.

- Mona behauptet: „Die längste Seite eines Dreiecks ist immer gegenüber dem größten Winkel.“
- Toni behauptet: „Jedes Dreieck hat zwei lange Seiten und eine kurze Seite.“
- Laura behauptet: „Ein Dreieck kann höchstens einen Winkel haben, der kleiner als 20° ist.“
- Peter meint: „Ein Dreieck kann höchstens einen Winkel haben, der größer als 90° ist.“
- Achmed sagt: „Der kleinste Winkel eines Dreiecks ist immer gegenüber der kürzesten Seite.“

D2 Konstruktion mit zwei Seiten und einem Winkel (SWS, SSW)



SWS-Satz: Kennt man die Längen von zwei Seiten (S) und den Winkel (W), den diese einschließen, ist die Konstruktion eindeutig.

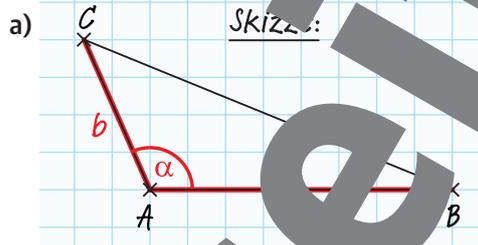
SSW-Satz: Kennt man die Längen von zwei Seiten (S) und den Winkel (W), der der dritten Seite gegenüberliegt, ist die Konstruktion eindeutig.

RK **188** **Konstruiere diese Dreiecke (SWS).**



Tipp: Erstelle erst eine Skizze des Dreiecks. Markiere darin mit Farbe, was du gegeben hast.

- a) $b = 3 \text{ cm}; c = 5 \text{ cm}; \alpha = 100^\circ$
- b) $a = 6 \text{ cm}; b = 3,5 \text{ cm}; \gamma = 80^\circ$

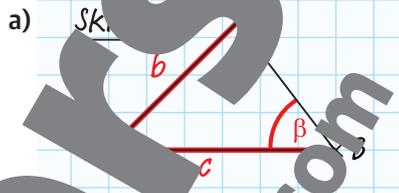


RK **189** **Konstruiere diese Dreiecke (SSW).**



Tipp: Erstelle erst eine Skizze des Dreiecks. Markiere darin mit Farbe, was du gegeben hast.

- a) $b = 8 \text{ cm}; c = 4 \text{ cm}; \beta = 75^\circ$
- b) $a = 7 \text{ cm}; c = 6 \text{ cm}; \alpha = 50^\circ$



RK **190** **Konstruiere die folgenden Dreiecke (SWS).**

Bestimme die jeweils fehlende Seitenlänge durch Messen.

- a) $b = 6 \text{ cm}; c = 9 \text{ cm}; \alpha = 45^\circ$ $a = 5,1 \text{ cm}; c = 7,2 \text{ cm}; \beta = 82^\circ$
- b) $b = 42 \text{ mm}; c = 57 \text{ mm}; \alpha = 120^\circ$ $a = 51 \text{ mm}; b = 45 \text{ mm}; \gamma = 90^\circ$

RK **191** **Konstruiere die folgenden Dreiecke (SSW).**

Bestimme die jeweils fehlende Seitenlänge durch Messen.

- a) $b = 7 \text{ cm}; c = 4 \text{ cm}; \beta = 70^\circ$ $a = 5,8 \text{ cm}; c = 4,4 \text{ cm}; \alpha = 65^\circ$
- b) $b = 45 \text{ mm}; c = 65 \text{ mm}; \alpha = 100^\circ$ $a = 36 \text{ mm}; b = 64 \text{ mm}; \beta = 90^\circ$

MP RK **192** **Konstruiere diese Dreiecke mit einer Geometriesoftware (GeoGebra).**



Tipp: Erstelle zuerst eine Skizze. Benutze die Objekte in GeoGebra immer passend dazu.

1. Erstelle ein vorgegebenes Dreieck.
2. Erstelle den vorgegebenen Winkel und zeichne vom Scheitel einen Strahl durch den entstandenen Punkt.
3. Zeichne einen Kreis mit dem Winkelscheitel als Mittelpunkt. Verwende die übrige Seitenlänge als Radius.
4. Erzeuge den Schnittpunkt von Strahl und Kreis und verbinde ihn mit den anderen Eckpunkten.

1. Strecke mit fester Länge
2. Winkel mit fester Größe
2. Strahl
3. Kreis mit MP und Radius
4. Schnittpunkt
4. Strecke

- a) $b = 6 \text{ cm}$ b) $b = 4 \text{ cm}$ c) $a = 5 \text{ cm}$
 $c = 8 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$ $c = 8 \text{ cm}$
 $\alpha = 40^\circ$ $\alpha = 20^\circ$ $\beta = 60^\circ$

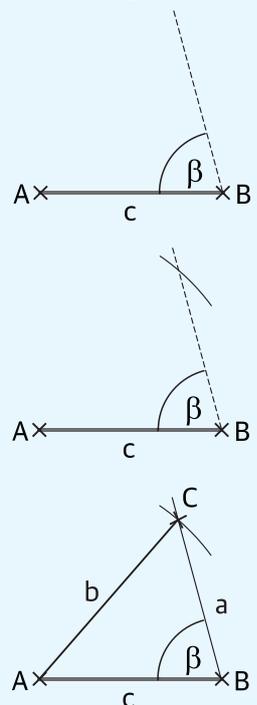
Denk dir selbst weitere Seitenlängen und Winkel aus und konstruiere die Dreiecke.

Konstruktion SWS

Konstruiere den gegebenen Winkel. Die Schenkel sind so lang wie die gegebenen Seiten. So bekommst du alle Ecken des Dreiecks A, B und C und kannst die letzte Seite einfach einzeichnen.

Konstruktion SSW

Beginne mit der Seite, die an den Winkel angrenzt.



RK 193 **Konstruiere die folgenden Dreiecke (SSW, SWS).** ...→ Ü193
Bestimme die jeweils fehlende Seitenlänge durch Messen.



Tipp: Diese Aufgabe kannst du auf Papier oder mit GeoGebra lösen.

- a) $a = 5 \text{ cm}; c = 2,5 \text{ cm}; \alpha = 35^\circ$
- b) $b = 45 \text{ mm}; c = 60 \text{ mm}; \alpha = 55^\circ$
- c) $a = 8 \text{ cm}; b = 6 \text{ cm}; \alpha = 90^\circ$
- d) $b = 5 \text{ cm}; c = 10 \text{ cm}; \alpha = 105^\circ$
- e) $a = 6,2 \text{ cm}; c = 9 \text{ cm}; \beta = 72^\circ$
- f) $b = 5,5 \text{ cm}; c = 4,5 \text{ cm}; \beta = 65^\circ$

RK 194 **Konstruiere die folgenden Dreiecke (SSW, SWS).** ...→ Ü194
Bestimme die jeweils fehlende Seitenlänge durch Messen.



Tipp: Diese Aufgabe kannst du auf Papier oder mit GeoGebra lösen.

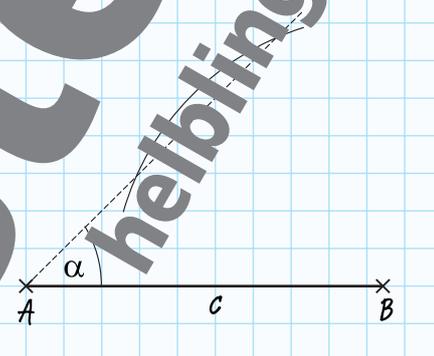
- a) $a = 5 \text{ cm}; b = 0,72 \text{ dm}; \beta = 100^\circ$
- b) $a = b = 0,06 \text{ m}; \gamma = 90^\circ$
- c) $a = 52 \text{ mm}; c = 0,65 \text{ dm}; \gamma = 80^\circ$
- d) $a = 0,43 \text{ dm}; b = 35 \text{ mm}; \alpha = 136^\circ$
- e) $b = 4,6 \text{ cm}; c = 57 \text{ mm}; \alpha = 105^\circ$
- f) $b = c = 0,58 \text{ dm}; \alpha = 58^\circ$

RK 195 **Konstruiere die folgenden Dreiecke.** ...→ Ü195
Bestimme die jeweils fehlende Seitenlänge durch Messen.

- a) Die längste Seite dieses Dreiecks ist 10 cm lang. Ihr gegenüber liegt ein Winkel mit 110° . Eine der beiden verbleibenden Seiten ist halb so lang wie die längste Seite.
- b) Man kennt die Länge von zwei Seiten dieses Dreiecks. Die erste ist 0,025 Meter lang, die zweite ist dreimal so lang. Diese Seiten schließen einen rechten Winkel ein.
- c) Eine Seite ist 0,54 dm lang, die zweite Seite ist 1,2 dm länger. Der Winkel gegenüber der ersten Seite misst 65° .

RK 196 **Bei diesen Dreiecken gibt es zwei verschiedene Lösungen.** ...→ Ü196
Konstruiere beide in deinem Heft.

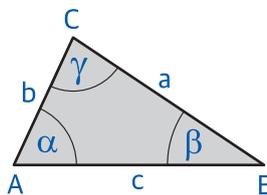
- a) $a = 36 \text{ mm}$
 $c = 47 \text{ mm}$
 $\alpha = 45^\circ$
- b) $a = 4 \text{ cm}$
 $c = 5 \text{ cm}$
 $\alpha = 20^\circ$
- c) $b = 6,3 \text{ cm}$
 $c = 5,4 \text{ cm}$
 $\gamma = 50^\circ$
- d) $a = 42$
 $b = 63$
 $\alpha = 90^\circ$



MP VB 197 **Gibt es zu diesen Angaben eine oder zwei Lösungen?** ...→ Ü197
Erstelle ein Dreieck und entscheide dich. Erkläre.



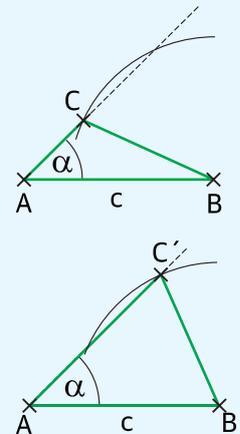
- a) $a = 6 \text{ cm}, b = 8 \text{ cm}, \alpha = 58^\circ$
 1 Lösung 2 Lösungen
- b) $a = 5 \text{ cm}, b = 8 \text{ cm}, \alpha = 50^\circ$
 1 Lösung 2 Lösungen
- c) $b = 8 \text{ cm}, c = 8 \text{ cm}, \beta = 100^\circ$
 1 Lösung 2 Lösungen
- d) $b = 7 \text{ cm}, c = 7 \text{ cm}, \alpha = 60^\circ$
 1 Lösung 2 Lösungen



Konstruktion SSW mit zwei Lösungen

Liegt der angegebene Winkel der kürzeren Seite gegenüber, ist die Konstruktion nicht eindeutig.

Es gibt zwei Lösungen.



D3 Konstruktion mit zwei Winkeln und einer Seite (WSW)



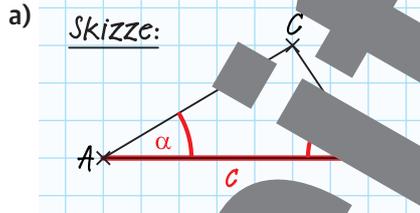
WSW-Satz: Kennt man die Größen zweier Winkel (W) und die Länge einer Seite (S) ist die Konstruktion eindeutig.

RK **198** **Konstruiere diese Dreiecke (WSW).**



Tipp: Erstelle zuerst eine Skizze.

- a) $c = 5 \text{ cm}; \alpha = 58^\circ; \beta = 90^\circ$
- b) $c = 7 \text{ cm}; \alpha = 60^\circ; \gamma = 80^\circ$



RK **199** **Konstruiere die folgenden Dreiecke (WSW).**

Bestimme die jeweils fehlenden Seitenlängen durch Messen.

- | | |
|--|--|
| a) $c = 5 \text{ cm}; \alpha = 30^\circ; \beta = 75^\circ$ | d) $b = 52 \text{ mm}; \alpha = 10^\circ; \gamma = 75^\circ$ |
| b) $a = 3,5 \text{ cm}; \gamma = 80^\circ; \beta = 40^\circ$ | e) $a = 6,4 \text{ cm}; \alpha = 70^\circ; \beta = 90^\circ$ |
| c) $b = 4 \text{ cm}; \alpha = 20^\circ; \gamma = 100^\circ$ | f) $c = 115 \text{ mm}; \alpha = 15^\circ; \beta = 3^\circ$ |

MP RK **200** **Konstruiere diese Dreiecke mit einer Geometriesoftware (GeoGebra).**



Tipp: Erstelle eine Skizze. Benenne Objekte in GeoGebra immer passend dazu.

1. Erstelle die vorgegebene Strecke.
2. Erstelle an den Eckpunkten die vorgegebenen Winkel und zeichne vom Scheitel je einen Strahl durch die entstandenen Punkte.
3. Erzeuge den Schnittpunkt der beiden Strahlen und verbinde ihn durch Strecke mit den anderen Eckpunkten.



- | | | |
|---|--|--|
| a) $c = 10 \text{ cm}$
$\alpha = 35^\circ$
$\beta = 70^\circ$ | b) $c = 5 \text{ cm}$
$\alpha = 30^\circ$
$\beta = 27^\circ$ | c) $b = 8 \text{ cm}$
$\alpha = 45^\circ$
$\gamma = 120^\circ$ |
|---|--|--|

+ Denk dir selbst weitere Seitenlängen und Winkel aus und konstruiere die Dreiecke.

RK **201** **Konstruiere die folgenden Dreiecke (WSW).**

Bestimme die jeweils fehlenden Seitenlängen durch Messen.

Berechne zum Schluss den dritten Winkel.



Tipp: Diese Aufgabe kannst du auf Papier oder mit GeoGebra lösen.

- | | |
|--|--|
| a) $c = 5 \text{ cm}; \alpha = 5^\circ; \gamma = 75^\circ$ | d) $b = 4 \text{ cm}; \alpha = 100^\circ; \beta = 40^\circ$ |
| b) $a = 7 \text{ cm}; \alpha = 75^\circ; \beta = 60^\circ$ | e) $c = 70 \text{ mm}; \beta = 115^\circ; \gamma = 23^\circ$ |
| c) $b = 1 \text{ mm}; \alpha = 28^\circ; \beta = 10^\circ$ | f) $a = 0,051 \text{ m}; \alpha = 62^\circ; \gamma = 81^\circ$ |

RK **202** **Gegeben sind die Winkel eines Dreiecks: $\alpha = 45^\circ, \beta = 75^\circ$ und $\gamma = 60^\circ$.**

Tipp: Diese Aufgabe kannst du auf Papier oder mit GeoGebra lösen.



- a) Konstruiere ein Dreieck mit solchen Winkeln.
- b) Vergleiche mit anderen. Was stellst du fest?

Dritten Winkel bestimmen

Für alle Dreiecke gilt: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

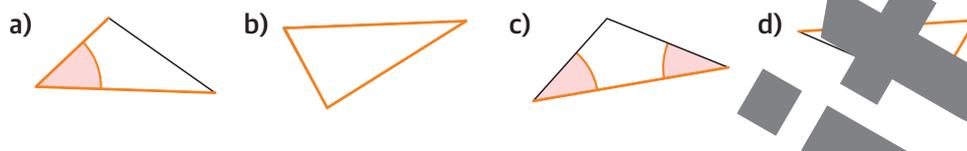
Kennt man also bereits zwei Winkel, kann man den dritten Winkel einfach ausrechnen.

D4 Gemischte Konstruktionsaufgaben



Bei allen Konstruktionen beginnt man mit einer Strecke. Danach konstruiert man einen Winkel, oder man trägt die Länge einer zweiten bekannten Seite mit dem Zirkel auf.

- DI **203** Schreib die Begriffe SSS, SSW, SWS oder WSW zu den Dreiecken.
Die bekannten Größen sind jeweils farbig markiert.



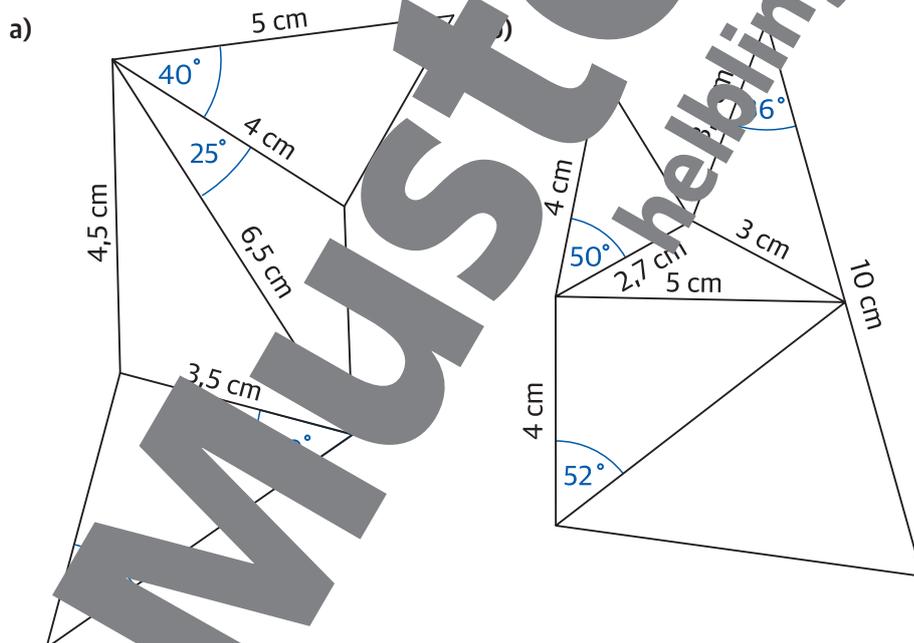
Beginne mit einer Skizze.
Male mit Farbe die Teile an,
die du kennst. Dann weißt
du, wie du das Dreieck
konstruieren kannst!



- RK **204** Konstruiere die folgenden Dreiecke.
Bestimme die jeweils gesuchte Größe durch Messen.
Tipp: Erstelle zuerst eine Skizze und zeichne die gegebenen Größen mit Farbe nach.
Dann kannst du entscheiden, wie du bei der Konstruktion vorgehst.

- | | | | |
|---|---|---|--|
| a) $a = 4 \text{ cm}$
$\beta = 40^\circ$
$\gamma = 65^\circ$
$b = ?$ | c) $a = 4,5 \text{ cm}$
$b = 5,3 \text{ cm}$
$c = 7 \text{ cm}$
$\alpha = ?$ | e) $c = 52 \text{ mm}$
$\alpha = 105^\circ$
$\beta = 30^\circ$
$a = ?$ | g) $b = 4,7 \text{ cm}$
$\alpha = 90^\circ$
$\gamma = 70^\circ$
$c = ?$ |
| b) $b = 3 \text{ cm}$
$c = 8,5 \text{ cm}$
$\alpha = 70^\circ$
$a = ?$ | d) $a = 6 \text{ cm}$
$b = 8,4 \text{ cm}$
$\beta = 50^\circ$
$c = ?$ | f) $a = 3 \text{ cm}$
$b = 49 \text{ mm}$
$c = 45 \text{ mm}$
$\alpha = ?$ | h) $a = 6,4 \text{ cm}$
$c = 8,2 \text{ cm}$
$\beta = 34^\circ$
$b = ?$ |

- MP **205** Konstruiere diese Figuren in deinem Heft. → Ü205



- MP **206** Konstruiere die folgenden Dreiecke.
Bestimme die jeweils gesuchte Größe durch Messen. → Ü206

- | | | | |
|--|---|--|---|
| a) $a = 0,5 \text{ dm}$
$\beta = 112^\circ$
$\gamma = 27^\circ$
$b = ?$ | b) $a = 0,048 \text{ m}$
$b = 75 \text{ mm}$
$c = 0,6 \text{ dm}$
$\alpha = ?$ | c) $c = 0,9 \text{ dm}$
$\alpha = 62^\circ$
$\gamma = 75^\circ$
$a = ?$ | d) $b = 86 \text{ mm}$
$c = 1,12 \text{ dm}$
$\gamma = 90^\circ$
$a = ?$ |
|--|---|--|---|

D5 Arten von Dreiecken

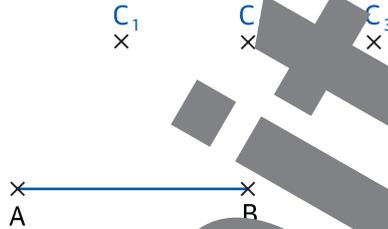


Dreiecke kann man nach Art ihrer Winkel und Seiten in verschiedene Gruppen einteilen. So kann man Dreiecke näher beschreiben und ihre Eigenschaften nutzen.

DI 207 Zeichne die Dreiecke ABC_1 , ABC_2 und ABC_3 ein. Welche Dreiecke entstehen? Kreuze an.



Dreieck AB...	C_1	C_2	C_3
spitzwinkelig			
rechtwinkelig			
stumpfwinkelig			



Einteilung nach Winkeln

Spitzwinkelig

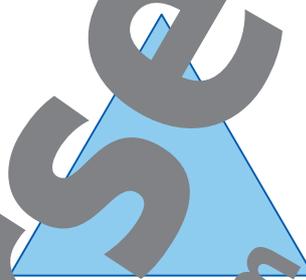
bedeutet, dass alle drei Winkel spitz sind, also kleiner als 90° .

Ein **stumpfwinkeliges** Dreieck hat einen stumpfen Winkel, ein **rechtwinkeliges** Dreieck hat einen rechten Winkel.

DI 208 Gleichseitiges Dreieck



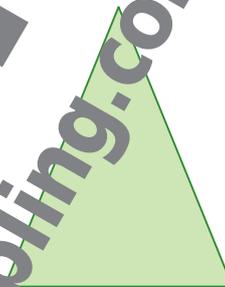
- Was kannst du über die Seiten und die Winkel dieses gleichseitigen Dreiecks sagen?
- Konstruiere selbst ein gleichseitiges Dreieck. Wähle die Seitenlänge selbst. Stimmen die Aussagen über Seiten und Winkel aus Aufgabe a) hier auch?



DI 209 Gleichschenkeliges Dreieck

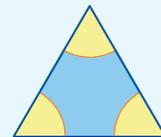


- Was kannst du über die Seiten und die Winkel dieses gleichschenkeligen Dreiecks sagen?
- Konstruiere selbst ein gleichschenkeliges Dreieck. Wähle die Seitenlängen selbst. Stimmen die Aussagen über Seiten und Winkel aus Aufgabe a) hier auch?



Gleichseitiges Dreieck

Ein Dreieck, dessen Seiten alle gleich lang sind, nennt man gleichseitig. Es gilt: $a = b = c$



DI 210 Spitzwinkelig, stumpfwinkelig oder rechtwinkelig? Ordne die Dreiecke in der Tabelle ein.

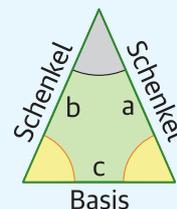
... → Ü210



spitzwinkelig	stumpfwinkelig	rechtwinkelig

Gleichschenkeliges Dreieck

In Dreiecken, bei denen zwei Seiten gleich lang sind, nennt man diese Seiten die „Schenkel“ des Dreiecks und beschriftet sie üblicherweise mit a und b. Die Seite c bildet die Basis.



RK DI 211 Konstruiere die folgenden Dreiecke.

... → Ü211

Bestimme, ob sie spitzwinkelig, rechtwinkelig, oder stumpfwinkelig sind.

- | | spitzwinkelig | rechtwinkelig | stumpfwinkelig |
|---|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| a) $a = 3 \text{ cm}, b = 4 \text{ cm}, c = 5 \text{ cm}$ | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| b) $a = 3 \text{ cm}, \alpha = 110^\circ, \beta = 40^\circ$ | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| c) $a = 3 \text{ cm}, \alpha = 50^\circ, \beta = 40^\circ$ | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| d) $a = 2 \text{ cm}, b = c = 5 \text{ cm}$ | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

RK 212 **Konstruiere diese Dreiecke.**

→ Ü212

- a) Gleichseitiges Dreieck
a = 5 cm
- b) Gleichschenkeliges Dreieck
Basis c = 6 cm; a = 4 cm
- c) Gleichseitiges Dreieck
a = 6,3 cm
- d) Gleichschenkeliges Dreieck
Basis c = 3,5 cm; $\alpha = \beta = 70^\circ$
- e) Gleichseitiges Dreieck
a = 4,7 cm
- f) Gleichschenkeliges Dreieck
Basis c = 8 cm; $\alpha = \beta = 38^\circ$

RK 213 **Konstruiere die folgenden Dreiecke.**

→ Ü213

Bestimme jeweils vor der Konstruktion, ob das Dreieck gleichseitig, gleichschenkelig oder keines von beidem ist. Erkläre.

- a) a = 52 mm
b = 40 mm
c = 52 mm
 - b) c = 6 cm
 $\alpha = 60^\circ$
 $\beta = 60^\circ$
 - c) a = 4,3 cm
 $\beta = 60^\circ$
 $\gamma = 40^\circ$
- gleichseitig gleichseitig gleichschenkelig
 gleichschenkelig gleichschenkelig gleichschenkelig
 weder noch weder noch weder noch

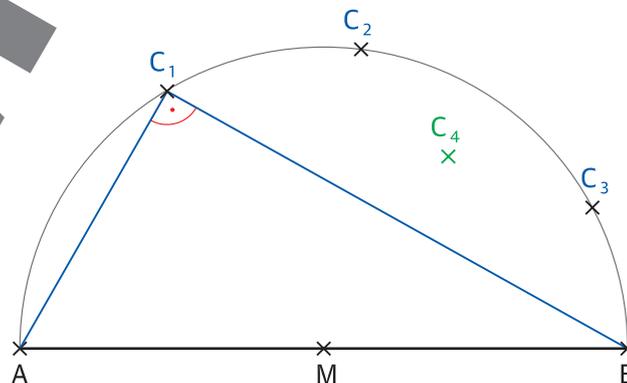
DI 214 **Wahr (W) oder falsch (F)?**
Kreuze an und begründe deine Entscheidung.

	W	F
a) Ein Dreieck kann höchstens einen stumpfen Winkel haben.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
b) Alle gleichseitigen Dreiecke sind spitzwinkelig.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
c) Die Summe der Winkel eines Dreiecks beträgt immer 360° .	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
d) Ein Dreieck kann höchstens einen rechten Winkel haben.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
e) Alle rechtwinkligen Dreiecke haben drei gleich lange Seiten.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
f) Ein rechter Winkel hat 90° .	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
g) Alle Winkel eines spitzwinkligen Dreiecks sind kleiner als 90° .	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
h) Alle Winkel eines stumpfwinkligen Dreiecks sind größer als 90° .	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

DI 215 **Der Satz von Thales**

Dieser besagt, dass jedes Dreieck, das den Punkt C auf dem Halbkreis mit Durchmesser AB mit dem Mittelpunkt M enthält, ein rechtwinkliges Dreieck ist.

- a) Zeichne Dreiecke mit dem Durchmesser AB und dem Punkt C auf dem Halbkreis.
- b) Bestätige den Satz von Thales.
- c) Was beobachtest du?



Thales von Milet
(nachempfundene Darstellung)

Er war ein griechischer Mathematiker und Philosoph. Ihm wird der Ausspruch „Der beste Staat ist der, wer weder allzu Reiche noch allzu Arme hat.“ zugeschrieben. Gilt diese Aussage deiner Meinung nach heutzutage?

→ Eine Datei + Arbeitsblatt findest du in der e-zone PLUS! Band 2, Technologie: D.

D6 Streckensymmetrale

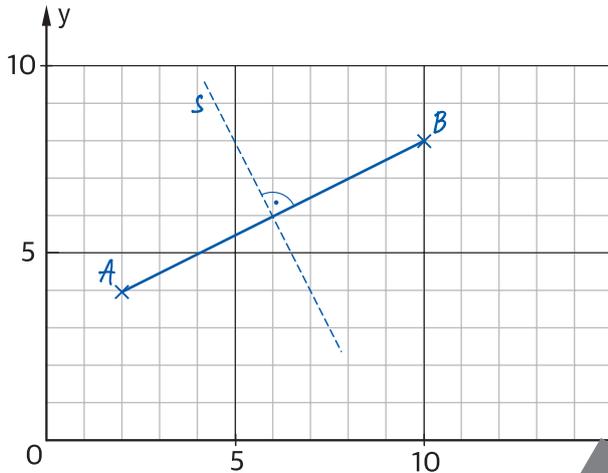


Eine Streckensymmetrale teilt eine Strecke genau in der Mitte und steht normal auf die Strecke.

RK **216** Zeichne die angegebenen Punkte und Strecken ein. Konstruiere dann die Streckensymmetralen.



B Strecke AB mit A (2|4) und B (10|8), Streckensymmetrale s



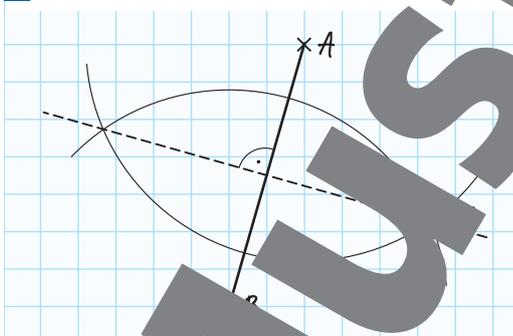
- a) Strecke CD mit C (3|1) und D (15|1), Streckensymmetrale
- b) Strecke EF mit E (14|3) und F (9|6), Streckensymmetrale

RK **217** Zeichne die angegebenen Strecken. Konstruiere dazu jeweils die Streckensymmetrale mit dem Zirkel.



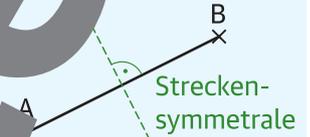
Tipp: Diese Aufgabe kannst du auch mit der Mittelsenkrechten-Geometrie lösen.

B $\overline{AB} = 34 \text{ mm}$



- a) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$
- b) $\overline{AB} = 13 \text{ cm}$
- c) $\overline{AB} = 48 \text{ mm}$
- d) $\overline{AB} = 6,5 \text{ cm}$
- e) $\overline{AB} = 9,4 \text{ cm}$
- f) $\overline{AB} = 7,2 \text{ cm}$

...→ Ü2



Konstruktion mit dem Geodreieck

1. Zeichne den Mittelpunkt der Strecke ein.
2. Zeichne eine Normale durch den Mittelpunkt.

Konstruktion mit dem Zirkel

1. Stich in Punkt A ein und zeichne einen Kreisbogen. Verstelle nun die Zirkelweite nicht mehr.
2. Stich in Punkt B ein und zeichne einen Kreisbogen.
3. Zeichne durch den Schnittpunkt der Kreisbögen eine Gerade.

Zeichne die Strecken schräg ins Heft!

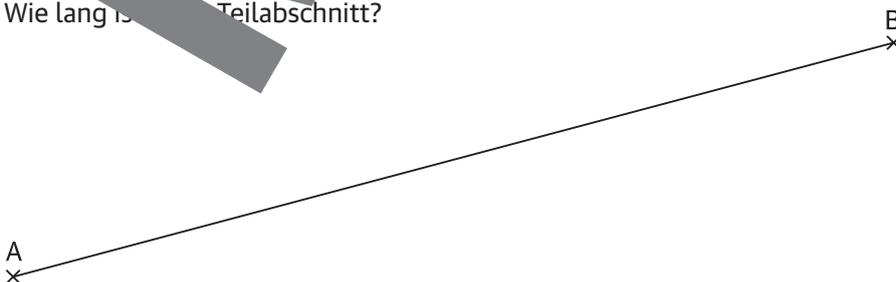


MP **218** Teile diese Strecke in vier gleich große Teile.

...→ Ü218



Verwende ein Geodreieck und die Technik der Streckensymmetralen. Beschreibe, wie du vorgehst. Wie lang ist ein Teilabschnitt?



D7 Umkreis

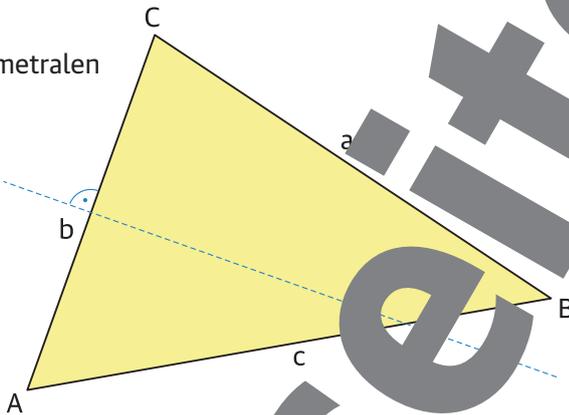


Zu jedem Dreieck gibt es genau einen Punkt U, der von allen Eckpunkten des Dreiecks gleich weit entfernt ist. Dieser Punkt ist der **Umkreismittelpunkt**.

219 Gegeben ist folgendes Dreieck.

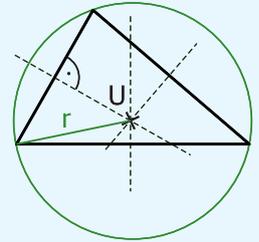


- Konstruiere die Streckensymmetralen auf die Seiten a und c.
- Markiere den Schnittpunkt der Symmetralen mit U.
- Zeichne den Umkreis des Dreiecks ein.
- Miss die Abstände von U zu den Ecken ABC des Dreiecks. Was fällt dir auf?



Konstruktion

- Konstruiere die drei Streckensymmetralen. Sie schneiden sich in U.
- Stich mit dem Zirkel im Umkreismittelpunkt ein. Stell den Radius des Zirkels von dort bis zu einem Eckpunkt ein und zeichne einen Kreis.



220 Konstruiere diese Dreiecke. Bestimme dann jeweils den Umkreismittelpunkt mit Hilfe der Streckensymmetralen und zeichne den Umkreis ein. Gib den Radius r des Umkreises in mm an. → Ü220

- | | | | |
|---|---|--|--|
| a) $a = 3 \text{ cm}$
$b = 5 \text{ cm}$
$c = 6 \text{ cm}$ | b) $a = 5,3 \text{ cm}$
$b = 5,3 \text{ cm}$
$c = 5,3 \text{ cm}$ | c) $c = 7 \text{ cm}$
$\alpha = 60^\circ$
$\beta = 90^\circ$ | d) $a = 64 \text{ mm}$
$b = 57 \text{ mm}$
$\gamma = 90^\circ$ |
|---|---|--|--|

221 Konstruiere diese Dreiecke und ihre Umkreise mit GeoGebra. Bestimme dann die Länge des Radius r des Umkreises. → Ü221



Hilfe: www.geogebra.org/m/...
 Tipp: Erstelle zuerst eine Skizze. Benutze die Werkzeuge in GeoGebra immer passend dazu.

- Konstruiere das Dreieck.
- Erstelle die Streckensymmetralen ein.
- Erzeuge den Schnittpunkt U aus den zwei entstandenen Geraden.
- Zeichne den Umkreis mit Mittelpunkt U durch einen der Eckpunkte.

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| a) A (0 0), B (8 1), C (5 5) | b) A (8 4), B (10 8), C (0 7) |
| b) A (3 1), B (10 0), C (9 8) | d) A (2 0), B (6 5), C (0 8) |

1. Vieleck
2. Mittelsenkrechte
3. Schnittpunkt
4. Kreis mit MP durch Punkt

222 Umkreismittelpunkt bei rechtwinkligen Dreiecken



Sabine behauptet: „In allen rechtwinkligen Dreiecken liegt der Umkreismittelpunkt genau auf einer der Seiten.“
 Überprüfe, ob Sabines Behauptung stimmt.
 Zeichne ein Dreieck und beschreibe deine Beobachtungen.

223 Finde passende Dreiecke und konstruiere sie.



- Der Umkreismittelpunkt liegt innerhalb des Dreiecks.
- Der Umkreismittelpunkt liegt außerhalb des Dreiecks.
- Der Umkreismittelpunkt liegt genau auf einer Seite des Dreiecks.

Nutze GeoGebra, um passende Dreiecke zu finden.



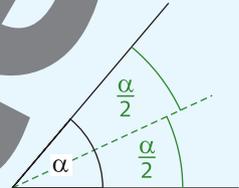
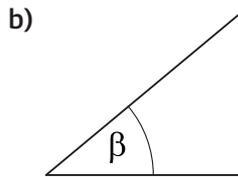
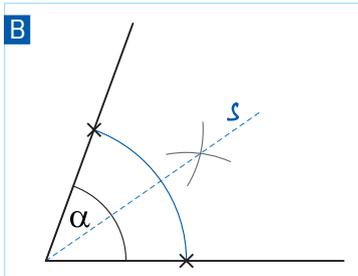
→ Eine entsprechende Datei + Arbeitsblatt findest du in der e-zone PLUS! Band 2, Technologie: D.

D8 Winkelsymmetrale



Eine Winkelsymmetrale teilt einen Winkel genau in der Mitte.

RK **224** Konstruiere die Winkelsymmetralen mit Hilfe des Zirkels. ...→ Ü2



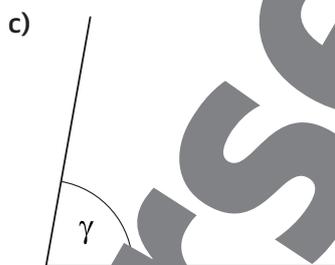
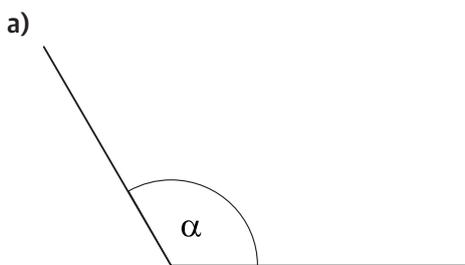
Winkelsymmetrale

Konstruktion mit dem Zirkel

1. Stich im Scheitel des Winkels ein. Zeichne einen Bogen, der beide Schenkel schneidet.
2. Stich in beiden Schnittpunkten ein und zeichne jeweils einen Kreisbogen. Verstelle die Zirkelweite dabei nicht.
3. Zeichne die Winkelsymmetrale durch den Scheitel des Winkels und den Schnittpunkt der beiden Kreisbögen.

Konstruktion mit dem Geodreieck

1. Miss den Winkel und berechne die Hälfte des Winkels.
2. Zeichne den halben Winkel ein.



RK **225** Konstruiere zuerst den jeweiligen Winkel mit dem Geodreieck. Konstruiere dann die Winkelsymmetrale mit dem Zirkel. Ü225



Tipp: Diese Aufgabe kannst du auf Papier oder mit der Software lösen.

- | | | | |
|------------------------|-------------------------|---------------------------|--------------------------|
| a) $\alpha = 60^\circ$ | c) $\gamma = 24^\circ$ | e) $\epsilon = 195^\circ$ | g) $\varphi = 310^\circ$ |
| b) $\beta = 82^\circ$ | d) $\delta = 140^\circ$ | f) $\psi = 242^\circ$ | h) $\omega = 230^\circ$ |

VB **226** Silvia kommt bei dieser Aufgabe nicht zurecht.



Konstruiere den Winkel α mit 130° .
 Konstruiere als nächstes die Winkelsymmetrale mit dem Geodreieck.
 Konstruiere jetzt noch zur Kontrolle die Winkelsymmetrale mit dem Zirkel.



„Mein Schnittpunkt liegt nie auf der Winkelsymmetrale!“
 Was könnte sie falsch machen? Erkläre es.

MP RK DI **227** Diese Winkel sind größer als 90°→ Ü227

Konstruiere zuerst den jeweiligen Winkel mit dem Geodreieck.
 Konstruiere dann die Winkelsymmetrale mit dem Zirkel.
 Erkläre, was dir vorgefallen ist.

- | | | |
|-------------------------|---------------------------|--------------------------|
| a) $\alpha = 106^\circ$ | e) $\epsilon = 195^\circ$ | g) $\varphi = 310^\circ$ |
| b) $\beta = 270^\circ$ | d) $\delta = 345^\circ$ | f) $\psi = 242^\circ$ |
| | | h) $\omega = 230^\circ$ |

⊕ Denk dir selbst weitere erhabene Winkel aus und konstruiere ihre Winkelsymmetralen.

VB **228** Konstruiere einen Winkel mit 135° .



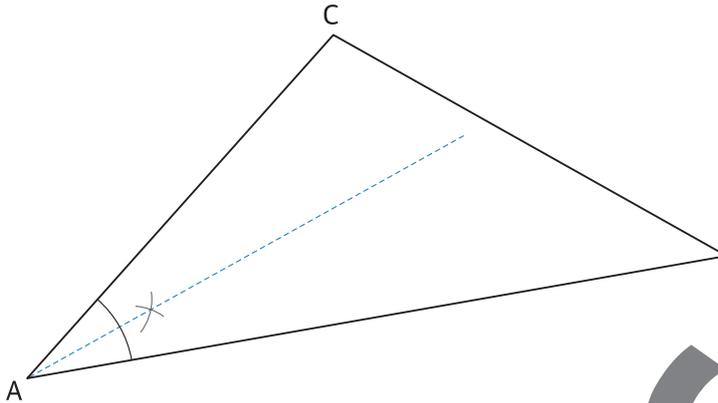
Konstruiere dann die Winkelsymmetrale ohne Zirkel, nur mit dem Geodreieck.
 Vergleiche die Methoden: Zirkel versus Geodreieck.
 Finde jeweils einen Vorteil und einen Nachteil.

D9 Inkreis



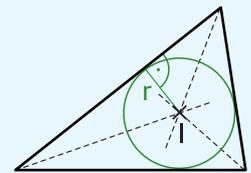
Zu jedem Dreieck gibt es genau einen Punkt I, der von allen Seiten des Dreiecks gleich weit entfernt ist. Dieser Punkt ist der **Inkreismittelpunkt**.

229 Finde den Inkreismittelpunkt I dieses Dreiecks mit Hilfe der Winkelsymmetralen und zeichne den Inkreis ein.



Konstruktion

1. Konstruiere die Winkelsymmetralen. Sie schneiden sich in I.
2. Zeichne den Radius ein, indem du eine Normale auf eine Seite des Dreiecks durch den Punkt I zeichnest.
3. Stich mit dem Zirkel im Inkreismittelpunkt ein. Stell den Radius ein, den du bei 2. eingezeichnet hast, und zeichne einen Kreis.



230 Konstruiere diese Dreiecke. Bestimme dann jeweils den Inkreismittelpunkt mit Hilfe der Winkelsymmetralen und zeichne den Inkreis ein. Gib den Radius r des Inkreises in mm an. → Ü230

- | | | | |
|---|---|---|--|
| a) $a = 4 \text{ cm}$
$b = 6 \text{ cm}$
$c = 7 \text{ cm}$ | b) $a = 6,2 \text{ cm}$
$b = 6,2 \text{ cm}$
$c = 3,5 \text{ cm}$ | c) $\alpha = 13^\circ$
$\beta = 40^\circ$
$\gamma = 47^\circ$ | d) $a = 45 \text{ mm}$
$b = 45 \text{ mm}$
$\gamma = 90^\circ$ |
|---|---|---|--|

231 Konstruiere diese Dreiecke und ihre Inkreise mit Geogebra. Bestimme dann die Länge des Radius r des Inkreises mit Hilfe der Software. → Ü231



Tipp: Erstelle zuerst eine Skizze. Benutze die Werkzeugleiste von GeoGebra immer passend dazu.

1. Konstruiere das Dreieck.
2. Erstelle die Winkelsymmetralen.
3. Erzeuge den Schnittpunkt I von den entstandenen Geraden.
4. Erstelle die Senkrechte auf einer Dreiecksseite durch den Punkt I und erzeuge den Schnittpunkt dieser Geraden und der Dreiecksseite.
5. Zeichne den Inkreis mit Mittelpunkt I durch den entstandenen Schnittpunkt.

- 1. Vieleck
- 2. Winkelhalbierende
- 3. Schnittpunkt
- 4. Senkrechte Gerade
- 4. Schnittpunkt
- 5. Kreis mit MP durch Punkt

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| a) $A(0 0), B(4 0), C(0 5)$ | c) $A(8 4), B(10 8), C(0 7)$ |
| b) $A(3 1), B(1 1), C(1 4)$ | d) $A(2 0), B(6 5), C(0 8)$ |

232 Konstruiere ein Dreieck mit dem Inkreismittelpunkt I, dann einen Kreis mit diesem Mittelpunkt und Radius $r = 2 \text{ cm}$. → Ü232

Zeichne drei Punkte auf der Kreislinie ein. Konstruiere jeweils eine Tangente durch diese Punkte. Diese Tangenten sind die Seiten deines Dreiecks!

233 Gib es ein Dreieck, dessen Inkreismittelpunkt außerhalb des Dreiecks liegt? Erkläre.



D10 Vermessungsaufgaben

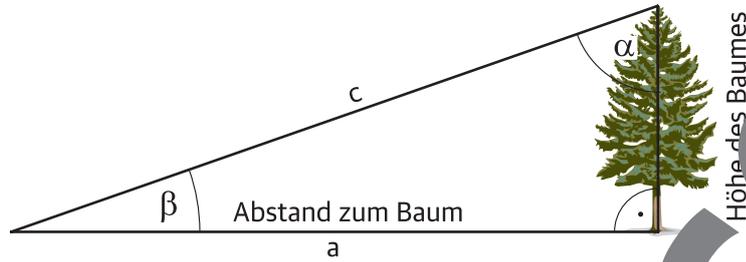


Man kann die Dinge, deren Länge man wissen möchte, oft nicht direkt messen. So hilft man sich, indem man Strecken und Winkel misst, mit deren Hilfe man die gesuchte Länge ermitteln kann.

MP **234** Bestimme die Höhe der Bäume. ...→ Ü234



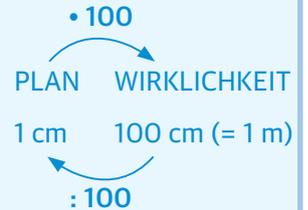
Erstelle zunächst eine maßstabsgetreue Zeichnung im Maßstab 1 : 100, das bedeutet, 1 cm entspricht 1 m.
Miss dann die Höhe des Baums ab und rechne das Ergebnis mit dem Maßstab wieder zurück.



- a) Abstand zum Baum $a = 8$ m
Blickwinkel vom Boden $\beta = 20^\circ$
- b) $a = 7$ m c) $a = 10$ m d) $a = 8,5$ m e) $a = 12$ m
- $\beta = 45^\circ$ $\beta = 32^\circ$ $\beta = 60^\circ$ $\beta = 35^\circ$

Wiederholung Maßstab

1 : 100 bedeutet:
1 cm am Plan entsprechen 100 cm (= 1 m) in der Wirklichkeit.



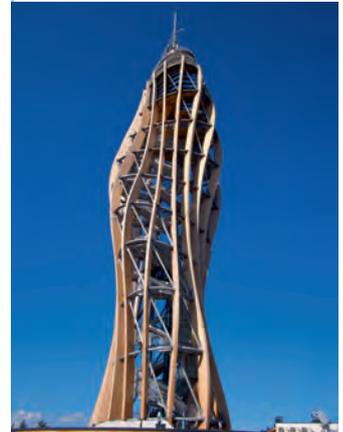
MP **235** Bestimme die Höhe dieser Türme. ...→ Ü235



Tipp: Diese Aufgabe kannst du auf Papier oder mit GeoGebra lösen.

Erstelle zunächst eine maßstabsgetreue Zeichnung im Maßstab 1 : 2 000, das bedeutet, 1 cm entspricht 20 m.

- a) Stephansdom (Wien)
Abstand zum Turm $a = 150$ m, Blickwinkel vom Boden $\beta = 42^\circ$
- b) Aussichtsturm Pyramidenkogel (Klagenfurt)
Abstand zum Turm $a = 133$ m, Blickwinkel vom Boden $\beta = 37^\circ$
- c) Attergauer Aussichtsturm (Görzsee, Steiermark):
Abstand zum Turm $a = 80$ m, Blickwinkel vom Boden $\beta = 24^\circ$
- d) Bergfried Burg Mautern (Niederösterreich):
Abstand zum Turm $a = 100$ m, Blickwinkel vom Boden $\beta = 20^\circ$



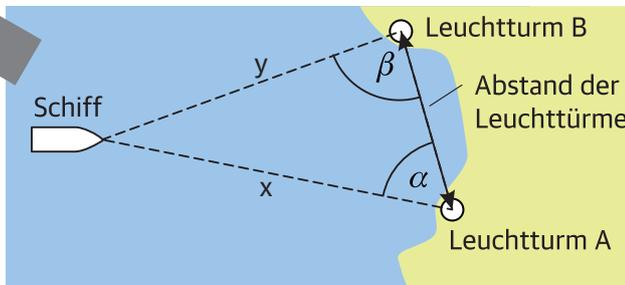
Aussichtsturm Pyramidenkogel

MP **236** Bestimme jeweils die Distanzen x und y des Schiffes zu den Leuchttürmen. ...→ Ü236



Tipp: Diese Aufgabe kannst du auf Papier oder mit GeoGebra lösen.

Erstelle zunächst eine maßstabsgetreue Zeichnung im Maßstab 1 : 100, das bedeutet, 1 cm entspricht 1 km.



- a) Abstand der Leuchttürme: 5 km; Winkel: $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 80^\circ$
- b) Abstand der Leuchttürme: 6 km; Winkel: $\alpha = 50^\circ$, $\beta = 50^\circ$
- c) Abstand der Leuchttürme: 4,8 km; Winkel: $\alpha = 70^\circ$, $\beta = 35^\circ$
- d) Abstand der Leuchttürme: 2,9 km; Winkel: $\alpha = 15^\circ$, $\beta = 150^\circ$



CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 237 Gegeben ist ein Dreieck mit den Seitenlängen $a = 3,5 \text{ cm}$, $b = 4,5 \text{ cm}$ und $c = 6 \text{ cm}$.

- a) Konstruiere das Dreieck. c) Um welche Art von Dreieck handelt es sich?
 spitzwinklig stumpfwinklig rechtwinklig
- b) Miss den Winkel α ab: $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$

RK 238 Gegeben ist ein gleichschenkeliges Dreieck mit Basis $c = 5 \text{ cm}$ und den Winkeln $\alpha = \beta = 60^\circ$.

- a) Konstruiere das Dreieck.
 b) Bestimme die Länge des Schenkels durch Messen. $a = \underline{\hspace{2cm}}$

RK 239 Konstruiere die folgenden Dreiecke. Bestimme die jeweils gesuchte Größe durch Messen.
Tipp: Erstelle zuerst eine Skizze.

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| a) $a = 6 \text{ cm}$ | b) $b = 6,5 \text{ cm}$ |
| $\beta = 35^\circ$ | $c = 5 \text{ cm}$ |
| $\gamma = 110^\circ$ | $\beta = 80^\circ$ |
| $b = ?$ | $a = ?$ |

RK 240 Konstruiere die Winkelsymmetrale für den Winkel α und die Streckensymmetrale für die Strecke a .

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 241 Gegeben ist ein Dreieck mit den Seitenlängen $a = 5,2 \text{ cm}$, $b = 4,7 \text{ cm}$ und $c = 6,4 \text{ cm}$.

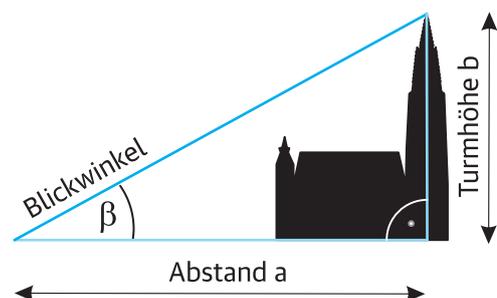
- a) Konstruiere das Dreieck und seinen Umkreis.
 b) Bestimme den Radius des Umkreises durch Messen: $r = \underline{\hspace{2cm}}$

RK 242 Gegeben ist ein Dreieck mit den Seitenlängen $a = 4 \text{ cm}$, $b = 6,4 \text{ cm}$ und $c = 6,4 \text{ cm}$.

- a) Konstruiere das Dreieck und seinen Inkreis.
 b) Bestimme den Radius des Inkreises durch Messen: $r = \underline{\hspace{2cm}}$

MP 243 Bestimme die Höhe b des Turmes mit Hilfe einer Zeichnung im Maßstab $1:1000$ (1 cm entspricht 10 m). Runde auf ganze Meter.

- Abstand $a = 150 \text{ m}$ Blickwinkel $\beta = 35^\circ$
 $b = \underline{\hspace{2cm}}$



E

Bruchzahlen



Teilt man ein Ganzes in gleich große Teile, so kann man diese gut mit Bruchzahlen beschreiben. Bekommt man zum Beispiel ein Viertel von einer Torte, so bedeutet das, dass man eins von vier gleich großen Stücken dieser Torte bekommt.

MP 244 Wie viel Torte bleibt für dich?



Die Kinder können bereits diese Portionen bekommen. Hanna bekommt ein Viertel, Peter bekommt ein Achtel und Armin bekommt dreimal so viel wie Peter bekommen. Wie viel von der Torte bleibt für dich? Erkläre.

In diesem Kapitel wiederholst du die Grundkenntnisse über Bruchzahlen.

Du lernst, wie man Bruchzahlen in Dezimalzahlen umwandelt und umgekehrt.

Dabei triffst du auf periodische Zahlen. Durch die Anordnung von Bruchzahlen

auf dem Zahlenstrahl und die Darstellung mit Balkenmodellen vertiefst

du dein Verständnis und bist dann gut gerüstet, um in Kapitel F

mit Bruchzahlen zu rechnen.



WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Bruchzahlen

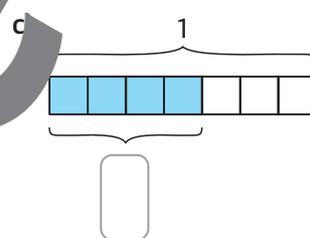
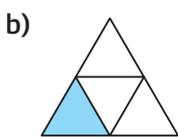
Wie gut kannst du das noch?



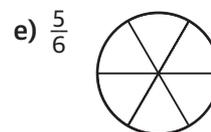
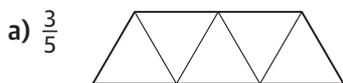
DI **245** Setze die Begriffe Zähler, Nenner und Bruchstrich richtig ein.



DI **246** Welche Bruchzahlen sind hier dargestellt?



DI **247** Bemale den angegebenen Teil der Figuren.



DI **248** Um welche Art von Bruchzahl handelt es sich jeweils? Kreuze an: Echter Bruch (E), Unechter Bruch (U) oder gemischte Zahl (G).

- a) $\frac{2}{7}$ E U G c) $1\frac{1}{4}$ E U G e) $6\frac{2}{5}$ E U G
 b) $\frac{5}{3}$ E U G d) 2 E U G f) $\frac{10}{3}$ E U G

RK **249** Vergleiche jeweils die beiden Bruchzahlen. Setze <, > oder = ein.

- a) $\frac{5}{7}$ $\frac{3}{4}$ b) $\frac{3}{5}$ $\frac{3}{4}$ c) $\frac{2}{8}$ $\frac{1}{4}$ d) $\frac{15}{20}$ $\frac{14}{20}$

Rechenregeln

Wie gut kannst du das noch?



RK **250** Berechne und schreibe dabei auf die Reihenfolge.

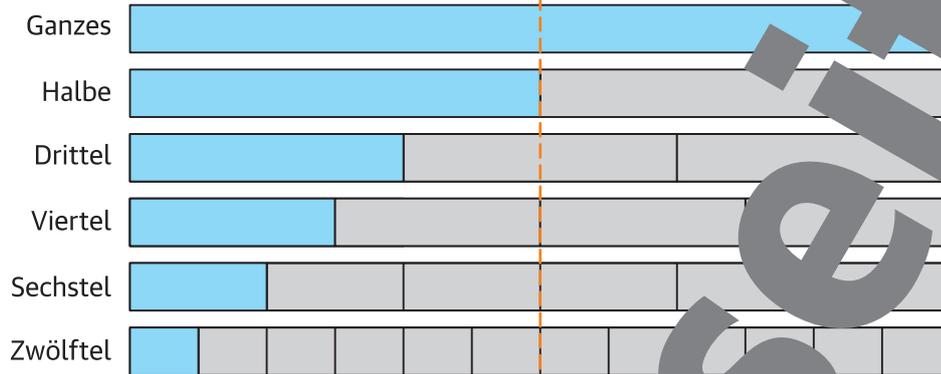
- a) $20 - 3 \cdot 2 =$ _____ d) $24 : (8 - 5) =$ _____ g) $2 \cdot (10 - 2 \cdot 3) =$ _____
 b) $20 : 4 - 2 =$ _____ e) $(4 + 6) \cdot 3 =$ _____ h) $40 : (2 + 6 : 2) =$ _____
 c) $7 + 3 \cdot 5 =$ _____ f) $7 \cdot (5 + 2) =$ _____ i) $(18 - 8 : 4) : (2 + 2) =$ _____

E1 Erweitern, Kürzen und Äquivalenz



Verschiedene Bruchzahlen können den gleichen Wert haben. Solche Brüche nennt man **äquivalent**. Zum Beispiel sind $\frac{2}{4}$ gleich viel wie $\frac{1}{2}$. Durch **Erweitern** oder **Kürzen** kann man Bruchzahlen ändern, ohne ihren Wert zu verändern.

DI **251** Finde äquivalente Brüche.



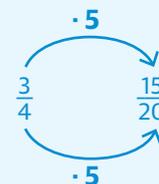
B $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

Brüche erweitern

Beim Erweitern von Brüchen multipliziert man Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl.

Der Wert des Bruches ändert sich dabei nicht.

Beispiel:
Der Bruch $\frac{3}{4}$ wird mit dem Faktor 5 erweitert:



RK **252** Erweitere die Brüche mit den angegebenen Zahlen. ... → Ü252

B $\frac{2}{3}$ mit 2

$$\frac{2}{3} \stackrel{(\cdot 2)}{=} \frac{4}{6}$$

- a) $\frac{3}{5}$ mit 4 c) $\frac{1}{7}$ mit 3 e) $\frac{1}{3}$ mit 3
b) $\frac{1}{4}$ mit 2 d) $\frac{2}{7}$ mit 2 f) $\frac{5}{8}$ mit 2

RK **253** Kürze die Brüche jeweils durch die angegebenen Zahlen. ... → Ü253

B $\frac{6}{15}$ durch 3

$$\frac{6}{15} \stackrel{(:3)}{=} \frac{2}{5}$$

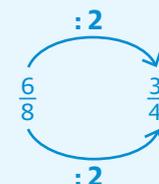
- a) $\frac{6}{24}$ durch 6 c) $\frac{12}{18}$ durch 6 e) $\frac{10}{15}$ durch 5
b) $\frac{8}{10}$ durch 2 d) $\frac{12}{20}$ durch 4 f) $\frac{14}{49}$ durch 7

Brüche kürzen

Beim Kürzen von Brüchen dividiert man Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl.

Der Wert des Bruches ändert sich dabei nicht.

Beispiel:
Der Bruch $\frac{6}{8}$ wird durch 2 gekürzt:



RK **254** Kürze die folgenden Bruchzahlen. Gib jeweils an, durch welche Zahl du gekürzt hast. ... → Ü254

B $\frac{4}{6}$

$$\frac{4}{6} \stackrel{(:2)}{=} \frac{2}{3}$$

- a) $\frac{6}{18}$ c) $\frac{6}{18}$ e) $\frac{3}{12}$ g) $\frac{2}{10}$
b) $\frac{15}{40}$ d) $\frac{15}{40}$ f) $\frac{20}{50}$ h) $\frac{12}{15}$

RK **255** Sind die Bruchpaare jeweils äquivalent? ... → Ü255

- Setze = oder \neq .
- a) $\frac{4}{6} \bigcirc \frac{2}{3}$ d) $\frac{2}{4} \bigcirc \frac{1}{2}$ g) $\frac{3}{9} \bigcirc \frac{2}{8}$ j) $\frac{2}{3} \bigcirc \frac{8}{12}$
b) $\frac{1}{2} \bigcirc \frac{8}{4}$ e) $\frac{7}{15} \bigcirc \frac{8}{16}$ h) $\frac{4}{10} \bigcirc \frac{2}{5}$ k) $\frac{1}{3} \bigcirc \frac{1}{6}$
c) $\frac{3}{5} \bigcirc \frac{4}{6}$ f) $\frac{6}{12} \bigcirc \frac{2}{3}$ i) $\frac{1}{9} \bigcirc \frac{5}{45}$ l) $\frac{4}{12} \bigcirc \frac{8}{24}$

RK 256 Kürze die Brüche schrittweise bis zu ihrer einfachsten Form. ...→ Ü256

B $\frac{28}{42}$

$\frac{28}{42}$	(:2)	$\frac{14}{21}$	(:7)	$\frac{2}{3}$
-----------------	------	-----------------	------	---------------

- a) $\frac{18}{24}$ c) $\frac{4}{64}$ e) $\frac{16}{136}$ g) $\frac{40}{180}$
 b) $\frac{8}{28}$ d) $\frac{16}{36}$ f) $\frac{42}{70}$ h) $\frac{28}{140}$

Einfachste Form

Wenn man einen Bruch nicht mehr weiter kürzen kann, sagt man, er ist „einfachste Form“ oder „unlösbar“. Oft werden solche Brüche auch als „durchgekürzt“ bezeichnet.

RK 257 Patrick sollte die Bruchzahl $\frac{3}{8}$ mit der Zahl 2 erweitern.



Leider ist ihm ein Fehler passiert. Erkläre, wie Patrick gerechnet hat, und löse die Aufgabe dann selbst richtig.

$\frac{3}{8} = \frac{5}{10}$ f

RK 258 Gib jeweils an, mit welcher Zahl der Bruch erweitert wurde. → Ü258

- a) $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ c) $\frac{6}{7} = \frac{48}{56}$ e) $\frac{3}{5} = \frac{60}{100}$
 b) $\frac{7}{10} = \frac{28}{40}$ d) $\frac{12}{15} = \frac{48}{60}$ f) $\frac{7}{8} = \frac{3}{4}$

RK 259 Ergänze die fehlenden Zahlen. Ü259

- a) $\frac{1}{4} = \frac{\square}{8}$ e) $\frac{1}{10} = \frac{5}{\square}$
 b) $\frac{3}{5} = \frac{6}{\square}$ f) $\frac{3}{8} = \frac{1}{2}$
 c) $\frac{4}{7} = \frac{12}{\square}$ g) $\frac{3}{5} = \frac{\square}{15}$ k) $\frac{7}{18} = \frac{\square}{\square}$
 d) $\frac{\square}{3} = \frac{4}{6}$ h) $\frac{8}{20} = \frac{2}{\square}$ l) $\frac{10}{25} = \frac{\square}{5}$

DI 260 Lies die Aussagen und kreuze an, ob sie wahr (w) oder falsch (f) sind.

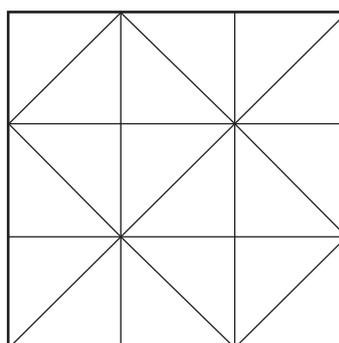
	wahr	falsch
a) Man kann jeden Bruch kürzen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) Man kann jeden Bruch erweitern.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Der Bruch $\frac{5}{12}$ ist unkürzbar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) $\frac{72}{96}$ ist durch 3 kürzbar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Wenn man einen Bruch erweitert, werden sowohl der Zähler und der Nenner größer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



DI 261 Immer mit einem Drittel der Figur.



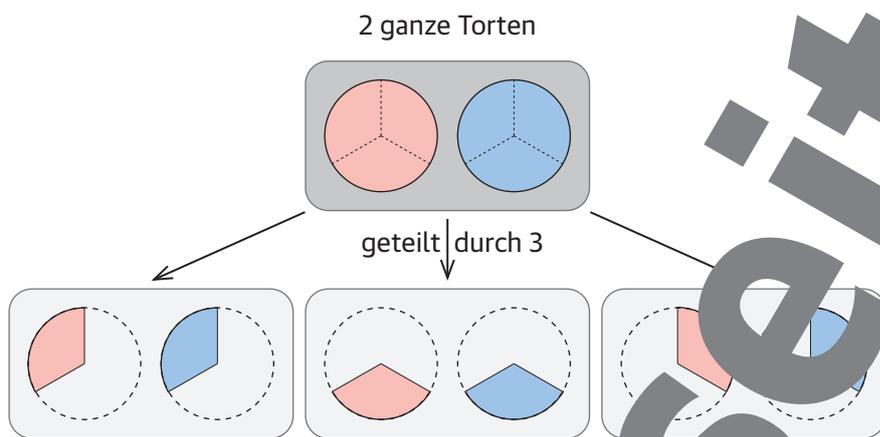
- a) Berechne ein Drittel dieser Figur.
 b) Gestalte vier weitere „Drittel-Bilder“. Zeichne dazu jeweils die Rasterfigur von rechts in dein Heft und bemale dann ein Drittel der Felder. Finde verschiedene Möglichkeiten.
 c) Vergleiche mit anderen.



E2 Bruchzahl als Dezimalzahl, periodische Zahlen

 Man kann eine Bruchzahl in eine Dezimalzahl umwandeln, indem man den Zähler durch den Nenner dividiert.

MP 262 Das Bild zeigt, wie zwei Torten gleichmäßig auf drei Teller aufgeteilt wurden.



Brüche als Division

Die Bruchzahl zeigt eine Division.
Drei Viertel ($\frac{3}{4}$) bedeutet 3 Ganze geteilt in 4 gleich große Teile.
Der Bruch kann also durch eine Division in eine Dezimalzahl umgewandelt werden.

- a) Erkläre anhand des Bilds, warum $2 : 3 = \frac{2}{3}$ sind.
- b) Erkläre, warum $2 : 4 = \frac{2}{4}$ sind. Mach eine Skizze.
- c) Gib die folgenden Divisionen als Bruchzahlen an.

$3 : 5 = \frac{\quad}{\quad}$ $2 : 9 = \frac{\quad}{\quad}$ $8 : 3 = \frac{\quad}{\quad}$ $\quad : 17 = \frac{\quad}{\quad}$

- d) Gib die folgenden Bruchzahlen als Divisionen an.

$\frac{1}{4} = \quad : \quad$ $\frac{3}{8} = \quad : \quad$ $4 = \frac{\quad}{\quad}$ $\frac{8}{2} = \quad : \quad$

Oben durch unten!



Zähler durch Nenner!

DI 263 Welche Division passt zu welcher Bruchzahl? Verbinde die Ausdrücke. ...→ Ü263

$\frac{4}{7}$	$4 : 7$	$\frac{4}{3}$	$4 : 3$	$\frac{3}{7}$	$7 : 3$
$3 : 4$	$\frac{7}{4}$	$7 : 4$	$\frac{4}{3}$	$7 : 3$	$3 : 7$

RK 264 Schreib die Bruchzahlen als Dezimalzahlen an, indem du die Divisionen durchführst. ...→ Ü264

B $\frac{1}{4}$

0, 2 5
Rest

- a) $\frac{3}{4}$
- b) $\frac{3}{8}$
- c) $\frac{2}{5}$
- d) $\frac{5}{8}$
- e) $\frac{6}{4}$
- f) $\frac{11}{8}$
- g) $\frac{15}{6}$
- h) $\frac{8}{5}$

Umwandlung Bruchzahl in Dezimalzahl

Beispiel:
 $\frac{3}{4} = 3 : 4$
und $3 : 4 = 0,75$

RK 265 Finde die Dezimaldarstellung dieser Brüche mit dem Taschenrechner. ...→ Ü265

- a) $\frac{7}{10}$
- b) $\frac{13}{20}$
- c) $\frac{19}{25}$
- d) $\frac{34}{5}$
- e) $\frac{41}{50}$

RK 266 Schreib die Zahlen als periodische Zahlen an. ...→ Ü266

- B $0,611111... = 0,6\bar{1}$
- a) $2,35555... =$ _____ f) $0,01111... =$ _____
 b) $7,22222... =$ _____ g) $4,44444... =$ _____
 c) $0,33333... =$ _____ h) $8,83333... =$ _____
 d) $0,294444... =$ _____ i) $4,85666... =$ _____
 e) $9,66666... =$ _____ j) $1,77777... =$ _____
 k) $0,52666... =$ _____

Periodische Zahlen

Nicht alle Divisionen gehen sich mit 0 Rest aus.

Beispiel: $7 : 3 = 2,33... = 2,3\bar{3}$
 $\begin{array}{r} 10 \\ 3 \overline{) 10} \\ \underline{6} \\ 40 \\ \underline{30} \\ 10 \end{array}$
 ...
 immer so weiter!

Man schreibt: $2,3\bar{3}$
 Man sagt: „zwei Komma drei periodisch“

Das bedeutet, dass die 3er hinter dem Komma ewig weitergehen.

RK 267 Schreib die Brüche als Dezimalzahlen an. Achtung: Bei diesen Brüchen treten periodische Zahlen auf! ...→ Ü267

B $\frac{7}{3} = 2,333... = 2,3\bar{3}$

$7 : 3 = 2,333... = 2,3\bar{3}$
 $\begin{array}{r} 10 \\ 3 \overline{) 10} \\ \underline{6} \\ 40 \\ \underline{30} \\ 10 \end{array}$ Rest wiederholt sich!

a) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{16}{6}$ g) $\frac{1}{9}$
 b) $\frac{5}{6}$ e) $\frac{1}{10}$ h) $\frac{23}{17}$
 c) $\frac{2}{9}$ f) $\frac{1}{11}$ i) $\frac{1}{12}$

DI 268 Diese Brüche kommen häufig vor. Verbinde Bruchzahl, Ziffer und Namen. Wo hast du diese Brüche schon gesehen?

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$

0,125 0,5 0,3 0,2 0,1 0,25

ein Halbes ein Fünftel ein Drittel ein Achtel ein Viertel ein Zehntel

RK 269 Schreib die Zahlen als periodische Zahlen an. ...→ Ü269

- B $0,5262626... = 0,52\bar{6}$
- a) $8,0429429... = 8,042\bar{9}$ e) $15,612712712... = 15,612\bar{7}$
 b) $0,1010101... = 0,1\bar{0}$ f) $4,6804680468... = 4,680\bar{468}$
 c) $0,1239393... = 0,123\bar{9}$ g) $17,37454545... = 17,374\bar{5}$
 d) $7,26566868... = 7,265\bar{68}$ h) $25,08924924... = 25,089\bar{24}$

Hat die Periode mehr Stellen, macht man einen Strich statt eines Punkts.

Beispiel: anstatt $5,1872727272...$ schreibt man $5,187\bar{2}$

RK 270 Schreib die Brüche als Dezimalzahlen an. ...→ Ü270

- B $\frac{6}{11} = 0,5454... = 0,5\bar{4}$
- $6 : 11 = 0,5454... = 0,5\bar{4}$
 $\begin{array}{r} 60 \\ 11 \overline{) 60} \\ \underline{55} \\ 50 \\ \underline{44} \\ 60 \end{array}$ wiederholen sich!
- a) $\frac{2}{11}$ d) $\frac{3}{22}$ g) $\frac{50}{99}$
 b) $\frac{4}{27}$ e) $\frac{21}{37}$ h) $\frac{35}{27}$
 c) $\frac{5}{66}$ f) $\frac{45}{33}$ i) $\frac{6}{11}$

MP 271 Schreib die Brüche als Dezimalzahlen an. Rechne mit dem Taschenrechner. ...→ Ü271



- a) $\frac{5}{22}$ b) $\frac{4}{26}$ c) $\frac{2}{15}$ d) $\frac{7}{12}$ e) $\frac{10}{22}$ f) $\frac{19}{55}$ g) $\frac{14}{27}$

⊕ Finde noch fünf weitere Aufgaben und löse sie.

E3 Dezimalzahl als Bruchzahl



Dezimalzahlen kann man ganz einfach in Brüche umwandeln, wenn man Dezimalbrüche wie Zehntel ($\frac{1}{10}$), Hundertstel ($\frac{1}{100}$) oder Tausendstel ($\frac{1}{1000}$) verwendet.

RK 272 Ergänze die fehlenden Zahlen.



Dezimalzahl	E	z	h	t	in Worten
B 0,2	= 0	2	0	0	= zwei Zehntel
a) 0,6	=				=
b) 0,01	=				=
c) 0,008	=				=
d)	=				= drei Zehntel
e)	= 0	0	5	0	=

RK 273 Andrea sollte 0,65 als Bruchzahl schreiben.



- a) Erkläre, wie sie überlegt hat.
 b) Schreib auch diese Zahlen als Bruchzahl:

- (1) 0,81 (2) 0,94 (3) 0,15 (4) 0,025 (5) 0,073

$0,65 = \frac{65}{100}$ Hundertstel

RK 274 Schreib die Dezimalzahlen als Dezimalbrüche.

- a) 0,7 d) 0,09 g) 0,001 j) 0,0001 m) 0,094
 b) 0,002 e) 0,056 h) 0,0001 k) 0,073 n) 0,4
 c) 0,21 f) 0,12 i) 0,05 l) 0,95 o) 0,37

RK 275 Schreib die Dezimalzahlen als Bruchzahlen. Kürze dann so weit wie möglich.

B 0,36 $\frac{36}{100} = \frac{9}{25}$ $2,25 = 2\frac{25}{100} = 2\frac{1}{4}$

- a) 0,8 c) 0,001 e) 0,062 i) 8,45 k) 9,75 m) 6,72 o) 5,009
 b) 0,75 d) 0,001 h) 0,375 j) 3,05 l) 35,04 n) 7,125 p) 27,072

MP 276 Schreib die Dezimalzahlen in den Verkehrszeichen als Bruchzahlen an.

- a) b) c)



d) Was verbieten diese „Verbotsschilder“?

MP 277 Periodische Zahlen als Bruchzahlen

- a) Wandle diese Zahlen in Bruchzahlen um. Kürze, wenn möglich.
 (1) 0,2 (2) 0,6 (3) 0,4 (4) 0,5 (5) 0,3
 b) Wandle 0,9 in eine Bruchzahl um und zeige, dass $0,9 = 1$ gilt.



Dezimalbrüche

Brüche, deren Nenner zehnerpotenzartige Einheiten sind (10, 100, 1 000, ...), nennt man Dezimalbrüche.

Beispiele:
 $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{1}{1000}$

Umwandlung von Dezimalzahlen in Bruchzahlen

Die Umwandlung erfolgt nach dem Stellenwertprinzip.

Beispiel:
 $3,5 = 3$ Ganze und 5 Zehntel
 $3,5 = 3\frac{5}{10} = 3\frac{1}{2}$

Periodische Zahlen

Wenn man weiß, dass $0,\dot{1} = 0,1111\dots = \frac{1}{9}$, dann kann man auch $0,2 / 0,3 / \dots$ einfach in Neuntel umwandeln!

E4 Bruchzahlen und Größen



Brüche kommen im Alltag oft im Zusammenhang mit Kilogramm, Metern und Litern vor.

DI VB **278** Alle abgebildeten Produkte wiegen $\frac{1}{4}$ kg.



- a) Finde die Gewichtsangaben auf den Bildern und kreise sie ein.
- b) Finde in deiner Umwelt Dinge, die $\frac{1}{2}$ kg schwer sind. Mach Fotos davon und schreibe eine Liste.
- c) Findest du mehr Angaben mit Brüchen ($\frac{1}{2}$ kg) oder mit Dezimalzahlen (500 g)? Woran könnte das liegen? Überlegt euch Gründe dafür.

RK **279** Schreib die folgenden Massenangaben mit Dezimalzahlen an. Wandle dann in Gramm um. Ü279

- B $\frac{1}{4}$ kg = 0,25 kg = 250 g
- a) $\frac{1}{2}$ kg = _____ kg = _____ g
- b) $\frac{3}{8}$ kg = _____ kg = _____ g
- c) _____ kg = _____ kg = _____ g
- d) _____ kg = _____ g
- e) $\frac{3}{4}$ kg = _____ kg = _____ g

RK **280** Schreib die folgenden Längenangaben mit Dezimalzahlen an. Wandle dann in Zentimeter um. Ü280

- a) $\frac{1}{4}$ m = _____ m = _____ cm
- b) $\frac{3}{4}$ m = _____ m = _____ cm

RK **281** Wandle die Maßangaben jeweils in die vorgegebene Einheit um. Schreib sie dann mit Bruchzahlen an und kürze so weit wie möglich. Ü281

- B 80 cm (m) = _____ m
- 80 cm = 80 : 100 = $\frac{8}{10}$ m = $\frac{4}{5}$ m
- a) 75 cm (m)
- b) 5 mm (cm)
- c) 8 dm (m)
- d) 400 m (km)
- e) 15 mm (m)

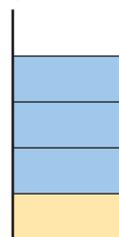
DI VB **282** Limonaden-Verhältnis



Bei Leos Limo-Stand kann man zwei Limonaden bestellen: SMALL CUP, bestehend aus 0,1 l Zitronensaft und 0,3 l Wasser, BIG CUP, bestehend aus 0,2 l Zitronensaft und $\frac{1}{2}$ l Wasser.

- a) Erstelle eine Skizze zum BIG CUP.
- b) Welche Limonade schmeckt stärker nach Zitrone? Begründe deine Antwort.

Skizze:



SMALL CUP
0,3 l Wasser
0,1 l Zitronensaft



Massenmaße

- kg ... Kilogramm
- dag ... Dekagramm
- g ... Gramm
- 1 kg = 1 000 g
- 1 kg = 100 dag
- 1 dag = 10 g

Längenmaße

- km ... Kilometer
- m ... Meter
- dm ... Dezimeter
- cm ... Zentimeter
- mm ... Millimeter
- 1 km = 1 000 m
- 1 m = 10 dm
- 1 m = 100 cm
- 1 m = 1 000 mm
- 1 dm = 10 cm
- 1 cm = 10 mm

E5 Zahlenstrahl, Zahlen ordnen und vergleichen

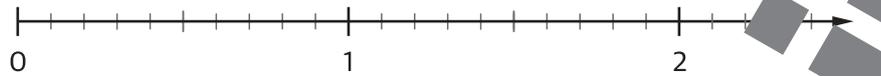


Damit man Bruchzahlen auf einem Zahlenstrahl einzeichnen kann, muss man die Bereiche zwischen zwei ganzen Zahlen in weitere Teile zerlegen.

283 Suche und markiere folgende Zahlen auf dem Zahlenstrahl.

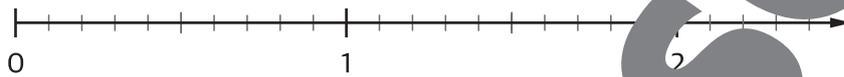


$$\frac{3}{10} \mid \frac{1}{2} \mid 1\frac{2}{10} \mid 1\frac{3}{5} \mid \frac{8}{4}$$

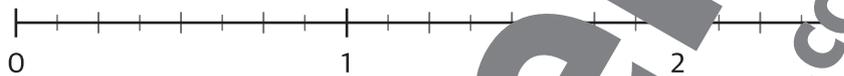


284 Suche und markiere die Zahlen auf den Zahlenstrahlen.

a) $\frac{3}{10} \mid 1\frac{9}{10} \mid \frac{1}{2} \mid 2\frac{1}{5} \mid \frac{10}{10} \mid 1\frac{2}{5}$



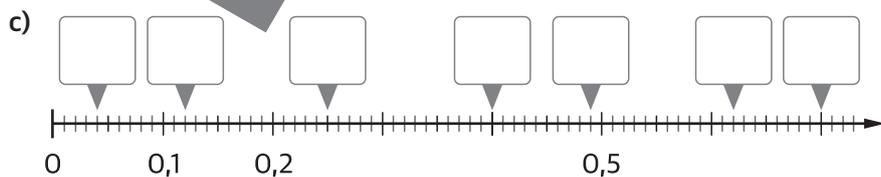
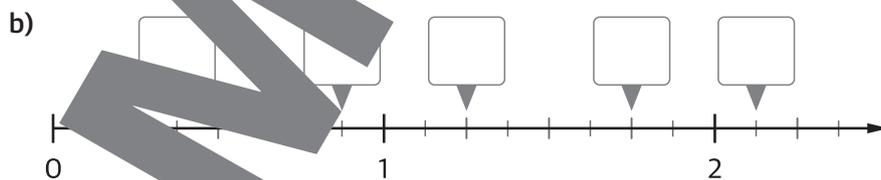
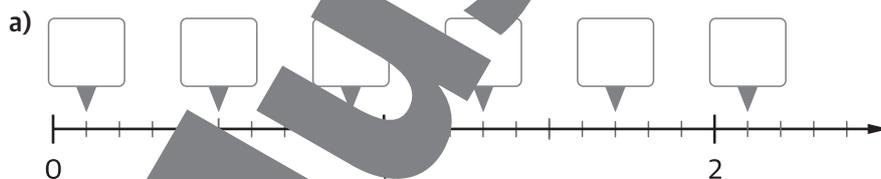
b) $\frac{5}{8} \mid 2\frac{1}{4} \mid \frac{3}{4} \mid 1\frac{1}{2} \mid 1\frac{7}{8} \mid \frac{1}{4}$



c) $\frac{6}{100} \mid \frac{15}{100} \mid \frac{32}{100} \mid \frac{47}{100} \mid \frac{6}{10} \mid \frac{69}{100}$



285 Beschrifte die markierten Zahlen.



Skizze zum Zahlenstrahl

Bevor man Bruchzahlen auf einem Zahlenstrahl einzeichnen kann, muss man herausfinden, welchen Wert die Striche am Zahlenstrahl haben.

Dazu kann man die Anzahl der Abstände zwischen 0 und 1 zählen.



Sind es wie oben 4 Abstände, so markieren die Striche Viertel.

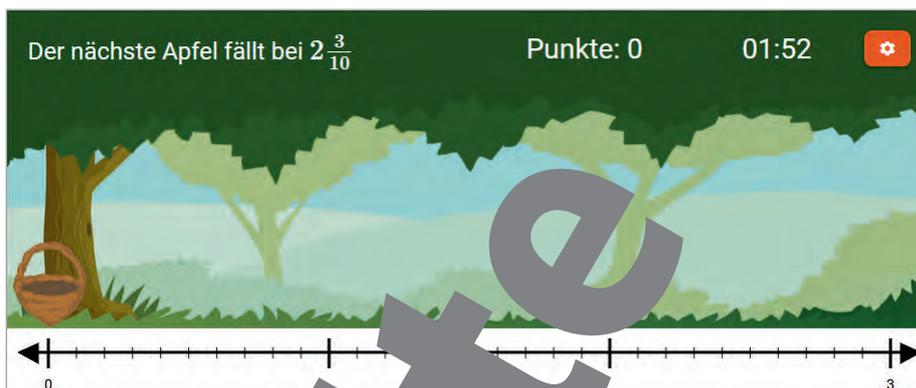
Sind es zum Beispiel 7 Abstände, markieren sie Siebtel.

RK 286 **SPIEL: Zahlenstrahl-Spiel**



Das Programm zeigt an, an welcher Stelle des Zahlenstrahls der nächste Apfel fallen wird. Fang so viele Äpfel, wie du kannst.

→ Dieses Spiel + Arbeitsblatt findest du in der e-zone PLUS! Band 2, Technologie: E.



DI 287 **Ordne die Zahlen von der kleinsten bis zur größten.**



B $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}$

$\frac{1}{8}$	<	$\frac{1}{4}$	<	$\frac{1}{2}$
---------------	---	---------------	---	---------------

a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}$

d) $\frac{7}{10}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{10}, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}$

e) $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{10}$

c) $\frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}$

f) $\frac{1}{3}, \frac{4}{6}, \frac{1}{2}$

RK 288 **Setze <, > oder = ein.**

a) $\frac{2}{10} \bigcirc \frac{1}{5}$

e) $\frac{4}{10} \bigcirc \frac{4}{100}$

b) $\frac{2}{4} \bigcirc \frac{3}{8}$

f) $\frac{30}{100} \bigcirc \frac{3}{10}$

c) $\frac{3}{5} \bigcirc \frac{3}{10}$

g) $\frac{4}{8} \bigcirc \frac{1}{2}$

d) $\frac{3}{8} \bigcirc \frac{1}{2}$

h) $\frac{7}{100} \bigcirc \frac{1}{10}$

i) $\frac{2}{3} \bigcirc \frac{1}{5}$

DI 289 **Ordne die Zahlen von der kleinsten bis zur größten.**

B $\frac{15}{100}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$

$\frac{15}{100}$	<	$\frac{1}{2}$	<	$\frac{3}{4}$
------------------	---	---------------	---	---------------

a) $\frac{35}{100}$

d) $\frac{3}{10}, \frac{1}{2}, \frac{1}{100}$

b) $\frac{1}{2}, \frac{8}{100}, \frac{1}{10}$

e) $\frac{6}{10}, \frac{5}{10}, \frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{100}, \frac{1}{10}$

f) $\frac{1}{3}, \frac{4}{10}$

RK 290 **Setze <, > oder = ein.**

a) $\frac{8}{3} \bigcirc 1\frac{2}{3}$

d) $\frac{1}{2} \bigcirc \frac{1}{8}$

g) $\frac{4}{5} \bigcirc \frac{27}{100}$

b) $2\frac{1}{5} \bigcirc \frac{11}{5}$

e) $3\frac{6}{10} \bigcirc \frac{360}{100}$

h) $1\frac{3}{10} \bigcirc \frac{95}{100}$

c) $\frac{13}{10} \bigcirc \frac{1}{2}$

f) $\frac{1}{2} \bigcirc \frac{12}{10}$

i) $\frac{9}{8} \bigcirc 1\frac{1}{4}$

MP 291 **Bruchzahlen geordnet**



a) Finde Bruchzahlen, die ...

(1) ... größer als $\frac{1}{2}$ sind. _____

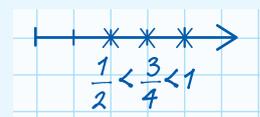
(2) ... kleiner als $\frac{1}{3}$ sind. _____

(3) ... größer als $\frac{1}{3}$ und kleiner als $\frac{9}{2}$ sind. _____

b) Gibt es verschiedene Lösungen? Erkläre.

⊕ Denk dir eine ähnliche Aufgabe wie a) (3) aus und löse sie.

Größenvergleich



Wie bei allen Zahlen gilt auch bei Bruchzahlen:

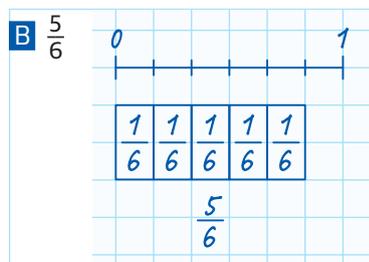
Je weiter rechts eine Zahl am Zahlenstrahl steht, desto größer ist sie!

E6 Darstellung mit Balkenmodellen



Balkenmodelle sind eine systematische Methode, Skizzen zu zeichnen. Jede Zahl bekommt einen Balken. Ist eine Zahl größer als die andere, ist ihr Balken auch größer.

DI 292 Stell die Bruchzahlen als Balkenmodelle dar. ...→ Ü292



- a) $\frac{3}{4}$
- b) $\frac{5}{8}$
- c) $\frac{2}{3}$

- d) $\frac{1}{7}$
- e) $\frac{5}{10}$
- f) $\frac{1}{9}$

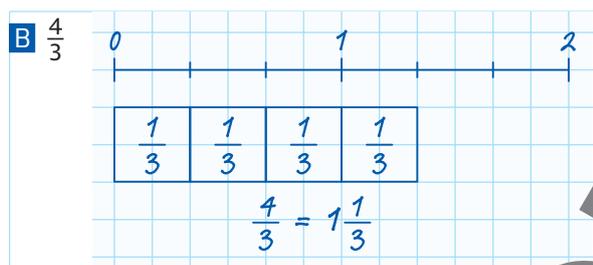
Wie viele Kästchen?

Wenn es sich um Skizzen handelt, kannst du dir das selbst aussuchen. Es hat sich aber als praktisch herausgestellt, die Balken 2 Kästchen hoch und pro Balken etwa 1 bis 4 Kästchen breit zu machen.

Maßstrich über dem Balken

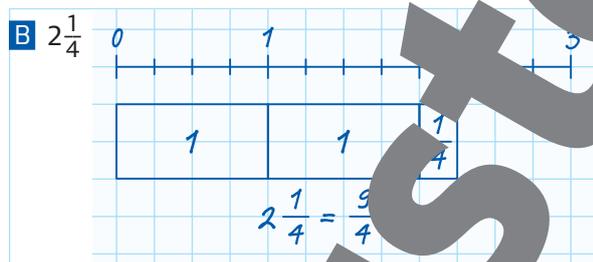
Dieser Strich zeigt dir, wie viel ein Ganzes ist. Du kannst ihn in Abschnitte unterteilen, damit du Sechstel, Viertel, Drittel usw. leichter zeichnen kannst.

DI 293 Stell diese unechten Brüche als Balkenmodelle dar und wandle sie in gemischte Zahlen um. ...→ Ü293



- a) $\frac{7}{3}$
- b) $\frac{5}{3}$
- c) $\frac{5}{3}$
- d) $\frac{7}{4}$
- e) $\frac{7}{4}$
- f) $\frac{9}{5}$

DI 294 Stell diese gemischten Zahlen als Balkenmodelle dar und wandle sie in unechte Brüche um. ...→ Ü294

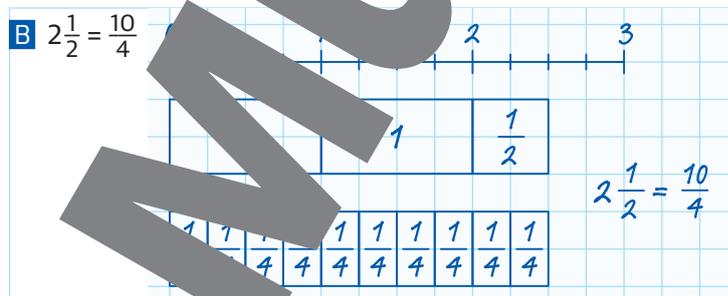


- a) $1\frac{2}{5}$
- b) $2\frac{1}{4}$
- c) $1\frac{3}{8}$
- d) $3\frac{1}{2}$
- e) $2\frac{5}{6}$
- f) $1\frac{4}{9}$

Ich zeichne die Modelle frei Hand.



DI VB 295 Zeige jeweils mit Hilfe eines Balkenmodells, dass die Bruchzahlen äquivalent sind. ...→ Ü295



- a) $1\frac{2}{4} = \frac{3}{2}$
- b) $\frac{9}{4} = 2\frac{2}{8}$
- c) $\frac{12}{9} = 1\frac{1}{3}$
- d) $3\frac{6}{9} = \frac{11}{3}$
- e) $2\frac{3}{6} = \frac{7}{2}$
- f) $\frac{15}{5} = \frac{6}{2}$

⊕ Denk dir selbst noch zwei weitere Aufgaben aus und löse sie.



Ich verwende lieber ein Lineal.



CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 296 Kürze die Brüche schrittweise bis zu ihrer einfachsten Form.

a) $\frac{12}{30}$

b) $\frac{30}{75}$

c) $\frac{24}{84}$

d) $\frac{18}{60}$

RK 297 Setze <, > oder = ein.

a) $\frac{8}{10} \bigcirc \frac{4}{5}$

b) $1\frac{2}{5} \bigcirc \frac{8}{5}$

c) $\frac{25}{100} \bigcirc \frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{6} \bigcirc \frac{1}{6}$

RK 298 Schreib die Brüche als Dezimalzahlen.

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{12}{100}$

c) $4\frac{2}{10}$

d) $\frac{1}{5}$

RK 299 Schreib die Dezimalzahlen als Brüche.

a) 0,8

b) 0,006

c) 0,24

d) 1,03

RK 300 Wandle in die vorgegebene Einheit um. Schreib ohne Brüche.

a) $\frac{1}{2}$ kg = _____ g

b) $\frac{1}{8}$ kg = _____ g

c) 1 m = _____ cm

d) $\frac{1}{2}$ km = _____ m

RK 301 Bruchzahlen am Zahlenstrahl

a) Suche und markiere die Zahlen auf dem Zahlenstrahl.

$\frac{4}{10}, 1\frac{2}{10}, 2\frac{1}{5}, 1\frac{1}{2}, \frac{4}{5}$



b) Beschrifte die markierten Zahlen.



Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 302 Ergänze die fehlenden Zahlen.

a) $1\frac{1}{5} = \frac{\square}{10} = 1\frac{1}{2}$

c) $\frac{4}{9} = \frac{12}{\square}$

d) $2\frac{3}{4} = \frac{\square}{8}$

RK 303 Schreib die Brüche als Dezimalzahlen.

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{8}{27}$

c) $\frac{5}{11}$

d) $2\frac{5}{6}$

RK 304 Ordne die Zahlen von der kleinsten bis zur größten.

a) $\frac{1}{2}, \frac{12}{100}, \frac{1}{10}$
geordnet: < <

c) $\frac{9}{100}, \frac{1}{4}, \frac{5}{10}$
geordnet: < <

b) $\frac{6}{10}, \frac{1}{2}, \frac{43}{100}$
geordnet: < <

d) $\frac{4}{10}, \frac{60}{100}, \frac{8}{1000}$
geordnet: < <

F

Rechnen mit Bruchzahlen



Große Zahlen werden oft gerundet und in Millionen (Mio.) angegeben. Man sagt zum Beispiel „etwa ein halbes Million“, wenn man eine Zahl in der Größenordnung von 1.500.000 beschreibt.

MP 305 Was sagen die Zahlen in der Karte?



- Stell eine Vermutung auf.
- Die Zahlen in der Karte sind gerundet. Vergleiche die Zahlen mit den tatsächlichen Zahlen. Nutze das Internet.
- Berechne die Summe aller tatsächlichen Zahlen.
- Die zweite Kammer des österreichischen Parlaments, der Bundesrat, hat derzeit 60 Mitglieder. Wie viele Mitglieder ein Bundesland bekommt, hängt von seiner Größe ab. Finde heraus, wie viele Mitglieder jedes Bundesland derzeit bekommt, und vergleiche es mit den Zahlen aus b) und bespreche die Ergebnisse. Was ist die Aufgabe des Bundesrats?

In diesem Kapitel lernst du, wie man mit Bruchzahlen rechnet.

Dabei werden alle vier Rechenarten erklärt,

geübt und in verschiedenen Situationen angewandt.

Die Rechenregeln, die du von Dezimalzahlen kennst, gelten auch bei Bruchzahlen.



WARM-UP

Zeige, was du bereits kannst!

Bruchzahlen

Wie gut kannst du das noch?



DI **306** Beantworte die Fragen. Kreuze an.

- a) Wie lautet der Zähler der Zahl $\frac{4}{7}$? 4
 7
- b) Wie lautet der Nenner der Zahl $\frac{6}{11}$? 6
 11
- c) Bei der Zahl $\frac{2}{5}$ bezeichnet 5 den ... Zähler.
 Nenner.
- d) Bei der Zahl $\frac{1}{3}$ bezeichnet 1 den ... Zähler.
 Nenner.

RK **307** Schreib die gemischten Zahlen jeweils als unechten Bruch an.

a) $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ b) $3\frac{3}{5} = \frac{\quad}{\quad}$ c) $4\frac{1}{4} = \frac{\quad}{\quad}$ d) $8\frac{4}{9} = \frac{\quad}{\quad}$

RK **308** Schreib die unechten Brüche jeweils als gemischte Zahl.

a) $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ b) $\frac{10}{3} = \frac{\quad}{\quad}$ c) $\frac{11}{7} = \frac{\quad}{\quad}$ d) $\frac{15}{2} = \frac{\quad}{\quad}$

RK **309** Erweitere die Brüche mit den angegebenen Zahlen.

a) $\frac{2}{3}$ mit 5 b) $\frac{4}{9}$ mit 3 c) $\frac{1}{6}$ mit 6 d) $\frac{7}{8}$ mit 4

RK **310** Kürze die Brüche schrittweise bis zu ihrer kleinsten Form.

a) $\frac{6}{8}$ b) $\frac{10}{5}$ c) $\frac{24}{72}$ d) $\frac{12}{52}$ e) $\frac{18}{12}$ f) $\frac{36}{64}$

RK **311** Ergänze die fehlenden Zahlen.

a) $\frac{3}{5} = \frac{\quad}{10}$ b) $\frac{1}{2} = \frac{1}{\quad}$ c) $\frac{\quad}{3} = \frac{6}{9}$ d) $\frac{8}{\quad} = 2$

Vielfache, Vorrangregeln

Wie gut kannst du das noch?



RK **312** Bestimme die gemeinsamen Vielfache (kgV) der angegebenen Zahlen.

a) kgV(3, 4) = _____ c) kgV(8, 12) = _____ e) kgV(4, 6, 8) = _____
 b) kgV(2, 6) = _____ d) kgV(2, 3, 4) = _____ f) kgV(2, 5, 10) = _____

RK **313** Berechne und beachte dabei die Vorrangregeln.

a) $3 + 4 \cdot 2$ c) $16 : 4 - 2$ e) $13 - (2 + 10) : (12 - 8)$
 b) $(6 + 15) : 3$ d) $10 + 6 : 2$ f) $(3 - 1) : 2 + 1 \cdot (4 + 20 : 10)$

F1 Einführung Addition und Subtraktion



In diesem Lernschritt werden Brüche mit gleichem Nenner addiert und subtrahiert. Beim Rechnen werden nur die Zähler addiert bzw. subtrahiert. Die Nenner bleiben gleich.

DI **314** Finde passende Additionen.

B

$$\frac{5}{8} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8}$$

b)

d)

a)

c)

e)

DI **315** Finde passende Subtraktionen.

B

$$\frac{6}{8} - \frac{3}{8} = \frac{3}{8}$$

b)

d)

a)

c)

e)

RK **316** Addiere die Bruchzahlen.

...→ Ü316

B

$$\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5} = 1 \frac{2}{5}$$

a) $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$

e) $\frac{4}{5} + \frac{2}{5}$

g) $\frac{12}{100} + \frac{6}{100}$

b) $\frac{4}{7} + \frac{6}{7}$

f) $\frac{8}{10} + \frac{6}{10}$

h) $\frac{13}{15} + \frac{6}{15}$

RK **317** Subtrahiere die Bruchzahlen.

...→ Ü317

B

$$\frac{7}{10} - \frac{4}{10} = \frac{3}{10}$$

a) $\frac{9}{10} - \frac{4}{10}$

c) $\frac{8}{9} - \frac{7}{9}$

e) $\frac{6}{7} - \frac{1}{7}$

g) $\frac{32}{100} - \frac{5}{100}$

b) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$

d) $\frac{4}{3} - \frac{2}{3}$

f) $\frac{7}{10} - \frac{5}{10}$

h) $\frac{18}{53} - \frac{7}{53}$

RK 318 Ergänze immer auf ein Ganzes. ...→ Ü318

B $\frac{3}{9}$

$\frac{3}{9}$	+	$\frac{6}{9}$	=	<u>1</u>
---------------	---	---------------	---	----------

- a) $\frac{2}{7}$ c) $\frac{2}{6}$ e) $\frac{5}{9}$ g) $\frac{8}{11}$
 b) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{7}{10}$ f) $\frac{1}{3}$ h) $\frac{92}{100}$

RK 319 Addiere bzw. subtrahiere die Brüche. Schreib die Ergebnisse in einfachster Form. ...→ Ü319

B $\frac{7}{8} + \frac{3}{8}$

$\frac{7}{8}$	+	$\frac{3}{8}$	=	$\frac{10}{8}$	=	$1\frac{2}{8}$	=	<u>$1\frac{1}{4}$</u>
---------------	---	---------------	---	----------------	---	----------------	---	----------------------------------

- a) $\frac{7}{8} + \frac{7}{8}$ d) $\frac{8}{10} - \frac{3}{10}$ g) $\frac{10}{12} + \frac{5}{12}$ j) $\frac{1}{100} + \frac{4}{100}$
 b) $\frac{6}{10} + \frac{2}{10}$ e) $\frac{11}{8} - \frac{5}{8}$ h) $\frac{5}{6} + \frac{2}{6}$ k) $\frac{19}{20} - \frac{7}{20}$
 c) $\frac{4}{9} + \frac{8}{9}$ f) $\frac{7}{15} - \frac{2}{15}$ i) $\frac{18}{100} + \frac{7}{100}$ l) $\frac{1}{10} - \frac{1}{10}$

Einfachste Form

Brüche in gemischte Zahlen um und kürze so weit wie möglich.

Beispiel:
 $\frac{16}{10}$... einfachste Form:
 $\frac{16}{10} = 1\frac{6}{10} = 1\frac{3}{5}$
 1 Ganzes, 3 Fünftel

RK 320 Rechne mit gemischten Zahlen. Schreib die Ergebnisse in einfachster Form. ...→ Ü320

B $3\frac{5}{8} - 2\frac{1}{8}$

3	$\frac{5}{8}$	-	2	$\frac{1}{8}$	=	$1\frac{4}{8}$	=	<u>$1\frac{1}{2}$</u>
---	---------------	---	---	---------------	---	----------------	---	----------------------------------

- a) $1\frac{7}{9} - \frac{1}{9}$ d) $2\frac{1}{5} + 1\frac{3}{5}$ g) $3\frac{7}{15} - 2\frac{2}{15}$ j) $4\frac{1}{12} + 2\frac{3}{12}$
 b) $2\frac{7}{10} - 1\frac{3}{10}$ e) $4\frac{7}{10} + \frac{3}{10}$ h) $8\frac{3}{4} - 3\frac{1}{4}$ i) $\frac{4}{7} + 5\frac{3}{7}$
 c) $5\frac{7}{12} - 2\frac{1}{12}$ f) $6\frac{2}{9} + 2\frac{4}{9}$ k) $\frac{1}{0} - \frac{1}{0}$ l) $1\frac{16}{25} + \frac{4}{25}$

Ich rechne die Ganzen und die Brüche getrennt!



MP 321 Luise macht Zitronenlimonade für das Schulfest. ...→ Ü321

Erst füllt sie einen Krug mit $\frac{3}{4}$ Liter Limonade, dann noch zwei Gläser mit je $\frac{1}{4}$ Liter. Wie viel Limonade hat Luise ausgetrennt?

MP 322 Peter bäckt und nimmt Mehl aus einem Sack. ...→ Ü322

Erst braucht er $\frac{3}{8}$ kg, dann noch $\frac{5}{8}$ kg. Wie viel Mehl bleibt noch im Sack?

RK 323 Finde die Rechnungen. Löse sie. ...→ Ü323

- a) Berechne die Summe aus einem Achtel und sieben Achtel.
 b) Subtrahiere ein Achtel von neun Achtel.
 c) Addiere drei Zehntel und zwei Zehntel zu zwei Ganzen und einem Zehntel.
 d) Berechne die Differenz von neunundzwanzig Hundertstel und fünf Hundertstel. Vereinfache das Ergebnis, wenn möglich.

MP 324 Ergänze die fehlenden Zahlen.



- a) $\frac{3}{8} + \frac{\square}{8} = \frac{3}{4}$ c) $\frac{7}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5}{\square}$ e) $\frac{14}{15} - \frac{\square}{15} = \frac{4}{5}$
 b) $\frac{7}{10} + \frac{\square}{10} = 1\frac{1}{2}$ d) $\frac{\square}{\square} + \frac{5}{12} = \frac{3}{4}$ f) $\frac{\square}{20} - \frac{7}{20} = \frac{1}{4}$

F2 Addition und Subtraktion



Auch ungleichnamige Brüche (z. B. $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$) können addiert oder subtrahiert werden. Man muss sie zuerst durch Erweitern (oder Kürzen) gleichnamig machen.

DI **325** Bringe die Summanden jeweils auf gleichen Nenner und berechne die Summen. Zeichne und rechne.

B $\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

b) $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$

a) $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$

c) $\frac{2}{3} + \frac{1}{9}$

RK **326** Bringe die Brüche jeweils auf den gleichen Nenner. Addiere sie und schreibe die Ergebnisse in einfachster Form.

... → Ü326

- | | | | |
|--------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ | b) $\frac{1}{8} + \frac{1}{4}$ | g) $\frac{4}{9} + \frac{1}{3}$ | j) $\frac{2}{3} + \frac{1}{9}$ |
| b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ | e) $\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$ | h) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$ | k) $\frac{9}{10} + \frac{2}{5}$ |
| c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ | f) $\frac{3}{5} + \frac{3}{10}$ | i) $\frac{7}{8} + \frac{3}{4}$ | l) $\frac{3}{8} + \frac{1}{2}$ |

RK **327** Bringe die Brüche jeweils auf den gleichen Nenner. Berechne die Differenz und schreibe die Ergebnisse in einfachster Form.

... → Ü327

- | | | | |
|--------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$ | d) $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$ | g) $\frac{8}{9} - \frac{1}{3}$ | j) $\frac{2}{3} - \frac{1}{9}$ |
| b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ | e) $\frac{2}{5} - \frac{1}{10}$ | h) $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$ | k) $\frac{9}{10} - \frac{2}{5}$ |
| c) $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$ | f) $\frac{3}{4} - \frac{3}{8}$ | i) $\frac{5}{6} - \frac{1}{2}$ | l) $\frac{1}{2} - \frac{3}{8}$ |

Gemeinsamen Nenner finden – einfacher Fall

Der gemeinsame Nenner muss ein gemeinsames Vielfaches der beiden Nenner sein.

Wenn der größere Nenner schon ein Vielfaches des kleineren Nenners ist, wie zum Beispiel bei Drittel und Neuntel, musst du nur die Drittel auf Neuntel erweitern.

RK 328 Löse die Aufgaben. ...→ Ü328

Schreib die Ergebnisse in einfachster Form.

- a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$ e) $\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$ i) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ m) $\frac{7}{8} - \frac{1}{3}$
 b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ f) $\frac{7}{10} - \frac{1}{6}$ j) $\frac{3}{5} + \frac{1}{2}$ n) $\frac{3}{5} - \frac{1}{4}$
 c) $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$ g) $\frac{3}{4} - \frac{3}{10}$ k) $\frac{4}{9} + \frac{5}{6}$ o) $\frac{7}{12} - \frac{4}{9}$
 d) $\frac{9}{10} + \frac{3}{15}$ h) $\frac{11}{15} - \frac{1}{10}$ l) $\frac{7}{10} + \frac{1}{6}$ p) $\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$

RK 329 Addiere die gemischten Zahlen. ...→ Ü329

Schreib die Ergebnisse in einfachster Form.

- a) $3\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$ d) $5\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ g) $4\frac{1}{8} + 4\frac{5}{6}$ j) $7\frac{2}{9}$
 b) $1\frac{1}{4} + 4\frac{5}{6}$ e) $\frac{3}{10} + 2\frac{5}{6}$ h) $3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{5}$ k) $2\frac{4}{6} + 1\frac{1}{4}$
 c) $5\frac{7}{10} + 3\frac{1}{4}$ f) $2\frac{4}{9} + 8\frac{1}{6}$ i) $6\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$ l) $\frac{5}{6} + \frac{1}{4}$

RK 330 Subtrahiere die gemischten Zahlen. ...→ Ü330

Schreib die Ergebnisse in einfachster Form.

- B $4\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$ $4\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = 4\frac{2}{6} - \frac{3}{6} = 3\frac{8}{6} = 5\frac{1}{3}$
 $1 = \frac{6}{6}$ ausborgen!
 a) $3\frac{1}{4} - \frac{5}{8}$ d) $5\frac{1}{3} - \frac{5}{6}$ g) $1\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ j) $7\frac{2}{3} - \frac{3}{4}$
 b) $4\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$ e) $2\frac{4}{9} - \frac{2}{3}$ h) $8\frac{1}{8} - \frac{1}{4}$ k) $\frac{4}{9} - 5\frac{1}{2}$
 c) $1\frac{1}{8} - \frac{1}{2}$ f) $3\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$ i) $3 - 1\frac{1}{4}$ l) $5\frac{3}{10} - 1\frac{3}{4}$

RK 331 Finde die Rechnungen und führe sie durch. ...→ Ü331

- a) Addiere $5\frac{9}{10}$ und $2\frac{3}{4}$.
 b) Wie lautet die Differenz von $6\frac{1}{3}$ und $1\frac{1}{2}$?
 c) Berechne die Summe von $2\frac{1}{4}$ und der um $\frac{5}{8}$ größeren Zahl.

RK 332 Berechne und schreibe die Ergebnisse in einfachster Form. ...→ Ü332

- a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2}$ e) $\frac{7}{8} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$ g) $6\frac{2}{5} - \frac{1}{2} - \frac{7}{10}$
 b) $\frac{1}{6} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8}$ d) $\frac{1}{9} - \frac{2}{3}$ f) $7\frac{1}{2} - \frac{3}{5} - \frac{1}{10}$ h) $5\frac{1}{3} - \frac{2}{9} - \frac{1}{6}$

MP VB 333 Mit Brüchen und Dezimalzahlen? ...→ Ü333

Löse jeweils beide Arten und erkläre Vor- und Nachteile.

- a) als Bruchzahl: $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = ?$ c) als Bruchzahl: $\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = ?$
 als Dezimalzahl: $0,\dot{3} + 0,\dot{3} = ?$ als Dezimalzahl: $0,25 - 0,125 = ?$
 b) als Bruchzahl: $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = ?$ d) als Bruchzahl: $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} = ?$
 als Dezimalzahl: $0,2 + 0,1 = ?$ als Dezimalzahl: $0,5 - 0,1\dot{6} = ?$

Gemeinsamen Nenner finden über kgV

Suche das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) der beiden Nenner.

Beispiel:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$$

Das kgV von 4 und 6 lautet 12.

Bringe beide Brüche daher auf 12tel:

$$\frac{3}{12} + \frac{2}{12}$$

Ausborgen

Beim Subtrahieren von gemischten Zahlen kann es vorkommen, dass man sich vor der Subtraktion ein Ganzes ausborgen muss

$$2\frac{2}{5} - \frac{4}{5} = 1\frac{7}{5} - \frac{4}{5} = 1\frac{3}{5}$$

„Auf der linken Seite sind nicht genug Fünftel zum Abziehen da, daher muss ich mir ein Ganzes (5 Fünftel) ausborgen!“

F3 Multiplikation mit Ganzen

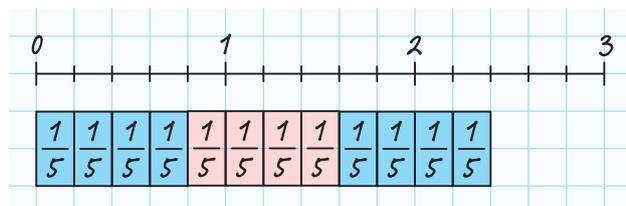


Multipliziert man eine Bruchzahl mit einer ganzen Zahl, so wird nur der Zähler multipliziert. Der Nenner ändert sich nicht.

DI **334** Die Bilder zeigen die Multiplikation von Bruchzahlen.



a) Erkläre anhand der Darstellung, warum man den 3er bei der Multiplikation in den Zähler schreiben darf.



$$3 \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5}$$

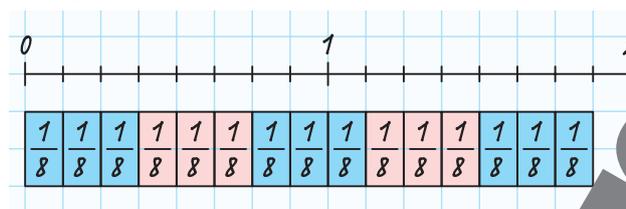
Rechnungen in der Bruchzahl

Man darf nicht nur Zahlen in den Zähler schreiben, sondern auch Terme.

Beispiel:

$$\frac{4}{5} = \frac{3+1}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5}$$

b) Ergänze die fehlenden Zahlen.



$$\frac{10}{8} = \frac{5}{4} = \frac{10}{8}$$

c) Stell die Rechnung $2 \cdot \frac{3}{4}$ mit einem Balkenmodell dar und löse die Aufgabe.

RK **335** Multipliziere die Zahlen. Schreibe die Ergebnisse in einfacher Form. ... → Ü335

B $6 \cdot \frac{3}{4} = \frac{6 \cdot 3}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$

- a) $5 \cdot \frac{3}{10}$
- b) $3 \cdot \frac{3}{4}$
- c) $\frac{2}{3} \cdot 7$
- d) $\frac{5}{18} \cdot 4$
- e) $7 \cdot \frac{6}{21}$
- f) $\frac{8}{9} \cdot 2$

RK **336** Versuche zuerst, kreuzweise zu kürzen. Führe dann die Rechnungen durch. ... → Ü336

B $\frac{4 \cdot 7}{6} = \frac{2 \cdot 7}{3} = \frac{14}{3}$

- a) $\frac{6 \cdot 3}{8}$
- b) $\frac{7 \cdot 6}{9}$
- c) $\frac{15 \cdot 3}{10}$
- d) $\frac{3 \cdot 5}{9}$
- e) $\frac{8 \cdot 5}{4}$
- f) $\frac{11 \cdot 6}{12}$

RK **337** Multipliziere die Zahlen. Schreibe die Ergebnisse in einfacher Form. ... → Ü337

- a) $4 \cdot \frac{7}{9}$
- b) $\frac{5}{6} \cdot 7$
- c) $8 \cdot \frac{4}{9}$
- d) $\frac{5}{7} \cdot 6$
- e) $\frac{7}{10} \cdot 5$

RK **338** Finde den Fehler!



$\frac{3 \cdot 6 \cdot 4}{9} = \frac{26}{9} = \frac{26}{3}$

Erkläre Emil in einer Kurzmitteilung, was er falsch gemacht hat. Löse dann die Aufgabe selbst richtig.

RK **339** Multipliziere die gemischten Zahlen. Erkläre jeweils, wie du vorgegangen bist. ... → Ü339

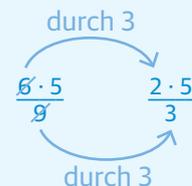


- a) $2 \cdot 1 \frac{1}{2}$
- b) $3 \cdot 5 \frac{1}{4}$
- c) $4 \cdot 2 \frac{3}{7}$
- d) $1 \frac{2}{3} \cdot 5$
- e) $3 \frac{2}{5} \cdot 4$

Kreuzweises Kürzen

Steht im Zähler eine Multiplikation, darfst du einzelne Faktoren gegen den Nenner kürzen.

Beispiel:



F4 Multiplikation mit Bruchzahlen



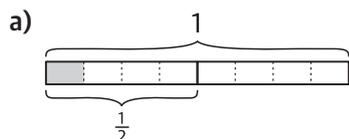
Brüche multipliziert man, indem man die Zähler und die Nenner jeweils miteinander multipliziert.

Beispiel: $\frac{3}{7} \cdot \frac{9}{10} = \frac{3 \cdot 9}{7 \cdot 10} = \frac{27}{70}$

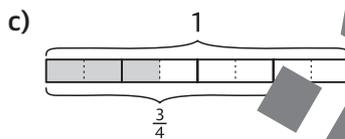
DI **340** Finde die Rechnungen zu den Bildern und löse sie.



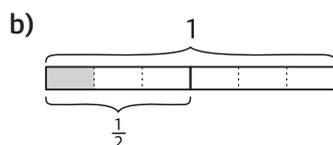
Vergleiche deine Ergebnisse mit den Bildern.



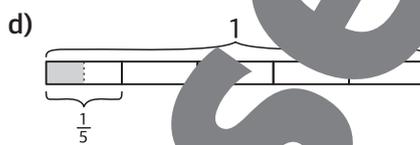
$\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4 \cdot 2} = \frac{1}{8}$



$\frac{1}{2}$ von $\frac{3}{4} =$ _____



$\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{2} =$ _____



$\frac{1}{2}$ von _____ = _____

⊕ Denk dir selbst eine Rechnung aus. Stelle sie dar und löse sie.

RK **341** Multipliziere die Zahlen. Kürze kreuzweise, wenn möglich. ... → Ü341

B $\frac{6}{7} \cdot \frac{5}{9}$

6	5	=	2	5	=	10
7	9	=	7	9	=	21

- a) $\frac{7}{10} \cdot \frac{2}{5}$
- b) $\frac{11}{10} \cdot \frac{5}{7}$
- c) $\frac{6}{15} \cdot \frac{4}{9}$
- d) $\frac{4}{3} \cdot \frac{7}{8}$
- e) $\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{2}$
- f) $\frac{2}{9} \cdot \frac{12}{5}$
- g) $\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{2}$
- h) $\frac{2}{9} \cdot \frac{12}{5}$
- i) $\frac{8}{9} \cdot \frac{6}{10}$

Rechne einfach:
Zähler · Zähler
Nenner · Nenner



RK **342** Finde die Rechnungen und löse sie. ... → Ü342

- a) Multipliziere drei Viertel mit sieben Zehntel.
 - b) Berechne das Produkt aus einem Sechstel und zwei Drittel.
 - c) Welche Zahl erhält man, wenn man neun Zehntel mit drei Achtel multipliziert?
- ⊕ Finde zwei weitere Aufgaben aus, die du lösen kannst, und löse sie.

RK **343** Multipliziere gemischte Zahlen. ... → Ü343

Wandle gemischte Zahlen in unechte Brüche um, bevor du rechnest. Schreibe das Ergebnis in einfachster Form an.

B $2\frac{1}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{11}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{77}{15}$

- a) $1\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}$
- b) $4\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$
- c) $\frac{4}{9} \cdot 2\frac{2}{3}$
- d) $3\frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{4}$
- e) $2\frac{5}{9} \cdot 4\frac{1}{10}$

RK **344** Finde den Fehler.

Erkläre Mesut in einer Kurzmitteilung, was er falsch gemacht hat. Löse dann die Aufgabe selbst richtig.

$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 8} = \frac{15}{2} = 14\frac{1}{2}$ f



F5 Anteile von Mengen



Anteile von Mengen kann man berechnen, indem man die Menge mit einer Bruchzahl multipliziert.
Um zwei Drittel von 585 auszurechnen, rechnet man $\frac{2}{3} \cdot 585$.

DI 345 Die Bilder zeigen die Multiplikation von Bruchzahlen.



a) Erkläre anhand der Aufgaben (1) und (2), warum „ $\frac{1}{4}$ von 20“ der Multiplikation $\frac{1}{4} \cdot 20$ entspricht.

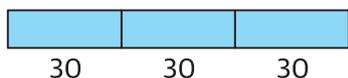
(1) In einer Schachtel sind **20 Stück** Pralinen.
Wie viele Pralinen sind in **4 von** solchen Schachteln?



(2) Wie viele Pralinen sind ein $\frac{1}{4}$ von so einer Schachtel?



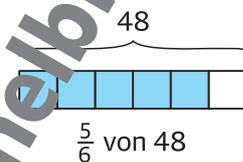
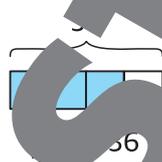
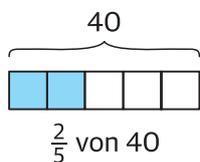
b) Ergänze die Rechnungen.



_____ · 30 = _____



c) Schreib die Multiplikationen und berechne die Ergebnisse.



RK 346 Berechne die Bruchteile der angegebenen Mengen. ... → Ü346

B $\frac{3}{5}$ von 20

- a) $\frac{1}{2}$ von 30 c) $\frac{2}{3}$ von 72 e) $\frac{3}{4}$ von 52 g) $\frac{3}{10}$ von 240 i) $\frac{3}{8}$ von 192
b) $\frac{2}{5}$ von 45 d) $\frac{1}{4}$ von 63 f) $\frac{5}{6}$ von 78 h) $\frac{6}{7}$ von 119 j) $\frac{2}{5}$ von 670



k) Kontrolliere deine Ergebnisse aus a) bis j) mit dem Taschenrechner.

Hinweis: Eingabe bei vielen Rechnern: $\frac{7}{8} \cdot 72$ als **7** **A^{b/c}** **8** **×** **7** **2** **=**

MP RK 347 Großveranstaltung ... → Ü347

Bei einer Großveranstaltung sorgen 120 Polizistinnen und Polizisten für Ordnung und Sicherheit.
Ein Drittel von ihnen regelt den Verkehr.
Wie viele sind das?

Multiplikation als „wie oft mal“ / „wie viel von“

Meist reden wir bei der Multiplikation als „wie oft mal“. Es bedeutet das Gleiche wie „wie viel von“.

Beispiel:
Ein Sack Äpfel wiegt 6 kg.

- Ich habe $\frac{2}{1}$ von den Apfelsäcken:
 $2 \cdot 6 \text{ kg} = 12 \text{ kg}$
- Ich habe $\frac{1}{2}$ von den Apfelsäcken:
 $\frac{1}{2} \cdot 6 \text{ kg} = 3 \text{ kg}$

Beruf:
Polizistin, Polizist



Als Polizistin oder Polizist sorgst du für Ordnung und Sicherheit.

Dabei musst du die Gesetze kennen, körperlich belastbar sein und gute Nerven haben. Meist arbeitet man in Gruppen, teilweise auch am Wochenende oder nachts.

MP 348 Achtung: Helmpflicht! → Ü348

Die Polizei hat am Samstag 468 Radfahrerinnen und Radfahrer kontrolliert. Drei Viertel der Kontrollierten hatten einen Helm auf. Den anderen gab die Polizei das Informationsblatt „Sicher mit Helm“ mit. Wie viele Informationsblätter wurden verteilt?

MP 349 Haushaltsausgaben → Ü349

Familie Berger hat letzten Monat 3.200 € ausgegeben. Die Liste zeigt, welche Teile davon für welchen Bereich verwendet wurden.

- | | |
|---|-------------------------------------|
| $\frac{1}{4}$ für die Miete der Wohnung | $\frac{1}{8}$ für Lebensmittel |
| $\frac{1}{10}$ für Heizung und Strom | $\frac{1}{10}$ für Auto und Verkehr |
| $\frac{1}{25}$ für Internet und Handyverträge | $\frac{1}{20}$ für Bekleidung |

Der Rest wurde für Freizeitaktivitäten ausgegeben.

- Berechne, wie viel Euro jede Position der Liste entspricht.
- Berechne, wie viel Geld für Freizeitaktivitäten ausgegeben wurde.



MP 350 Welche Musik hörst du gerne? → Ü350

Bei einer Umfrage wurden 840 Personen gefragt, was ihre Lieblingsmusik ist.

- $\frac{1}{3}$ gab Volksmusik an, $\frac{1}{4}$ wählte Popmusik, $\frac{1}{6}$ nannte Rock'n'Roll, $\frac{1}{8}$ nannte klassische Musik und der Rest entschied sich für Hip-Hop und Rap.

- Berechne zu jeder dieser fünf Musikgruppen, wie viele Leute für sie gestimmt haben.
- Plant eine Umfrage in eurer Klasse. Welche Brüche sind als Ergebnis eurer Umfrage möglich? Welche Musikrichtungen würdet ihr befragen?



MP 351 Berechne die Bruchteile der folgenden Mengen. → Ü351

Kürze, wenn möglich, bevor du rechnest, und mach Nebenrechnungen.

- | | | | |
|----------------------------|----------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| a) $\frac{6}{102}$ von 612 | c) $\frac{12}{52}$ von 650 | e) $\frac{25}{20}$ von 1 400 | g) $\frac{13}{57}$ von 17 613 |
| b) $\frac{3}{57}$ von 456 | d) $\frac{5}{61}$ von 915 | f) $\frac{4}{51}$ von 4 080 | h) $\frac{12}{81}$ von 75 816 |

MP 352 Losverkauf



Mia hat Lose für den Fußball verkauft. Ein Los kostet 9,90 €. Mia konnte zum Mittel der Lose verkaufen. Wie viel Geld hat sie genommen?

MP 353 Filzstifte



- Anatol hat eine Schachtel mit 40 Filzstiften gefunden. Drei von den Stiften sind zerbrochen. Anatol hat sie gleich weggeworfen. Von den verbleibenden Stiften waren drei Viertel eingetrocknet. Wie viele Filzstifte kann Anatol noch verwenden?
- Ändere die Angabe in Aufgabe a) so, dass Anatol 10 Stifte verwenden kann.
- Marlene hat auch Stifte sortiert. Beim Durchsehen ihrer Schachtel hat sie ein Viertel sofort weggeworfen. Die anderen Stifte hat sie ausprobiert. Von denen musste sie noch drei Viertel wegwerfen. Es sind nur 6 Stifte übriggeblieben. Wie viele Stifte waren zu Beginn in Marlenes Schachtel?



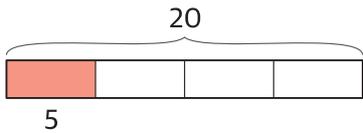
F6 Division

Die Vorstellung einer **Division** durch eine Bruchzahl ist einfacher, wenn man überlegt, wie oft eine Bruchzahl in der zu dividierenden Zahl enthalten ist. Die Berechnung erfolgt mit Hilfe des **Kehrwerts** der Bruchzahl.

DI 354 Schreib die passenden Divisionen zu den Aufgaben an. Berechne dann die Ergebnisse und schreib eine Antwort.



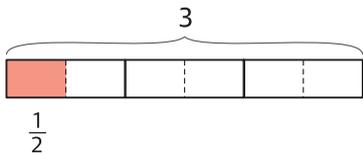
a) Wie oft ist 5 in 20 enthalten?



R: $20 : 5 = 4$

A: 5 ist in 20
4-mal enthalten.

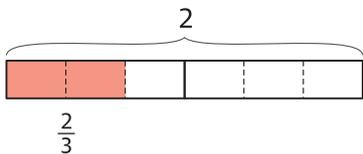
b) Wie oft ist $\frac{1}{2}$ in 3 enthalten?



R: _____

A: _____

c) Wie oft sind $\frac{2}{3}$ in 2 enthalten?



R: _____

A: _____

RK DI 355 Zeichne zuerst Balkenmodelle wie in den vorigen Aufgaben. Führe dann die Divisionen durch.

- a) $1 : \frac{1}{4}$ b) $1 : \frac{1}{5}$ c) $1 : \frac{1}{2}$ d) $2 : \frac{2}{5}$

RK 356 Bestimme den Kehrwert der folgenden Bruchzahlen. ... → Ü356

	B	a)	b)	c)	d)	e)
Zahl:	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{13}{10}$
Kehrwert:	$\frac{3}{2}$					

RK 357 Führe die folgenden Divisionen durch, indem du mit dem Kehrwert multiplizierst. ... → Ü357

B $6 : \frac{4}{7} = 6 \cdot \frac{7}{4} = \frac{6 \cdot 7}{4} = \frac{42}{4} = \frac{21}{2} = 10 \frac{1}{2}$

- a) $1 : \frac{1}{4}$ b) $2 : \frac{3}{4}$ c) $4 : \frac{3}{7}$ d) $1 : \frac{1}{5}$ e) $4 : \frac{3}{7}$ f) $6 : \frac{2}{5}$ g) $12 : \frac{8}{9}$ h) $24 : \frac{6}{10}$ i) $9 : \frac{15}{8}$ j) $8 : \frac{10}{7}$

RK DI 358 Finde den Fehler.



Erkläre, was Kurt falsch gemacht hat, und löse die Aufgabe selbst richtig.

$4 : \frac{2}{7} = \frac{4 : 2}{7} = \frac{2}{7}$ f

Kehrwert einer Bruchzahl

Den Kehrwert einer Bruchzahl erhält man, wenn man Zähler und Nenner vertauscht



Beispiel:
 $\frac{3}{5}$ hat den Kehrwert $\frac{5}{3}$.

Division durch Bruchzahlen

Die Division durch eine Bruchzahl ist äquivalent der Multiplikation mit ihrem Kehrwert.

Beispiele:
 $4 : \frac{1}{2} = 4 \cdot \frac{2}{1} = 8$
 $2 : \frac{2}{3} = 2 \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{2} = 3$

RK 359 Bestimme die Kehrwerte dieser Zahlen.

→ Ü359

	B	a)	b)	c)	d)	e)
Zahl:	3	5	2	12	38	250
als Bruchzahl:	$\frac{3}{1}$					
Kehrwert:	$\frac{1}{3}$					

3 = 3 Eitel
Das klingt seltsam,
stimmt aber!



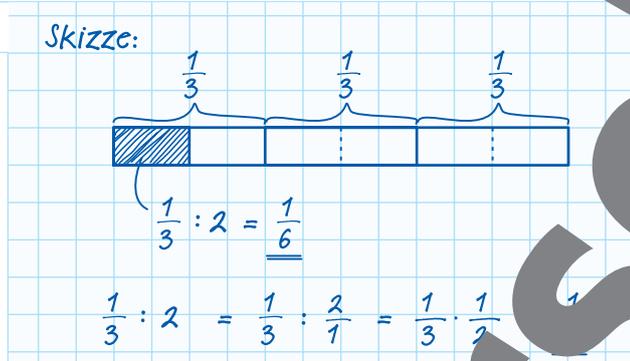
RK 360 Teile die Bruchzahlen durch natürliche Zahlen, indem du sie jeweils mit dem Kehrwert der natürlichen Zahl multiplizierst. Stell die Rechnungen jeweils mit einem Balkenmodell dar.

B $\frac{1}{3} : 2$

a) $\frac{1}{4} : 2$

b) $\frac{1}{2} : 3$

c) $\frac{1}{3} : 4$



RK 361 Berechne die Quotienten.

→ Ü361

a) $\frac{1}{4} : 3$

b) $\frac{2}{3} : 5$

c) $\frac{3}{10} : 4$

d) $\frac{5}{9} : 2$

RK 362 Teile die angegebenen Bruchzahlen, indem du sie jeweils mit dem Kehrwert der natürlichen Zahl multiplizierst.

→ Ü362

B $\frac{3}{4} : \frac{2}{5}$

a) $\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{8} = 1 \frac{7}{8}$

b) $\frac{2}{8} : \frac{3}{2}$

c) $\frac{2}{3} : \frac{3}{8}$

g) $\frac{6}{8} : \frac{1}{2}$

i) $\frac{5}{8} : \frac{5}{2}$

b) $\frac{7}{9} : \frac{1}{4}$

d) $\frac{5}{6} : \frac{3}{4}$

f) $\frac{2}{11} : \frac{3}{4}$

h) $\frac{5}{100} : \frac{3}{10}$

j) $\frac{3}{25} : \frac{7}{10}$

k) Kontrolliere deine Ergebnisse a) bis j) mit dem Taschenrechner.



Hinweis: Eingabe $\frac{2}{8} : \frac{3}{2}$ als $2 \div 8 \cdot 2 \div 3$ im Rechner:

$\frac{2}{8} : \frac{3}{2}$ als $(2 \div 8) \cdot (2 \div 3) =$

RK 363 Berechne die Quotienten. Wandle gemischte Zahlen in unechte Brüche um, bevor du rechnest.

→ Ü363

a) $2 \frac{1}{2} : \frac{1}{2}$

c) $4 \frac{3}{5} : 5 \frac{1}{3}$

d) $2 \frac{2}{5} : 1 \frac{3}{7}$

VB 364 Beende diese Sätze. Erkläre.

→ Ü364



a) Wenn eine Zahl sehr groß ist, ist ihr Kehrwert _____.

b) Wenn eine Zahl sehr klein ist, ist ihr Kehrwert _____.

c) Multipliziert man eine Zahl mit ihrem Kehrwert, so erhält man _____.

F7 Verbindung der Grundrechenarten



Bei der Verbindung der Grundrechenarten mit Bruchzahlen gelten die gleichen Rechenregeln wie bei Dezimalzahlen. Erst Klammern, dann Punkt- und am Ende Strichrechnungen.

DI **365** **Vergleiche die Rechenwege von Luka und Mia.**



Gegeben ist die folgende Rechnung: $2\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{3}{4} = ?$

Vergleiche die Rechenwege von Luka und Mia. Wie würdest du rechnen?

Luka's method:

$$2\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{3}{4} \dots \text{kgV} = 12$$

$$2\frac{6}{12} - \frac{4}{12} + \frac{9}{12} = \frac{30 - 4 + 9}{12} = \frac{35}{12} = 2\frac{11}{12}$$



Mia's method:

$$2\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{3}{4} = 2\frac{3}{6} - \frac{2}{6} + \frac{3}{4} = 2\frac{1}{6} + \frac{3}{4} = 2\frac{2}{12} + \frac{9}{12} = 2\frac{11}{12}$$



Mia

RK **366** **Berechne und beachte dabei die Vorrangregeln.**

- a) $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \cdot 2$ b) $3 \cdot \frac{2}{5} + \frac{4}{10}$ c) $\frac{3}{4} : 2 + \frac{1}{2}$ d) $4\frac{1}{3} - 5\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$

RK **367** **Berechne und beachte dabei die Vorrangregeln.**

- a) $\frac{2}{5} + \frac{1}{10} + \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{2}$ c) $(\frac{3}{8} + \frac{1}{6}) : \frac{4}{5}$ e) $-\frac{3}{4} + \frac{3}{16} \cdot \frac{1}{2}$
 b) $3\frac{2}{5} - (\frac{3}{10} + \frac{1}{5})$ d) $\frac{3}{8} : \frac{5}{10} - \frac{2}{5}$ f) $(\frac{2}{3} - \frac{3}{8}) \cdot \frac{2}{5}$

RK **368** **Finde den Fehler.**



- a) Erkläre, was hier falsch gemacht wurde.
 b) Löse die Aufgabe selbst richtig.

Incorrect calculation:

$$\frac{35}{40} - \frac{24}{40} = \frac{11}{40} \quad f$$

RK **369** **Berechne und beachte dabei die Vorrangregeln.**

- a) $2\frac{5}{8} + \frac{1}{6} : (1 - \frac{1}{4}) - 1\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5}$ c) $(\frac{6}{7} + \frac{1}{4}) : \frac{3}{4} - 2\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9}$
 b) $(\frac{5}{3} - \frac{3}{8}) \cdot (1 - \frac{3}{5}) + \frac{3}{5} : \frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{15} + (\frac{3}{5} - \frac{1}{10}) : \frac{5}{8} - \frac{1}{12}$

RK **370** **Setze die Bruchzahlen an die Stelle der Variablen ein und berechne.**

- a = $\frac{1}{8}$ b = $\frac{1}{4}$ c = $1\frac{1}{2}$ d = $\frac{5}{6}$
- a) $a + b$ e) $a \cdot b : d$ g) $(c - a) : d$
 b) $c - a - b$ d) $b \cdot c$ f) $c + d : a$ h) $b \cdot (c + d)$

MP **371** **Bohnenpflanze**

Hanna hat eine besondere Bohnenart in einen Topf gepflanzt. An jedem neuen Tag ist die Pflanze $1\frac{1}{2}$ -mal so hoch wie am Tag zuvor. Heute ist ihre Pflanze genau 8 cm hoch. In wie vielen Tagen wird sie höher als 2 Meter sein?





CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 372 Berechne und gib die Ergebnisse in der einfachsten Form an.

- a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} =$ _____ e) $\frac{3}{4} - \frac{5}{8} =$ _____
 b) $2\frac{3}{4} - 1\frac{7}{8} =$ _____ f) $3\frac{1}{6} - \frac{3}{4} =$ _____
 c) $\frac{5}{6} + \frac{3}{4} =$ _____ g) $\frac{8}{9} - \frac{5}{12} =$ _____
 d) $5\frac{1}{3} + 2\frac{6}{12} =$ _____ h) $\frac{5}{9} + 6\frac{2}{21} =$ _____

RK 373 Berechne und gib die Ergebnisse in der einfachsten Form an.

- a) $6 \cdot \frac{2}{3} =$ _____ c) $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{6} =$ _____
 b) $\frac{8}{15} \cdot 9 =$ _____ d) $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{8} =$ _____

RK 374 Berechne und gib die Ergebnisse in der einfachsten Form an.

- a) $3 : \frac{1}{2} =$ _____ e) $\frac{3}{9} : \frac{3}{7} =$ _____
 b) $5 : \frac{1}{4} =$ _____ f) $\frac{5}{8} : \frac{3}{8} =$ _____

RK 375 Berechne und gib die Ergebnisse in der einfachsten Form an.

- a) $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} : 2 =$ _____
 b) $(3 - \frac{3}{8}) \cdot (\frac{2}{3} + \frac{5}{6}) =$ _____
 c) $3\frac{1}{5} - \frac{4}{9} + \frac{2}{9} : \frac{5}{7} =$ _____

MP RK 376 Theo gewinnt 125 856 € im Lotto. Fünf Sechstel des Geldes legt er zur Seite. Wie viel ist das?

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 377 Berechne und gib die Ergebnisse in der einfachsten Form an.

- a) $3\frac{1}{5} \cdot 2\frac{3}{4} =$ _____ c) $6\frac{2}{9} \cdot 3\frac{1}{2} =$ _____ d) $4\frac{3}{4} : 7\frac{1}{6} =$ _____

RK DI 378 Finde die Differenz und löse sie.

- a) Berechne die Summe der Zahlen $2\frac{5}{9}$, $6\frac{1}{6}$ und $\frac{7}{12}$.
 b) Berechne die Differenz der Zahlen $5\frac{1}{2}$ und $2\frac{1}{3}$ mit $\frac{3}{4}$.

MP RK 379 Obst

Ivo kauft $\frac{1}{2}$ kg Äpfel, $1\frac{1}{4}$ kg Bananen und $\frac{5}{8}$ kg Birnen.

- a) Wie viel wiegt das gekaufte Obst zusammen?
 b) Ivo bezahlt mit einem 20-Euro-Schein. Berechne das Rückgeld.

PREISE pro Kilogramm

Äpfel ... 2,80 €

Birnen ... 2,90 €

Bananen ... 1,96 €

6

Gleichungen



Das Rechnen mit Variablen, die Platzhalter für Zahlen oder unbekannte Werte darstellen, nennt man Algebra. Es ist eine wichtige Grundlage für höhere Mathematik und Wissenschaften wie Physik, Ingenieurwesen und Wirtschaftswissenschaft.

MP **380** $E = m \cdot c^2$



- Aus welcher Theorie stammt diese Gleichung? Was bedeutet sie?
- Wer hat sie aufgestellt? In welchem Jahr geschah dies?
- Suche im Internet nach den drei weiteren berühmten Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern.
- Finde Informationen darüber, was genau man eigentlich unter einer Theorie versteht. Wodurch unterscheiden sich wissenschaftliche Theorien von „Verschwörungstheorien“?
- Tauscht euch über eure „Bullen“ zu a) bis d) aus, also von wo ihr die Informationen habt. Wie entscheidet ihr, ob einer Quelle vertraut, dass die Information richtig ist?

In diesem Kapitel lernst du, wie du Gleichungen umformst,
die Werte von Variablen berechnest

und all das in Sachsituationen anwenden kannst.

Außerdem erstellst du selbst Gleichungen zur Beschreibung
geometrischer Figuren.



WARM-UP

Zeige, was du bereits kannst!

Grundrechenarten, Bruchzahlen

Wie gut kannst du das noch?



DI **381** Um welche Rechenoperation handelt es sich jeweils?

B $14,5 + 3,9 \dots$ Addition

a) $25,6 \cdot 7 \dots$

b) $108 - 3,4 \dots$

c) $187 : 65$

d) $52,4 - 16 \dots$

e) $6,55 + 3,8$

RK **382** Rechne in der richtigen Reihenfolge.

a) $25 - 2 \cdot 3 =$

b) $4 \cdot 3 + 16 =$

c) $35 : 7 - 2 =$

d) $35 - 2$

e) $(15 - 3) \cdot 5 - 5$

f) $24 : (3 - 2) =$

RK **383** Schreib diese Brüche als Divisionen.

B $\frac{3}{5} =$ $3 : 5$

a) $\frac{4}{7} =$

b) $\frac{8}{11} =$

c) $\frac{3}{4} =$

d) $\frac{5}{9} =$

e) $\frac{1}{15} =$

RK **384** Schreib diese Divisionen als Brüche.

B $3 : 8 = \frac{3}{8}$

a) $2 : 5 =$

b) $1 : 4 =$

c) $4 : 15 =$

d) $7 : 10 =$

e) $1 : 4 =$

RK **385** Berechne und schreib die Ergebnisse in der einfachsten Form an.

a) $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$

b) $\frac{2}{5} - \frac{1}{10}$

c) $2 - \frac{3}{11}$

d) $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{7}$

e) $\frac{1}{8} \cdot \frac{3}{10}$

f) $\frac{5}{7} : \frac{3}{4}$

g) $\frac{2}{5} : \frac{3}{10}$

Umfang und Flächeninhalt

Wie gut kannst du das noch?



DI **386** Gegeben sind ein Quadrat und ein Rechteck (siehe Abbildung).

a) Welche Figur hat den größeren Flächeninhalt? Kreuze an.

das Quadrat

b) Welche Figur hat den größeren Umfang? Kreuze an.

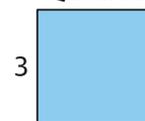
das Quadrat

das Rechteck

c) Berechne Umfang und Flächeninhalt des Quadrats.

d) Berechne Umfang und Flächeninhalt des Rechtecks.

Quadrat



3

Rechteck



6

G1 Einführung

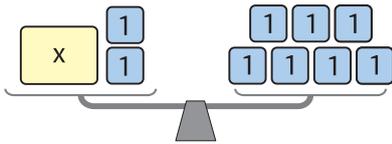


Jede Gleichung hat zwei Seiten: eine linke und eine rechte Seite.
Der Wert der linken Seite und der Wert der rechten Seite müssen gleich groß sein.
Dann ist die Gleichung erfüllt.

DI **387** Die unten abgebildeten Waagen befinden sich im Gleichgewicht.



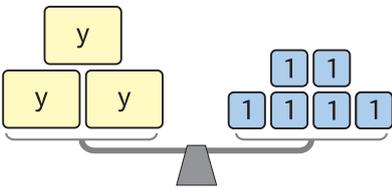
a) Beantworte die Fragen.



- (1) Welche Gleichung passt zu dem Bild?
 $2 \cdot x = 7$ $x + 2 = 7$
 $x \cdot 11 = 7$ $x + 1 = 34$

(2) Welchen Wert hat x ?

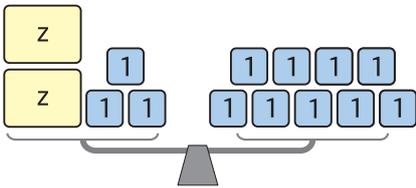
b) Beantworte die Fragen.



(1) Welche Gleichung passt zu dem Bild?
 _____ = _____

(2) Welchen Wert hat y ?

c) Beantworte die Fragen.



(1) Welche Gleichung passt zu dem Bild?
 _____ = _____

(2) Welchen Wert hat z ?

MP **388** Finde den Wert der Variablen jeweils durch Probieren.

a) $x \cdot 5 - 3 = 17$

Probiere mit ... **B** $x = 2$ (1) $x = 4$ (2) $x = 5$

b) $x \cdot 2 + 7 = 19$

Probiere mit ... (1) $x = 2$ (2) $x = 5$ (3) $x = 10$

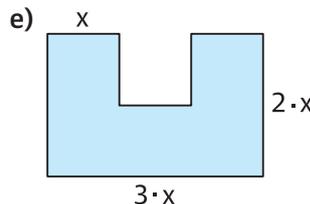
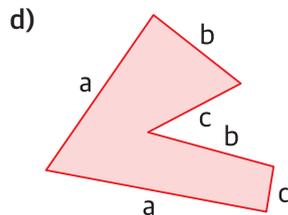
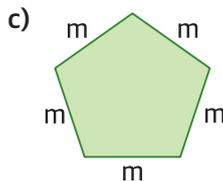
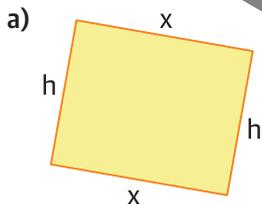
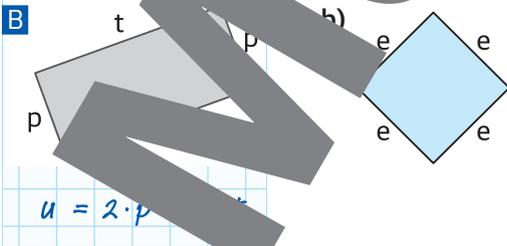
c) $x + 8 = 3 \cdot x - 2$

Probiere mit ... (1) $x = 2$ (2) $x = 3$ (3) $x = 5$

B $x = 2$

DI **389** Drücke den Umfang der Figur mit Hilfe von Termen aus. ... → Ü389

B



Probieren

Bei einfachen Gleichungen kannst du den Wert der Variablen durch Probieren ermitteln.

Setze dazu einfach eine Zahl ein und prüfe, ob die Gleichung erfüllt ist. Wenn nicht, ändere die Zahl!

Umfang

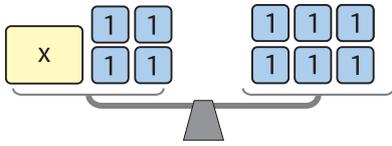
Der Umfang einer Figur gibt an, wie lang ihr Rand ist.

Term

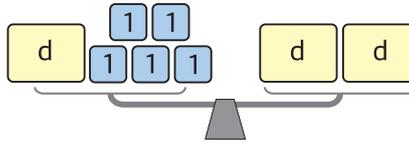
So nennt man eine mathematisch sinnvolle Kombination von Zahlen, Variablen, Klammern und Rechenzeichen, z. B.: $x - 2$
 $4 \cdot y - 1$
 $2 \cdot (a + b)$

DI **390** Finde jeweils eine passende Gleichung und bestimme den Wert der Variablen. ...→ Ü390

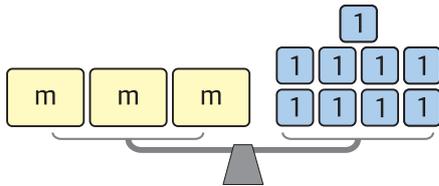
a)



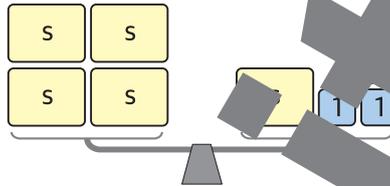
c)



b)



d)



LINKS = RECHTS

Schreib erst auf, was du auf der linken Seite siehst. Dann schreib das Gleichheitszeichen (=) und rechts den Ausdruck für die rechte Seite.

MP **391** Finde den Wert der Variablen jeweils durch Probieren. ...→ Ü391

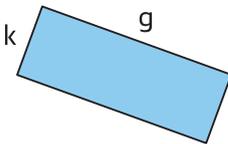
- a) $x - 2 = 15$
- b) $4 \cdot x = 28$
- c) $x : 5 = 10$

- d) $2 \cdot y + 5 = 13$
- e) $y : 2 + 3 = 11$
- f) $4 \cdot y - 1 = 35$

- g) $x + 3 = 12$
- h) $5 \cdot x = 20$
- i) $3 + 2 = x \cdot 2$

RK DI **392** Drücke den Umfang dieser Rechtecke mit Hilfe von Termen aus. Berechne dann den Umfang mit den angegebenen Werten. ...→ Ü392

a)



mit Term:

$u = \underline{\hspace{2cm}}$

berechnet für $k = 4 \text{ cm}$, $g = 10 \text{ cm}$

$u = \underline{\hspace{2cm}}$

c)



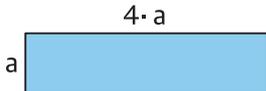
mit Term:

$u = \underline{\hspace{2cm}}$

berechnet für $b = 4 \text{ mm}$, $m = 5 \text{ mm}$

$u = \underline{\hspace{2cm}}$

b)

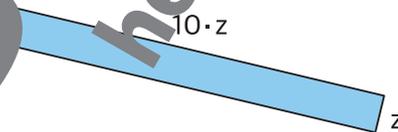


mit Term:

$u = \underline{\hspace{2cm}}$

berechnet für $a = 3 \text{ cm}$

$u = \underline{\hspace{2cm}}$



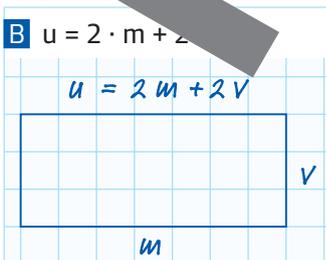
mit Term:

$u = \underline{\hspace{2cm}}$

berechnet für $z = 8 \text{ mm}$

$u = \underline{\hspace{2cm}}$

DI **393** Skizziere ein Rechteck, dessen Umfang mit der angegebenen Formel berechnet werden kann. ...→ Ü393



- a) $u = 2 \cdot j + 2 \cdot k$
- b) $u = 6 \cdot x$
- c) $u = 10 \cdot a$

G2 Umformung Plus und Minus

Bei einer **Äquivalenzumformung** änderst du die linke und rechte Seite einer Gleichung, ohne dabei das Gleichgewicht zu stören. Dafür musst du links und rechts immer um das Gleiche verändern.

DI 394 Finde jeweils eine Gleichung zu den Bildern. Löse sie mit Hilfe von Äquivalenzumformungen.



B

$x + 2 = 5$

Umformoperation

Die Umkehroperation der Addition ist die Subtraktion und umgekehrt.



a) $x + 3 = 4$ b) $x + 1 = 5$

DI 395 Finde jeweils eine Gleichung zu den Bildern. Löse sie mit Hilfe von Äquivalenzumformungen.



B

$x - 1 = 3$

Du darfst rechts und links gleich viel wegnehmen oder dazugeben.



a) $x - 2 = 5$ b) $x - 1 = 4$

DI 396 Lange und kurze Schreibweise



a) Vergleiche die beiden Lösungswege. Findet Vor- und Nachteile für die „lange Schreibweise“ links und die „kurze Schreibweise“ rechts.

lange Schreibweise

kurze Schreibweise

b) Löse diese Aufgaben jeweils mit langer und mit kurzer Schreibweise.

(1) $a + 4 = 20$

(2) $x - 3 = 15$

(3) $m + 10 = 151$

RK 397 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.
Mach Nebenrechnungen, wenn nötig.

...→ Ü397

- | | | |
|------------------|-------------------|---------------------------|
| a) $x + 3 = 9$ | i) $a + 35 = 182$ | q) $x + 625 = 2\,501$ |
| b) $y - 10 = 17$ | j) $b - 71 = 350$ | r) $y - 204 = 1\,923$ |
| c) $z + 15 = 60$ | k) $c + 64 = 212$ | s) $z + 1\,825 = 6\,441$ |
| d) $a - 18 = 25$ | l) $x - 82 = 82$ | t) $a - 8\,369 = 8\,369$ |
| e) $b + 7 = 31$ | m) $y + 47 = 604$ | u) $b + 7\,024 = 9\,250$ |
| f) $c - 40 = 40$ | n) $z - 93 = 585$ | v) $c - 4\,186 = 8\,735$ |
| g) $m + 8 = 8$ | o) $a + 42 = 69$ | w) $u + 3\,745 = 7\,145$ |
| h) $n - 9 = 9$ | p) $b - 58 = 299$ | x) $v - 5\,924 = 12\,316$ |

Äquivalent

Der Ausdruck „äquivalent“ kommt aus dem Lateinischen und bedeutet „gleich“ bzw. „gleichwertig“. Bei einer Äquivalenzumformung bleiben beide Seiten der Gleichung stets gleichwertig.

RK 398 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.
Mach Nebenrechnungen, wenn nötig.

...→ Ü398

- | | | |
|-----------------|-----------------------|--------------------------|
| a) $5 + x = 25$ | d) $136 + a = 205$ | g) $2\,687 + x = 6\,100$ |
| b) $8 + y = 14$ | e) $915 + b = 1\,521$ | h) $1\,032 + y = 1\,166$ |
| c) $7 + z = 20$ | f) $407 + c = 720$ | i) $5\,217 + z = 7\,334$ |

RK 399 Berechne zuerst den Wert der Unbekannten.
Führe dann die Probe durch Einsetzen des berechneten Werts aus.

...→ Ü399

B $y - 7 = 15$

$y - 7 = 15$	$+7$	Probe:	$15 - 7 = 8$
$y = 22$			$22 - 7 = 15$ ✓

- | | | |
|------------------|------------------|--------------------------|
| a) $y - 9 = 16$ | e) $n - 7 = 10$ | i) $16 = 285$ |
| b) $z + 10 = 43$ | f) $m + 7 = 10$ | j) $b - 6\,915 = 1\,000$ |
| c) $4 + x = 12$ | g) $5 + k = 42$ | k) $14 + a = 1\,203$ |
| d) $t - 3 = 48$ | h) $w - 15 = 15$ | l) $p + 2\,718 = 1\,310$ |

RK 400 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.

...→ Ü400

- | | | |
|----------------------|-----------------------------|-----------------------|
| a) $x + 2,7 = 5$ | d) $z - 1,7 = 0$ | g) $h - 0,02 = 15,31$ |
| b) $y - 0,3 = 1$ | e) $a + 0,8 = 5,1$ | h) $1 - 0,08 = 1,2$ |
| c) $15,2 + c = 18,3$ | f) $100,62 + 0,85 = 101,47$ | i) $5,06 + h = 100$ |

⊕ Finde selbst drei ähnliche Aufgaben und löse sie.

MP RK 401 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.

...→ Ü401

- | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $x - \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$ | d) $x + \frac{1}{4} = 4$ | g) $x - \frac{1}{5} = 2\frac{7}{10}$ |
| b) $x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ | e) $10 - x = 1$ | h) $x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ |
| c) $x - \frac{3}{10} = 1$ | f) $\frac{1}{9} + x = \frac{2}{3}$ | i) $x - \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$ |

⊕ Finde selbst drei ähnliche Aufgaben und löse sie.

MP 402 Für welche Symbole die Symbole?
Finde die Symbole, die die drei Gleichungen erfüllt sind.

...→ Ü402



$\star + \star = \blacklozenge$
 $\clubsuit - 1 = \blacklozenge$
 $\blacklozenge + \star = \clubsuit$

Lösung: $\star = \square$ $\blacklozenge = \square$ $\clubsuit = \square$

G3 Umformung Mal und Durch



Wird eine Variable mit einer Zahl multipliziert, schreibt man das verkürzt ohne Malpunkt. $3 \cdot x = 3x$
 Divisionen schreibt man meist als Bruch. $x : 3 = \frac{x}{3}$

DI **403** Finde jeweils eine Gleichung zu den Bildern. Löse sie mit Hilfe von Äquivalenzumformungen.



B

$2x = 4$
 $2x : 2 = 4 : 2$
 $x = 2$

a) $2x = 8$

b) $\quad = \quad$

Umformung

Die Umkehroperation der Multiplikation ist die Division und umgekehrt.



DI **404** Finde jeweils eine Gleichung zu den Bildern. Löse sie mit Hilfe von Äquivalenzumformungen.



B

$\frac{x}{2} = 3$
 $\frac{x}{2} \cdot 2 = 3 \cdot 2$
 $x = 6$

a) $\frac{x}{4} = \quad$

Geteilt durch zwei ($\cdot 2$) und mal zwei ($\cdot 2$) heben einander auf.



RK **405** Berechne zu jedem Wert der Unbekannten. Führe dann die Probe ein, indem du den berechneten Wert einsetzt.

... → Ü405

B $4x = 20$ $4x : 4 = 20 : 4$ Probe: $4 \cdot 5 = 20$
 $x = 5$ $20 = 20$ ✓

- | | | | |
|---------------|-----------------------|--------------|-----------------------|
| a) $3x = 18$ | b) $\frac{z}{2} = 5$ | c) $9b = 9$ | d) $\frac{x}{5} = 20$ |
| e) $10y = 70$ | f) $\frac{a}{4} = 8$ | e) $2c = 16$ | f) $\frac{y}{3} = 7$ |
| f) $4m = 32$ | g) $\frac{s}{3} = 12$ | f) $8p = 96$ | g) $\frac{z}{4} = 4$ |

RK 406 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten. Mach Nebenrechnungen, wenn nötig. ...→ Ü406

- a) $2x = 10$ d) $9x = 99$ g) $8x = 16$ j) $24x = 864$
 b) $4x = 32$ e) $3x = 12$ h) $12x = 144$ k) $19x = 1\ 102$
 c) $6x = 60$ f) $5x = 40$ i) $7x = 56$ l) $6x = 15\ 042$

RK 407 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten. Mach Nebenrechnungen, wenn nötig. ...→ Ü407

- a) $\frac{x}{2} = 4$ d) $\frac{x}{3} = 6$ g) $\frac{x}{10} = 15$ j) $\frac{x}{9} = 3$
 b) $\frac{x}{2} = 3$ e) $\frac{x}{6} = 7$ h) $\frac{x}{4} = 12$ k) $\frac{x}{5} = 26$
 c) $\frac{x}{5} = 15$ f) $\frac{x}{3} = 12$ i) $\frac{x}{19} = 3$ l) $\frac{x}{11} = 7$

RK 408 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten. ...→ Ü408

B $4x = 10$

$4x = 10$	$/ : 4$	NR: $10 : 4 = 2,5$
$x = 10 : 4$		$\frac{20}{4} = 5$
$x = 2,5$		0 Rest

- a) $2x = 3$ f) $3x = 13,8$ i) $15x = 55,5$
 b) $5x = 12$ g) $6x = 51$ j) $x : 6,9 = 215,72$
 c) $x : 2 = 17,5$ h) $x : 7 = 44,1$ k) $24 = 113,15$
 d) $x = 2 = 22,6$ i) $8x = 66$ n) $0,1x = 0,872$
 e) $x : 5 = 26,5$ j) $x : 0,5 = 21$ o) $x : 5,1 = 717,55$

RK 409 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten. ...→ Ü409

B $3x = \frac{5}{9}$

$3x = \frac{5}{9}$	$/ : 3$	$\frac{2}{5}x = \frac{7}{9}$
$x = \frac{5}{9} : 3 = \frac{5}{9} \cdot \frac{1}{3}$		$\frac{1}{5}x = \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{2} = \frac{14}{9}$
$x = \frac{5}{27}$		$x = \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{2} = \frac{14}{9}$
		$x = \frac{35}{18} = 1 \frac{17}{18}$

- a) $2x = \frac{3}{7}$ c) $4x = \frac{7}{8}$ e) $\frac{2}{3}x = \frac{5}{8}$ g) $\frac{3}{10}x = \frac{3}{4}$
 b) $5x = \frac{5}{6}$ d) $7x = \frac{7}{8}$ f) $\frac{1}{4}x = \frac{1}{8}$ h) $\frac{4}{5}x = \frac{2}{15}$

⊕ Denk dir selbst drei ähnliche Aufgaben aus und löse sie.

DI 410 Sonja und Derya haben die Aufgabe unterschiedlich gelöst. Beschreibe die Lösungswege und finde Vor- und Nachteile.

$\frac{1}{2}x = 10$ $x = 10 : \frac{1}{2} = 10 \cdot \frac{2}{1}$ $x = 20$	 <p>Sonja</p>	 <p>Derya</p>	$\frac{1}{2}x = 10$ $\frac{x}{2} = 10 \quad / \cdot 2$ $x = 20$
--	--	--	---

Vor 4 000 Jahren konnten ägyptische Mathematiker bereits Gleichungen durch Äquivalenzumformungen lösen.

Das wissen wir dank erhaltener Schriftstücke wie dem „Papyrus Rhind“, das ca. 1550 v. u. Z. entstand.

G4 Mehrschrittige Aufgaben



Gleichungen können recht umfangreich werden. Es können auf beiden Seiten des Ist-gleich-Zeichens mehrere Glieder durch verschiedene Rechenoperationen verbunden werden. Hier geht man schrittweise vor.

DI **411** Immer zwei Terme sind äquivalent. Verbinde sie.



$2 + 3x + 5$ $x + 4 - 1 + x$ $x + 8$ $2x$
 $6 : 2 + x$ $3x + 7$ $x + 3$ $5x$ $2 \cdot 4$

erst du vor:

1. Vereinfache die Gleichung.

Beispiel:
 $4 + 5 + 4x - x = 15$
 $9 + 3x = 15$

2. Bringe alle Unbekannten auf eine Seite, die Zahlen auf die andere.

Beispiel:
 $9 + 3x = 15 \quad | -9$
 $3x = 6$

3. Berechne die Unbekannte.

Beispiel:
 $3x = 6 \quad | :3$
 $x = 2$

RK **412** Für diese Aufgaben musst du mehrere Umformungsschritte machen. Löse sie.



B $2x + 4 = 10$

$2x$	$+$	4	$=$	10	$ -4$
$2x$				$=$	6
				$2x$	$=$
				x	$=$
				3	

Ich bringe zuerst alle Zahlen nach rechts, die Variablen nach links.



- a) $3x + 6 = 12$
- b) $2x + 5 = 11$
- c) $\frac{x}{2} - 3 = 9$
- d) $\frac{x}{5} - 6 = 19$

RK **413** Vereinfache die Terme.

B $2x + x + 4$

$2x$	$+$	x	$+$	4	$=$	$3x + 4$
------	-----	-----	-----	-----	-----	----------

a) $5x + 3x - 6$ d) $2x + 3x + 1$ g) $3 + 2x + 9 + 4x$
 b) $x + 8$ e) $3 + 4x - x$ h) $2x + 4 - 5x - 1$
 c) $9x - 2x + 4x - 10$ i) $12 - x + 3x$

RK **414** Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.

- a) $5x + 10 = 45$
- b) $4x - 1 = 23$
- c) $7x - 5 = 44$
- d) $\frac{x}{10} + 2 = 12$
- e) $\frac{x}{2} + 3 = 11$
- f) $\frac{x}{5} + 1 = 5$
- g) $3x - 15 = 2$
- h) $4 + 3x = 25$
- i) $8 + 2x = 40$
- j) $1 + \frac{x}{3} = 5$
- k) $\frac{x}{10} + 8 = 31$
- l) $\frac{x}{2} - 15 = 28$

RK **415** Vereinfache die Gleichung. Berechne dann den Wert der Unbekannten.

B $2n + 6 + 3n = 41$

$2n$	$+$	6	$+$	$3n$	$=$	41
$2n$				$3n$	$=$	41
$2n + 3n$				$=$	41	
$5n$	$+$	6	$=$	41	$ -6$	
$5n$				$=$	35	
$5n$				$=$	35	$:5$
n				$=$	7	

- a) $c + 8 + 5 + 3c = 25$
- b) $6 + 2a + 5 - a = 17 + 3$
- c) $4x - 2x + 18 - 3 = 19$
- d) $3 + 4x + 1 + 2x + 5 = 15 \cdot 3$
- e) $3z + 16 + 2z - 10 = 51$
- f) $t + 7 + 4t + 3 - 2t = 28$
- g) $7b + 15 - 3b + 13 - 21 + 12b - 3 + 7 = 57$

RK 416 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.

...→ Ü416

B	$32 = \frac{x}{2} + 12$	
	$32 = \frac{x}{2} + 12$	$ \leftrightarrow$
	$\frac{x}{2} + 12 = 32$	$ - 12$
	$\frac{x}{2} = 32$	$ \cdot 2$
	<u>$x = 40$</u>	

- a) $20 = 4x + 8$
- b) $13 = \frac{x}{2} - 1$
- c) $16 = 3x + 4$
- d) $8 = 6 + \frac{x}{7}$
- e) $45 = 8x - 11$
- f) $62 = 52 + 2x$
- g) $19 = \frac{x}{4} - 5$

Seiten vertauschen

Das Ist-gleich-Zeichen bedeutet, dass die linke und die rechte Seite gleich viel wert sind. Also darfst du die linke Seite mit der rechten Seite vertauschen!

Beispiel:
 $15 = x + 3 \quad | \leftrightarrow$
 $x + 3 = 15$

RK 417 Löse diese Gleichungen mit Hilfe eines CAS-Programms.

...→ Ü417



B $2x - 5 = x + 4$
 Löse($2x - 5 = x + 4$)
 → $\{x = 9\}$

- a) $6x = 30$
- b) $y + 9 = 15$
- c) $25 - z = 7,5$
- d) $x : 3 = 42$
- e) $7x - 15 = 3x$
- f) $y + 8 = 6 \cdot 150$
- g) $2z + 1 = 6 - z$
- h) $4a - 1 = 8$

Du kannst die CAS-Funktion von GeoGebra verwenden.



RK 418 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.

...→ Ü418

- a) $14 + 3 = 5x + 2$
- b) $25 = 6 + \frac{x}{7} - 3$
- c) $4 \cdot 12 = x + 8 + x$
- d) $35 - 6 \cdot 2 = 4x + x - 12$
- e) $6 - (8 - 2) = x - 3$
- f) $22x + 4 - 15x = 9 \cdot 2$
- g) $13 - 4 = 2 + x$
- h) $5x + 1 = 17$
- i) $2x + 1 = x$
- j) $3x + 2 + x = 1$
- k) $1 + x + 1 = 4x + 1$
- l) $1 + x + 1 = 2x - 5$

CAS

Computeralgebra-systeme (CAS) können mit Variablen und Termen umgehen und unter anderem auch Gleichungen lösen.

MP DI 419 Gegeben ist die Gleichung $4x = 2x + 12$.



- a) Bestimme den Wert der Variable x . Führe die Probe durch.
- b) Beschreibe deinen Lösungsweg.

MP DI 420 Symbol-Rätsel



Sieh dir die Rätsel an und finde heraus, für welche Zahlen die Symbole stehen.

a)

Gleichung 1: + 4 =

Gleichung 2: · =

Gleichung 3: - 1 =

Lösung:

= = =

c)

Gleichung 1: - = 1

Gleichung 2: : 3 = 2

Gleichung 3: + 2 =

Lösung:

= = =

b)

Gleichung 1: : =

Gleichung 2: · 4 =

Gleichung 3: : =

Lösung:

= = =

- d) Beschreibe, wie du beim Lösen der Aufgaben a) bis c) vorgegangen bist.
- e) Erstelle selbst ein Symbol-Rätsel. Gib es jemand anderem zum Lösen.

Manchmal kommt man auch einfach mit Probieren weiter.



G5 Texte und Gleichungen

Mathematik ist wie eine eigene Sprache. Mit Variablen und Gleichungen kann man Zusammenhänge und Verhältnisse von Zahlen sehr präzise ausdrücken.

421 Texte und Gleichungen



a) Verbinde die Texte mit den passenden Gleichungen.

Das Dreifache einer Zahl beträgt 60.

Zieht man 3 von einer Zahl ab, so ergibt man 60.

$3x = 60$

$a - 3 = 60$

$y : 3 = 60$

$b + 3 = 60$

Addiert man 3 zu einer Zahl, so erhält man 60.

Teilt man eine Zahl durch 3, so erhält man 60.

- b) Berechne den Wert der Variable aus a).
- c) Erfinde selbst eine ähnliche Aufgabe und gib sie jemandem zum Lösen.

Kenne die Fachbegriffe, dann werden diese Aufgaben leichter!



422 Finde die Gleichungen und bestimme jeweils den Wert der Unbekannten. ... → Ü 422

B Zählt man 34 zu einer Zahl dazu, erhält man 60 als Ergebnis.

$x + 34 = 60$
 $x = 60 - 34$
 $x = 26$

- a) Addiert man 8 zu einer Zahl, ergibt es 110.
- b) Das Doppelte einer Zahl beträgt 36.
- c) Zieht man 15 von einer Zahl ab, ergibt es 36.
- d) Dividiert man eine Zahl durch 9, ergibt es 33.
- e) Multipliziert man eine Zahl mit 5 und zählt dann noch 15 dazu, erhält man die Zahl 45.
- f) Zieht man 22 von einer Zahl ab und multipliziert das Ergebnis mit 3, ergibt das 33.
- g) Teilt man eine Zahl durch 2 und addiert zum Ergebnis die Zahl 56, erhält man 100 als Ergebnis.

Wahl der Buchstaben

Du musst nicht immer x als Variable verwenden. Oft verwendet man auch passende Anfangsbuchstaben.

Beispiel:
 $k + 35 = 42$
 ... k für Kinder

423 Schreib jeweils eine passende Gleichung und löse dann die Aufgabe. ... → Ü 423

B Andrea kauft 5 Heften zu je 3,90 €. Berechne den Gesamtpreis P für ... (1) $n = 2$ (2) $n = 5$.

$3,90$
 (1) $P = 5 \cdot 3,90$
 $P = 19,50 \text{ €}$
 (2) $P = 5 \cdot 3,90$
 $P = 19,50 \text{ €}$

- a) Thomas kauft n Paar Socken um je 6,50 €. Berechne den Gesamtpreis P für ... (1) $n = 2$ (2) $n = 7$.
- b) Mirna kauft vier Stifte um je x Euro. Berechne den Gesamtpreis P für ... (1) $x = 2,80$ (2) $x = 4,95$.
- c) Du kaufst m Packungen Milch um je 1,29 €. Berechne den Gesamtpreis P für ... (1) $m = 2$ (2) $m = 6$.

Gleichungen machen Sachaufgaben schwieriger.



Aber wir lernen die Sprache der Mathematik!

MP 424 Vervollständige die Sachaufgaben, sodass sie zu den Gleichungen passen.
DI Vergleich mit anderen.



- a) $x + 27,50 = 82,90$
Andrea kauft eine Hose um x € und ... Sie bezahlt ...
- b) $46,90 + 3x = 76,60$
Hannes kauft einen Pullover ...
- c) $100 - 2x = 28,10$
Igor kauft ... Er bezahlt mit einem 100-Euro-Schein. Wie ...
- d) $4x + 17,50 = 57,10$
Fatemeh kauft ... um je ... € und ... Sie bezahlt ...

MP 425 Schreib Sachaufgaben zu diesen Gleichungen und löse sie.
DI Vergleich mit anderen.



- a) $3x + 10 = 100$ c) $x : 3 = 245$
b) $50 - x = 16,90$ d) $100 - 2x = 48,60$

MP 426 Finde jeweils eine Gleichung zur Angabe.
DI Löse dann die Aufgabe.



- a) Ein Bus mit 58 Sitzplätzen ist voll besetzt. Außerdem stehen noch ein paar Personen. Der Busfahrer zählt 72 Fahrgäste. Wie viele Personen stehen im Bus?
- b) Ein Güterzug transportiert 414 t Kohle. 6 Wagons sind voll beladen, auf dem sie noch 24 t Kohle verstaut. Wie viele Tonnen befinden sich auf jedem der voll beladenen Wagons?



RK 427 Beschreibe diese Gleichungen in eigenen Sätzen.
DI Bestimme dann den Wert der Unbekannten.

B $4x - 2 = 14$

Zieht man vom Vierfachen einer Zahl 2 ab, ergibt das

$$4x - 2 = 14 \quad | +2$$

$$4x = 16 \quad | :4$$

$$x = 4$$

- a) $7x - 2 = 38$
b) $x - 1,2 = 19,5$
c) $x : 8 = 32$
d) $2x + 5 = 23$
e) $152 - 4x = 88$
f) $(x + 6) \cdot 3 = 528$
g) $(2x - 4) : 6 = 15$

⊕ Finde selbst eine ähnliche Aufgabe und löse sie.

MP 428 Zahlentheorie in der Mathematik?



Zauberer Magicus fordert einen Herrn aus dem Publikum auf:

„Denken Sie an eine Zahl. Verdoppeln Sie Ihre Zahl. Zählen Sie 10 dazu. Jetzt subtrahieren Sie das Zweifache Ihrer zuerst gedachten Zahl vom Ergebnis. Am Ende dividieren Sie durch 2. Sie erhalten die Zahl 5!“

Der Herr ruft verblüfft: „Sie haben recht! Sie können wirklich zaubern!“
Kannst du den Trick von Zauberer Magicus erklären?



G6 Anwendung Geometrie



Der Umfang einer Figur ist die Länge ihres Randes.

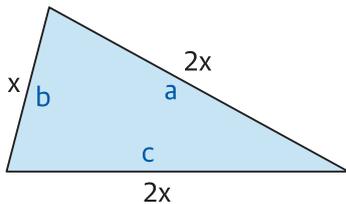
Bei einem Dreieck entspricht der Umfang der Summe der drei Seiten: $u = a + b + c$.

RK 429 Berechne jeweils die Längen der Seiten.

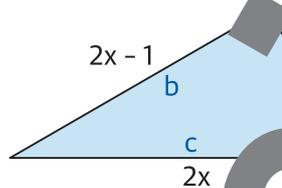
Erkläre, wie du vorgegangen bist.



a) Umfang $u = 20$ cm

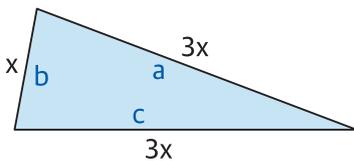


b) Umfang $u = 19$ cm

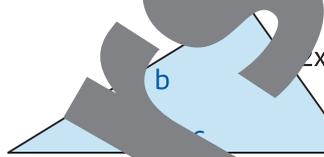


DI 430 Berechne jeweils die Längen der Seiten.

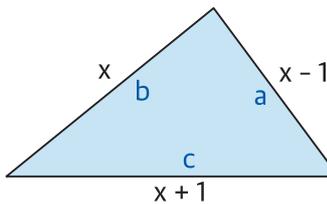
a) Umfang $u = 21$ cm



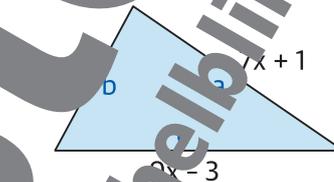
d) Umfang $u = 10$ cm



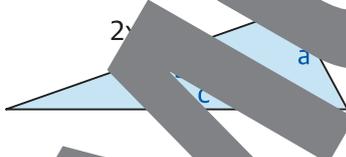
b) Umfang $u = 15$ cm



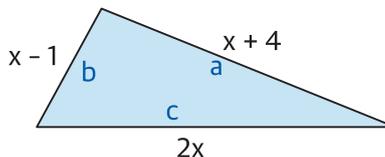
e) Umfang $u = 101$ cm



c) Umfang $u = 40$ cm

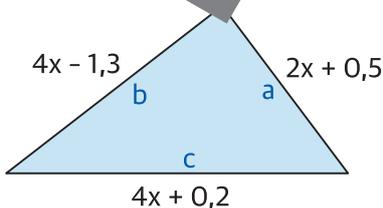


f) Umfang $u = 23$ cm

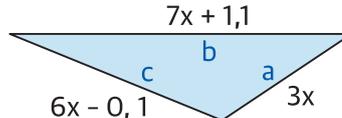


DI 431 Berechne jeweils die Längen der Seiten.

a) Umfang $u = 14$ cm



b) Umfang $u = 26,6$ cm



Schritt für Schritt

Schreib deine Schritte auf. Beginne mit dem Einfachen und baue das weiter aus.

Beispiel:

$$u = a + b + c$$

$$u = 3x + x + 3x$$

$$u = 7x$$

...



CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 432 Berechne jeweils den Wert der Variablen.

a) $x + 62 = 85$

c) $4x = 52$

e) $a + 28\,415 = 51\,603$

b) $y - 15 = 79$

d) $\frac{y}{6} = 12$

f) $6b = 17\,262$

RK 433 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.

a) $2x + 5 = 41$

c) $4x = 52$

e) $\frac{m}{3} + 1\,419 =$

b) $3y - 2 = 18$

d) $\frac{y}{6} = 12$

f) $7p - 24 = 1\,050$

RK 434 Vereinfache die Gleichungen und berechne jeweils den Wert der Unbekannten.

a) $4a - 6 + a = 3a$

b) $32 = \frac{b}{4} - 8$

c) $3x + 1 + 2x = 30$

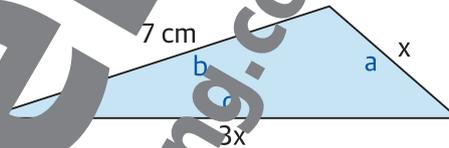
RK 435 Finde jeweils die Gleichung und bestimme den Wert der Unbekannten.

a) Dividiert man eine Zahl durch 4, ergibt das 20.

b) Addiert man zum Dreifachen einer Zahl die Zahl 29, erhält man 29.

MP 436 Du kaufst x Gummibälle um je 3,90 €. Wie viel kostet das für a) $x = 2$ und b) $x = 5$?

DI 437 Berechne die Länge der Seite a . Der Umfang beträgt 19 cm.



Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 438 Vereinfache die Gleichungen und berechne jeweils den Wert der Unbekannten.

a) $3x - x + 6 = x + 30$

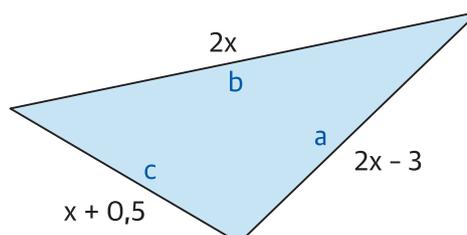
b) $6 - 1 + 14 + 4y = 2y + 25$

c) $3a - 4 + a = 6 - a$

MP 439 Finde eine Gleichung mit einer Unbekannten und löse sie.

Pia hat drei Bonbonnensorten gekauft. Eine Packung hat Pia schon geöffnet und daraus 12 Bonbons gegessen. Jetzt hat Pia insgesamt noch 41 Bonbons. Wie viele Bonbons sind in einer vollen Packung?

RK 440 Der Umfang eines Dreiecks beträgt 22,5 cm. Berechne die Länge der Seite c .



H

Vierecke



Vierecke kommen in der Welt in vielen verschiedenen Formen und Größen vor. Fenster sind meist rechteckig, Fliesen sind oft quadratisch und Flugdrachen haben meist dreieckige Form, namens Deltoid. Vierecke werden je nach Eigenschaften in verschiedene Gruppen eingeteilt, wie beispielsweise nach der Größe, der Winkel, der Länge ihrer Seiten oder ihrer Symmetrie.

MP 441 Vierecke in deiner Klasse



Finde wenigstens vier verschiedene, viereckige Dinge in deiner Klasse. Schreibe sie auf eine Liste und teile sie mit anderen.

Handelt es sich bei allen gefundenen Vierecken um Rechtecke und Quadrate, oder sind auch andere Vierecke dabei?

In diesem Kapitel lernst du, welche Arten von Vierecken es gibt, und welche Merkmale man sie in Gruppen einteilt und wie man sie konstruieren kann. Außerdem lernst du ihre Eigenschaften kennen und beschreiben.



WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

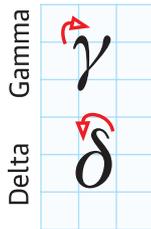
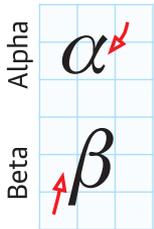
Winkel

Wie gut kannst du das noch?



DI **442** Übe die abgebildeten griechischen Buchstaben.

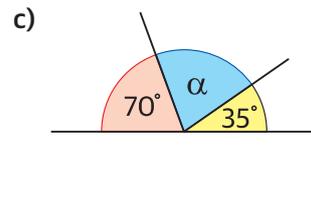
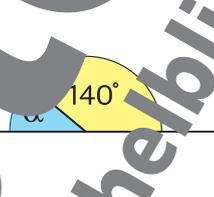
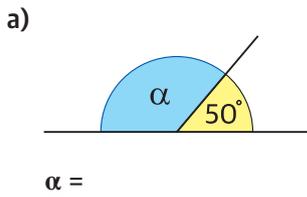
Hinweis: Beginne immer beim roten Pfeil.



RK **443** Miss die Winkel mit dem Geodreieck.



DI **444** Bestimme jeweils die Größe des Winkels α und messe.

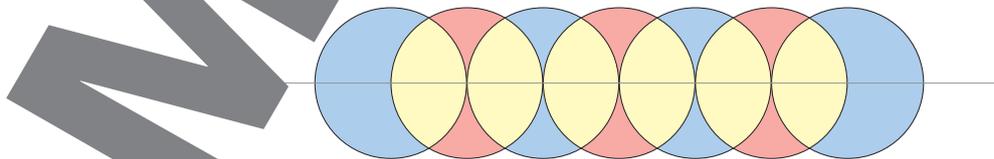


Geometrische Konstruktionen

Wie gut kannst du das noch?



RK **445** Zeichne die abgebildete Musterkette in dein Heft.
Stell 4 cm für den Radius ein.



RK **446** Konstruiere die angegebenen Dreiecke mit Zirkel und Lineal.
Gib dann jeweils die Größe des Winkels α an.

a) $a = 5 \text{ cm}$; $b = 6,2 \text{ cm}$; $c = 4,3 \text{ cm}$

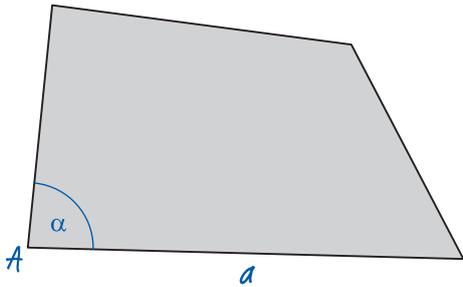
b) $a = 3,2 \text{ cm}$; $b = 4,8 \text{ cm}$; $c = 2,5 \text{ cm}$

H1 Einführung, Rechteck und Quadrat



Ein Viereck ist eine ebene Figur mit vier Ecken, die mit geraden Seiten verbunden sind. Die Summe der Winkel eines Vierecks beträgt immer 360° .

RK 447 Gegeben ist folgendes allgemeine Viereck.



- Beschrifte die Eckpunkte, Seiten und Winkel.
- Miss die Größe der Winkel und berechne die Winkelsumme. Ist das Ergebnis überraschend?
- Miss die Längen der Seiten und berechne den Umfang.

RK 448 Gegeben ist ein Rechteck mit Seitenlängen $a = 7 \text{ cm}$ und $b = 3 \text{ cm}$.



- Konstruiere das Rechteck und beschrifte die Ecken und Seiten.
- Zeichne beide Diagonalen ein und miss ihre Längen. Was fällt dir auf?
- Wie groß sind die Winkel des Rechtecks?
- Berechne die Winkelsumme. Ist das Ergebnis überraschend?

RK 449 Symmetrie

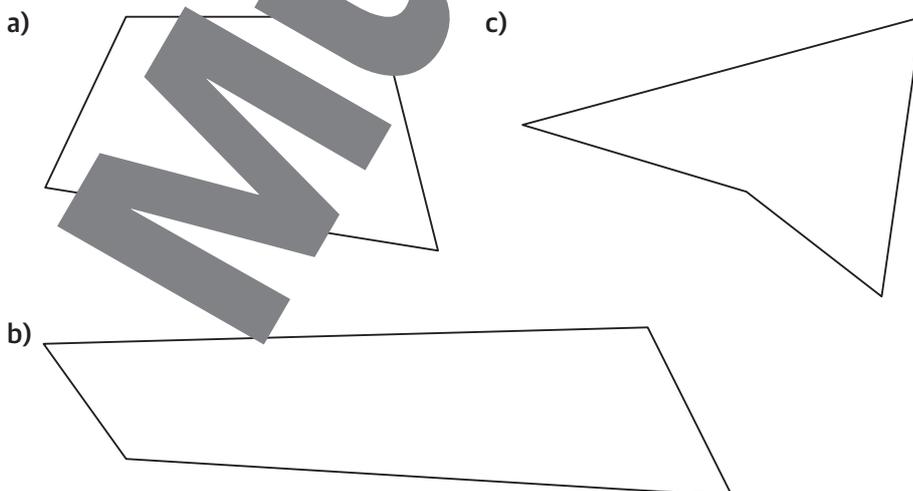


- Konstruiere ein Quadrat mit Seitenlänge $a = 4 \text{ cm}$ und zeichne die Diagonalen ein. Sind die Diagonalen auch Spiegelachsen? Gibt es andere Spiegelachsen?
- Konstruiere ein Rechteck mit Seitenlängen $a = 3 \text{ cm}$ und $b = 1 \text{ cm}$ und zeichne die Diagonalen ein. Sind die Diagonalen auch Spiegelachsen? Gibt es andere Spiegelachsen?

RK 450 Vierecke

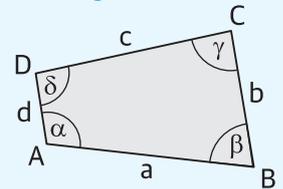
... → Ü450

Beschrifte die Eckpunkte, Seiten und Winkel der abgebildeten Vierecke. Miss dann jeweils die Seitentlängen und bestimme den Umfang. Gib die Größen der einzelnen Winkel an und berechne die Winkelsumme.



Beschriftung

Beim Dreieck erfolgt auch beim Viereck die Beschriftung entgegen dem Uhrzeigersinn.



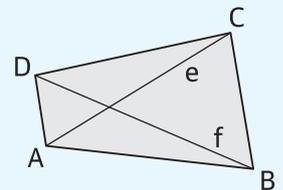
Winkelsumme

In allen Vierecken beträgt die Summe der Innenwinkel 360° :

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

Diagonalen

Jedes Viereck hat zwei Diagonalen e und f. Sie verbinden die gegenüberliegenden Eckpunkte.



RK 451 **Konstruiere Rechtecke mit GeoGebra.**



- a) Möglichkeit 1 – Konstruktion mit festen Punkten:
 Erstelle ein Vieleck mit vier Eckpunkten.
 Nutze die Gitterpunkte des Koordinatensystems,
 damit deine Figur rechteckig wird.

Tipp: Du kannst die Eckpunkte nun beliebig verschieben und dein Viereck ändern.



- b) Möglichkeit 2 – Konstruktion mit parallelen und normalen Geraden:

1. Zeichne eine Gerade mit zwei Punkten.
2. Zeichne zwei senkrechte Geraden durch diese Punkte.
3. Zeichne eine Parallele zur ersten Geraden.
4. Erzeuge die vier Schnittpunkte der vier Geraden.
5. Verbinde die Eckpunkte zu einem Rechteck.

Tipp: Wenn du jetzt einen Eckpunkt des Rechtecks verschiebst, bleibt die Figur immer ein Rechteck.



RK 452 **Konstruiere die Figuren mit dem Geodreieck.**

Zeichne jeweils die Diagonalen ein und gib ihre Längen an.

Tipp: Überprüfe deine Ergebnisse mit Hilfe von GeoGebra.



- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| a) Quadrat
a = 2,5 cm | c) Rechteck
a = 9,2 cm; b = 2,1 cm |
| b) Rechteck
a = 4 cm; b = 2,7 cm | d) Quadrat
a = 3,8 cm |

+ Löse die Aufgabe für noch ein Quadrat und ein Rechteck, bei denen du selbst die Längen der Seiten festlegst.

MP RK 453 **Konstruiere die folgenden Figuren.**

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| a) Quadrat
u = 12 cm | c) Rechteck
b = 10 cm; u = 17 cm |
| b) Rechteck
a = 6 cm; u = 16 cm | d) Quadrat
u = 10 cm |

+ Löse die Aufgabe für noch ein Quadrat und ein Rechteck, bei denen du selbst die Angaben nimmst.

RK 454 **Konstruiere die folgenden Figuren und ihre Umkreise.**

Tipp: Diese Aufgabe kannst du mit Zirkel und Lineal oder mit GeoGebra lösen.



- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|
| a) Quadrat
a = 4 cm | c) Rechteck
a = 5 cm; b = 1,5 cm |
| b) Rechteck
a = 3 cm; b = 5 cm | d) Quadrat
a = 2,7 cm |

MP VB 455 **Konstruiere ein Rechteck, dessen Umkreis einen Radius von 3,5 cm hat.**

Gib die Seitenlängen des Rechtecks an.
 Sind verschiedene Lösungen möglich?
 Erkläre.



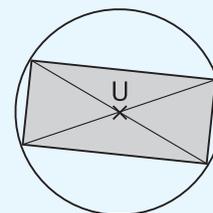
MP VB 456 **Konstruiere ein Quadrat, dessen Diagonale 6 cm lang ist.**

Gib dann die Seitenlängen des Quadrats an.
 Sind verschiedene Lösungen möglich?
 Erkläre.



Umkreis

Rechteck und Quadrat besitzen einen Umkreis.
 Der Umkreis geht durch alle Punkte eines Vierecks.
 Beim Rechteck und beim Quadrat ist der Schnittpunkt der Diagonalen der Umkreismittelpunkt U.

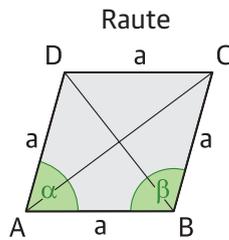
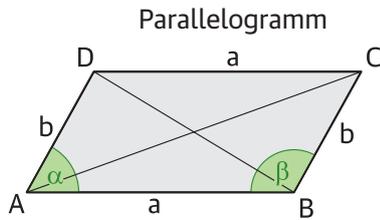


H2 Parallelogramm und Raute

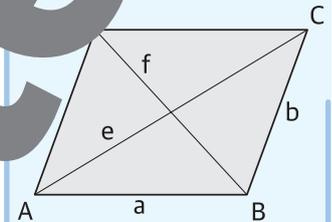


Ein Viereck, dessen gegenüberliegende Seiten parallel sind, nennt man **Parallelogramm**.
Bei der **Raute** sind dazu noch alle Seiten gleich lang. Ein anderer Name für eine Raute lautet **Rhombus**.

DI 457 Welche Eigenschaften entdeckst du?



Beschriftung



Schreib JA oder NEIN zu den Aussagen.

- | | Parallelogramm | Raute |
|--|----------------|-------|
| a) Gegenüberliegende Seiten sind parallel. | | |
| b) Gegenüberliegende Seiten sind gleich lang. | | |
| c) Alle Seiten sind gleich lang. | | |
| d) Die Diagonalen sind gleich lang. | | |
| e) Die Diagonalen schneiden einander im rechten Winkel. | | |
| f) Die Diagonalen schneiden einander genau in der Mitte. | | |
| g) Gegenüberliegende Winkel sind gleich groß. | | |
| h) Nebeneinanderliegende Winkel sind supplementary. | | |

RK 458 Konstruiere diese Figuren mit Seiten- und Winkelangaben. Bestimme die gesuchte Größe jeweils durch Abmessen.

- a) Parallelogramm $a = 6 \text{ cm}; b = 3 \text{ cm}; \alpha = 70^\circ; e = ?$
 b) Parallelogramm $a = 2 \text{ cm}; b = 4,5 \text{ cm}; \alpha = 30^\circ; e = ?$
 c) Raute $a = 4 \text{ cm}; \alpha = 40^\circ; e = ?$
 d) Raute $a = 3,5 \text{ cm}; \alpha = 75^\circ; e = ?$

RK 459 Konstruiere diese Figuren mit Hilfe der gegenüberliegenden Diagonalen. Bestimme die gesuchte Größe jeweils durch Abmessen.

- a) Parallelogramm $a = 7 \text{ cm}; b = 3 \text{ cm}; \alpha = ?; e = ?$
 b) Parallelogramm $a = 6 \text{ cm}; b = 8 \text{ cm}; \alpha = ?; e = ?$
 c) Raute $a = 2,5 \text{ cm}; e = 3,7 \text{ cm}; \alpha = ?$
 d) Raute $e = 3 \text{ cm}; f = 4 \text{ cm}; \alpha = ?$

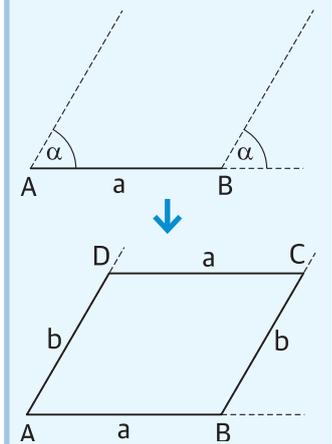
RK 460 Konstruiere diese Parallelogramme. Bestimme die gesuchte Größe jeweils durch Abmessen.



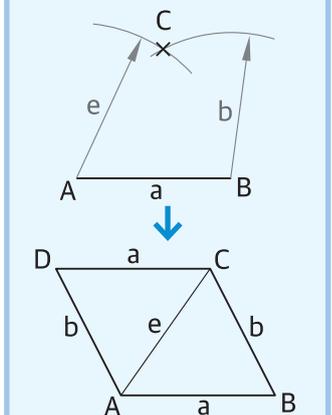
Tipp: Verwende die Konstruktionshilfen mit Hilfe von GeoGebra.

- a) $a = 2 \text{ cm}; b = 3,7 \text{ cm}; \alpha = 50^\circ; e = ?$
 b) $a = 4 \text{ cm}; b = 5 \text{ cm}; e = 7 \text{ cm}; \alpha = ?$
 c) $a = 6 \text{ cm}; b = 3,5 \text{ cm}; e = 8 \text{ cm}; \alpha = ?$
 d) $a = 4,5 \text{ cm}; b = 3,4 \text{ cm}; \alpha = 125^\circ; e = ?$
 e) $a = 5 \text{ cm}; b = 3,5 \text{ cm}; \beta = 45^\circ; e = ?$
 f) $a = 5,5 \text{ cm}; b = 3,8 \text{ cm}; e = 3,3 \text{ cm}; \alpha = ?$

Konstruktion mit zwei Seiten (a, b) und einem Winkel (alpha)



Konstruktion mit zwei Seiten (a, b) und einer Diagonale (e)



RK 461 **Konstruiere diese Rauten.** ...→ Ü461



Bestimme die gesuchte Größe jeweils durch Abmessen.

Tipp: Überprüfe deine Ergebnisse mit Hilfe von GeoGebra.

- | | | |
|---|--|--|
| a) $a = 4,7 \text{ cm}$
$\alpha = 54^\circ$
$e = ?$ | c) $e = 6 \text{ cm}$
$f = 4 \text{ cm}$
$a = ?$ | e) $a = 4,5 \text{ cm}$
$f = 2 \text{ cm}$
$e = ?$ |
| b) $a = 4,2 \text{ cm}$
$e = 6,5 \text{ cm}$
$\alpha = ?$ | d) $a = 3 \text{ cm}$
$\alpha = 120^\circ$
$e = ?$ | f) $e = 1,6 \text{ cm}$
$f = 4,2 \text{ cm}$
$a = ?$ |

RK 462 **Berechne die gesuchten Winkel.**

- | | | |
|--|---|--|
| a) Raute
$\alpha = 35^\circ$
$\beta = ?$ | b) Parallelogramm
$\beta = 82^\circ$
$\alpha = ?$ | c) Raute
$\beta = 47^\circ$
$\alpha = ?$ |
|--|---|--|

RK 463 **Konstruiere diese Figuren. Achte auf die Einheiten.** ...→ Ü463



Bestimme die gesuchte Größe jeweils durch Abmessen.

Tipp: Diese Aufgabe kannst du auf Papier oder mit GeoGebra lösen.

- | | | |
|---|--|---|
| a) Parallelogramm
$a = 0,6 \text{ dm}$
$b = 30 \text{ mm}$
$f = 4,5 \text{ cm}$
$e = ?$ | b) Raute
$e = 0,04 \text{ m}$
$f = 0,008 \text{ m}$
$a = ?$ | c) Parallelogramm
$a = 1,2 \text{ m}$
$b = 1,7^\circ$
$f = 0,7 \text{ m}$
$a = ?$ |
|---|--|---|

RK 464 **Konstruiere diese Figuren mit Hilfe der gegebenen Umfänge.** ...→ Ü464

Bestimme die gesuchte Größe jeweils durch Abmessen.

- | | | |
|--|---|--|
| a) Parallelogramm
$u = 10,8 \text{ cm}$
$a = 3,4 \text{ cm}$
$\alpha = 54^\circ$
$e = ?$ | b) Raute
$u = 11,6 \text{ cm}$
$\alpha = 30^\circ$
$e = ?$ | c) Parallelogramm
$u = 19,4 \text{ mm}$
$a = 2,2 \text{ m}$
$e = 0,5 \text{ cm}$
$f = ?$ |
|--|---|--|

RK 465 **Konstruiere diese Rauten und bestimme jeweils ihren Inkreis.** ...→ Ü465



Tipp: Diese Aufgabe kannst du auf Papier oder mit GeoGebra lösen.

- | | | |
|--|---|--|
| a) $a = 4,2 \text{ cm}$
$\alpha = 70^\circ$ | b) $a = 5,5 \text{ cm}$
$\alpha = 130^\circ$ | c) $a = 7 \text{ cm}$
$\alpha = 35^\circ$ |
|--|---|--|

MP VB 466 **Laura hat eine Raute mit $a = 4 \text{ cm}$ und $\alpha = 30^\circ$ gezeichnet.**



Jetzt möchte sie den Winkel α so groß zeichnen.
Was wird das für Größen passieren?
Ergänze die Sätze mit „größer / kleiner / gleich bleiben“.

- | | |
|---------------------------------|-----------------------------|
| a) Der Winkel β wird ... | c) Die Diagonale e wird ... |
| b) Der Winkel γ wird ... | d) Die Diagonale f wird ... |



MP 467 **Rautenmuster**

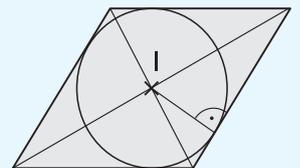


Wie viele Rauten entdeckst du in diesem Muster?



Inkreis bei der Raute

Der Schnittpunkt der Diagonalen ist der Inkreismittelpunkt.

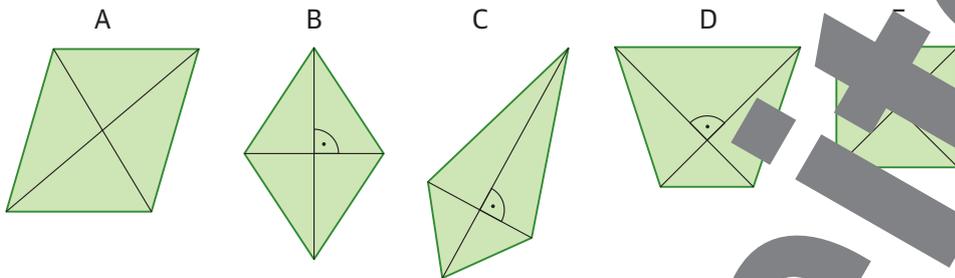


H4 Deltoid

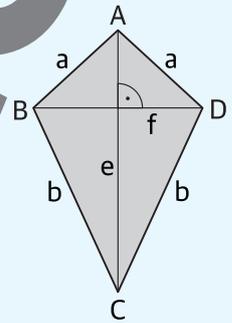


Ein **Deltoid** (oder Drachenviereck) ist ein Viereck mit zwei Paar gleich langen Seiten, die jeweils nebeneinander liegen. Die Diagonalen stehen normal aufeinander.

DI 474 Welche der folgenden Figuren sind Deltoide?



Beschriftung

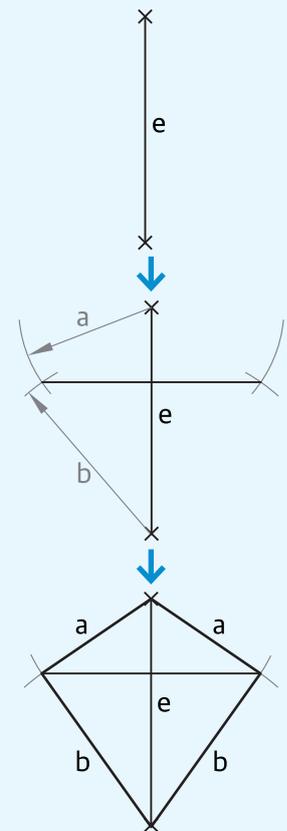


MP RK 475 Zeichne drei verschiedene Deltoide. Wähle die Seitenlängen selbst.



Tipp: Beginne bei deiner Konstruktion mit den Diagonalen

Konstruktion



DI VB 476 Kreuze jeweils an, ob die Aussage auf ein Deltoid zutrifft oder nicht. Erkläre.



	ja	ein
a) Die Diagonalen sind immer gleich lang.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) Die Diagonalen bilden einen rechten Winkel.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Gegenüberliegende Seiten sind immer gleich lang.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Benachbarte Seiten sind immer gleich lang.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Zwei der vier Winkel sind immer gleich groß.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

MP RK 477 Konstruiere die angegebenen Deltoide mit Zirkel und Lineal. Miss jeweils die Längen der Seiten ab und den Umfang (in cm) an. → Ü477



Tipp: Überprüfe deine Ergebnisse mit Hilfe von GeoGebra

- a) $a = 3,5 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $e = 6,3 \text{ cm}$
- b) $a = 4,1 \text{ cm}$, $b = 3,8 \text{ cm}$, $e = 4,2 \text{ cm}$
- c) $a = 5,7 \text{ cm}$, $b = 5,2 \text{ cm}$, $e = 2,8 \text{ cm}$

⊕ Denk dir selbst eine Angabe für ein Deltoid aus und konstruiere es.

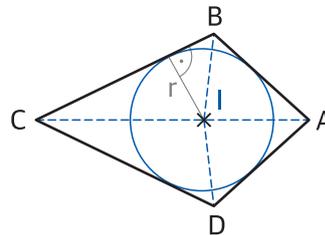
RK 478 Konstruiere die angegebenen Deltoide und ihre Inkreise, indem du die Umkreismittelpunkte einzeichnest. → Ü478



Gib jeweils den Umkreisradius r an.

Tipp: Diese Aufgabe kannst du auf Papier oder mit GeoGebra lösen.

- a) $a = 4,1 \text{ cm}$, $b = 3,8 \text{ cm}$, $e = 8 \text{ cm}$
- b) $a = 5,9 \text{ cm}$, $b = 2,4 \text{ cm}$, $e = 6,7 \text{ cm}$



RK 479 Konstruiere die angegebenen Deltoide. Tipp: Erstelle zuerst eine Skizze, bevor du mit der Konstruktion beginnst.



- a) $a = 3 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $f = 3,8 \text{ cm}$
- b) $b = 5,3 \text{ cm}$, $e = 8 \text{ cm}$, $f = 6,2 \text{ cm}$
- c) $a = 3,6 \text{ cm}$, $b = 4,9 \text{ cm}$, $\alpha = 108^\circ$
- d) $a = 4,3 \text{ cm}$, $b = 3,8 \text{ cm}$, $\gamma = 60^\circ$

H5 Gemischte Aufgaben



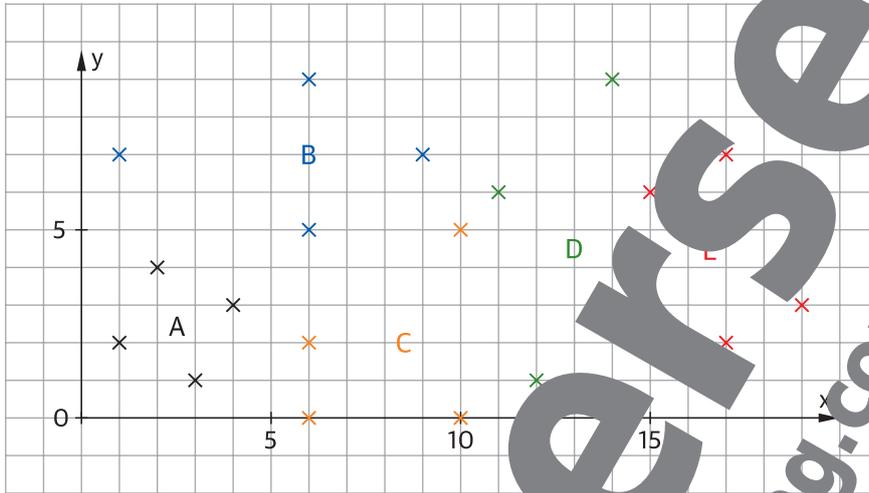
Die Einteilung von Vierecken in verschiedene Arten wie Quadrat, Rechteck, Parallelogramm usw. erleichtert die Beschreibung ihrer Eigenschaften und später auch verschiedene Berechnungen.

DI **480** Finde jeweils so viele verschiedene Arten von Vierecken wie möglich zu den beschriebenen Eigenschaften und zeichne ein Beispiel.



- a) Die Diagonalen halbieren einander.
- b) Genau zwei Winkel sind gleich groß.
- c) Gegenüberliegende Seiten sind parallel.

RK **481** Verbinde jeweils die vier Punkte, die die gleiche Farbe haben. Welche Vierecke entstehen?



A: _____ C: _____ E: _____
 B: _____ D: _____

RK **482** Welche Vierecke entstehen? → Ü482

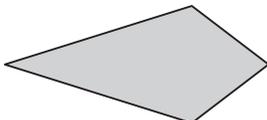
Zeichne ein Koordinatensystem mit y-Achse bis 10 und x-Achse bis 20. Zeichne dann die Punkte der Vierecke ein und verbinde sie. Gib an, welche Vierecke dann entstehen.

- a) A (13|1), B (18|1), C (18|2), D (13|2)
- b) A (2|5), B (8|7), C (7|10), D (8|4)
- c) A (11|1), B (19|4), C (11|9), D (14|9)
- d) A (11|1), B (11|11), C (7|10), D (8|4)
- e) A (0|1), B (8|1), C (6|5), D (4|5)

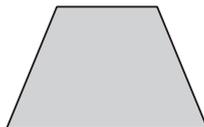
DI **483** Zeichne in jeder der vier Symmetriechsen ein, die du findest. → Ü483



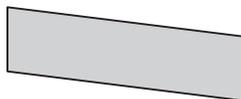
a) Deltoid



b) gleichschenkeliges Trapez



c) Parallelogramm



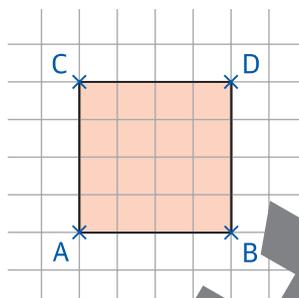
DI 484 **Kopfgeometrie**

...→ Ü484



Tipp: Überprüfe deine Vermutungen mit Hilfe von GeoGebra.

Betrachte die Figur in der Skizze. Welche Vierecke entstehen jeweils, wenn einzelne Punkte wie beschrieben verschoben werden?



B Punkt B und Punkt D werden um 2 nach rechts verschoben.

→ Rechteck

a) Alle vier Punkte werden um 1 nach oben verschoben

→ _____

b) Punkt A wird um 2 nach unten und 2 nach links verschoben.

→ _____

c) Punkt A und Punkt B werden um 1 nach oben verschoben

→ _____

d) Punkt C wird um 2 nach rechts verschoben.

→ _____

⊕ Finde selbst noch zwei solche Aufgaben und löse sie.

DI 485 **Welche Eigenschaften treffen auf welche Vierecke zu?**

...→ Ü485



Kreuze alle zutreffenden Fälle an.

Eigenschaft:	Quadrat	Rechteck	Parallelogramm	Trapez	Gleichschenkeliges Trapez	Deltoid
a) Wenigstens zwei Seiten sind parallel zueinander.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
b) Die Diagonalen stehen normal aufeinander.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
c) Wenigstens zwei Seiten sind gleich lang.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
d) Die Diagonalen halbieren sich.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
e) Alle vier Winkel sind rechte Winkel.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
f) Es gibt genau eine Symmetrieachse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				

DI 486 **Formen gesucht!**

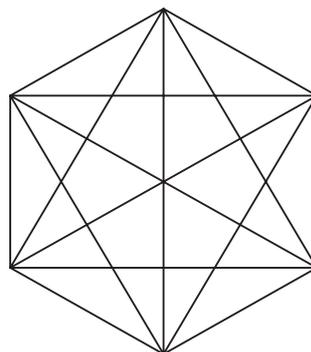


Du kannst Formen in diesem Viereck entdecken, indem du bei den Ecken mit verschiedenen Farben nachziehst.

Tipp: Zeichne dir das Viereck nur in der Größe ab, wenn es unübersichtlich wird.

Finde:

- a) 2 rechtwinklige Dreiecke (klein und große).
- b) 2 gleichschenkelige Dreiecke (klein und große).
- c) 3 Deltoiden (klein / mittel / groß).
- d) 2 Rauten (klein / groß).
- e) 2 rechtwinklige Dreiecke (klein / groß).
- f) 1 gleichschenkeliges Dreieck.
- g) 1 gleichschenkeliges Trapez.



Arbeitet zur Kontrolle in Paaren.



H6 Regelmäßige Vielecke



Regelmäßige Vielecke haben gleich lange Seiten, gleich große Winkel, einen Inkreis und einen Umkreis. Der **Zentriwinkel** gibt an, in welchem Winkel man die Ecken des Vielecks konstruieren muss.

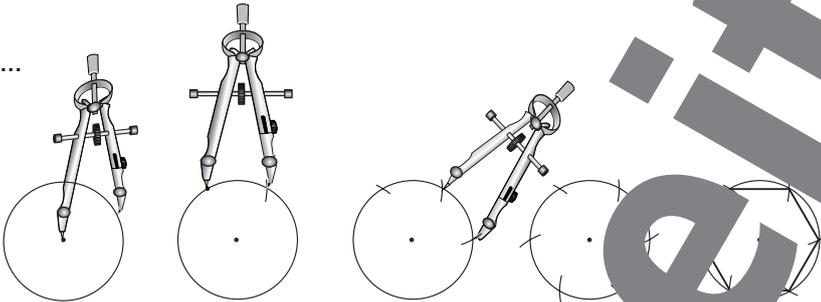
RK 487 **Konstruiere ein regelmäßiges Sechseck nach der abgebildeten Methode.**



Hinweis: Diese Methode funktioniert nur beim Sechseck, weil die Seiten eines Sechsecks gleich lang sind wie sein Umkreisradius

Verwende als Radius ...

- a) 3 cm
- b) 2,5 cm
- c) 4 cm

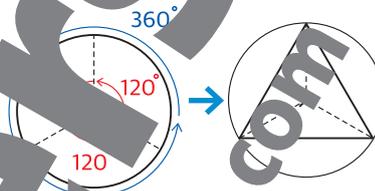


RK 488 **Berechne die Zentriwinkel der folgenden regelmäßigen Vielecke.**



Hinweis: Teile die vollen 360 Grad durch die Anzahl der Ecken

	Zentriwinkel	Zentriwinkel
Dreieck	120°	Achteck
Viereck		Neuneck
Fünfeck		Zehneck
Sechseck		36-Eck

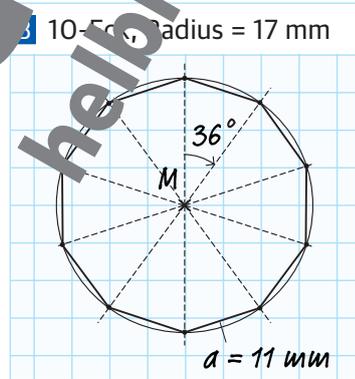


RK 489 **Konstruiere die angegebenen regelmäßigen Vielecke und bestimme die Seitenlänge a jeweils durch Abmessen.**

... → Ü489

Tipp: Berechne im ersten Schritt jeweils den Zentriwinkel.

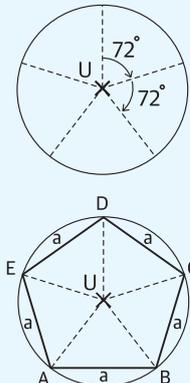
- a) 5-Eck, Radius = 2 cm
- b) 8-Eck, Radius = 23 mm
- c) 12-Eck, Radius = 3 cm
- d) 9-Eck, Radius = 32 mm
- e) 8-Eck, Radius = 25 mm
- f) 15-Eck, Radius = 10 mm



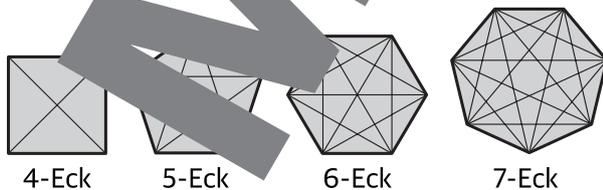
Konstruktion

1. Zeichne einen Kreis.
2. Berechne den Zentriwinkel:
 $\alpha = 360^\circ : \text{Eckenzahl}$
3. Finde die Eckpunkte, indem du Radien vom Kreismittelpunkt aus aufträgst.

Beispiel: 5-Eck



DI VB 490 **In den abgebildeten Vielecken sind alle Diagonalen eingezeichnet.**



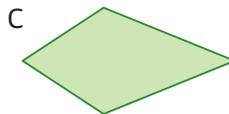
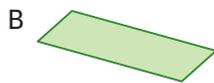
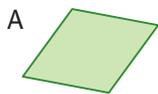
- a) Bei welchen Vielecken schneiden sich die Diagonalen im Mittelpunkt?
- b) Stell dir ein regelmäßiges 8-Eck vor:
Würden sich die Diagonalen im Mittelpunkt schneiden?
Prüfe deine Vermutung mit Hilfe einer Konstruktion.
- c) Leite eine entsprechende Regel für Vielecke ab.



CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

DI **491** Beschrifte diese Figuren mit ihren Fachbegriffen.



A: _____

B: _____

C: _____

D: _____

RK **492** Konstruiere diese Figuren und bestimme die gesuchte Größe jeweils durch Abmessen.

a) Parallelogramm
 $a = 6 \text{ cm}$; $b = 3,5 \text{ cm}$; $\alpha = 40^\circ$
 $e = ?$ (Diagonale AC)

b) Raute
 $a = 3,2 \text{ cm}$; $\alpha = 30^\circ$
 $e = ?$ (Diagonale AC)

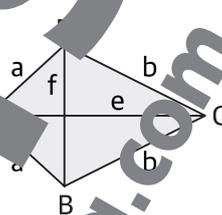
RK **493** Konstruiere diese Figuren und bestimme die gesuchte Größe jeweils durch Abmessen.

a) Trapez
 $a = 8 \text{ cm}$; $b = 3 \text{ cm}$; $\alpha = 40^\circ$; $\beta = 75^\circ$
 $c = ?$

b) Gleichschenkliges Trapez
 $a = 5,2 \text{ cm}$; $b = 4 \text{ cm}$; $\alpha = 63^\circ$
 $c = ?$

RK **494** Konstruiere dieses Deltoid und bestimme die gesuchte Größe durch Abmessen.

$a = 2,5 \text{ cm}$; $b = 4 \text{ cm}$; $e = 6 \text{ cm}$
 $f = ?$



Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

DI **495** Setze die fehlenden Wörter in den Text ein.

- a) Ein Parallelogramm hat _____ (ein / zwei) Paar gleich langer Seiten.
- b) Gegenüberliegende Winkel sind bei _____ (einer Raute / einem Trapez) immer gleich groß.
- c) Benachbarte Winkel eines Parallelogramms ergänzen einander immer zu _____ (90° / 180°).

RK **496** Konstruiere diese Figuren und bestimme die gesuchte Größe jeweils durch Abmessen.

a) Parallelogramm
 $a = 10,8 \text{ cm}$
 $\alpha = 115^\circ$
 $e = ?$ (Diagonale AC)

b) Raute
 $u = 10,8 \text{ cm}$
 $\alpha = 115^\circ$
 $e = ?$ (Diagonale AC)

c) Gleichschenkliges Trapez ($b = d$)
 $u = 206 \text{ mm}$
 $a = 8,5 \text{ cm}$
 $b = 4,2 \text{ cm}$
 $e = ?$ (Diagonale AC)

RK **497** Konstruiere ein regelmäßiges 9-Eck mit Radius $2,7 \text{ cm}$. Bestimme die Seitenlänge a durch Abmessen.

Flächeninhalte berechnen



Manchmal müssen wir den Flächeninhalt von Figuren berechnen, um etwas zu planen. Ein gutes Beispiel sind Solarpaneele. Je größer ihre Fläche ist, desto mehr Energie kann erzeugt werden. Deshalb ist hier die Berechnung des Flächeninhalts besonders wichtig.

MP
RK 498

Fermi-Aufgabe: Wie viele Quadratmeter haben die Solarpaneele auf dem Foto zusammen?



- Löse die Aufgabe, wie Enrico Fermi es getan hätte: Schätze jede Zahl, die du nicht kennst, ganz grob ab. Verwende nur dekadische Einheiten (also 1, 10, 100, 1 000 ...).
- Versuche nun die Frage möglichst genau zu beantworten.
- Vergleiche die Ergebnisse aus a) und b). Was stellst du fest?

In diesem Kapitel lernst du zuerst,

wie man den Flächeninhalt von Dreiecken berechnet.

Zusammen mit deinem Wissen über Rechtecke und Quadrate

lernst du dann auch den Flächeninhalt von besonderen Vierecken

und zusammengesetzten Figuren berechnen.

Du wiederholst außerdem die Flächenmaße und deren Umwandlung.



WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

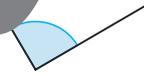
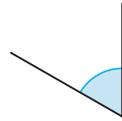
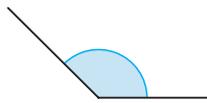
Grundbegriffe

Wie gut kannst du das noch?



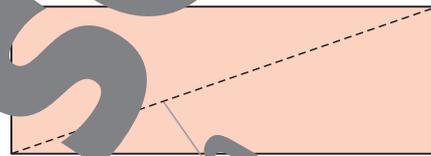
DI **499** Schreib die Bezeichnungen zum jeweils passenden Winkel.

spitzer Winkel | rechter Winkel | stumpfer Winkel



DI **500** Schreib die Bezeichnungen in das jeweils richtige Feld.

Seite | Diagonale



Koordinatensystem und Vierecke

Wie gut kannst du das noch?



DI **501** Verbinde die Begriffe mit den passenden Figuren.



Raute

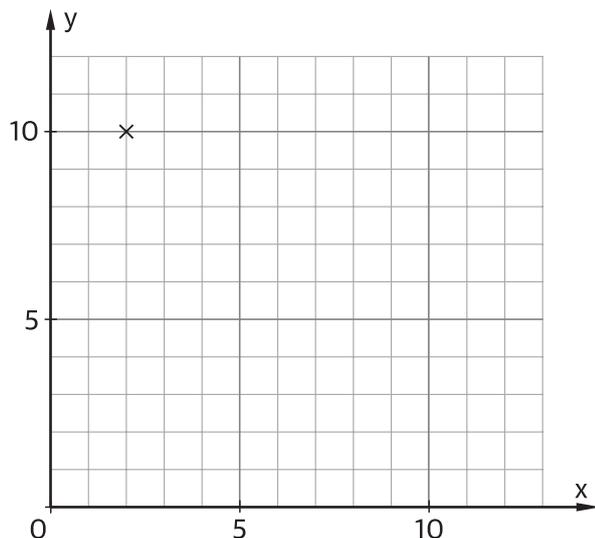
Trapez

Parallelogramm

Rechteck

DI **502** Zeichne die angegebenen Punkte in das Koordinatensystem ein und verbinde sie. Welche Figur entsteht dabei?

A (2|10), B (9|10), C (13|7), D (6|11)



DI **503** Verbinde die drei Punkte E (1|3), F (13|3) und G (13|10) miteinander.

- Finde den vierten Punkt H.
- Zeichne das Deltoid in das Koordinatensystem rechts ein und verbinde die Punkte miteinander.

11 Rechteck und Quadrat



Da Rechteck und Quadrat vier rechte Winkel haben, ist die Berechnung des Flächeninhalts besonders einfach.

DI VB 504 Erkläre die Formel für den Flächeninhalt von Rechteck und Quadrat mit Hilfe der Abbildungen.



a) Quadrat

$a = 3$

b) Rechteck

$a = 6$

Rechteck
 $A = a \cdot b$
 $u = (a + b) \cdot 2$

Quadrat
 $A = a \cdot a$
 $u = 4 \cdot a$

MP 505 Löse die Aufgabe.



- Ein Gemüsebeet ist 130 cm lang und 50 cm breit.
- Berechne Umfang und Flächeninhalt dieses Beets.
 - Wie ändert sich der Flächeninhalt, wenn man das Beet
 - (1) doppelt so breit
 - (2) halb so lang
 - (3) doppelt so breit und doppelt so lang



MP RK 506 Berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt dieser Figuren. Achte auf die Einheiten.

- Quadrat
 $a = 7 \text{ cm}$
- Rechteck
 $a = 2 \text{ m}; b = 8 \text{ m}$
- Rechteck
 $a = 17 \text{ cm}; b = 10 \text{ cm}$
- Quadrat
 $a = 3,2 \text{ m}$
- Rechteck
 $a = 6 \text{ m}; b = 1,5 \text{ m}$

⊕ Denk dir selbst eine Aufgabe zu einem Rechteck und eine zum Quadrat aus und löse sie.

Flächenmaße

$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$
 $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$
 $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$

$1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$
 $1 \text{ ha} = 100 \text{ a}$
 $1 \text{ km}^2 = 100 \text{ ha}$

MP RK 507 Berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt dieser Felder. Gib die Flächeninhalte in An.

- rechteckiges Weizenfeld
 $a = 70 \text{ m}; b = 120 \text{ m}$
- quadratisches Maisfeld
 $a = 60 \text{ m}$

⊕ Denk dir selbst noch eine Felder Aufgabe aus und löse sie.

MP 508 Ritas Blumengarten ... → Ü508



Rita spannt ein Schnur um ihr Beet. Sie braucht dafür 18 m Schnur. Das Beet ist rechteckig und doppelt so lang wie breit. Wie groß ist der Flächeninhalt von Ritas Beet?

VB 509 Vergleiche Rechtecke



Anton und Gunther haben jeweils ein Rechteck gezeichnet. Antons Rechteck ist länger als das von Gunther, dafür ist es weniger breit. Beide Rechtecke haben aber den gleichen Umfang.

Anton sagt: „Wenn sie den gleichen Umfang haben, dann haben sie auch den gleichen Flächeninhalt!“

Was meinst du dazu? Stimmt das? Erkläre.

12 Rechtwinkeliges Dreieck



Ein Dreieck, das einen **rechten Winkel** hat, nennt man rechtwinkeliges Dreieck. Die anderen beiden Winkel des Dreiecks ergänzen einander auf 90° , sie sind also komplementär.

MP
DI
VB

510

Bestimme die Flächeninhalte der blauen Figuren und erkläre die allgemeine Formel für den Flächeninhalt des rechtwinkligen Dreiecks.

B

Rechteck:
 $A = 4 \cdot 2 = 8 \text{ cm}^2$

rechtwinkeliges Dreieck:
 $A = 8 : 2 = 4 \text{ cm}^2$

a)

Rechteck:
 $A = \underline{\hspace{2cm}}$

rechtwinkeliges Dreieck:
 $A = \underline{\hspace{2cm}}$

b)

Rechteck:
 $A = \underline{\hspace{2cm}}$

rechtwinkeliges Dreieck:
 $A = \underline{\hspace{2cm}}$

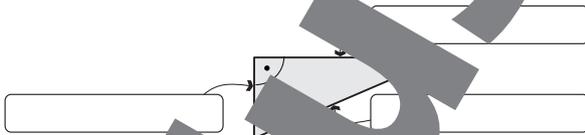
Berechnung der Flächeninhalte

Ein rechtwinkeliges Dreieck hat zwei **Katheten**. Diese Seiten schließen den rechten Winkel ein.

Die **Hypotenuse** liegt gegenüber dem rechten Winkel. Sie ist immer die längste Seite im rechtwinkligen Dreieck.

Üblicherweise benennt man die Katheten mit a , b , die Hypotenuse mit c .

DI **511** Beschrifte die Seiten des Dreiecks mit den Fachbegriffen.



RK **512** Konstruiere rechtwinklige Dreiecke mit den Katheten a und b . Bestimme jeweils die Länge der Hypotenuse c durch Abmessen und berechne den Flächeninhalt A . → Ü512



Tipp: Überprüfe deine Ergebnisse mit Hilfe von GeoGebra.

- a) $a = 6 \text{ cm}$; $b = 3 \text{ cm}$
- b) $a = 2 \text{ cm}$; $b = 1 \text{ cm}$
- c) $a = 3,6 \text{ cm}$; $b = 2,5 \text{ cm}$
- d) $a = 5,4 \text{ cm}$; $b = 1,8 \text{ cm}$

Denk dir selbst zwei ähnliche Aufgaben aus und löse sie.

MP **513** Von diesen rechtwinkligen Dreiecken kennt man den Flächeninhalt A und die Länge einer Kathete. Berechne die Länge der zweiten Kathete. → Ü513

- a) $A = 32 \text{ cm}^2$
 $a = 4 \text{ cm}$
- b) $A = 95 \text{ cm}^2$
 $b = 5 \text{ cm}$
- c) $A = 333 \text{ cm}^2$
 $a = 9 \text{ cm}$
- d) $A = 12,48 \text{ cm}^2$
 $b = 2,6 \text{ cm}$

Flächeninhalt

Beim rechtwinkligen Dreieck gilt:

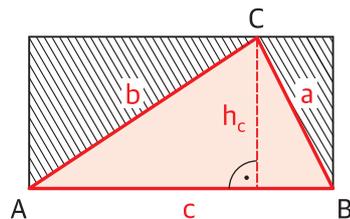
$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

13 Allgemeines Dreieck



Für die Berechnung des Flächeninhalts beim allgemeinen Dreieck braucht man die Länge einer Seite und die Länge der Höhe auf diese Seite.

DI **514** Finde eine Formel für die Berechnung des Flächeninhalts eines allgemeinen Dreiecks mit Hilfe der Skizze.



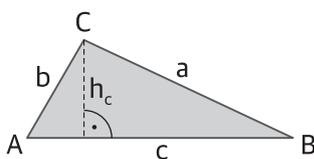
$A = \underline{\hspace{2cm}}$

Höhe

Die Höhe ist die Strecke von einem Eckpunkt zur Seite gegenüber, normal auf diese Seite.

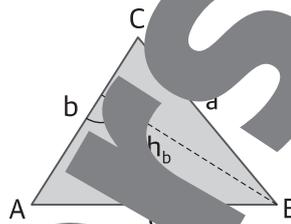
RK **515** Berechne jeweils den Flächeninhalt dieser Dreiecke. Hinweis: Die Werte für die Höhen sind gerundet.

a) Skizze:



$a = 6\text{ cm}; b = 3\text{ cm}; c = 7\text{ cm}; h_c = 2,6\text{ cm}$

b) Skizze:



$a = 6,7\text{ cm}; b = 5,2\text{ cm}; c = 6,7\text{ cm}; h_b = 5,4\text{ cm}$

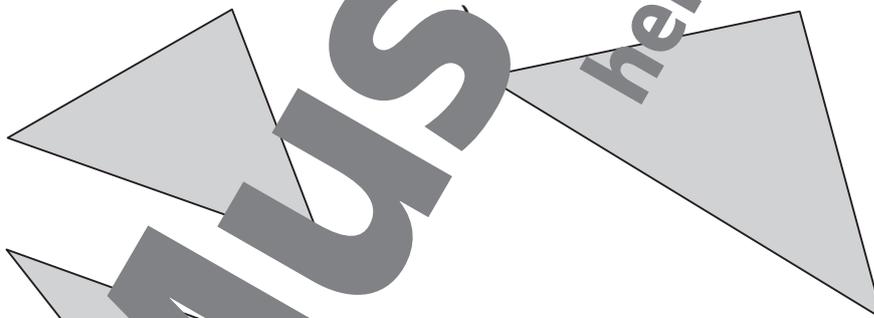
MP **516** Beschrifte die abgebildeten Dreiecke und berechne jeweils ihren Flächeninhalt.

RK

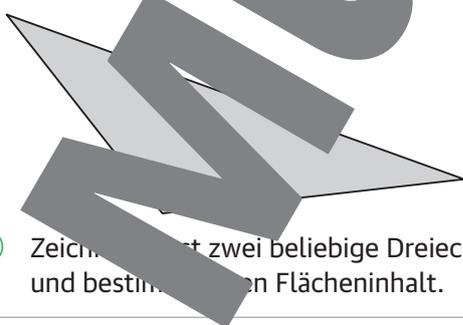
DI

Tip: Zeichne jeweils eine Höhe ein und bestimme benötigte Größen durch Messen.

a)



b)



+ Zeichne zwei beliebige Dreiecke ins Heft und bestimme ihren Flächeninhalt.

RK **517** Berechne jeweils den Umfang und den Flächeninhalt der Dreiecke.

a) $a = 6\text{ cm}; b = 5\text{ cm}; c = 4\text{ cm}$
 $h_a = 3,3\text{ cm}$

b) $a = 4,2\text{ cm}; b = 2,9\text{ cm}; c = 5,8\text{ cm}$
 $h_b = 4\text{ cm}$

c) $a = 4,5\text{ cm}; b = 4,5\text{ cm}; c = 3,2\text{ cm}$
 $h_c = 4,2\text{ cm}$

d) $a = 6,1\text{ cm}; b = 3,9\text{ cm}; c = 3,2\text{ cm}$
 $h_a = 1,8\text{ cm}$

Flächeninhalt allgemeines Dreieck

Den Flächeninhalt eines allgemeinen Dreiecks kannst du mit einer dieser drei Formeln berechnen:

$$A = \frac{a \cdot h_a}{2} \text{ oder}$$

$$A = \frac{b \cdot h_b}{2} \text{ oder}$$

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

allgemein:

$$A = \frac{\text{Seite} \cdot \text{zugehörige Höhe}}{2}$$

Runde bei deinen Messungen immer auf ganze Millimeter.



RK 518 **Konstruiere die angegebenen Dreiecke und berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt.** ...→ Ü518

Hinweis: Bestimme benötigte Größen durch Abmessen.
Tipp: Überprüfe deine Ergebnisse mit Hilfe von GeoGebra.

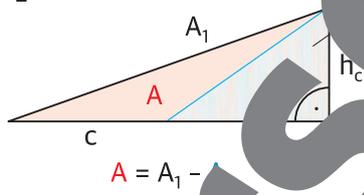
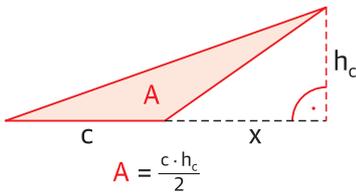


- | | | |
|--|---|--|
| a) $a = 5,3\text{ cm}$
$b = 4,5\text{ cm}$
$c = 4,2\text{ cm}$ | c) $\alpha = 110^\circ$
$b = 6\text{ cm}$
$c = 4,5\text{ cm}$ | e) $a = 58\text{ mm}$
$\beta = 40^\circ$
$\gamma = 70^\circ$ |
| b) $a = 3,5\text{ cm}$
$b = 6,1\text{ cm}$
$c = 5\text{ cm}$ | d) $\beta = 55^\circ$
$a = 6,3\text{ cm}$
$c = 4,4\text{ cm}$ | f) $c = 3,9\text{ cm}$
$\alpha = 123^\circ$
$\beta = 34^\circ$ |

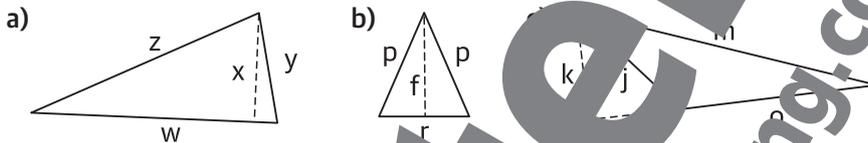
DI VB 519 **Zeige, dass die Formel für die Flächeninhaltsberechnung auch bei stumpfwinkligen Dreiecken gilt.**



Setze dafür in der Formel rechts für A_1 und A_2 ein und vereinfache den Ausdruck, bis $A = \frac{c \cdot h_c}{2}$ herauskommt.



DI 520 **Finde für jedes Dreieck eine Formel für den Umfang und eine Formel für den Flächeninhalt.** ...→ Ü520

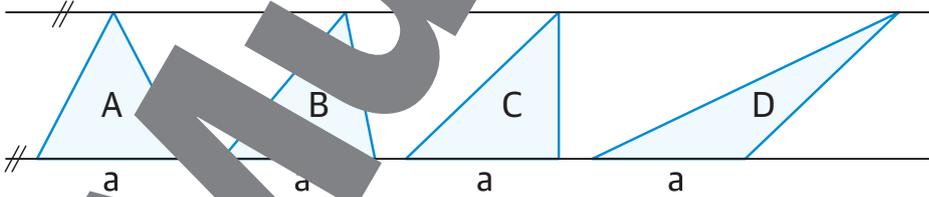


MP 521 **Berechne jeweils die gesuchte Länge der Dreiecke.** ...→ Ü521

- | | | |
|---|---|--|
| a) $A = 14\text{ cm}^2$
$b = 7\text{ cm}$
$h_b = ?$ | b) $A = 76\text{ mm}^2$
$a = 6\text{ mm}$
$h_a = ?$ | c) $a = 3,4\text{ m}$
$h_a = 3,2\text{ m}$
$c = ?$ |
|---|---|--|

Forme die Flächeninhaltsformel um.

DI VB 522 **Welches dieser Dreiecke hat den größten Flächeninhalt?**
Hinweis: Die Seite a ist bei allen Dreiecken gleich lang.



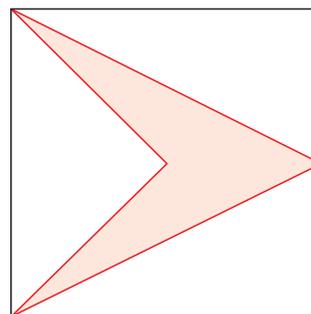
MP 523 **Berechne den Flächeninhalt des roten Pfeils.**



Die Punkte A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z liegen im Mittelpunkt einer Seite des Quadrats bzw. im Mittelpunkt des Quadrats.

Bestimme den Flächeninhalt des Pfeils, wenn eine Seite des Quadrats

- a) 12 cm b) 24 mm c) x cm lang ist.



14 Zusammengesetzte Figuren

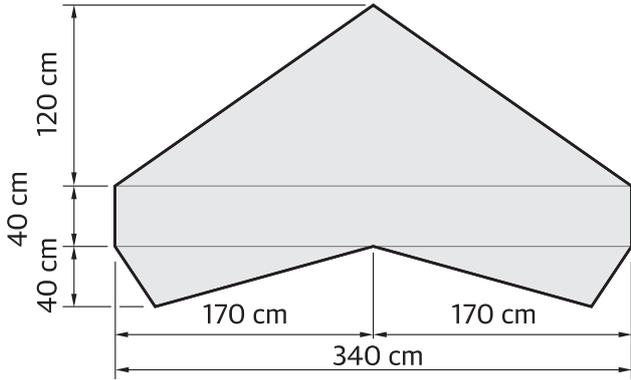


Bei sehr vielen Figuren mit geraden Begrenzungen kann man den Flächeninhalt einfach berechnen, wenn man sie in Rechtecke und Dreiecke zerlegt. Um die Übersicht zu bewahren, kann man die Teilflächen mit A_1, A_2, A_3 usw. beschriften.

MP RK 524

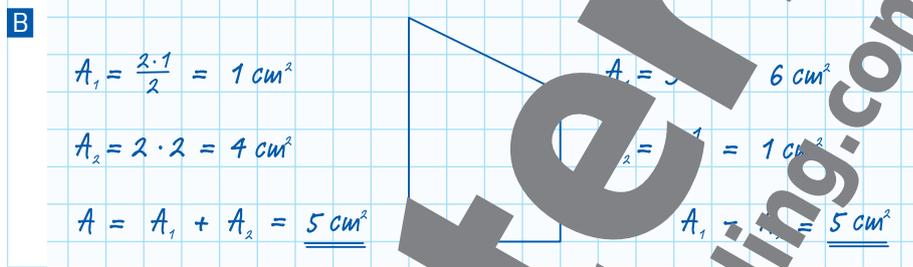


Wie groß ist der Flächeninhalt dieses Drachens? Findet verschiedene Möglichkeiten zur Berechnung.



RK DT 525

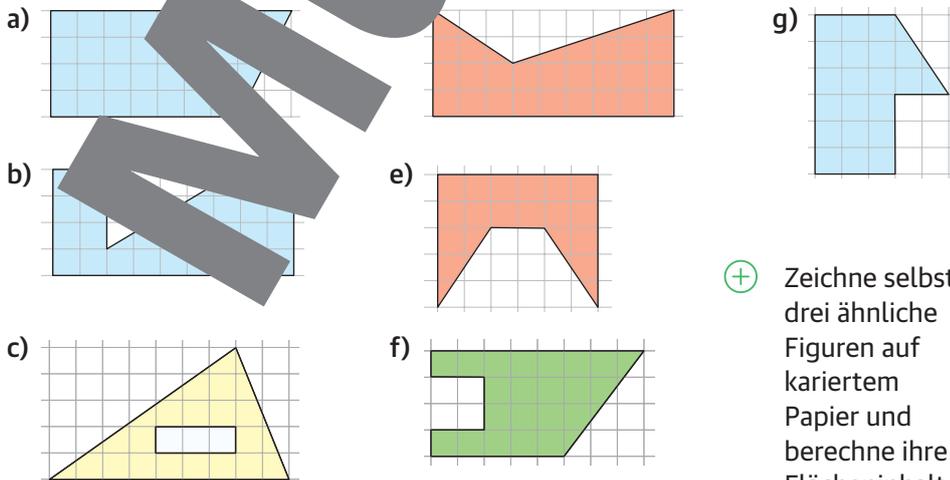
Berechne jeweils auf zwei verschiedene Arten. Erkläre. Hinweis: Ein Kästchen ist 5 mm lang.



MP RK 526

Berechne jeweils den Flächeninhalt der eingefärbten Fläche. Hinweis: Ein Kästchen ist 5 mm lang.

... -> Ü526

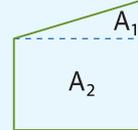


+ Zeichne selbst drei ähnliche Figuren auf kariertem Papier und berechne ihre Flächeninhalte.

Flächeninhalt zusammengesetzter Figuren

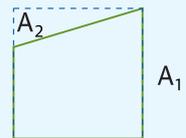
Je nach Figur bietet es sich an, den Flächeninhalt ...

- 1) ... durch Zusammensetzen aus Teilflächen zu berechnen:



$$A = A_1 + A_2$$

- 2) ... durch Abziehen einer ausgeschnittenen Fläche zu berechnen:

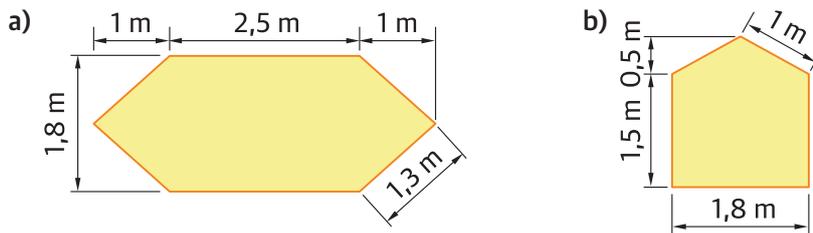


$$A = A_1 - A_2$$

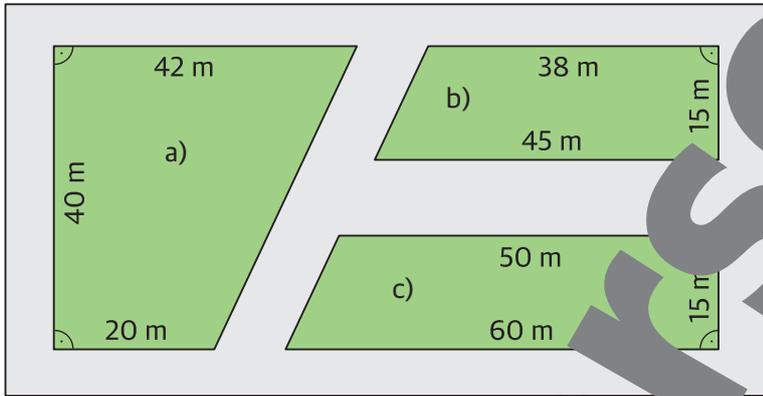
Dazu ist es sinnvoll, die Teilflächen mit A_1, A_2, A_3, A_4 ... zu beschriften.

MP RK 527 Eine Sandkiste soll gebaut werden.
Berechne jeweils den Flächeninhalt gemäß der Skizze.

...→ Ü527



MP RK 528 Die Skizze zeigt drei verschiedene Grundstücke.
Berechne jeweils (1) den Flächeninhalt und (2) den Preis des Grundstücks, wenn ein Quadratmeter 95€ kostet.

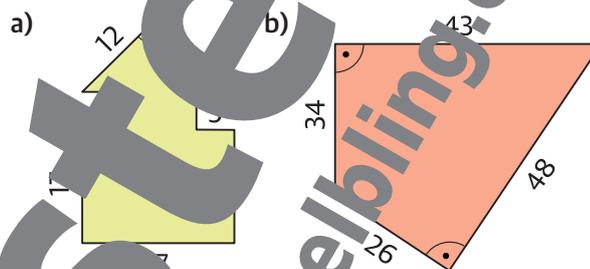


Grundstückspreise

Je nach Stadt und der genauen Lage eines Grundstücks unterscheiden sich die Preise pro Quadratmeter sehr stark. Außerdem unterscheidet man zwischen Baugrundstücken, auf denen man ein Wohnhaus bauen darf, und sogenanntem Nutzgrund, der für Felder bestimmt ist.

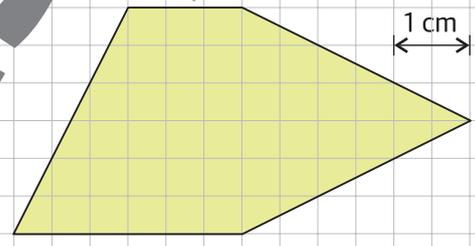
MP RK 529 Berechne jeweils den Flächeninhalt der abgebildeten Figuren.

Hinweis:
Alle Längen sind in Metern angegeben.

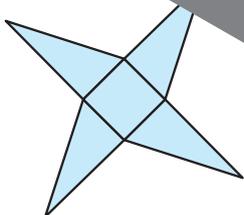


MP 530 Berechne den Flächeninhalt der Figur rechts auf mindestens drei verschiedene Arten.

Vergleiche deine Lösung mit anderen.



MP 531 Ein Stern wird aus rechtwinkligen Dreiecken (Länge der Katheten $a = 4\text{ cm}$, $b = 6\text{ cm}$) und einem Quadrat.



- a) Berechne den Flächeninhalt des Sterns.
- b) Konstruiere den Stern in deinem Heft.
- ⊕ Erfinde selbst eine ähnliche Figur. Mach eine Skizze, berechne den Flächeninhalt und konstruiere deine Figur.

15 Parallelogramm und Trapez

Parallelogramme und Trapeze kann man mit Hilfe der Höhen gut in Rechtecke und rechtwinklige Dreiecke zerlegen. Für die Berechnung des Flächeninhalts sind ihre Höhen daher sehr praktisch.

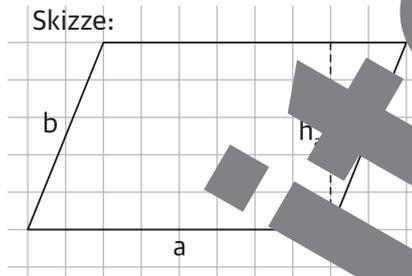
532 Von einem Parallelogramm kennt man die Längen der Seiten und einer Höhe.



$a = 4 \text{ cm}; b = 2,7 \text{ cm}; h_a = 2,5 \text{ cm}$

- a) Berechne den Flächeninhalt.
- b) Erkläre, wie du vorgegangen bist.
- c) Finde eine Formel für den Flächeninhalt.

$A = \underline{\hspace{2cm}}$



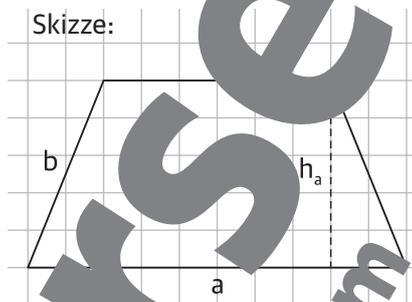
533 Von einem gleichschenkeligen Trapez kennt man die Längen der Seiten und einer Höhe.



$a = 5 \text{ cm}; b = 2,7 \text{ cm}; c = 3 \text{ cm}; h_a = 2,5 \text{ cm}$

- a) Berechne den Flächeninhalt.
- b) Erkläre, wie du vorgegangen bist.
- c) Finde eine Formel für den Flächeninhalt.

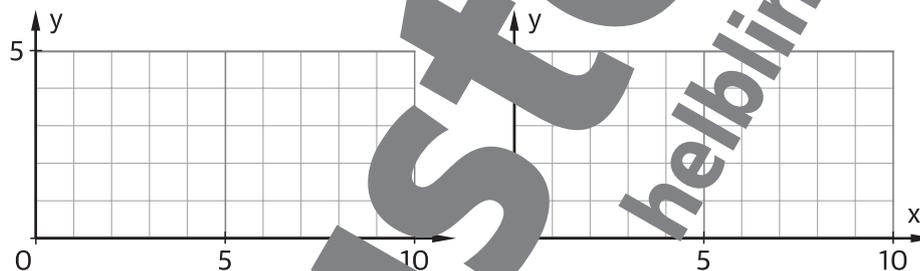
$A = \underline{\hspace{2cm}}$



534 Zeichne die Parallelogramme in das Koordinatensystem ein. Berechne dann jeweils den Flächeninhalt der Figuren (Kästchen $\triangleq 1 \text{ m}$). → Ü534



- a) $A(3|0), B(9|0), C(7|4), D(1|4)$
- b) $A(7|0), B(7|4), C(7|3), D(1|5)$

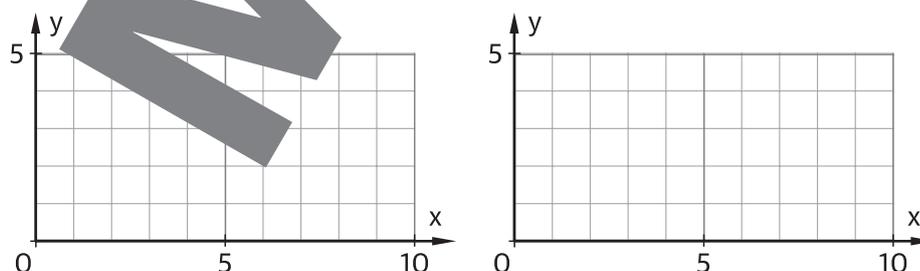


Zeichne in GeoGebra selbst ein Parallelogramm in ein Koordinatensystem und bestimme seinen Flächeninhalt.

535 Zeichne die gleichschenkeligen Trapeze in das Koordinatensystem ein. Berechne dann jeweils den Flächeninhalt der Figur (1 Kästchen $\triangleq 1 \text{ m}$). → Ü535



- a) $A(2|1), B(9|1), C(4|5), D(1|5)$
- b) $A(2|0), B(7|0), C(8|5), D(1|5)$

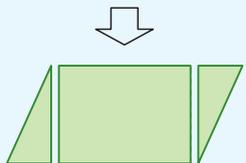
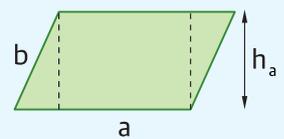


Zeichne in GeoGebra selbst ein gleichschenkeliges Trapez in ein Koordinatensystem und bestimme seinen Flächeninhalt.

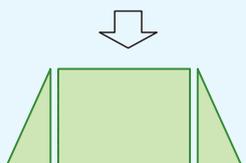
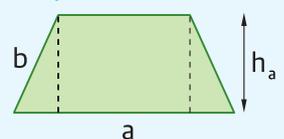
Zerlegung mit Hilfe Höhen

Parallelogramme und gleichschenkelige Trapeze werden mit Hilfe der Höhe h_a (Höhe auf Seite a) in ein Rechteck und zwei gleich große rechtwinklige Dreiecke zerlegt.

Parallelogramm:



gleichschenkeliges Trapez:

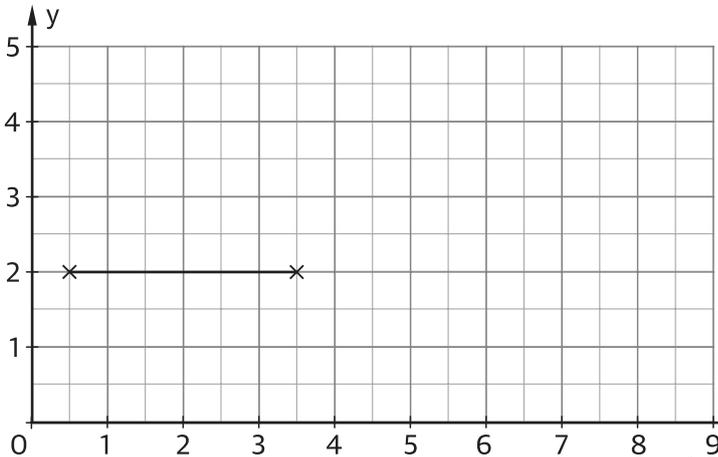


536 Zeichne die angegebenen Figuren in das Koordinatensystem ein. Gib jeweils an, um welche Figur es sich handelt. Berechne dann den Flächeninhalt der Figur.

→ Ü536

Hinweis: Die Länge eines Kästchens entspricht 1 Meter.

Tipp: Überprüfe deine Ergebnisse mit Hilfe von GeoGebra.



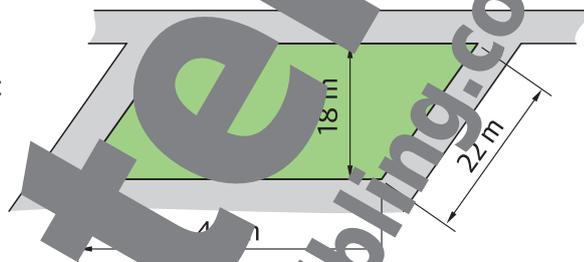
- a) A (0,5|2)
B (3,5|2)
C (3|4,5)
D (1|4,5)

- b) A (4,5|0,5)
B (9|0,5)
C (8,5|2,5)
D (4|2,5)

- c) A (4|3,5)
B (9|3,5)
C (8,5|5)
D (6|5)

537 Ein Grundstück hat die Form eines Parallelogramms (siehe Skizze rechts). Berechne seinen Flächeninhalt und seinen Umfang.

Ü537



538 Konstruiere die angegebenen Figuren in einem Heft. Berechne dann jeweils Flächeninhalt und Umfang der Figur. Tipp: Miss für die Berechnung des Flächeninhalts die Höhe ab.

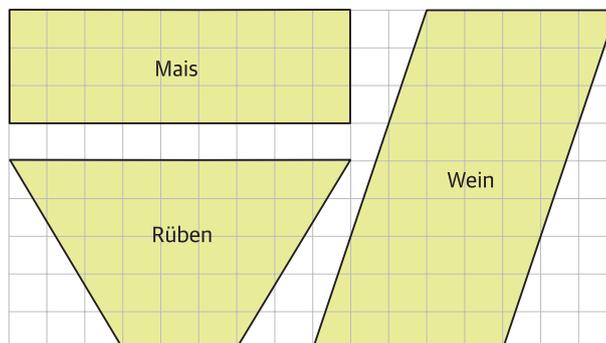
→ Ü538

- a) Parallelogramm: $a = 5\text{ cm}$, $b = 7\text{ cm}$; $\beta = 130^\circ$
b) gleichschenkeliges Trapez: $a = 5\text{ cm}$, $b = 4,5\text{ cm}$; $\alpha = 65^\circ$
c) Parallelogramm: $a = 5\text{ cm}$, $b = 7\text{ cm}$; $e = 5,5\text{ cm}$
d) gleichschenkeliges Trapez: $a = 5\text{ cm}$; $b = 2,5\text{ cm}$; $e = 6,5\text{ cm}$

539 Felder teilen



Drei Kinder erben 3 Felder einer Landfläche. Jedes der Felder soll gleichmäßig geteilt werden. Die Zäune (Linien) sollen dabei möglichst kurz sein. Berechne den Flächeninhalt der einzelnen Felder und der entstandenen Teile. Hinweis: 1 Kästchen entspricht einer Länge von 10 Metern.



16 Raute und Deltoid



Eine Raute ist ein Viereck, dessen Seiten gleich lang sind. Das Deltoid hat zwei Paar gleich langer Seiten. Beide Figuren haben gemeinsam, dass ihre Diagonalen im rechten Winkel aufeinander stehen.

540 Von einer Raute kennt man die Seitenlänge a sowie die Längen der Diagonalen e und f .

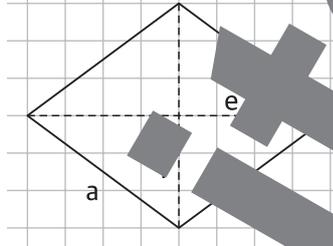


$a = 5\text{ cm}$; $e = 8\text{ cm}$; $f = 6\text{ cm}$

- Berechne den Flächeninhalt.
- Erkläre, wie du vorgegangen bist.
- Finde eine Formel für den Flächeninhalt.

$A =$ _____

Skizze:

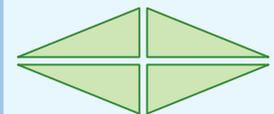
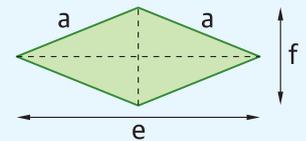


Zerlegung mit Hilfe der Diagonalen

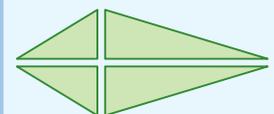
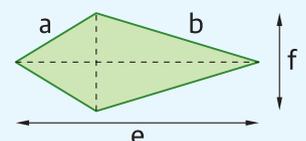
Bei der Raute und beim Deltoid stehen die Diagonalen normal aufeinander.

Dadurch bilden sie rechtwinkelige Dreiecke, deren Flächeninhalt du berechnen kannst.

Raute:



Deltoid:



541 Von einem Deltoid kennt man die Seitenlängen a und b sowie die Längen der Diagonalen e und f .

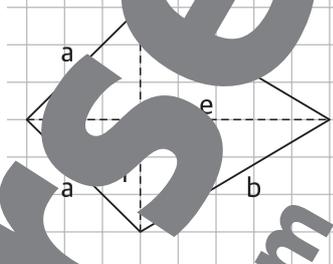


$a = 53\text{ mm}$; $b = 85\text{ mm}$; $e = 100\text{ mm}$; $f = 90\text{ mm}$

- Berechne den Flächeninhalt.
- Erkläre, wie du vorgegangen bist.
- Finde eine Formel für den Flächeninhalt.

$A =$ _____

Skizze:

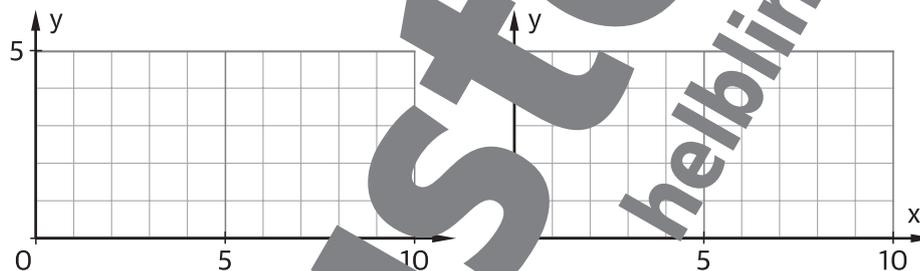


542 Zeichne die Rauten in das Koordinatensystem ein. Berechne dann jeweils den Flächeninhalt der Figur (1 Kästchen $\triangleq 1\text{ m}$). → Ü542

MP
RK

a) $A(5|0)$, $B(9|2)$, $C(5|4)$, $D(1|2)$

b) $A(1|0)$, $B(4|3)$, $C(5|1)$, $D(1|3)$



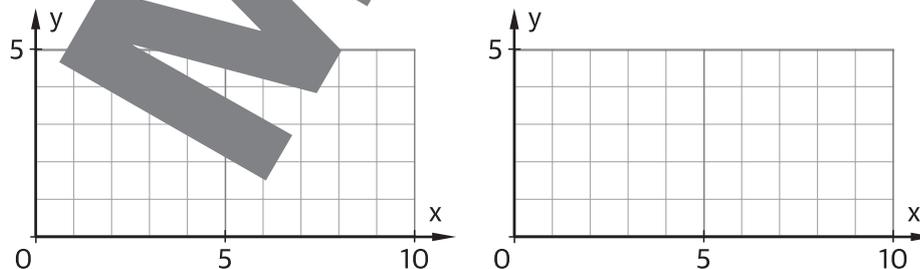
Zeichne in GeoGebra selbst eine Raute in ein Koordinatensystem und bestimme ihren Flächeninhalt.

543 Zeichne die Deltoiden in das Koordinatensystem ein. Berechne dann jeweils den Flächeninhalt der Figur (1 Kästchen $\triangleq 1\text{ m}$). → Ü543

MP
RK

a) $A(1|3)$, $B(3|1)$, $C(2|3)$, $D(1|5)$

b) $A(6|2)$, $B(5|4)$, $C(1|2)$, $D(5|0)$



Zeichne in GeoGebra selbst ein Deltoid in ein Koordinatensystem und bestimme seinen Flächeninhalt.

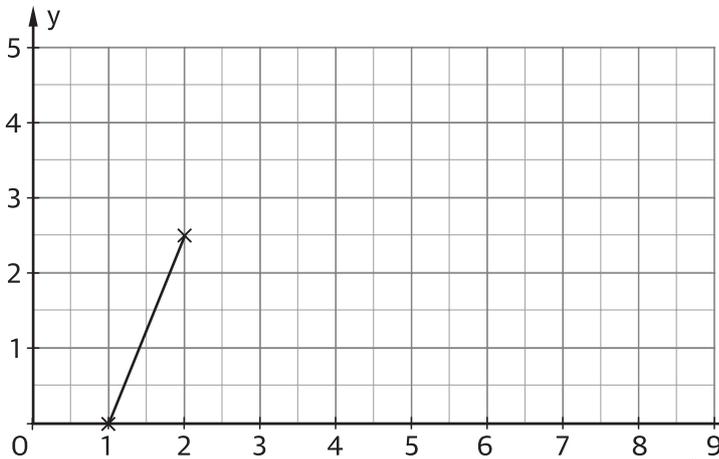
RK 544 **Zeichne die angegebenen Figuren in das Koordinatensystem ein.** ...→ Ü544

Gib jeweils an, um welche Figur es sich handelt.

Berechne dann den Flächeninhalt der Figur.

Hinweis: Die Länge eines Kästchens entspricht 1 Meter.

Tipp: Überprüfe deine Ergebnisse mit Hilfe von GeoGebra.



- | | | |
|------------|----------------|------------|
| a) A (1 0) | b) A (2,5 3,5) | c) A (5 2) |
| B (2 2,5) | B (3 2) | B (7 2) |
| C (1 5) | C (6 3,5) | C (7 2) |
| D (0 2,5) | D (3 5) | D (7,5 2) |

RK 545 **Konstruiere die angegebenen Figuren in deinem Heft.** ...→ Ü545

Berechne dann jeweils Flächeninhalt und Umfang der Figur.

Tipp: Miss für die Berechnung des Flächeninhalts die Höhe ab.

- a) Raute: $a = 4\text{ cm}$; $\alpha = 75^\circ$
- b) Deltoid: $a = 2,5\text{ cm}$; $b = 4\text{ cm}$; $e = 5\text{ cm}$
- c) Raute: $a = 3\text{ cm}$; $e = 5,5\text{ cm}$
- d) Deltoid: $a = 3\text{ cm}$; $b = 5\text{ cm}$; $e = 4\text{ cm}$

MP 546 **Der Umfang einer Raute beträgt 56 cm.** ...→ Ü546

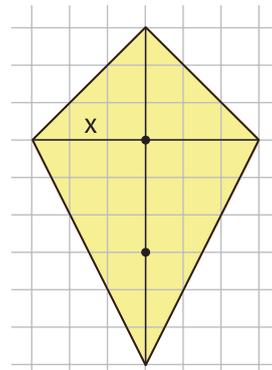
- a) Konstruiere diese Raute.
- b) Berechne den Flächeninhalt der Raute.

MP 547 **Ein Drachenflieger hat die Form eines Deltoids.** ...→ Ü547

Fünf gleich lange Stangen bilden die Diagonalen und spannen den Drachenflieger auf (siehe Skizze).

Berechne den Flächeninhalt des Drachens bei folgender Stangenlänge:

- a) $x = 15\text{ cm}$
- b) $x = 20\text{ cm}$



VB 548 **Wie verändert sich der Flächeninhalt einer Raute, wenn man ...**



- a) die Länge einer Diagonale halbiert?
- b) die Längen beider Diagonalen verdoppelt?

Erkläre.

17 Gemischte Aufgaben

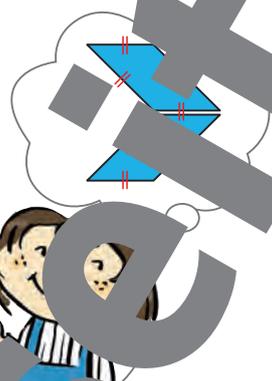
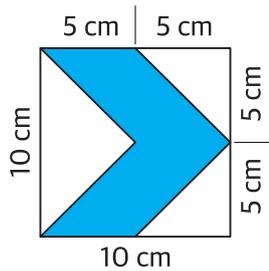
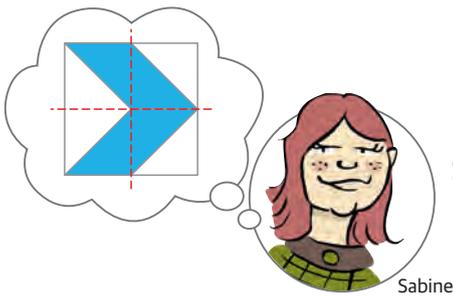


Bevor du den Flächeninhalt einer Figur berechnest, bestimme, um welche Figur es sich handelt (zum Beispiel ein Quadrat, ein Parallelogramm oder ein anderes Viereck). Ist das nicht möglich, versuche, die Figur in Teile zu zerlegen.

DI 549 Ein Aufkleber zeigt einen blauen Pfeil.



Sabine und Emma sollen den Flächeninhalt des Pfeils berechnen. Sie haben verschiedene Ideen dazu.



- Rechne nach Sabines Idee.
- Rechne nach Emmas Idee.
- Finde noch eine dritte Möglichkeit, wie man die Aufgabe lösen kann.

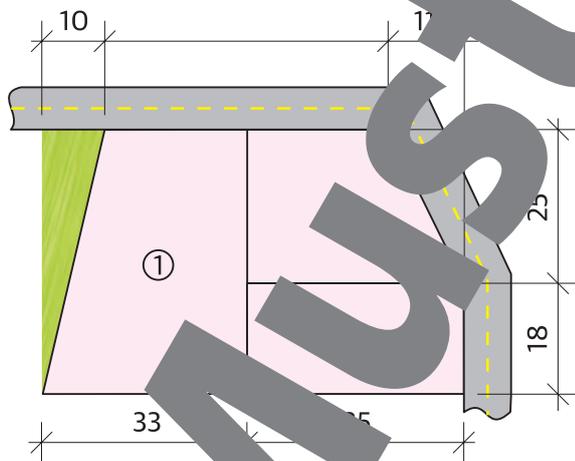
Geometrie Helfer

Wenn man eine Spiegelachse durch eine Figur legen kann, bedeutet das, dass die geteilten Flächen jeweils gleich groß sind. Auf diese Art kann man die Flächenberechnung vieler Figuren vereinfachen.

MP RK 550 Drei Grundstücke stehen zum Verkauf.

Hinweis: Die Formen und Abmessungen der Grundstücke findest du in der Skizze. Alle Angaben sind in Metern.

Berechne die Preise der Grundstücke, wenn 1 m² jeweils 148 € kostet.



B Grundstück (1)

$$A_1 = \frac{23 \cdot 10}{2} = 215 \text{ m}^2$$

$$A_2 = 43 \cdot 23 = 989 \text{ m}^2$$

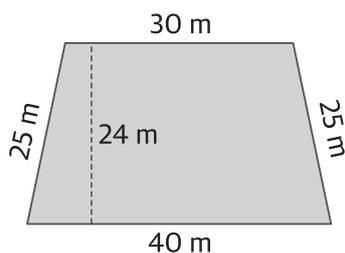
$$A = A_1 + A_2 = 1204 \text{ m}^2$$

Preis:

1204 · 148
1204
4816
9632
<u>178192 €</u>

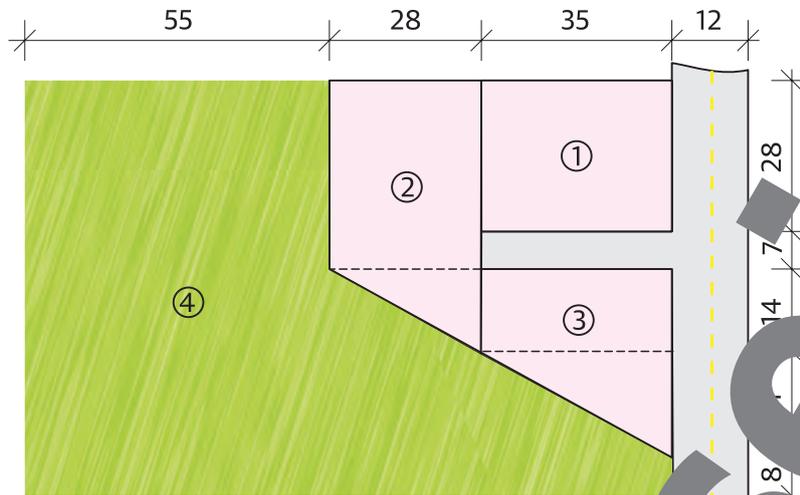
- Grundstück (1)
- Grundstück (2)

MP RK 551 Ein Parkplatz in Form eines gleichschenkeligen Trapezes soll gebaut werden (siehe Skizze). Wie viele Quadratmeter muss man asphaltieren?



MP 552 Der Trinklbauer verkauft einige seiner Grundstücke. ...→ Ü552

Drei der Grundstücke (1), (2) und (3) sind Baugrundstücke, auf denen Häuser gebaut werden dürfen.
Pro Quadratmeter kosten sie 263 €.
Das Grünland (4) verkauft der Bauer um 34 € pro Quadratmeter.



alle Maßangaben in m

- Berechne jeweils den Preis der Baugrundstücke (2) und (3).
- Wie viel Geld sind alle vier Grundstücke zusammen wert?
- Wie viel Mehreinnahmen könnte der Trinklbauer erzielen, wenn alle Grundstücke Baugrundstücke wären?

Bauland/Grünland



In Österreich darf man Häuser nicht hinbauen, wo man will.

Grundstücke, auf denen gebaut werden darf, nennt man „Bauland“.

Flächen, die nur für Felder verwendet werden dürfen, nennt man „Grünland“.

Bauland ist meist um vieles teurer als Grünland.

Flächenwidmung

Die Entscheidung darüber welche Grundstücke Bau- oder Grünland sind, liegt beim Stadt- oder Gemeinderat.

Diese erstellen den „Flächenwidmungsplan“.

MP 553 Quadratmeterpreise



Die Quadratmeterpreise von Grundstücken in Österreich sind sehr unterschiedlich. Finde heraus, wo Grundstücke in Österreich teurer sind und wo sie weniger kosten.

Tipp: Suche im Internet nach „Grundstückpreise Österreich“

RK 554 Konstruiere die folgenden Figuren und berechne jeweils ihren Flächeninhalt und ihren Umfang. ...→ Ü554

Hinweis: Bestimme Längen, die für die Berechnung brauchst, durch Abmessen.

- Raute: $a = 6,5$ cm; $\alpha = 42^\circ$
- gleichschenkeliges Trapez: $a = 5,2$ cm; $b = 3$ cm; $\alpha = 75^\circ$
- Deltoid: $a = 4,1$ cm; $b = 4,2$ cm; $e = 5,2$ cm
- Parallelogramm: $a = 4,7$ cm; $b = 3,5$ cm; $\alpha = 35^\circ$
- Raute: $a = 3,3$ cm; $\beta = 35^\circ$
- gleichschenkliges Trapez: $a = 8,5$ cm; $b = 4,3$ cm; $\alpha = 67^\circ$

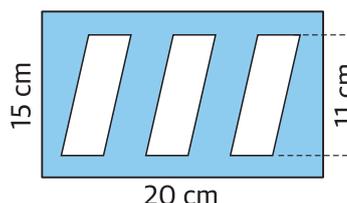


Nutze GeoGebra zum Experimentieren mit Flächeninhalten.
→ Eine entsprechende Datei-Arbeitsblatt findest du in der Datei „Arbeitsblätter“ Band 2, Technologie: I.

MP 555 Aus einem Parallelogramm sind drei Parallelogramme ausgestanzt. ...→ Ü555

Der Flächeninhalt der blauen Fläche beträgt 201 cm^2 .

Bestimme die Breite der ausgestanzten Parallelogramme.



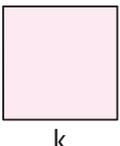
18 Formeln finden

Wenn man für die Berechnung des Flächeninhalts einer Figur nicht Zahlen, sondern Variablen aufschreibt, nennt man das eine Formel.

DI 556 Finde Formeln für den Flächeninhalt und den Umfang der abgebildeten Figuren.



B



$A = k \cdot k$
 $u = 4 \cdot k$

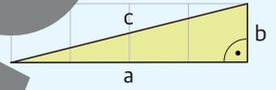
a)



b)



Formeln finden



Eine **mathematische Formel** stellt einen Zusammenhang zwischen mathematischen Größen dar.

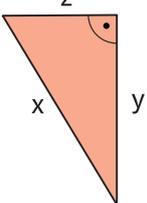
Sie verwendet die **Form einer Gleichung** und ist gegenüber der Textform meistens kürzer und eindeutiger.

Formeln helfen uns, Sachverhalte in die **Sprache der Mathematik** zu übersetzen.

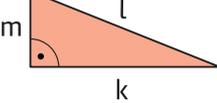
Sie bestehen aus **Zahlen, Variablen** und **Rechenzeichen**.

DI 557 Finde Formeln für den Flächeninhalt und den Umfang der abgebildeten Figuren. → Ü557

a)



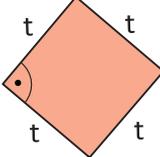
c)



f)



d)



b)

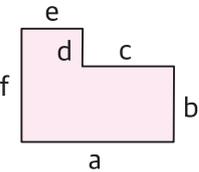


e)

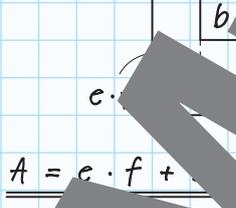


DI 558 Finde Formeln für den Flächeninhalt und den Umfang der abgebildeten Figuren. → Ü558

B

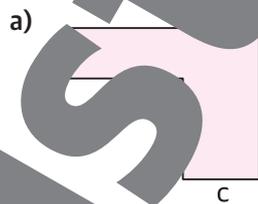


Skizze:

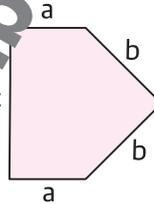


$A = e \cdot f + \dots$

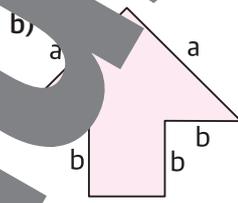
a)



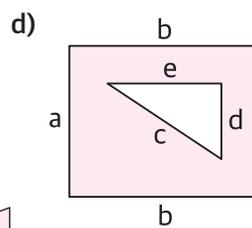
c)



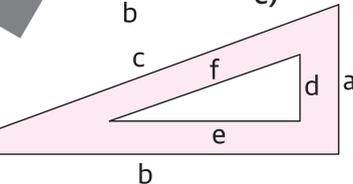
b)



d)

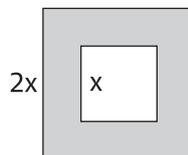


e)




Hier gibt es zu manchen Aufgaben verschiedene Lösungen.

RK DI 559 Finde eine Formel für den Flächeninhalt der grauen Figur und berechne ihn dann für $x = 2\text{ cm}$.





CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

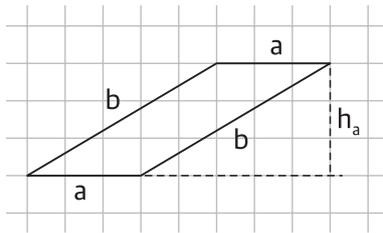
RK 560 Berechne die Flächeninhalte dieser Dreiecke.

a) Rechtwinkeliges Dreieck
 $a = 8\text{ cm}$; $b = 3,9\text{ cm}$; $c = 8,9\text{ cm}$.

b) Allgemeines Dreieck
 $a = 6\text{ cm}$; $b = 5\text{ cm}$; $c = 5\text{ cm}$; $h_b = 5\text{ cm}$.

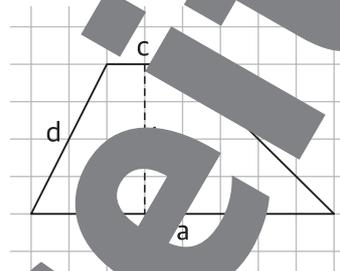
RK 561 Berechne die Flächeninhalte dieser Figuren.

a) Parallelogramm



$a = 1,5\text{ cm}$
 $b = 2,9\text{ cm}$
 $h_a = 1,5\text{ cm}$

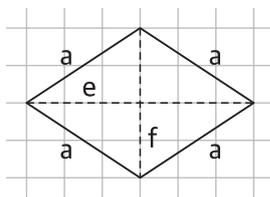
b) Trapez



$a = 4\text{ cm}$
 $b = 2,8\text{ cm}$
 $c = 1\text{ cm}$
 $d = 2,2\text{ cm}$
 $h_a = 2\text{ cm}$

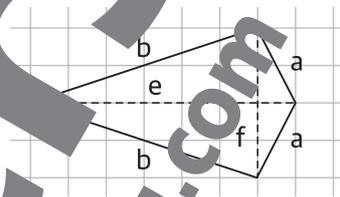
RK 562 Berechne die Flächeninhalte dieser Figuren.

a) Raute



$a = 3,6\text{ cm}$
 $e = 6\text{ cm}$
 $f = 4\text{ cm}$

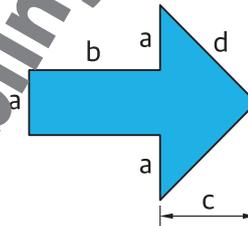
b) Trapezoid



$a = 2,2\text{ cm}$
 $b = 6,3\text{ cm}$
 $e = 7\text{ cm}$
 $f = 4\text{ cm}$

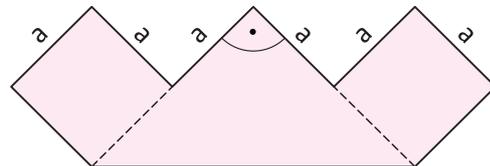
RK 563 Berechne den Umfang und den Flächeninhalt dieses Pfeils.

$a = 2\text{ cm}$ $c = 3\text{ cm}$
 $b = 4\text{ cm}$ $d = 4,2\text{ cm}$



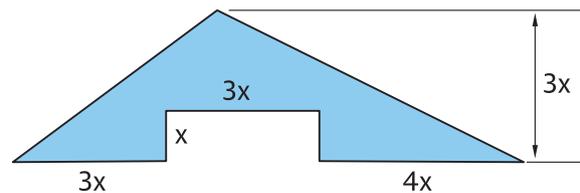
Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 564 Berechne den Flächeninhalt der Figur (siehe Skizze).



DI RK 565 Gegeben ist die blaue Figur (siehe Skizze).

- Erstelle eine Formel für den Flächeninhalt dieser Figur.
- Berechne den Flächeninhalt für $x = 2\text{ cm}$.





Proportionalität



Je größer ein Hund ist, desto mehr Futter braucht er.
 Man nennt den Zusammenhang zwischen dem Gewicht des Hundes
 und der Futtermenge *direkt proportional*.
 Viele Dinge in unserer Umwelt hängen so proportional zueinander.
 Kennt man das genaue Verhältnis, kann man damit rechnen
 und gute Vorhersagen treffen.

MP 566

Wie viel Futter brauchen Hunde?
 Pro kg Körpergewicht braucht ein erwachsener Hund in etwa 25 g Futter am Tag.



Quelle: Ein Herz für Tiere

Name	Gewicht	Futtermenge
a) Anker Bernhardiner	80 kg	
b) Beagle	7 kg	
c) Casper Schäferhund	35 kg	



d) Ergänze weitere Beispiele mit Hunden, die du im Internet findest oder selber kennst.
 Welche im Internet heraus, von welchen Eigenschaften (außer dem Gewicht) die benötigte
 Futtermenge noch abhängt.

In diesem Kapitel lernst du, was direkt proportional und indirekt proportional
 bedeutet, wie man solche Zusammenhänge erkennt,
 wo sie in der Welt vorkommen und wie man damit rechnet.
 Außerdem lernst du verschiedene Darstellungsformen dazu kennen,
 wie Tabellen und Diagramme.



WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Rechnen, Sachrechnen

Wie gut kannst du das noch?



RK **567** Berechne auf zwei Nachkommastellen genau.

- a) $618,92 \cdot 4$ c) $12,5 \cdot 1,3$ e) $4,6 : 2$ g) $16,27 : 1,5$
- b) $9\,052,7 \cdot 2$ d) $817,3 \cdot 0,4$ f) $7,5 : 3$ h) $5\,251 : 2,5$

MP **568** Löse die Aufgaben.
Verwende die Preisliste.

- a) Du kaufst sechs große Würfel. Wie viel kostet das?
- b) Leo kauft Jonglierbälle. Er bezahlt 56 €. Wie viele Bälle hat er gekauft?
- c) Thea kauft drei kleine Würfel und eine Packung Knetmasse. Sie bezahlt mit einem 50-Euro-Schein. Berechne das Rückgeld.

Preisliste	Spiel & Spaß!
Würfel klein	1,15 €
Würfel groß	2,50 €
Knetmasse	12,00 €
Jonglierball	7,00 €

Tabellen und Diagramme

Wie gut kannst du das noch?



DI **569** Schreib die Begriffe „Tabelle“, „Zeile“ und „Spalte“ in die Felder.

A	B	C	D
15	16	0	
24	35	17	24

Four empty boxes with lines pointing to the table for labeling: one for the table, one for a row, one for a column, and one for a cell.

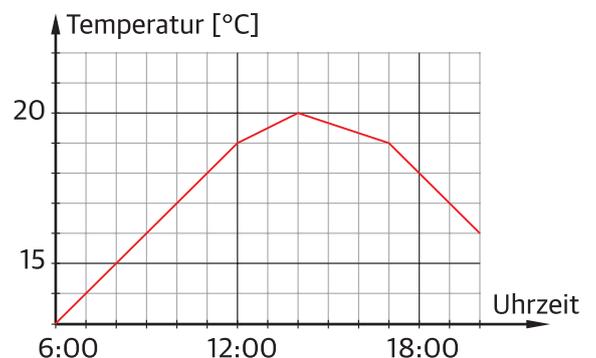
DI **570** Das Diagramm rechts zeigt den Temperaturverlauf eines Tages. Beantworte die Fragen dazu.

- a) Um wie viel Uhr war die Temperatur am höchsten? Wie hoch war sie?

- b) Wie hoch war die Temperatur um 10:00 Uhr?

- c) Um wie viel Uhr hatte es 15°C?

- d) Um wie viel Uhr war die Temperatur gleich hoch wie um 10:00 Uhr?



J1 Direkte Proportionalität



Direkte Proportionalität folgt dem Prinzip: **Je mehr, desto mehr** oder auch **je weniger, desto weniger**. Ein einfaches Beispiel ist Einkaufen: Je mehr Hefte ich kaufe, desto mehr muss ich auch bezahlen.

MP 571 Löse die Aufgabe.



Je mehr Fernseher Murat in seinen Lieferwagen packt, umso schwerer ist seine Ladung. Ein Fernseher wiegt 9,5 kg.

a) Ergänze die Tabelle

Fernseher	1	2	3	5	10	
Masse	9,5 kg	19 kg				

b) Wie lautet das Verhältnis der Anzahl der Fernseher zu ihrer Masse? Kreuze an.

- 1 : 5 1 : 9,5 9,5 : 1

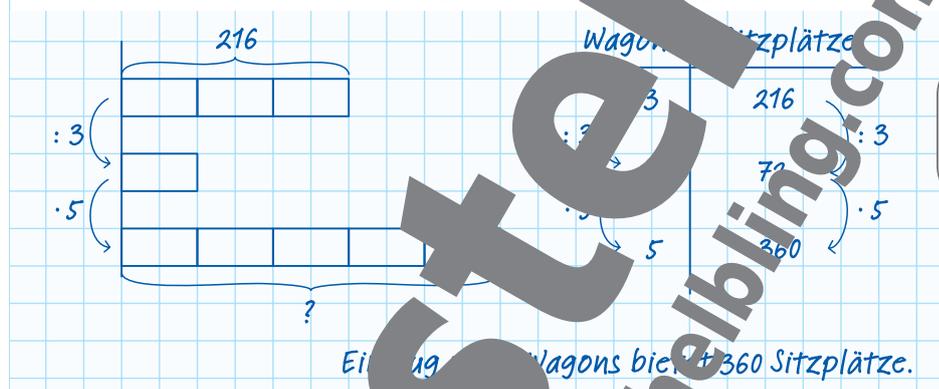
Direkte Proportionalität mit Tabelle

Dividiere oder multipliziere auf beiden Seiten immer mit der gleichen Zahl.

MP DT 572 Skizziere die Situation jeweils mit einem Balkenmodell und löse die Aufgaben dann mit Hilfe einer Tabelle.



B Ein Zug mit drei Wagnen bietet 216 Sitzplätze. Wie viele Sitzplätze bietet ein Zug mit fünf solchen Wagnen?



Im Balkenmodell zeichne ich für jeden Wagon ein Rechteck.

- a) Ein Schiff hat vier Rettungsboote. Darin finden insgesamt 120 Menschen Platz. Wie viele Menschen haben in einem solchen Rettungsboot Platz?
- b) Die Seilbahnfirma erweitert die Seilbahn von 14 Gondeln. Das sind insgesamt 140 Gondeln. Wie viele Gondeln hat die Seilbahn mit 35 solchen Gondeln?
- c) Ein Zug mit drei Wagnen bietet 476 Sitzplätze. Wie viele Sitzplätze bietet ein Zug mit vier solchen Wagnen?

MP 573 Ernestine braucht für ein Liter Olivenöl 8 kg Oliven. → Ü573

Für einen Liter Olivenöl braucht er 8 kg Oliven.

a) Ergänze die Tabelle

Olivenöl	1 l	2 l	5 l	10 l	50 l
Oliven	8 kg				

b) Wie lautet das Verhältnis von Litern Olivenöl zu Kilogramm Oliven? Kreuze an.

- 1 : 2 8 : 1 1 : 8



MP 574 Ein Auto benötigt 7 Liter Benzin, um eine Strecke von 100 km zu fahren.

→ Ü574

a) Ergänze die Tabelle.

Strecke	100 km	200 km	1 000 km	1 500 km
Benzin	7 l			

b) Wie lautet das Verhältnis von Länge der Strecke zu Litern verbrauchtem Benzin?
 Kreuze an. 1 : 7 100 : 7 7 : 200

MP 575 Löse die Aufgaben jeweils mit Hilfe einer Tabelle.

- a) Herr Binder bezahlt 84 € für drei Theaterkarten. Wie viel bezahlt Frau Esmaili für fünf Theaterkarten?
- b) Familie Hrna kauft vier Kinokarten um 36 €. Wie viel kosten drei Kinokarten?
- c) Sigrid kauft sechs Karten für ein Musical. Sie bezahlt insgesamt 72 €. Wie viel bezahlt Leon für acht Karten?
- d) Ein Reisebüro hat am Dienstag acht Karten für eine Kreuzfahrt und damit 14 840 € eingenommen. Wie viel Euro hat das Büro am Mittwoch beim Verkauf von 13 Kreuzfahrttickets eingenommen?



MP VB 576 Löse die untenstehenden Aufgaben zuerst rechnerisch. Entscheide dann, ob das Ergebnis im Alltag stimmen wird oder nicht. Begründe deine Entscheidung mit Hilfe der Wörter **Proportionalität** und **Proportionalitätsmodell**.

→ Ü576

Hinweis: Die meisten Zahlen in diesen Aufgaben sind Näherungswerte.

- a) Eine Packung Taschentücher kostet 89 Cent.
 - (1) Berechne den Preis einer Großpackung mit 10 Packungen.
 - (2) Wird die Großpackung tatsächlich so viel kosten?
- b) Hanna kann in einer Stunde 8 km laufen.
 - (1) Berechne, wie weit Hanna in 20 Stunden laufen kann.
 - (2) Kann Hanna die berechnete Distanz tatsächlich schaffen?
- c) Die Raumstation ISS benötigt 93 Minuten für eine volle Umrundung der Erde.
 - (1) Berechne, wie lang die ISS für 20 Umrundungen braucht.
 - (2) Kann diese Zeit stimmen?
- d) In Rudis Garten steht ein kleiner Apfelbaum. Rudi braucht eine Viertelstunde, um einen Eimer voller Äpfel zu pflücken.
 - (1) Wie viele Eimer Äpfel pflückt Rudi in 10 Stunden?
 - (2) Kann diese Menge stimmen?
- e) $\frac{1}{4}$ kg Suppennudeln kosten 90 Cent.
 - (1) Wie viel kostet eine 5-Personen-Familienpackung?
 - (2) Wie viel kostet eine 10-Personen-Familienpackung tatsächlich so viel kosten?

MP 577 Löse die Aufgaben jeweils mit Hilfe einer Tabelle.

→ Ü577

- a) Anton kauft 5 kg Äpfel 8,76 €. Wie viele Euro bezahlt Anja, wenn sie nur 3 kg kauft?
 - b) Anton kauft 5 kg Bananen um 8,55 €. Wie viel kosten 3 kg Bananen?
 - c) Pablo bezahlt 18,00 € für 6 kg Marillen. Wie viel kosten 2,5 kg Marillen?
 - d) Luisa kauft 3,2 kg Kirschen um 9,28 €. Wie viel bezahlt Hanna für 1,3 kg Kirschen?
- ⊕ Erfinde selbst ein ähnliches Beispiel und löse es.

Direkte Proportionalität im Alltag

Meist sind berechnete Werte nur Näherungen, die uns helfen, etwas abzuschätzen.

Bei den folgenden Sachverhalten allerdings funktioniert das Modell der direkten Proportionalität überhaupt nicht:

Mengenrabatt
 Beim Kauf von großen Mengen gibt es Vergünstigungen.

Ermüdung
 Menschen und Tiere können nicht immer das gleiche Tempo durchhalten.

Natürliche Grenzen
 Anita braucht 1 Minute für das Lackieren ihres Fingernagels. Sie lackiert in 30 Minuten aber nicht 30 Nägel, sondern nur 10, mehr Finger hat sie nämlich nicht.

J2 Indirekte Proportionalität



Indirekte Proportionalität folgt dem Prinzip: **Je mehr, desto weniger** oder auch **je weniger, desto mehr**. Ein einfaches Beispiel ist Arbeit: Je mehr Personen zusammenhelfen, desto weniger muss jede arbeiten.

MP 578 Skizziere die Situation jeweils mit einem Balkenmodell und löse die Aufgaben dann mit Hilfe einer Tabelle.



B Eine Arbeiterin soll 18 Säcke Kartoffeln alleine verladen. Eine Arbeitskollegin hilft ihr dabei. Wie viele Säcke muss nun jede der zwei Arbeiterinnen verladen?

Arbeiterinnen	Säcke für jede
1	18
2	9

- a) Ein Arbeiter soll 15 Kisten allein auf einen Lastwagen laden. Wie viele Kisten muss jeder verladen, wenn drei Arbeiter mithelfen?
- b) Nicole muss 120 kg Äpfel aus dem Keller holen. Wie viel Kilogramm muss jede Person tragen, wenn ihre fünf Freundinnen mithelfen?

MP 579 Löse die Aufgaben mit Hilfe einer Tabelle.

→ Ü579

- a) Drei Piraten finden einen Schatz und teilen ihn in gleichen Teilen auf. Jeder bekommt 15 Goldtaler. Wie viel hätte ein Karib bekommen, wenn er den Schatz alleine gefunden hätte?
- b) Vier Freunde gewinnen gemeinsam bei der Lotterie und teilen gleichmäßig. Jeder bekommt 416 €. Wie hoch wäre der Gewinn für einen Gewinner alleine gewesen?

MP 580 Skizziere die Situation jeweils mit einem Balkenmodell und löse die Aufgaben dann mit Hilfe einer Tabelle.



B Zwei Arbeiter sollen Säcke mit Zement verladen. Das bedeutet, jeder muss 15 Säcke verladen. Wie viele Säcke müsste jeder verladen, wenn die Arbeit von drei Menschen gemacht würde?

Arbeiter	Säcke für jeden
2	15
3	10

- a) Zwei Arbeiter sollen Kisten in den Keller räumen. Jeder trägt 12 Kisten. Wie viele Kisten müsste jeder tragen, wenn die Arbeit stattdessen von drei Arbeitern erledigt würde?
- b) Drei Freundinnen teilen eine Schachtel Kekse. Jede bekommt 8 Kekse. Wie viele Kekse hätte jede bekommen, wenn sie zu viert geteilt hätten?

Indirekte Proportionalität mit Tabelle

Dividiere auf der einen Seite immer mit der gleichen Zahl, mit der du auf der anderen Seite multiplizierst.

Gewerkschaft

Arbeiterinnen und Arbeiter schließen sich in vielen Berufen zu Gewerkschaften zusammen, um gemeinsam ihre Interessen zu vertreten, wie gute Arbeitsbedingungen, angemessene Arbeitszeiten und faire Löhne.

MP 581 Löse die Aufgaben mit Hilfe einer Tabelle.

...→ Ü581

- In einer Schachtel sind 57 Kekse.
Andrea teilt die Kekse zu gleichen Teilen auf drei Schachteln auf.
Wie viele Kekse sind in jeder Schachtel?
- Fünf Personen brauchen zum Putzen der Schule 10 Stunden.
Wie lange würde ein Person allein dafür brauchen?
- Hannes bekommt 20 € von seiner Tante für Gartenarbeit.
Thomas hat Hannes geholfen und sie teilen gleichmäßig.
Wie viel Geld bleibt Hannes nun?
- Mit dem Futter im Schrank kommt eine Katze 15 Tage aus.
Wie lange kämen drei Katzen mit diesem Futter aus?

MP 582 Beantworte die Fragen zuerst durch Ankreuzen.

...→ Ü582

Löse die Aufgaben dann exakt mit Hilfe von Tabellen.

- Familie Thoma hat einen Schutzbunker im Keller.
Der Essensvorrat dort reicht für 12 Tage, wenn 3 Personen (Burger) sind.
Wie lange würde der Vorrat für 4 Personen reichen?
 kürzer als 12 Tage länger als 12 Tage
- Acht Freunde mieten eine Hütte und zahlen 17,50 € pro Person.
Einer der Freunde wird aber krank und kann nicht mehr an.
Wie viel muss jeder der sieben Freunde nun bezahlen?
 weniger als 17,50 € mehr als 17,50 €
- Musa hat sechs Esel. Jeder Esel trägt 40 kg Bohnen.
Ein Esel verletzt sich leider, daher muss Musa die Bohnen
auf die fünf restlichen Esel gleichmäßig verteilen.
Wie viel Kilogramm Bohnen trägt jeder Esel nun?
 weniger als 40 kg mehr als 40 kg
- Anita verteilt Blumen auf acht Vasen.
sodass in jeder Vase genau vier Blumen sind.
Eine Vase bricht und die Blumen werden neu verteilt.
Wie viele Blumen sind jetzt in jeder Vase?
 weniger als 14 mehr als 14



MP 583 Löse die Aufgabe.

...→ Ü583

Eine große Werkbank wird von vier Arbeiterinnen
an einen neuen Platz gestellt.
Die Arbeiterinnen haben ausgerechnet, dass dabei jede 28 kg tragen muss.

- Wie viel müsste jede Arbeiterin die Werkbank
von fünf Arbeiterinnen gemeinsam tragen würde?
- Wie viel müsste jede Arbeiterin tragen, wenn die Werkbank von
zwei Arbeiterinnen gemeinsam getragen würde?
- Wie viele Arbeiterinnen braucht man mindestens,
damit die Werkbank von 100 kg getragen muss?
- Wenn 10 Personen zusammenhelfen würden,
müsste jede Person höchstens wie viel heben.
Was könnte ein weiterer Vorschlag zum Problem werden?

MP 584 Frau Lopez spart Geld für eine Gitarre.

...→ Ü584

Wenn sie jede Woche 55 € spart,
hat sie das Geld in sieben Wochen beisammen.
Wie viel müsste Frau Lopez sparen, damit sie das Geld
schon nach fünf Wochen beisammenhat?

J3 Diagramme

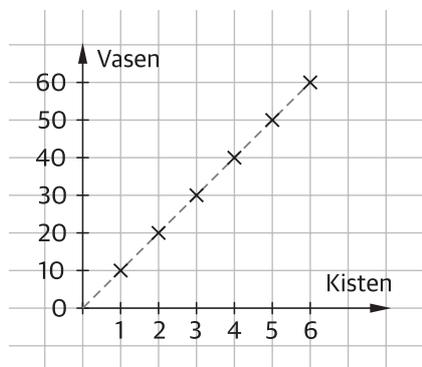
Diagramme erstellt man, um den Zusammenhang zweier Größen darzustellen. Direkt proportionale und indirekt proportionale Zusammenhänge erzeugen unterschiedliche Diagramme.

MP 585 Die Diagramme zeigen jeweils einen proportionalen Zusammenhang.



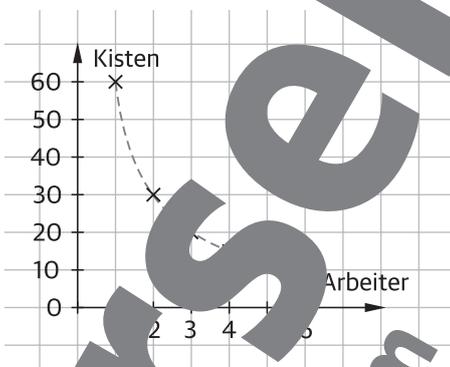
(1) direkt proportional

In jeder Kiste sind 10 Vasen.
Wie viele Vasen sind in ... Kisten?



(2) indirekt proportional

60 Kisten sollen von Arbeitern verladen werden.
Wie viele Kisten trägt jeder, wenn ... Arbeiter gemeinsam arbeiten?



Direkt proportional

Verhalten sich zwei Größen direkt proportional, zeigt das Diagramm eine gerade Linie. Man nennt ein solches Verhältnis auch „linear“.

Indirekt proportional

Verhalten sich zwei Größen indirekt proportional, zeigt das Diagramm eine Kurve, die immer flacher wird.

a) Ergänze die Zahlen in den Tabellen.

Kisten	Vasen
1	10
2	
3	
4	
5	
6	

Arbeiter	Kisten pro Arbeiter
1	60
2	
3	
4	
6	

b) Vergleiche die Diagramme für direkt und indirekt proportionale Zusammenhänge. Was fällt dir auf?

MP 586 Je mehr Schokolade, desto mehr Kalorien

→ Ü586

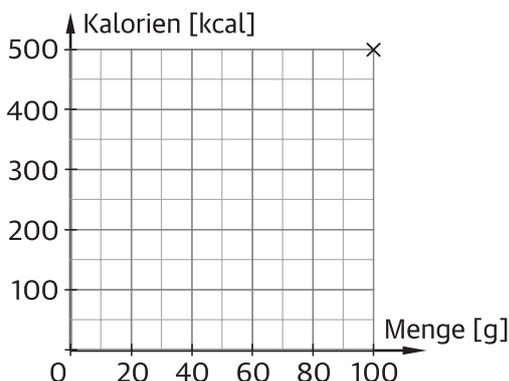


- a) Ergänze die Zahlen in der Tabelle.
- b) Zeichne zu jedem Wert einen Punkt im Diagramm.
- c) Verbinde die Punkte mit einer Linie.
- d) Um welche Art von Proportionalität handelt es sich?

Kreuze an um den Grund anzugeben:

direkt indirekt

Menge [g]	Kalorien [kcal]
20 g	100 kcal
40 g	200 kcal
60 g	
80 g	
100 g	



Vorsicht mit Schokolade und Knabbergebäck!

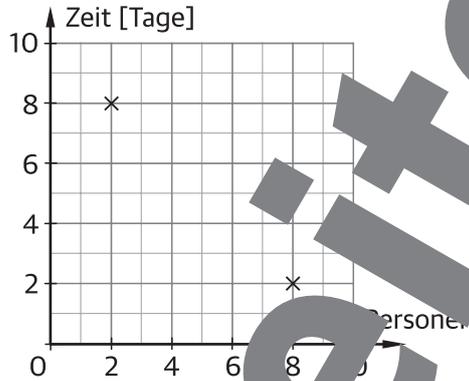
Mit einer großen Tafel Schokolade nimmst du mehr als die Hälfte deines Tagesbedarfs an Energie zu dir.

MP 587 Je mehr Leute zusammenhelfen, desto schneller ist die Arbeit getan. → Ü587



- Ergänze die Zahlen in der Tabelle.
- Zeichne zu jedem Wertepaar einen Punkt im Diagramm.
- Verbinde die Punkte mit einer Linie.
- Um welche Art von Proportionalität handelt es sich?
Kreuze an und begründe:
 direkt indirekt

Personen	Zeit
2	8 Tage
4	
6	
8	2 Tage
10	



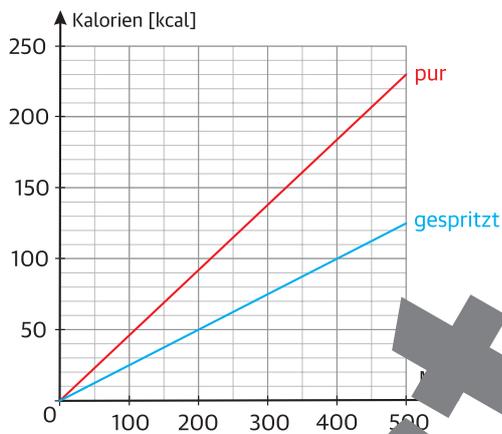
Kein Wert bei null?

Wie lange brauchen 0 Personen, um etwas fertigzustellen?

Wären sie überhaupt fertig?

Diese Fragen gibt es keine Zahl als Antwort, also können wir sie auch nicht darstellen.

MP 588 Das Diagramm zeigt den Nährwert von Apfelsaft pur und Apfelsaft gespritzt. → Ü588



- Lies die beiden Mengen so genau wie möglich aus dem Diagramm ab.

Apfelsaft pur, 300 ml: _____

Apfelsaft gespritzt, 200 ml: _____

Apfelsaft pur, 500 ml: _____

Antwort: _____

„In einem Glas sind ungefähr 150 kcal.“

Welche Menge von welchem Getränk trinke sie im Glas haben?

MP 589 Die Trauben eines Weinbergs sollen geerntet werden. → Ü590



Mit der Hilfe von vier Personen dauert die Ernte fünf Tage.

- Erstelle eine Wertetabelle für 2, 4, 5 bzw. 10 Helfer.
- Zeichne ein Punktdiagramm und trage die Werte aus a) ein.
- Verbinde die eingezeichneten Punkte.
- Wie viele Tage dauert die Ernte, wenn eine unbekannte Anzahl x von Personen hilft?



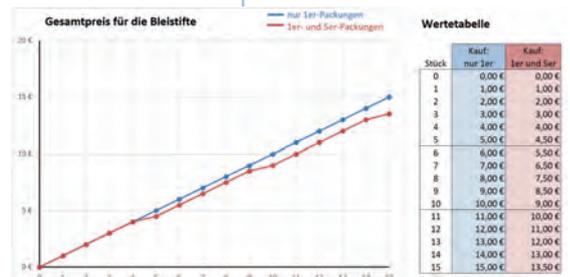
MP 590 Preis von Stiften → Ü590



Zwei Packungen zusammen 1,10 €.

- Erstelle eine Wertetabelle für den Preis von 0, 1, 2, ... bzw. 15 solcher Fineliner.
- Zeichne ein Punktdiagramm und trage die Werte aus a) ein.
- Verbinde die eingezeichneten Punkte.
- Wie viel kosten x Stück dieser Fineliner?

Beschäftige dich auch in einem Tabellenkalkulationsprogramm mit Diagrammen zum Preis von Stiften.



→ Diese Datei + Arbeitsblatt findest du in der e-zone PLUS! Band 2, Technologie: J.

J4 Gemischte Aufgaben

 Ändern sich die Größen in die gleiche Richtung, weist das auf einen direkt proportionalen Zusammenhang hin. Wird das eine mehr, so wird auch das andere mehr und umgekehrt. Sind die Entwicklungen gegengleich, so deutet das auf indirekte Proportionalität hin.

MP 591 Vorsicht Falle!



Nicht alle Aufgaben lassen sich mit Hilfe von direkter oder indirekter Proportionalität lösen. Kreuze jeweils zuerst an, um welchen Sachverhalt es sich handelt. Löse die Aufgabe dann.

- a) Ein Arbeiter braucht 3 Stunden, um 15 Meter Zaun zu streichen. Wie viele Meter Zaun schafft er in 8 Stunden?
 direkt proportional indirekt proportional nicht proportional
- b) Ein Frühstücksei soll vier Minuten gekocht werden. Wie lange muss man drei Frühstückseier kochen?
 direkt proportional indirekt proportional nicht proportional
- c) Für das Ausheben einer Baugrube benötigen zwei Bagger 10 Stunden. Wie lange brauchen drei Bagger für diese Arbeit?
 direkt proportional indirekt proportional nicht proportional
- d) Vier Kinder teilen eine Tafel Schokolade gleichmäßig auf. Jedes Kind bekommt sechs Stück. Wie viele Stück bekommt jedes Kind bekommen, wenn es nur drei Kinder sind?
 direkt proportional indirekt proportional nicht proportional
- e) Hanna bezahlt für fünf Semmeln 2,45 €. Wie viel würde sie für sieben Semmeln bezahlen?
 direkt proportional indirekt proportional nicht proportional

MP 592 Löse die Aufgaben zum Thema Baustelle jeweils mit einer Methode. ...→ Ü592

- a) Auf einer Baustelle arbeiten 7 Personen. Sie verdienen zusammen 70 € pro Tag. Wie viel muss man 11 Personen pro Tag zahlen?
- b) Drei Maler brauchen zum Streichen einer Fassade acht Tage. Wie lange dauert die Arbeit, wenn nur zwei Maler die Fassade streichen?
- c) Auf einer Baustelle arbeiten 15 Personen. Eine Person braucht 6 Stunden um Erde von der Baustelle wegzuräumen. Wie lang brauchen drei Personen dafür?
- d) Zwei Malerinnen streichen zwei gleich große Zimmer in sechs Stunden. Wie viele solcher Zimmer streichen die beiden Malerinnen in 15 Stunden?
- e) Ein Maler und eine Malerin streichen eine Halle in 14 Stunden. Wie lang brauchen zwei Malerinnen und Maler für die gleiche Arbeit?

 Denke dir selbst zwei Aufgaben aus und löse sie.

MP 593 Drei Kilogramm Bananen kosten 8,70 €. ...→ Ü593

Wie viel kosten a) 1 kg b) 2 kg c) 0,8 kg d) x kg?

MP 594 Hanna bezahlt für vier Kilogramm Erdbeeren 25,80 €. ...→ Ü594

Wie viel kosten a) 1 kg b) 2 kg c) 0,5 kg d) y kg?

Wichtig noch ...

Nicht alle Größen sind proportional voneinander abhängig, z. B. deine Körpergröße und dein Alter. Zwar wächst du mit der Zeit, aber du bist nicht doppelt so groß, wenn du doppelt so alt bist. Und im hohen Alter wirst du sogar wieder kleiner.

MP 595 Löse die Aufgabe. → Ü595

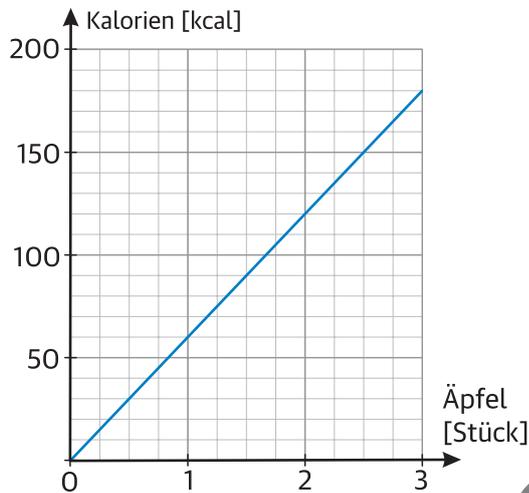


Christian hat vier Hunde. Er kauft Hundefutter für 12 Wochen.
Was wäre, wenn Christian nur drei Hunde hätte?

- a) Kreuze an: Der Vorrat würde für mehr als 12 Wochen reichen.
 Der Vorrat würde für weniger als 12 Wochen reichen.
 b) Berechne, wie lange Christians Vorrat bei drei Hunden reichen würde.

MP DI 596 Das Diagramm zeigt den Nährwert von Äpfeln. → Ü596

- a) Lies die Kalorien der Mengen aus dem Diagramm ab und fülle die Werte rechts in die Lücken ein.
 b) Um welche Proportionalität handelt es sich? direkt indirekt



- 2 Äpfel: _____
 $\frac{1}{2}$ Apfel: _____
 3 Äpfel: _____
 $1\frac{1}{4}$ Äpfel: _____
 $2\frac{1}{2}$ Äpfel: _____

MP DI 597 Eine Tiefgarage wird gebaut. → Ü597



Mit sechs Baggern benötigt man 20 Tage für den Bau einer Tiefgarage.

- a) Wie lange benötigt man, wenn nur drei Bagger zur Verfügung hat?
 b) Wie viele Bagger braucht man, wenn die Arbeit in bereits nach 20 Tagen fertig sind? Beschreibe deine Lösungsvorgehensweise.

MP 598 Löse die Aufgabe.

Der Bambus von Frau Yong wächst in vier Wochen um 8 Zentimeter.

- a) Jetzt ist der Bambus 1 Meter hoch.
Wie hoch war er vor vier Wochen?
 b) Wie hoch wird der Bambus in 10 Wochen sein?
 c) Mit fünf Metern Höhe ist der Bambus ausgewachsen.
In wie vielen Wochen wird der Bambus ausgewachsen sein?

MP 599 Ein Öltankschiff wird mit Pumpen befüllt. → Ü599

Das Betanken des Schiffs dauert 16 Stunden, wenn 2 Pumpen eingesetzt werden.
Wie lange dauert es, wenn 4 Pumpen eingesetzt werden?

- a) 2 Pumpen b) 4 Pumpen c) 8 Pumpen d) 10 Pumpen?

MP 600 Löse die Aufgabe. → Ü600

An eine Baustelle werden 1 600 Ziegel geliefert.
Die Ziegel sind in 5 gleich großen Paletten mit jeweils n Ziegeln verpackt.

- a) Welche Gleichung beschreibt diesen Zusammenhang?
 $5 \cdot 1\,600 = n$ $5 : n = 1\,600$ $n \cdot 5 = 1\,600$
 b) Forme die passende Formel um und berechne den Wert von n.

Berufswelt „Schiff“



Falls dich Schiffe schon immer interessiert haben, gibt es folgende Berufe für dich:
 – Als Mitglied der Besatzung reist du viel und bist selten zu Hause.
 – Hafentarbeiterinnen und Hafentarbeiter kümmern sich um alles Organisatorische.
 – Schiffskonstrukteurinnen und Schiffskonstrukteure arbeiten an immer besseren und sichereren Schiffen.

J5 Weg-Zeit-Diagramme

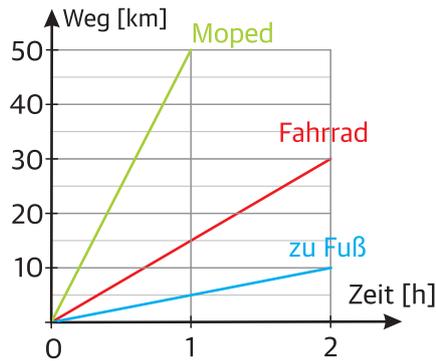


Auf der senkrechten Achse wird der Weg, auf der waagrechten Achse die Zeit aufgetragen. In eckiger Klammer kann man die Maßeinheit angeben, zum Beispiel [m] für Meter oder [h] für Stunden.

MP 601



Das Diagramm unten zeigt, wie weit Personen mit ihren Fortbewegungsmittel innerhalb der letzten zwei Stunden gekommen sind. **Tempo = Weg/Zeit**
Beantworte die Fragen zum Diagramm.



Das Tempo eines Objekts (im Alltag oft einfach **Geschwindigkeit** genannt) kannst du mit dieser Formel berechnen:

$$v \text{ (Tempo)} = \frac{s \text{ (Weg)}}{t \text{ (Zeit)}}$$

Einheiten:

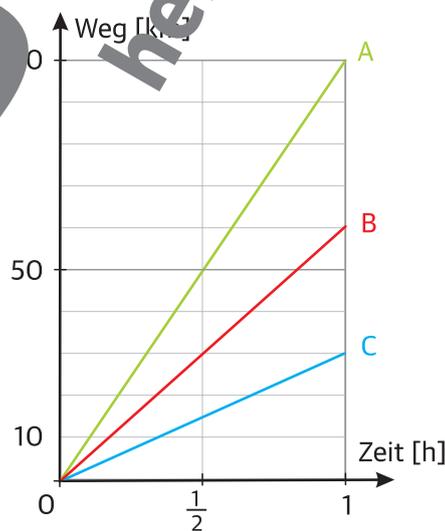
- km/h
„Kilometer pro Stunde“
- m/s
„Meter pro Sekunde“

- Wie viele Kilometer legte die Person, die das Fahrrad benutzt hat, in zwei Stunden zurück?
- Wie viele Kilometer legte die Person, die zu Fuß gegangen ist, in einer Stunde zurück?
- Wie weit kam das Moped in einer halben Stunde zurück?
- Wie weit kam das Moped in zwei Stunden zurück?
- Ergänze den Satz: Je schneller man sich bewegt, desto _____ (flacher | steiler) wird die Kurve.

MP 602

Sieh dir das Weg-Zeit-Diagramm an. Beantworte dann die Fragen. ...→ Ü602

- Welchen Weg legt A in einer halben Stunde zurück?
- Welchen Weg legt B in einer Stunde zurück?
- Welchen Weg legt C in einer halben Stunde zurück?
- Welchen Weg legt B in zwei Stunden zurück?
- Nach welcher Zeit legt A 200 km zurück?
- Weniger schnell als A ist B. Zeichne eine entsprechende Gerade B in das Diagramm ein.
- Maria legt mit ihrem Moped 45 Kilometer pro Stunde zurück. Zeichne eine entsprechende Gerade M in das Diagramm ein.
- Jürgen legt beim Joggen 10 km pro Stunde zurück. Zeichne eine entsprechende Gerade J in das Diagramm ein.



- ⊕ Erfinde selbst eine Aufgabe zum oben aufgezeichneten Diagramm und löse sie.



CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

MP 603 Lisa bezahlt für drei Tafeln Schokolade 6,87 €. Wie viel kosten fünf Tafeln Schokolade?



MP 604 Bernd und Timo teilen sich eine Tafel Schokolade.

Jeder der beiden bekommt 12 Stücke.

Wie viele Stücke würde jeder bekommen, wenn sie die Tafel ...

a) durch drei teilen müssten? b) durch vier teilen müssten?

MP 605 Der Wanderverein plant einen Ausflug und teilt die Buskosten auf.

Wenn 23 Personen mitfahren, bezahlt jede 19,50 €.

In letzter Sekunde melden sich aber noch zwei Personen zusätzlich an.

Wie viel Euro muss jede der teilnehmenden Personen nun bezahlen?

MP 606 Ein Dach soll neu gedeckt werden. Die Baumeisterin rechnet heraus, dass fünf Dachdecker für die Arbeit zwölf Tage brauchen werden.

Wie lange brauchen drei Dachdecker für diese Arbeit?

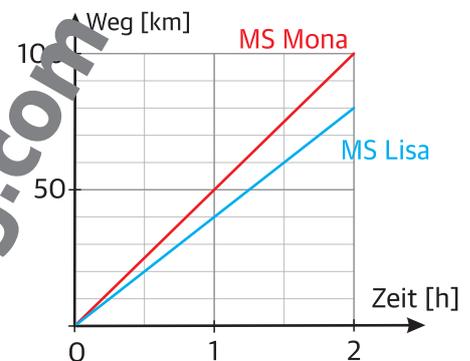
MP DI 607 Das Diagramm zeigt, welche Strecken die Schiffe MS Lisa und MS Mona in zwei Stunden zurücklegen.

a) Wie viele Kilometer legt die MS Mona in zwei Stunden zurück?

b) Wie viele Kilometer legt die MS Lisa in 30 Minuten zurück?

c) Welches der Schiffe fährt schneller?

d) Kreuze an: Welcher Zusammenhang besteht hier?
 direkt proportional indirekt proportional



Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

MP 608 Löse die Aufgabe.

Auf einer Baustelle arbeiten 12 Personen.

Die Arbeit wird noch 12 Tage dauern.

Wie viele Personen müssen zusätzlich eingesetzt werden, damit die Baustelle nach 50 Tagen beendet ist?

MP 609 Ein Wohnhaus bekommt einen Lift.

Wird der Lift auf die fünf Eigentümerinnen und Eigentümer der Wohnungen verteilt, müsste jede Person 27 043,20 € bezahlen.

Die zwei Eigentümer der Wohnungen im Erdgeschoss zahlen allerdings nicht mit.

Wie viel müssen die anderen Eigentümerinnen und Eigentümer nun jeweils bezahlen?

MP VB 610 Löse die Aufgabe.

Ludwig schafft 20 Liegestütze in einer Minute.

Er hat ausgerechnet, dass er somit in 10 Minuten 200 Liegestütze schaffen müsste.

Stimmst du ihm zu? Erkläre.

K

Prozentrechnung



Preissenkungen gibt man meist in Prozent an. Man kann das einfach ausdrücken, wie viel man im Verhältnis zum Originalpreis spart. Der Originalpreis entspricht immer 100%. Ist etwas um 50% reduziert, dann spart man das, was das Original war, das heißt, dass man sich genau die Hälfte spart.

MP 611 Abverkauf



- Was bedeutet das englische Wort „Sale“?
- Ein Modegeschäft kauft heute alles um 50%. Das bedeutet, alle Preise werden halbiert. Wie viel muss man für die Kleidungsstücke heute bezahlen?

	Normalpreis	Preis heute - 50%
(1) Pullover	14 €	
(2) Hemd	49 €	
(3) Pullover	34,90 €	



Suche dir Preisangebote bei Geschäften in deiner Nähe oder im Internet. Welche Wörter werden neben „Abverkauf“ und „Sale“ gerne verwendet?

In diesem Kapitel lernst du, was Prozentzahlen sind und wie sie im Alltag verwendet werden.

Du lernst, wie man Prozentwerte genau ausrechnen kann und auch wie man selbst Verhältnisse mit Prozenten angeben kann.



WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Bruchzahlen

Wie gut kannst du das noch?



RK 612 Kürze die Brüche schrittweise bis zu ihrer einfachsten Form.

B	$\frac{28}{42}$	$\frac{28}{42}$	$(:2)$	$\frac{14}{21}$	$(:7)$	$\frac{2}{3}$
---	-----------------	-----------------	--------	-----------------	--------	---------------

a) $\frac{12}{100}$

b) $\frac{8}{100}$

c) $\frac{10}{95}$

d) $\frac{20}{110}$

RK 613 Erweitere die Brüche auf Hundertstel.

B	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\cdot 25$	$\frac{75}{100}$
---	---------------	---------------	------------	------------------

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{4}{5}$

d) $\frac{9}{20}$

RK 614 Schreib die Zahlen als Dezimalbrüche an.

0,4 = $\frac{4}{10}$

0,9 =

0,15 =

0,25 =

0,03 =

Bruchteile von Mengen berechnen

Wie gut kannst du das noch?



RK 615 Berechne die Bruchteile der angegebenen Mengen an.

B	$\frac{3}{5}$ von 20	$\frac{3}{5}$ von 20 = $\frac{3}{5} \cdot 20 = 12$
---	----------------------	--

a) $\frac{4}{10}$ von 250

b) $\frac{2}{3}$ von 36

c) $\frac{1}{2}$ von 600

d) $\frac{3}{4}$ von 52

e) $\frac{15}{100}$ von 200

Direkte Proportionalität

Wie gut kannst du das noch?



MP 616 Löse die Aufgaben in zwei Schritten mit Hilfe einer Tabelle.

B Arto kauft vier Bleistifte.
Er bezahlt 3,60 €.
Wie viel bezahlt Lea für drei Bleistifte?

Bleistifte	Preis
4	3,60 €
1	0,90 €
3	2,70 €

A: Lea bezahlt 2,70 €.

- Bogdan kauft vier Hefen für sechs Hefte. Wie viel kosten zwei Hefen?
- Meike kauft zwei Klappen für vier solcher Klappen? Wie viel kosten fünf solcher Klappen?
- Meike bezahlt 5,55 € für drei dicke Schreibblöcke. Wie viel kosten fünf solcher Schreibblöcke?
- Erfinde eine Textaufgabe, die man mit Hilfe von direkter Proportionalität berechnen kann, und löse sie.



K1 Prozentzahlen



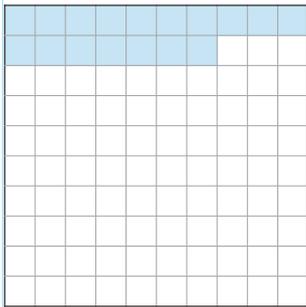
Prozente sind im Grunde **Hundertstel**. Das Wort Prozent kommt von dem italienischen Ausdruck „per cento“, was wörtlich übersetzt „pro Hundert“ bedeutet.

$$1\% \hat{=} \frac{1}{100}$$

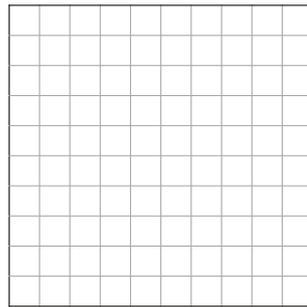
DI **617** Bemale die angegebenen Teile der 100er-Felder. Gibt es verschiedene Möglichkeiten?



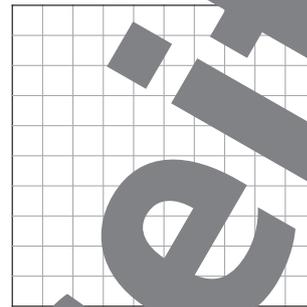
B 17%



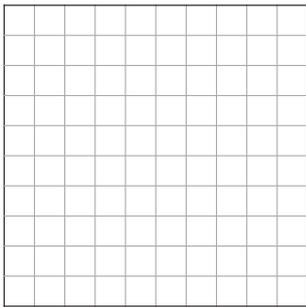
b) 50%



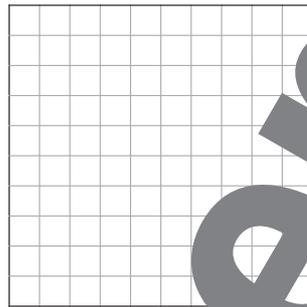
d) 99%



a) 30%



c) 3%



e) 1%



Das Hunderterfeld

Das Hunderterfeld besteht aus 10 Zeilen mit jeweils 10 Quadraten. Das macht insgesamt 100 Quadrate.

Es ist eine übersichtliche Möglichkeit, die Zahl 100 darzustellen.

DI **618** Schreib das Prozent-Zeichen.



1. 2. 3.

RK **619** Wandle die angegebenen Brüche in Prozentzahlen um.

...→ Ü619

B $\frac{2}{100}$

$\frac{2}{100} \hat{=} 2\%$

a) $\frac{8}{100}$

c) $\frac{7}{100}$

e) $\frac{92}{100}$

g) $\frac{80}{100}$

d) $\frac{16}{100}$

f) $\frac{54}{100}$

h) $\frac{65}{100}$

RK **620** Wandle die angegebenen Dezimalzahlen erst in Hundertstel und dann in Prozentzahlen um.

...→ Ü620

B 0,03

$0,03 \hat{=} 3\%$

a) 0,09

c) 0,27

e) 0,4

b) 0,01

d) 0,65

f) 0,83

RK **621** Wandle die angegebenen Prozentzahlen in Dezimalbrüche um.

...→ Ü621

B 9%

$9\% \hat{=} \frac{9}{100}$

a) 4%

c) 10%

e) 31%

g) 90%

b) 7%

d) 68%

f) 15%

h) 82%

RK 622 Wandle die angegebenen Prozentzahlen in Dezimalzahlen um. ...→ Ü622

B 5%
 $5\% \hat{=} 0,05$

- a) 8% c) 13% e) 25% g) 18%
 b) 1% d) 70% f) 99% h) 60%

DI 623 Verbinde die Brüche mit den passenden Prozentwerten. ...→ Ü623

Erkläre.



$\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{10}$
 25% 75% 50% 60% 80% 20% 40%

DI 624 Bemale die angegebenen Teile. Jedes 100er-Feld entspricht einem Ganzen. ...→ Ü624

B 125%

b) 150%

a) 142% c) 103%

RK 625 Wandle die angegebenen Brüche in Prozentzahlen um. ...→ Ü625

B $1\frac{4}{100}$
 $1\frac{4}{100} \hat{=} 104\%$

- a) $1\frac{1}{100}$ c) $1\frac{70}{100}$ e) $2\frac{10}{100}$
 b) $1\frac{2}{100}$ d) $1\frac{29}{100}$ f) $3\frac{47}{100}$

DI 626 Welcher Anteil dieser Figuren ist jeweils blau eingefärbt? Drücke die Teile in Prozent aus. Beschreibe deinen Lösungsweg.



a) c) e)
 b) d) f)

K2 Kopfrechnen mit Prozenten



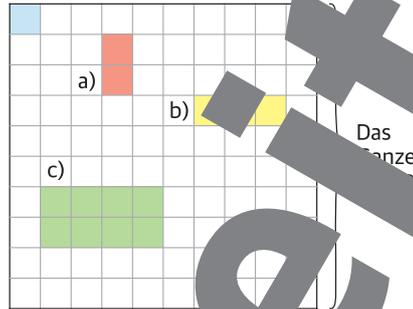
1% und 10% von etwas kann man leicht im Kopf berechnen. Dafür muss man das Ganze nur durch 100 oder durch 10 teilen.

627 Berechne die eingefärbten Teile. Schreib jeweils dazu, wie viel Prozent der Teil entspricht.



B $\frac{1}{100}$ von 500 = 1% von 500 = 5

- a) $\frac{2}{100}$ von 500 = _____
- b) $\frac{3}{100}$ von 500 = _____
- c) $\frac{8}{100}$ von 500 = _____



Erst 1% dann weiter ...

Wenn du 2%, 3% oder 5% von einer Menge berechnen willst, rechne zuerst den Wert von 1% aus.

Dafür musst du nur durch 100 dividieren. Danach kannst du mit 2, 3 ... multiplizieren.

Beispiel:
2% von 600 = ?
Rechne ...
1% von 600 = 6
und $2 \cdot 6 = 12$

Erst 10% dann weiter ...

Auch bei Prozentwerten in ganzen Zehnern funktioniert der Trick, erst 10% zu berechnen.

Beispiel:
20% von 600 = ?
Rechne ...
10% von 600 = 60
und $2 \cdot 60 = 120$

628 Berechne die eingefärbten Teile. Schreib jeweils dazu, wie viel Prozent der Teil entspricht.



B $\frac{1}{10}$ von 300 = 10% von 300 = 30

- a) $\frac{2}{10}$ von 300 = _____
- b) $\frac{5}{10}$ von 300 = _____



629 Schreib jeweils die Rechnung und bestimme den Wert des Anteils. ...→ Ü629

B 1% von 900 = 1% von 900 = 900 : 100 = 9

- a) 1% von 400
- b) 1% von 100
- c) 1% von 2 000
- d) 1% von 3 000
- e) 1% von 250
- f) 1% von 100
- g) 1% von 80
- h) 1% von 710
- i) 1% von 60
- j) 1% von 45
- k) 1% von 18
- l) 1% von 97

630 Berechne die gesuchten Anteile. ...→ Ü630

	B	a)	b)	c)	d)	e)
Das Ganze	100	100	900	200	4 000	7 000
1% davon	1	1				
2% davon	2	2				
5%	5	5				

631 Schreib jeweils die Rechnung und bestimme den Wert des Anteils. ...→ Ü631

B 10% von 700 = 10% von 700 = 700 : 10 = 70

- a) 10% von 600
- b) 10% von 900
- c) 10% von 4 000
- d) 10% von 1 000
- e) 10% von 320
- f) 10% von 150
- g) 10% von 980
- h) 10% von 610
- i) 10% von 30
- j) 10% von 19
- k) 10% von 75
- l) 10% von 84

Bei : **100** musst du das Komma um 2 Stellen verschieben.



Bei : **10** musst du das Komma um 1 Stelle verschieben.

RK **632** Berechne die gesuchten Anteile im Kopf. ...→ Ü632

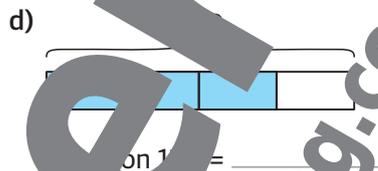
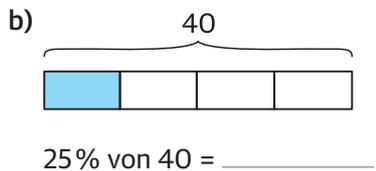
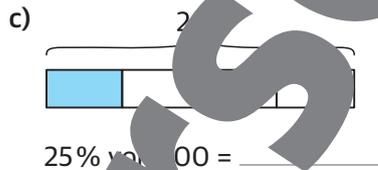
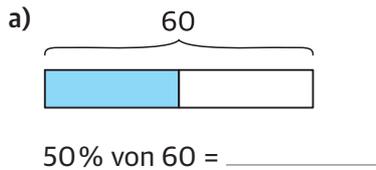
	B	a)	b)	c)	d)	e)
Das Ganze	800	900	60	20	5 000	7 000
10% davon	80					
20% davon	160					
50% davon	400					

RK **633** Berechne im Kopf. ...→ Ü633

- a) 10% von 2 400 = _____ d) 2% von 400 = _____
 b) 2% von 300 = _____ e) 20% von 500 = _____
 c) 20% von 90 = _____ f) 10% von 8 960 = _____

RK **634** Berechne im Kopf. ...→ Ü634

Erkläre, wie du gerechnet hast.



Viertel, Halbe
und Dreiviertel

- $\frac{1}{4} \triangleq 25\%$
- $\frac{1}{2} \triangleq 50\%$
- $\frac{3}{4} \triangleq 75\%$

MP **635** Berechne im Kopf. ...→ Ü635

- a) 25% von 100 = _____ g) 50% von 36 = _____
 b) 50% von 300 = _____ h) 50% von 6 = _____
 c) 25% von 12 = _____ i) 5% von 8 = _____
 d) 75% von 200 = _____ j) 25% von 400 = _____
 e) 25% von 60 = _____ k) 75% von 2 000 = _____

⊕ Denk dir selbst noch drei Aufgaben aus und löse sie.

MP **636** Berechne die gesuchten Anteile im Kopf. ...→ Ü636

- a) 2% von 150 = _____ g) 50% von 2,4 = _____
 b) 30% von 70 = _____ h) 3% von 10 = _____
 c) 4% von 200 = _____ f) 7% von 80 = _____ i) 20% von 75 = _____

⊕ Denk dir selbst noch drei Aufgaben aus und löse sie.

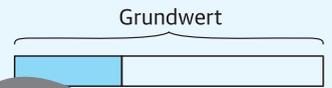
RK **637** Setze <, > oder = richtig ein. ...→ Ü637

- a) 10% von 50 1% von 100 d) 25% von 400 50% von 100
 b) 50% von 20 20% von 50 e) 75% von 200 1% von 600
 c) 2% von 300 50% von 10 f) 20% von 90 5% von 100

K3 Anteil berechnen



Als **Grundwert** bezeichnet man das Ganze. Der Grundwert entspricht immer 100%. Der **Anteil** bezeichnet einen Teil des Grundwertes. Er kann weniger, aber auch mehr als 100% entsprechen.

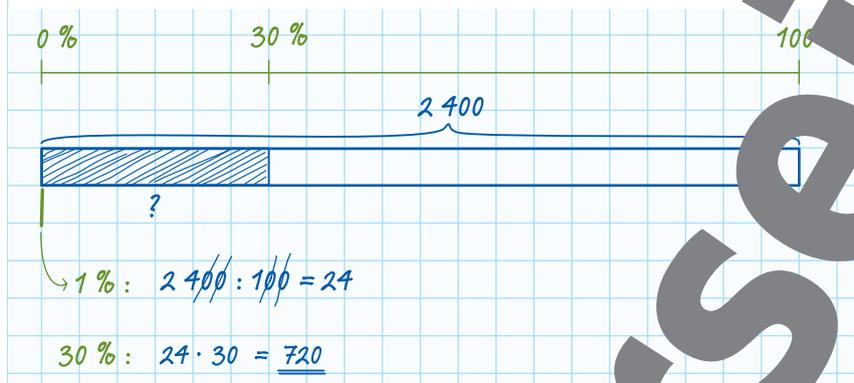


638 Zeichne Balkenmodelle und berechne dann die gesuchten Anteile.



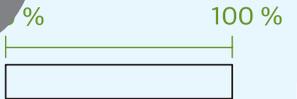
Zeichne den Balken für das Ganze jeweils 10 cm lang, dann entspricht 1% genau 1 mm.

B 30% von 2 400



- a) 20% von 2 400
- b) 15% von 4 800
- c) 42% von 650
- d) 95% von 310
- e) 67% von 97 000

Balkenmodelle als Hilfe für die Prozentrechnung



Über dem Balken, der die Werte der Aufgabe darstellt, zeichnest du einfach eine Prozentskala ein.

639 Berechne die gesuchten Anteile.

- a) 8% von 700
- b) 25% von 300
- c) 42% von 600
- d) 15% von 40
- e) 68% von 130
- f) 39% von 200
- g) 12% von 80
- h) 54% von 15,4
- i) 15% von 0,8

Wie viel ist 1%?

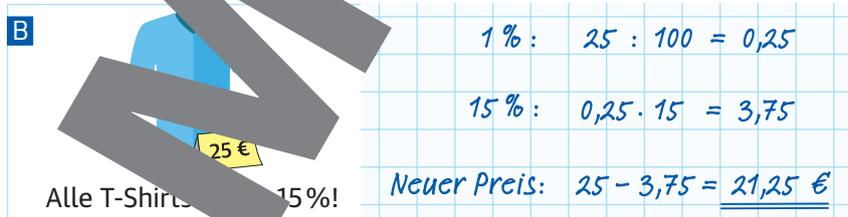
Beginne bei diesen Aufgaben immer mit dieser Frage. Sobald du den Wert berechnet hast, kannst du den Wert von z.B. 15% einfach ausrechnen, indem du mit 15 multiplizierst.

640 Bei diesen Einkäufen wird ein Preisnachlass gemacht. Berechne jeweils, wie viel Geld gespart wurde. Runde auf Cent.

- a) Du kaufst Kopfhörer um 45 € und bekommst einen Nachlass von 15%.
- b) Lisa kauft einen Fernseher um 120 €. Sie bekommt 20% Preisnachlass.
- c) Thomas kauft eine Waschmaschine um 177 €. Er bekommt 5% Nachlass.
- d) Ricardo kauft einen Computer für 150 €. Er bekommt 7% Nachlass.
- e) Olga kauft einen Partylautsprecher für 189 €. Sie bekommt 35% Nachlass.

641 Abverkauf

Berechne jeweils den neuen Preis.



- a) Alle Jacken minus 8%!
- b) Alle Hosen minus 5%!
- c) Alle Socken minus 20%!

Formel

$$A = \frac{G}{100} \cdot p$$

A ... Anteil
G ... Grundwert
p ... Prozentsatz

MP 642 Eine Spritzgussmaschine fertigt Gehäuse für Computermäuse. ...→ Ü642

Sie schafft pro Woche 6 200 Gehäuse.
Davon sind 50% schwarz, 30% weiß, 15% rot und der Rest grün.
Berechne die gefertigten Stückzahlen für jede Farbe.

Beruf:
Produktionstechnikerin,
Produktionstechniker



MP 643 Die Firma Tooth-Brush Inc. hat einen Auftrag erhalten. ...→ Ü643

Es geht um die Produktion von 270 000 Zahnbürsten.
30% des Auftrags fertigt die Firma in ihrer Zentrale in Irland,
25% in ihrer Fabrik in Spanien und den Rest in der Slowakei an.
Berechne, wie viele Zahnbürsten in jedem Land gefertigt werden.

Viele Dinge unseres
täglichen Gebrauchs
werden heute
maschinell gefertigt.

Fabriken haben meist
viele Maschinen.
Hier braucht es Leute,
die planen, wer wann
auf welcher Maschine
arbeitet.

MP 644 Beantworte die Fragen. ...→ Ü644

Eine Fabrik produziert 2 100 Kopfhörer pro Tag.
2% davon sind Ausschuss. Das bedeutet, sie haben einen Defekt
und können nicht verkauft werden.

- Wie viele defekte Kopfhörer werden täglich produziert?
- Wie viel Prozent der produzierten Ware sind in Ordnung?
- Wie viele funktionierende Kopfhörer werden täglich produziert?

MP 645 Die Firma Zahnbecher & Co. hat fünf Maschinen, die Kunststoffbecher in verschiedenen Formen und Größen herstellen. Berechne, wie viel Stück Ausschuss jede Maschine pro Tag erzeugt. ...→ Ü645

	a)	b)	c)	d)	e)
Becher pro Tag	6 000	7 000	8 000	950	12 000
davon Ausschuss	8%	4%	1%	6%	3%



RK 646 Berechne die gesuchten Anteile. ...→ Ü646

- | | | |
|-------------------|-----------------|----------------|
| a) 0,5% von 200 | d) 1,2% von 500 | g) 0,8% von 25 |
| b) 0,7% von 500 | e) 2,5% von 300 | h) 0,2% von 90 |
| c) 0,2% von 3 000 | f) 7,5% von 300 | i) 0,1% von 45 |

MP 647 Löse die Aufgabe. ...→ Ü647



Für eine neue Automarke wurden in einer Fabrik
in den letzten Monaten 17 000 Scheinwerfer gefertigt.
1,5% der produzierten Scheinwerfer waren Ausschuss.

- Wie viel Prozent der Scheinwerfer waren in Ordnung?
- Berechne die Stückzahl der guten Scheinwerfer.
- Ändere die Stückzahl so um, dass weniger als 1 000 Scheinwerfer Ausschuss sind. Welche verschiedenen Möglichkeiten?
- Erstelle eine Tabelle mit der Stückzahl der kaputten Scheinwerfer, wenn 1,5% von x Scheinwerfern kaputt sind.



VB 648 Kann man ...



10% von 50 ist das Gleiche wie 50% von 10.
Solche Rechnungen kann man einfach umdrehen.

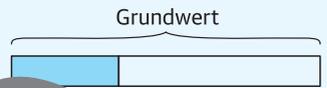


- Berechne die beiden Anteile aus Maries Behauptung. Hat sie Recht?
- Prüfe Maries Aussage auch noch mit anderen Zahlen. Stimmt ihre Behauptung?

K4 Grundwert berechnen



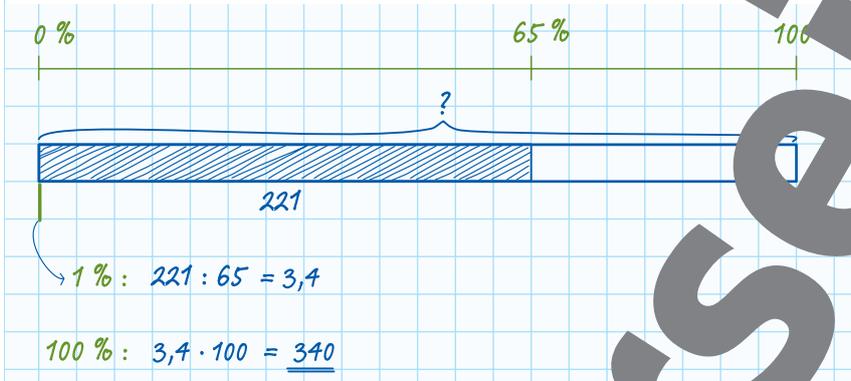
Als **Grundwert** bezeichnet man das Ganze. Der Grundwert entspricht immer 100%. Kennt man einen Anteil und den zugehörigen Prozentsatz, kann man zuerst den Wert von 1% bestimmen und dann daraus den Grundwert ausrechnen.



- DI **649** Zeichne Balkenmodelle und berechne dann die jeweiligen Grundwerte. Zeichne den Balken für das Ganze jeweils 10 cm lang, dann entspricht 1% genau 1 mm.



B 65% entsprechen 221.



- a) 20% entsprechen 460. c) 85% entsprechen 170.
b) 12% entsprechen 360. d) 56% entsprechen 140.

Grundwert \triangleq 100%

Der Grundwert entspricht immer 100%.

Formel

$$G = \frac{A}{p} \cdot 100$$

G ... Grundwert
A ... Anteil
p ... Prozentsatz

- RK **650** Berechne die Grundwerte zu den angegebenen Anteilen. ... → Ü650

- a) 5% entsprechen 40. d) 2% entsprechen 210.
b) 20% entsprechen 60. e) 8% entsprechen 120.
c) 15% entsprechen 90. f) 47% entsprechen 18,2

- MP **651** Achtung Läuse! ... → Ü651

Eine Schulärztin fährt von Schule zu Schule und untersucht die Kinder auf Kopfläuse. In ihrer Liste stehen sich für jede Schule:

- die Anzahl der betroffenen Kinder (Anteil)
- der Prozentsatz der Kinder mit Kopfläusen

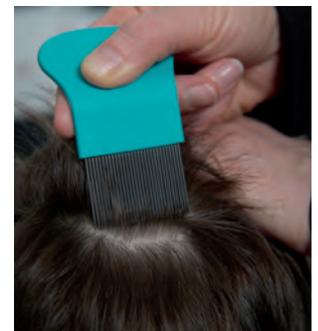
	Schule	Betroffene Kinder	Prozentsatz
a)	Binderschule	9	6%
b)	Marktschule	54	30%
c)	Wannschule	1	0,5%
d)	Ostschule	35	7%
e)	Südschule	42	25%

Berechne, wie viele Kinder insgesamt in die jeweilige Schule gehen.

- MP **652** Ben hat von 15 Kindern zum Klassensprecher gewählt. Das entspricht 20% der Stimmen. Wie viele Kinder gehen in Bens Klasse? ... → Ü652

- MP **653** Bei der letzten Mathematikschularbeit haben 3 Kinder ein Sehr Gut bekommen. Das entspricht 15% der Klasse. Wie viele Kinder gehen in diese Klasse? ... → Ü653

- MP **654** Heute sind 2 Kinder der 2b-Klasse krank. Das entspricht 8% der Klasse. Wie viele Kinder hat die 2b-Klasse? ... → Ü654



Läuse

Kopfläuse sind zwar harmlos, aber sehr unangenehm.

Ist man befallen, muss man seine Haare mit speziellem Shampoo waschen und die Bettwäsche regelmäßig wechseln.

MP 655 Heute Sonderpreise! Berechne jeweils, wie viel die Produkte zuvor gekostet haben. ...→ Ü655

Berechne jeweils, wie viel die Produkte zuvor gekostet haben.

Tipp: Zeichne ein Balkenmodell als Skizze, falls es dir hilft.

B Tennisschläger minus 30%; Aktionspreis: 74,90 €

0% P 70% 100%

Preis vorher

minus 30%

Aktionspreis 74,90 €

$74,90 : 70 = 1,07$

$1,07 \cdot 100 = 107$

Der Tennisschläger hat zuvor 107 € gekostet.

- a) Federballschläger minus 20%; Aktionspreis: 20 €
- b) Tennisbälle, 20er Pack minus 10%; Aktionspreis: 21,60 €
- c) Tennisschuhe minus 25%; Aktionspreis: 67,50 €
- d) Sporttasche minus 30%; Aktionspreis: 4,50 €
- e) Tischtennistisch minus 40%; Aktionspreis: 120 €
- f) Tischtennis-Schlägerset minus 15%; Aktionspreis: 25,50 €

RK 656 Berechne die Grundwerte zu den angegebenen Anteilen. Beachte die Einheiten und runde auf ganze Zahlen. ...→ Ü656

- a) 3% entsprechen 1,50 €.
- b) 14% entsprechen 16,8 kg.
- c) 27% entsprechen 21,6 m.
- d) 42% entsprechen 18,9 kg.
- e) 35% entsprechen 2 388,75 €
- f) 12% entsprechen 10,4 cm.

MP 657 Du kaufst ein neues Fahrrad. ...→ Ü657

Heute ist Aktionstag und du bekommst 10% Nachlass. Dadurch kostet dein Fahrrad nur 470 €. Wie viel Geld hast du durch die Aktion gespart?

MP 658 Löse die Aufgabe. ...→ Ü658

Leon kauft einen Rucksack, der um 20% verbilligt ist. „Durch das Angebot habe ich 8,85 € gespart“, sagt Leon. Wie viel hat Leon für den Rucksack bezahlt?

MP 659 Löse die Aufgabe. ...→ Ü659

Beim Kauf eines Autos bekommst du Müller 5% Rabatt. Sie bezahlt 19 000 €. Wie viel Geld hast du sich Müller durch den Rabatt gespart?

Rabatt

Das ist ein anderes Wort für Nachlass.

5% Rabatt bedeutet, dass der Preis um 5% gesenkt wird.

RK 660 Finde die Fehler. ...→ Ü660

20% von 65 machen 13. Mario sollte den Grundwert berechnen.

- a) Kreuze an: Was hat Mario falsch gemacht?
 - Zahl falsch abgeschrieben
 - falscher Rechenweg
 - Rechenfehler
- b) Löse die Aufgabe selbst richtig.

$1\% \text{ von } 65 = 0,65$

$20\% : 0,65 \cdot 20 = 13$

K5 Spiel: Prozent-Glücksrad



Mit diesem Spiel übst du das Kopfrechnen mit Prozenten.

MP **661** **SPIEL:** Prozent-Glücksrad (für 2-4 Personen)



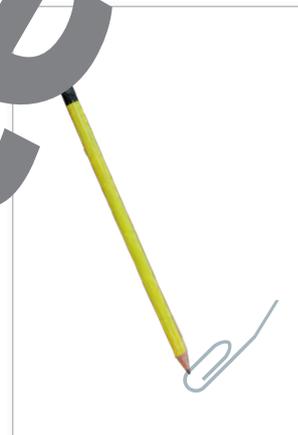
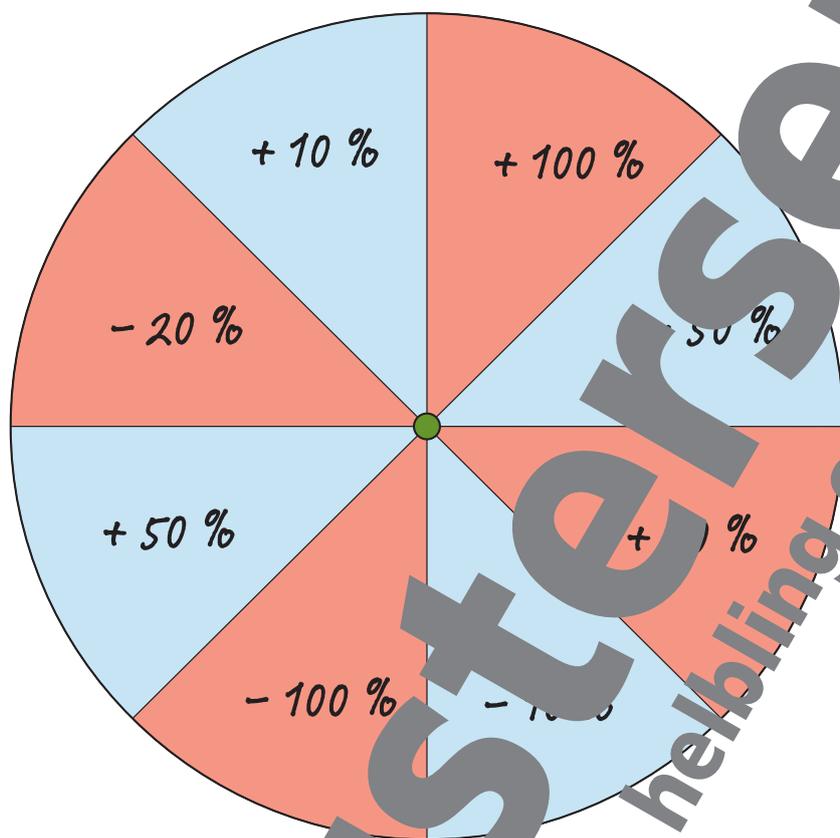
Spielvorbereitung:

Notizzettel, Büroklammer und Bleistift



Spielziel:

Wer nach fünf Runden das meiste Geld hat, hat gewonnen.



Verwende eine Büroklammer als Zeiger für das Glücksrad. Fixiere den Mittelpunkt mit einem Bleistift.



Spielbeginn:

Jedes Kind dreht zuerst einmal am Rad.
 rotes Feld: Starke Guthabenänderung
 blaues Feld: Schwache Guthabenänderung

weiterer Spielablauf (in der Gruppe, ein Kind nach dem anderen):

Dreh das Rad, wenn du an der Reihe bist.
 Führe die entsprechende Operation mit deinem Guthaben aus.

Beispiel:

Guthaben 300 €, Rad: + 50 %
 50 % von 300 € = 150 €
 300 € + 150 € = 450 €
 → Dein neues Guthaben beträgt 450 €.

Guthaben 450 €, Rad: -10 %
 10 % von 450 € = 45 €
 450 € - 45 € = 405 €
 → Dein neues Guthaben beträgt 405 €.

K6 Prozentsatz berechnen



Der **Prozentsatz** gibt das Verhältnis vom Anteil zum Grundwert an.
90 von 100 Kindern entsprechen einem Prozentsatz von 90 %.

MP **662** Abverkauf!
Berechne jeweils, wie viel Prozent der Nachlass entspricht.



B



Nachlass: $A = 25 - 19 = 6 \text{ €}$

$$p = \frac{A \cdot 100}{G} = \frac{6 \cdot 100}{25}$$

$$p = 600 : 25 = \underline{24}$$

Der Nachlass entspricht 24 %.

Formel

$$p = \frac{A \cdot 100}{G}$$

p ... Prozentsatz
A ... Anteil
G ... Grundwert

a)



b)



c)



RK **663** Berechne jeweils den Prozentsatz.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Grundwert	50	75	80	80	25	60
Anteil	3	15	4	12	12	21
Prozentsatz						

RK **664** Berechne jeweils den Prozentsatz. Arbeite mit einem Taschenrechner oder einem Programm, runde jeweils auf eine Nachkommastelle. ...→ Ü664



	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Grundwert	750	612	5	974	4 869	18 433
Anteil	265	61	1	76	925	433
Prozentsatz						

MP **665** In eine Klasse gehen 70 Kinder. Heute sind 4 Kinder krank. Wie groß ist der Anteil der Kinder in Prozent? ...→ Ü665

MP **666** In der Garderobe stehen 50 Schränke. 3 Schränke sind noch frei. Wie viel Prozent der Schränke sind frei? ...→ Ü666

MP **667** Ein Pullover kostete 70 € nur 59,50 €. Um wie viel Prozent ist der Pullover jetzt billiger? ...→ Ü667

MP **668** Ein Taschenrechner kostet im Angebot nur mehr 28,90 € anstatt 34 €. Um wie viel Prozent wurde der Taschenrechner verbilligt? ...→ Ü668

DI **669** Ergänze den Satz. Erkläre.



Wenn der Grundwert gleich bleibt und der Anteil größer wird, wird der Prozentsatz _____ (größer/kleiner).

Überlege bei jeder Aufgabe zuerst, was der Grundwert G und was der Anteil A ist.



K7 Gemischte Aufgaben



In diesem Lernschritt rechnest du manchmal auch mit Anteilen, die größer als 100% sind. Die Aufgaben sind gemischt, du musst also abwechselnd Grundwert, Prozentsatz oder Anteil berechnen.

MP 670 Firma Windmill & Co verkauft Windräder für Einfamilienhäuser. Die Firma hat letztes Jahr 24 320 Windräder verkauft. Dieses Jahr möchte die Firma um 35% mehr Windräder verkaufen.



a) Wie viele Windräder wären das für dieses Jahr? Nutze die Skizze und erkläre, wie du rechnest.



b) Die Firma Windrad-4-U verkauft ebenfalls Windräder. Sie möchte den Umsatz von 6 750 Verkäufen im letzten Jahr um 40% steigern. Wie viele Windräder muss Windrad-4-U verkaufen, um dieses Ziel zu erreichen?

Merkmale als 100%

Man kann entweder den Teil, der über 100% ist, extra berechnen oder gleich mit einem Prozentsatz p in der Formel arbeiten, der größer als 100 ist.

Beispiel:

150% von 60:

$$p = 150; G = 60$$

$$A = \frac{G}{100} \cdot p$$

$$A = \frac{60}{100} \cdot 150$$

$$A = 90$$

MP 671 Eine Firma hat letztes Jahr 4 200 Fahrräder verkauft. 10% dieser Räder waren E-Bikes. Wie viele waren das? ...→ Ü671

MP 672 Du kaufst ein Fahrrad. ...→ Ü672

Der Preis beträgt eigentlich 680 €, aber du bekommst einen Nachlass und bezahlst nur 578 €. Wie viel Prozent betrug der Nachlass?

MP 673 In einer technischen Schule sind rund 42% Mädchen, das sind 270 Mädchen. Wie viele Schülerinnen und Schüler sind insgesamt in diese Schule? Runde sinnvoll. ...→ Ü673

⊕ Denk dir eine ähnliche Aufgabe mit geeigneten Zahlen aus und löse sie.

MP 674 Bei der Wahl der Schulsprecherin und des Schulsprechers wurden insgesamt 650 Stimmen wie auf der Tabelle abgegeben. Ergänze jeweils die Zahl der Stimmen oder den Prozentsatz in der Tabelle. Runde auf ganze Zahlen. ...→ Ü674

	Zahl Stimmen	in Prozent
Andechser	78	
Márton Bence		8%
Ramsauer	104	
Svoboda	377	
Trauner Anne		6%

MP 675 Ein Team hat 16 von 20 Spielen in einer Saison gewonnen. Welchen Prozentsatz der Spiele haben sie gewonnen? ...→ Ü675

MP 676 Ein Auto wird mit einem Preisnachlass von 10% verkauft und kostet nun 22 500 €. Wie viel betrug der ursprüngliche Preis? ...→ Ü676

MP **677** Eine Riesenpizza ist in 16 Stücke geschnitten. ...→ Ü677
 Wenn eine Person 5 Stücke isst,
 wie viel Prozent der Pizza bleiben noch übrig?

MP **678** Besucherzahlen ...→ Ü678
 Die Tabelle zeigt die Besucherzahlen verschiedener städtischer Museen
 des Vormonats und wie sie sich für diesen Monat verändert haben.
 Berechne jeweils die Zahlen für diesen Monat.
 Hinweis: Der Vormonat entspricht 100 %, ist also der Grundwert.

	Zahl Vormonat	Veränderung in Prozent	Zahl Monat
a) Historisches Museum	2 859	minus 10%	
b) Naturkundemuseum	4 820	plus 5%	
c) Kunstmuseum	6 365	plus 12%	
d) Spielzeugmuseum	1 904	minus 5%	
e) Heimatmuseum	3 625	plus 7%	

⊕ Denk dir selbst drei Museen aus, mit Besucherzahlen im Vormonat
 und prozentueller Veränderung für den aktuellen Monat.

MP **679** Bei einem Test beantwortet Lisa 68 von 80 Fragen richtig. ...→ Ü679
 Welchen Prozentsatz der Fragen hat sie richtig beantwortet?

MP **680** Peter handelt mit Segelbooten. ...→ Ü680
 Letzten Monat hat er ein Boot gekauft und um 25% mehr als seinen eigenen Kaufpreis für ein Boot gekauft.
 Sein Gewinn betrug dabei 7 125 €.
 a) Wie viel Geld hat Peter für das Segelboot selbst bezahlt?
 b) Um wie viel Geld hat Peter das Segelboot für verkauft?

MP **681** Ein Geschäft hat dieses Jahr 400 Handys verkauft. ...→ Ü681
 Das waren um 35% mehr als im letzten Jahr.
 Wie viele Handys hat dieses Geschäft im letzten Jahr verkauft?

MP **682** Du möchtest sechs Hefte kaufen. ...→ Ü682
 Ein Heft kostet 2,80 €.
 Angebot 1: „7% Rabatt“ Angebot 2: „2+1 Gratis“
 a) Welches Angebot ist besser?
 b) Ändere Angebot 1, so dass sich die Entscheidung aus a) ändert.

MP **683** In einer Klasse von 20 Schülern sind 40% Mädchen. ...→ Ü683
 Davon haben 30% kurze Haare.
 Wie viele Schüler mit kurzen Haaren gibt es in der Klasse?

MP **684** Reptilien-Zoo
 Der Zoodirektor sagt: „Nur 10% unserer Schlangen sind giftig.
 Davon stammen 30% aus Australien.“
 Wie viele Schlangen leben in dem Zoo,
 wenn der Zoo sechs Giftschlangen aus Australien hat?



K8 Schnell-Rechnen

Anteile kannst du ganz schnell und direkt berechnen, indem du den Prozentsatz als Dezimalzahl anschreibst und den Grundwert damit multiplizierst.

MP 685 Bei einer Umfrage zum Thema Haustiere wurden 2 600 Personen befragt. 35% nannten „Hund“ als ihr Lieblingstier. Wie viele Personen waren das?



Fine, Ernie und Bert haben die Aufgabe unterschiedlich gelöst:

1% : $2\ 600 : 100 = 26$
 35% : $26 \cdot 35 = \underline{910}$

Bert
 $A = \frac{G}{100} \cdot p = \frac{2\ 600}{100} \cdot 35$
 $A = 26 \cdot 35 = \underline{910}$

Fine
 $A = 2\ 600 \cdot 0,35 = \underline{910}$ Ernie

Beispiel
 75% von 260
 $\rightarrow 260 \cdot 0,75 = \underline{195}$

- a) Vergleiche die Rechenwege und finde jeweils Vor- und Nachteile.
- b) 30% der Befragten nannten „Katze“ als Lieblingstier. Berechne die Zahl dieser Personen auf zwei verschiedene Arten.

DI 686 Welche Multiplikation passt zu welchem Prozentsatz? Verbinde.



· 0,15 · 0,8 · 0,3 · 0,01 · 0,99
 80% 15% 3% 100%

RK 687 Berechne die Anteile. ... → Ü687

- a) 42% von 600 d) 60% von 500 g) 85% von 700
- b) 15% von 840 e) 75% von 900 h) 6% von 5 900
- c) 3% von 980 f) 20% von 1200 i) 12% von 400

MP 688 Die Tabelle zeigt die Ergebnisse einer Wahl. ... → Ü688

Berechne zu jeder Partei die Anzahl der Stimmen, die sie bekommen hat. Insgesamt wurden 68 510 Stimmen abgegeben. Runde sinnvoll.

Partei A	Partei B	Partei C	Partei D	Partei E
16%	30%	47%	7%	23%

MP 689 Modell A einer Marke kostet 250 €. ... → Ü689
 Modell B kostet 5% mehr. Wie viel kostet Modell B?

- a) Erkläre, wie du das Problem gelöst hast. $34\ 250\ € \cdot 1,05 = \underline{35\ 962,50\ €}$
- b) Löse das Problem, allerdings mit 32 780 € als Preis für Modell A und 5% mehr als Preis für Modell B.

MP 690 Eine Firma erhöht die Preise einiger Produkte. ... → Ü690
 Berechne jeweils den neuen Preis. Runde auf zwei Nachkommastellen.

	Produkt A	Produkt B	Produkt C	Produkt D
Grundpreis	650 €	1 240 €	880 €	13 889 €
Aufschlag	12%	15%	9%	10%
Neuer Preis				



CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK **691** Wandle die angegebenen Bruchzahlen in Prozentzahlen um.

- a) $\frac{5}{100} \hat{=} \underline{\hspace{2cm}}$ b) $\frac{45}{100} \hat{=} \underline{\hspace{2cm}}$ c) $\frac{60}{100} \hat{=} \underline{\hspace{2cm}}$

RK **692** Wandle die angegebenen Prozentzahlen in Dezimalzahlen um.

- a) $42\% \hat{=} \underline{\hspace{2cm}}$ b) $3\% \hat{=} \underline{\hspace{2cm}}$ c) $90\% \hat{=} \underline{\hspace{2cm}}$

RK **693** Berechne im Kopf.

- a) 10% von $600 = \underline{\hspace{2cm}}$ b) 2% von $700 = \underline{\hspace{2cm}}$

RK **694** Berechne die gesuchten Größen.

- a) 12% von 650
 b) 3% entsprechen 72 .
 Berechne den Grundwert.
 c) Welcher Prozentsatz entspricht dem Anteil von 60 ?

MP **695** Ein Fahrrad kostet 350 €. Im Sommerschlussverkauf ist es um 20% billiger. Berechne den neuen Preis.

MP **696** Ein Auto wird mit einem Preisnachlass von 5% verkauft und kostet nun $21\,850$ €. Wie viel betrug der ursprüngliche Preis?

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

MP **697** Eine Firma produziert $15\,000$ Becher. Davon sind 63% rot und der Rest blau. Wie viele blaue Becher wurden produziert. Berechne und kreuze alle richtigen Ergebnisse an.

- 37% 63% 37%
 945 $5\,550$ $9\,450$

MP **698** In einem Haus wohnen 68 Personen. Drei Viertel der Menschen haben täglich den Aufzug.

- a) Wie groß ist der Anteil der Menschen in Prozent?
 b) Wie viele Menschen sind das?

MP **699** Wie hoch ist Luftfeuchtigkeit?

Luftfeuchtigkeit $2\,633$ €.
 Sie bekommt eine Gehaltserhöhung um $4,5\%$.

MP **700** Osterschokolade Abverkauf

Eine Woche nach Ostern werden alle Osterschokoladen um 30% verbilligt angeboten. Zwei Wochen danach werden die bereits verbilligten Preise noch einmal um 50% reduziert. Hanna kauft Osterschokolade um $13,30$ €. Wie viel hätte der Einkauf vor den Preisreduktionen gekostet?



Negative Zahlen



Negative Zahlen werden wir in allen Temperaturangaben verwenden. Wenn die Temperatur unter Grad Celsius fällt, bezeichnen die Minusgrade. Dieser Polarfuchs ist mit seinem dicken Fell für so ein Wetter gerüstet. Wir Menschen hingegen brauchen gute Kleidung und beheizte Häuser, um zu überleben.

MP 701 Wenn bei uns Sommer ist, ist in Italien Winter.



- a) Erkläre, was die Jahreszeiten in der Lage eines Landes auf der Erde zu tun haben.
- b) Male die Länder...

rot = Jahreszeiten von Österreich

blau = Jahreszeiten umgekehrt (wenn bei uns Sommer ist, ist dort Winter ...)

gelb = keine Jahreszeiten

<input type="text"/>	<input type="text" value="Argentinien"/>	<input type="text" value="Australien"/>	<input type="text" value="USA"/>
<input type="text" value="Türkei"/>	<input type="text" value="Kenia"/>	<input type="text" value="Ukraine"/>	<input type="text" value="Indonesien"/>

In diesem Kapitel lernst du negative Zahlen kennen, wie man sie auf der Zahlengeraden darstellt, der Größe nach vergleicht und rundet.

Außerdem wirst du einfache Kopfrechnungen mit positiven und negativen Zahlen machen.

Das Koordinatensystem wird erweitert, wodurch du negative Zahlen auch in der Geometrie anwenden wirst.



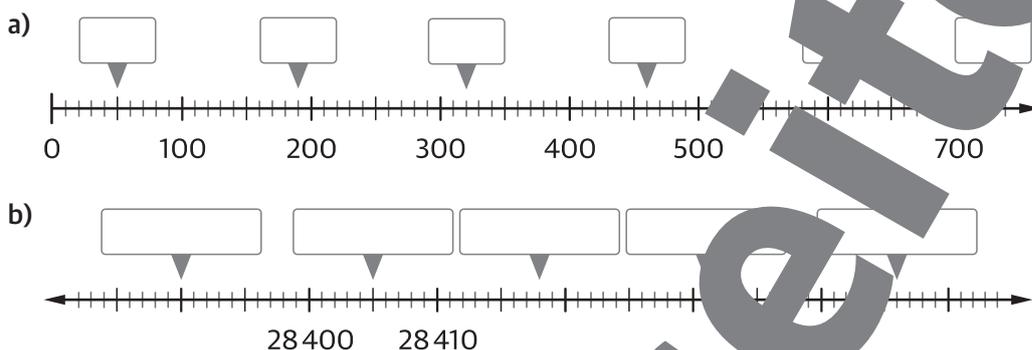
WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Natürliche Zahlen

Wie gut kannst du das noch?



702 Beschrifte die markierten Zahlen.



703 Welche Zahl ist ...

- a) um 1 kleiner als 50? _____ c) 10 größer als 6 830? _____
 b) um 2 kleiner als 400? _____ d) um 1 kleiner als 5 000? _____

704 Setze $<$, $>$ oder $=$ richtig ein.

- a) 82 28 c) 70 68 e) $25\,922$ $700\,000$
 b) 399 $1\,250$ d) 6 68 f) $962\,588$ $406\,999$

Koordinatensystem

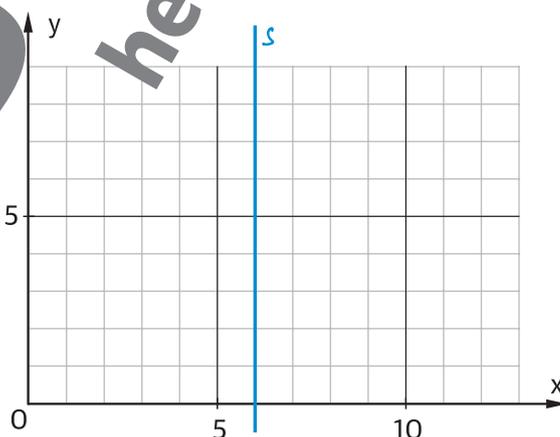
Wie gut kannst du das noch?



705 Gegeben ist das Viereck ABCD

A (0|2), B (6|1), C (4|7), D (0|7)

- a) Zeichne das Viereck in das abgebildete Koordinatensystem ein.
 b) Spiegle das Viereck an der y-Achse.



706 Beantworte die Fragen. Kreuze an.

- a) In welchem Winkel stehen die x- und die y-Achse aufeinander?
 90° 180° 360°
- b) Wo liegt der Punkt (0|3)?
 auf der x-Achse auf der y-Achse auf keiner der Achsen

L1 Einführung - Temperatur

 Ist es wärmer als 0 °C, sprechen wir von **Plusgraden**. Im Sommer hat es zum Beispiel +28 °C. (sprich: „plus 28 Grad Celsius“) Pluszahlen nennen wir auch **positive Zahlen**.

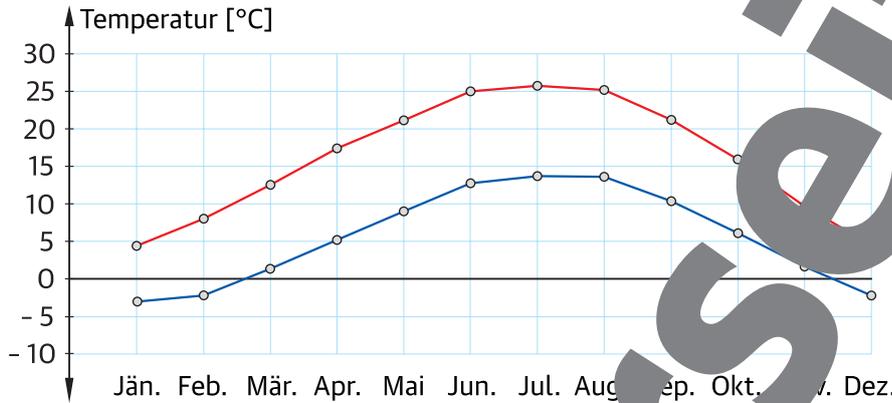
Ist es kälter als 0 °C, sprechen wir von **Minusgraden**. Im Winter hat es zum Beispiel -10 °C. (sprich: „minus 10 Grad Celsius“) Minuszahlen nennen wir auch **negative Zahlen**.

MP
DI



707 Das Diagramm zeigt die durchschnittlichen Temperaturen in Innsbruck. Die rote Linie zeigt die Höchsttemperaturen, die blaue die Tiefsttemperaturen.

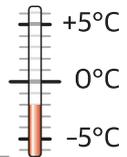
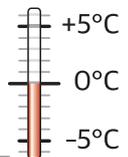
Quelle: ZAMG, 30-jährige Mittelwerte 1991-2020



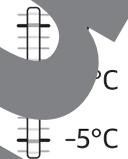
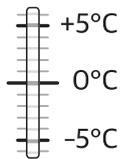
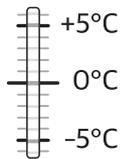
- In welchen Monaten ist die durchschnittliche Temperatur unter Null?
- Wie groß ist in etwa der Unterschied zwischen Höchst- und Tiefsttemperatur üblicherweise?
- Findet selbst noch drei Fragen zu dem Diagramm und beantwortet sie.
- Sucht nach einem Klimadiagramm von Ushuaia (Argentinien) und vergleiche.



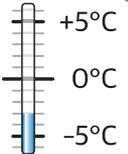
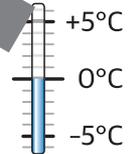
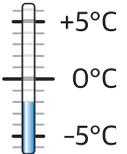
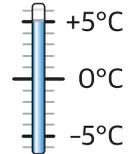
DI **708** Lies an den Thermometern jeweils die Temperatur (Grad Celsius °C) ab. → Ü708

a)  b)  c)  d) 

DI **709** Zeichne die angegebenen Temperaturen ein. → Ü709

a)  b)  c)  d) 

DI **710** Gib den Temperaturunterschied zwischen Nacht und Tag in Grad Celsius (°C) an. → Ü710

a) Nacht  Tag 
 b) Nacht  Tag 

Unterschied: _____

Unterschied: _____

Klima versus Wetter

Wenn wir vom Wetter, sprechen wir über die nächsten oder letzten paar Tage. Das Klima beschreibt das durchschnittliche Wetter über längere Zeitspannen von Jahren bis zu Jahrtausenden.

Grad Celsius (°C)



Das Grad Celsius (°C) ist eine Maßeinheit für die Temperatur, die nach den folgenden Eigenschaften von Wasser eingeteilt wurde:

- 0 °C: Wasser gefriert zu Eis
- 100 °C: Wasser beginnt zu kochen

DI **711** Ordne die Temperaturen von der kältesten bis zur wärmsten. ...→ Ü711

- a) -2 °C | $+1\text{ °C}$ | -10 °C
- b) $+32\text{ °C}$ | -16 °C | -5 °C
- c) $+5\text{ °C}$ | 0 °C | -1 °C
- d) $+15\text{ °C}$ | -7 °C | $+4\text{ °C}$

DI **712** In der Vorarlberger Gemeinde Braz hatte es an einem Morgen -1 °C→ Ü712

Gib an, wie hoch die Temperatur war, wenn es im Verlaufe des Tages ...

- a) um 3 Grad kälter wurde.
- b) um 3 Grad wärmer wurde.
- c) um 5 Grad wärmer wurde.
- d) um 5 Grad kälter wurde.

MP VB **713** Das kälteste Dorf der Erde ist das russische Oimjakon.



Die tiefste dort je gemessene Temperatur betrug $-67,8\text{ °C}$. Der Winter dauert 9 Monate. Im Sommer kann es dennoch über $+30\text{ °C}$ haben. Die höchste in Oimjakon je gemessene Temperatur betrug $+34,6\text{ °C}$.

Quelle: Wikipedia



- a) Berechne den Temperaturunterschied zwischen der tiefsten und der höchsten Temperatur, die in Oimjakon je gemessen wurde.
- b) Diskutiert die Fragen und ratet, so gut ihr könnt, bei welchen Aussagen die Antworten richtig sind. Prüft eure Lösungen dann mit Hilfe des Internets.

	wahr	falsch
Milch wird in Eisblöcken gelagert.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Ab -52 °C ist schulfrei.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Den Menschen reicht dünne Kleidung, weil sie sich wärmt sind.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
In Oimjakon werden jakutische Wildpferde gezüchtet.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
In Oimjakon wachsen besonders schmackhafte Apfelsorten und Birnen.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

MP **714** Wandle die angegebenen Temperaturen von Grad Celsius ($^{\circ}\text{C}$) in Grad Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) bzw. in Kelvin (K) um.

Verwende die folgenden Formeln:

$$T_F = T_C \cdot 1,8 + 32 \quad T_K = T_C + 273,15$$

Hinweis: T_C ... Temperatur in Grad Celsius ($^{\circ}\text{C}$),
 T_F ... Temperatur in Grad Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$),
 T_K ... Temperatur in Kelvin (K)

	typische Temperatur im Winter	typische Temperatur im Sommer	Körpertemperatur des Menschen	Siedepunkt von Wasser
T_C	-5 °C	$+25\text{ °C}$	$+37\text{ °C}$	$+100\text{ °C}$
T_F	23 °F			
T_K	272 K			

MP **715** Ordne zu, wo die angegebenen Temperatureinheiten hauptsächlich verwendet werden.



Celsius

Kelvin

Fahrenheit

USA

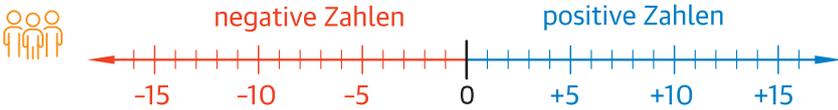
Europa

bei physikalischen Berechnungen

L2 Zahlengerade, Ordnen und Vergleichen

Erweitert man den Zahlenstrahl nach links um die negativen Zahlen, so hat er keinen Anfangspunkt mehr. Somit wird der Zahlenstrahl zur **Zahlengeraden**, die links und rechts unendlich weitergeht.

DI 716 Nennt abwechselnd Zahlen und zeigt sie auf der Zahlengeraden.



VB 717 Wer hat recht? Begründe.

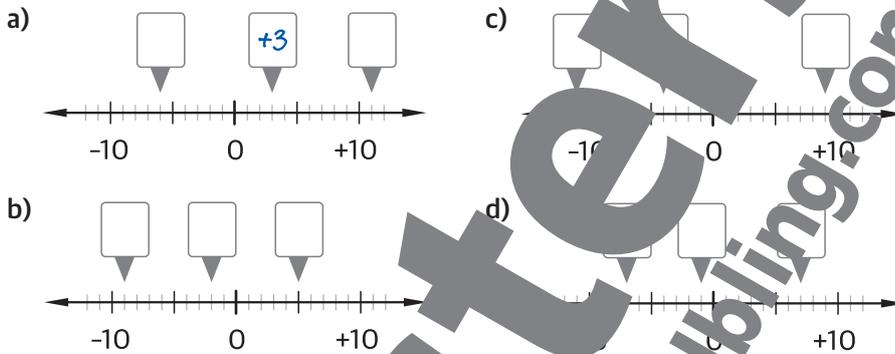
Tom hat recht.

Lisa hat recht.

Zahlen vergleichen

Negative Zahlen sind kleiner als positive Zahlen.
Allgemein gilt:
Je weiter links eine Zahl auf der Zahlengeraden ist, desto kleiner ist sie.

DI 718 Beschrifte die markierten Zahlen.



DI 719 Markiere die angegebenen Zahlen auf der Zahlengerade.



DI 720 Ordne die Zahlen von den kleinsten bis zur größten.

- a) +3 | -12 | -18 | -25
- b) -4 | +4 | -12 | -18
- c) +12 | 0 | -18 | -5
- d) -285 | +258 | -105 | -93

RK 721 Setze <, > oder = richtig ein.

- a) $-5 \bigcirc -4$
- b) $+3 \bigcirc -3$
- c) $-9 \bigcirc 0$
- d) $-12 \bigcirc -21$
- e) $+15 \bigcirc -16$
- f) $-15 \bigcirc +16$
- g) $-20 \bigcirc -1$
- h) $0 \bigcirc -35$
- i) $-9 \bigcirc -9$

L3 Addition und Subtraktion

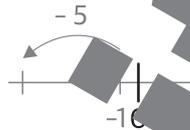
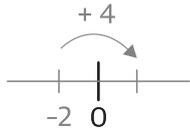
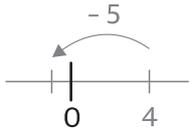


Addition und Subtraktion kann man sich als Schritte auf der Zahlengeraden vorstellen. Bei Plus geht man Schritte nach rechts, bei Minus nach links.

728 Löse die Rechnungen mit Hilfe der Rechenstrich-Skizzen.



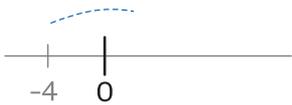
- a) $4 - 5 =$ _____ b) $-2 + 4 =$ _____ c) $-1 - 5 =$ _____



729 Ergänze die Rechenstrich-Skizzen und löse die Aufgaben.



- a) $-4 + 14 =$ _____ c) $10 - 15 =$ _____

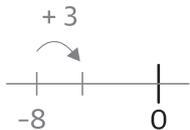


- b) $-2 - 5 =$ _____ d) $-3 + 10 =$ _____

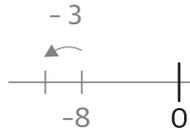
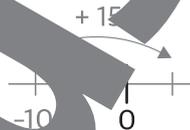
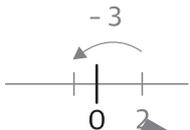


730 Schreib die passenden Rechnungen an und führe die Rechnung durch. ... → Ü730

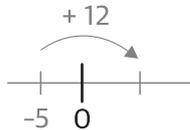
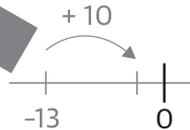
- a) _____ d) _____ g) _____



- b) _____ e) _____ h) _____



- c) _____ f) _____ i) _____



731 Zeichne passende Skizzen zu den Aufgaben. Führe dann die Rechnungen durch. ... → Ü731



- a) $3 - 5$ d) $-4 + 7$ g) $4 - 8$ j) $0 - 12$
 b) $0 - 4$ e) $-1 + 3$ h) $-10 + 7$ k) $-3 - 5$
 c) $2 - 10$ f) $-2 - 4$ i) $-5 + 5$ l) $6 - 10$

⊕ Finde selbst noch fünf Rechnungen. Stell jede auf einem Rechenstrich dar und führe die Rechnung durch.

Rechenstrich

Der Rechenstrich ist ein Hilfsmittel, damit du dir Rechnungen besser vorstellen kannst.

Du musst ihn nicht genau zeichnen, er dient nur als Skizze. Zeichne auch nur das ein, was du wirklich brauchst.

Zeichenreihenfolge:

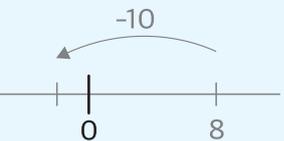
1. Rechenstrich zeichnen



2. Ausgangszahl einzeichnen



3. Operationspfeil einzeichnen



DI **732** Finde die gesuchten Zahlen. ... → Ü732

Welche Zahl ist ...

- a) um 1 kleiner als -4? _____ e) um 10 kleiner als 5? _____
 b) um 2 größer als -10? _____ f) um 10 kleiner als -2? _____
 c) um 3 kleiner als 0? _____ g) um 10 größer als -30? _____
 d) um 1 größer als -7? _____ h) um 100 kleiner als 0? _____

RK **733** Schreib die passenden Rechnungen an und führe sie durch. ... → Ü733

- a) Berechne die Summe aus -5 und +5. c) Zieh 6 von der Zahl ab.
 b) Subtrahiere 3 von der Zahl -6. d) Addiere 4 zur Zahl -6.

RK **734** Ergänze die fehlenden Zahlen. ... → Ü734

- a) $6 - \underline{\quad} = -4$ d) $-18 - \underline{\quad} = -23$ g) $50 - \underline{\quad} = -10$
 b) $-3 + \underline{\quad} = 0$ e) $-27 + \underline{\quad} = -19$ h) $-3 - \underline{\quad} = \underline{\quad}$
 c) $-8 - \underline{\quad} = -10$ f) $5 - \underline{\quad} = -10$ i) $28 - \underline{\quad} = 105$

RK **735** Setze <, > oder = richtig ein. ... → Ü735

- a) $5 - 10$ $-2 - 5$ d) $-2 - 8$ $-5 + 5$ g) $4 - 10$ $-12 + 6$
 b) $0 - 8$ $8 - 0$ e) $2 - 11$ $-11 + 2$ h) $-9 + 2$ $-5 + 7$
 c) $-2 + 6$ $-4 - 8$ f) $-5 + 3$ $-2 - 1$ i) 1 $1 - 1$

VB **736** Gegeben ist die Gleichung $x - y = z$.



Wenn y größer als x ist, was kann man dann über das Ergebnis z sagen?
 Kreuze an und erkläre.

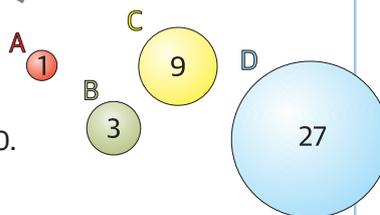
- $z > 0$ $z < 0$ kann man nicht sagen

MP **737** Zahlenblasen



Stell dir vor, du hast von jeder der vier Zahlenblasen genau zwei Stück.
 Mit verschiedenen Kombinationen dieser Blasen kannst du verschiedene Zahlen erstellen.

Beispiele: $A - D = -26$
 $C - B - B = +3$



- a) Die größte Zahl, die man erstellen kann, lautet +80.
 Welche Blasen braucht man dafür?
 b) Die kleinste Zahl, die man erstellen kann, lautet -78.
 Welche Blasen braucht man dafür?
 c) Erstelle die Zahlen +4, +7 und +16 mit Hilfe der verfügbaren Blasen.
 d) Kann man alle Zahlen von -78 bis +80 mit den verfügbaren Blasen erstellen?
 Stell deine Ergebnisse in Form einer Tabelle dar.

MP **738** -2 005



Subtrahiert man die Summe von 5 aufeinanderfolgenden Zahlen von 0,
 ist das Ergebnis -2 005.
 Wie lauten die Zahlen?

L4 Erweiterung Koordinatensystem

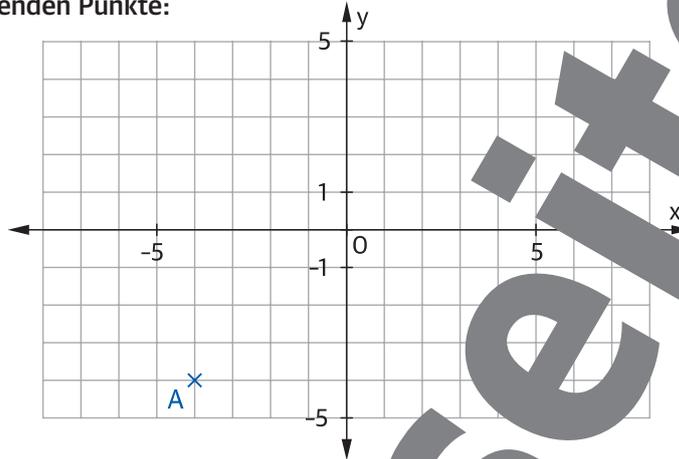


Erweitert man die x- und die y-Achse um die negativen Zahlen, kann man auch Punkte mit negativen Koordinaten ins Koordinatensystem einzeichnen.

D1 **739** Gegeben sind die folgenden Punkte:



- A (-4|-4)
- B (2|-4)
- C (4|-1)
- D (2|-2)
- E (3|2)
- F (1|-1)
- G (-1|4)
- H (-3|-1)
- I (-5|2)
- J (-4 |-2)
- K (-6|-1)

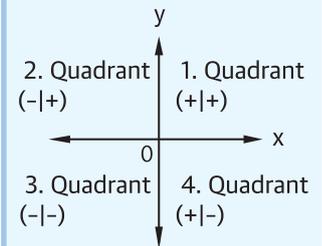


- a) Zeichne die Punkte in das Koordinatensystem ein.
- b) Verbinde die Punkte nach dem Alphabet. Verbinde auch A und B. Was zeigt die Figur?
- c) Kreuze an, in welchem Quadranten die Punkte jeweils liegen.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1. Quadrant	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Quadrant	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Quadrant	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>									
4. Quadrant	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Erweiterung des Koordinatensystems: Quadranten (= Viertel)

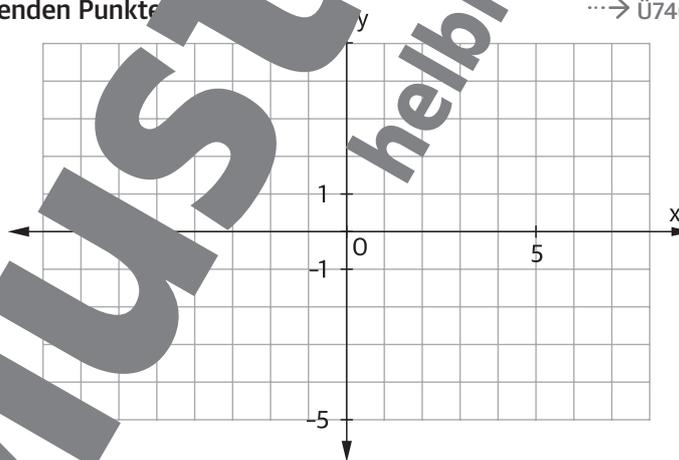
Um sich besser orientieren zu können, teilt man das erweiterte Koordinatensystem in 4 Quadranten ein, die sich durch ihr Vorzeichen bei den Koordinaten voneinander unterscheiden:



D1 **740** Gegeben sind die folgenden Punkte

... → Ü740

- A (1|5)
- B (1|-1)
- C (6|1)
- D (-6|-4)
- E (5|-4)
- F (7|-1)
- G (-7|-2)
- H (-1|5)
- I (-1|-1)
- J (-7|-1)

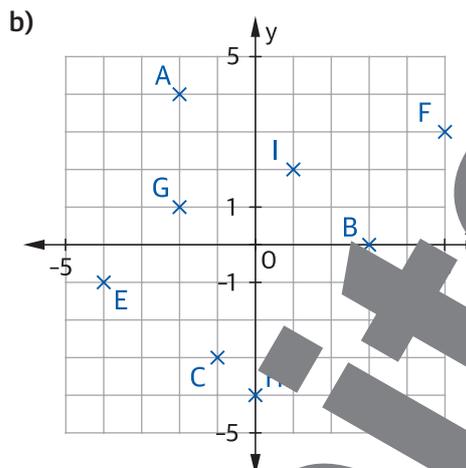
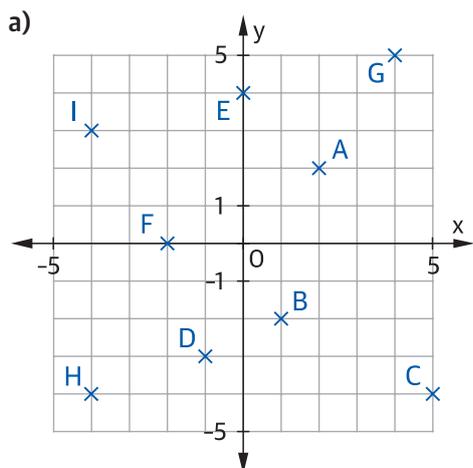


- a) Zeichne die Punkte in das Koordinatensystem ein.
- b) Verbinde die folgenden Punkte: A-B-C, D-E-F-G, H-I-J. Was zeigt die Figur?
- c) Kreuze an, in welchem Quadranten die Punkte jeweils liegen.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1. Quadrant	<input type="checkbox"/>									
2. Quadrant	<input type="checkbox"/>									
3. Quadrant	<input type="checkbox"/>									
4. Quadrant	<input type="checkbox"/>									

DI 741 Gib die Koordinaten der Punkte an.

... → Ü741

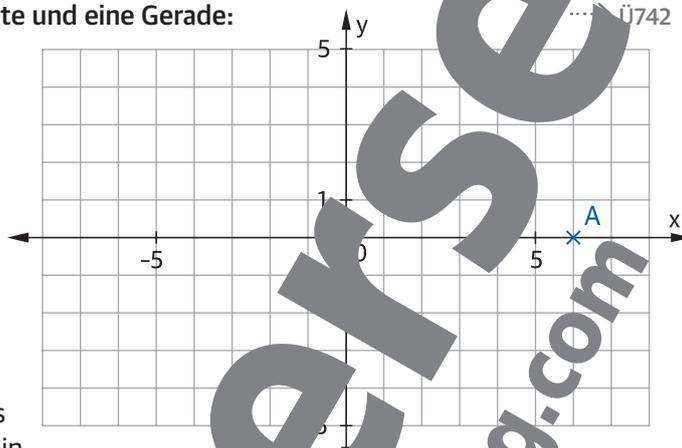


RK DI 742 Gegeben sind fünf Punkte und eine Gerade:

... → Ü742

- A (6|0)
- B (-1|4)
- C (2|3)
- D (-2|-4)
- E (-7|-4)

Gerade
g [I (-5|-3), II (7|3)]



- a) Zeichne die Punkte und die Gerade in das Koordinatensystem ein.
- b) Spiegle die Punkte A bis E an der Geraden g. Gib die Koordinaten der gespiegelten Punkte an.

Geraden im Koordinatensystem

Um eine Gerade festzulegen, gibt man 2 Punkte (I und II) an, durch die die Gerade verläuft.

Beispiel:
Gerade
g [I (0|0), II (3|3)]

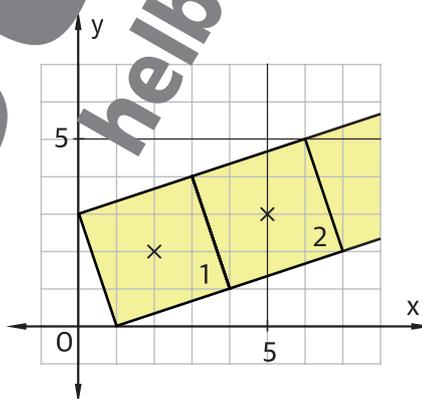
Um die Gerade zu zeichnen, markiert man zuerst die beiden Punkte. Dann zeichnet man eine Gerade, die durch beide Punkte verläuft.

MP VB 743 Azras Quadrate



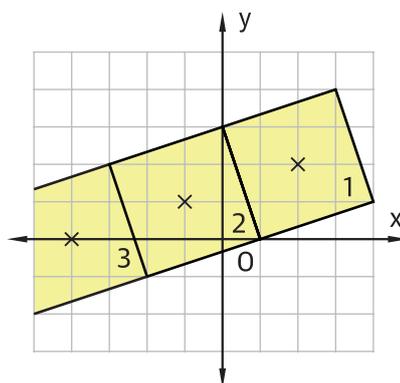
Azra hat Quadrate gezeichnet.

- a) Wie lauten die Koordinaten des Mittelpunkts von Azras 3. Quadrat?
- b) Wie lauten die Koordinaten des Mittelpunkts von Azras 8. Quadrat?



- c) Branka hat ihre Quadrate in die andere Richtung gezeichnet. Wie lauten die Koordinaten der Mittelpunkte des 3. und des 8. Quadrats von Branka?

Kannst du die Fragen beantworten, ohne alle Quadrate zu zeichnen? Erkläre.



L5 Zahlbereiche



Ganze Zahlen, Dezimalzahlen, Bruchzahlen, positive Zahlen, negative Zahlen ...
Die Unterteilung der Zahlen in verschiedene Zahlbereiche macht es uns leichter,
über ihre Eigenschaften zu reden.

- DI **744** Gegeben sind verschiedene Zahlbereiche.
Ergänze bei jedem Bereich wenigstens drei weitere Zahlen,
die zu diesem Bereich gehören.



Positive ganze Zahlen

3 860 97

Bruchzahlen

$\frac{3}{10}$ $\frac{1}{2}$ $2\frac{5}{9}$

Negative ganze Zahlen

-8 -6 215 -1

Dezimalzahlen

0,18 6,95 8,3

- MP **745** Welche Zahlbereiche sind jeweils geeignet? ... → Ü745

- Die Anzahl von Personen in einem Raum angeben:
 positive ganze Zahlen negative ganze Zahlen Dezimalzahlen
- Die Größe einer Person in Metern angeben:
 positive ganze Zahlen negative ganze Zahlen Dezimalzahlen
- Sehr kalte Temperaturen angeben:
 positive ganze Zahlen negative ganze Zahlen Dezimalzahlen
- Den Preis eines T-Shirts angeben:
 positive ganze Zahlen negative ganze Zahlen Dezimalzahlen
- Die Anzahl von Häusern in einer Stadt angeben:
 positive ganze Zahlen negative ganze Zahlen Dezimalzahlen

- MP **746** Welche Zahl liegt zwischen 3 und 4?



- Beantworte die Frage für den Zahlbereich der ganzen Zahlen.
Gibt es verschiedene Lösungen?
- Beantworte die Frage für den Zahlbereich der Dezimalzahlen.
Gibt es verschiedene Lösungen?
- Beantworte die Frage für den Zahlbereich der Bruchzahlen.
Gibt es verschiedene Lösungen?

- MP **747** Vorgänger und Nachfolger (Nachbarzahlen) ... → Ü747



- Die Nachbarn der Zahlen 7 und 9.
Beantworte die Fragen in Bezug auf verschiedene Zahlbereiche.
- Was ist der Vorgänger der Zahl 20?
 - Wie lautet der Nachfolger der Zahl -5?
 - Wie lauten die Nachbarzahlen der Zahl $\frac{3}{4}$?
Gibt es Nachbarzahlen bei Bruchzahlen überhaupt?
 - Wie lauten die Nachbarzahlen der Zahl 0,3?
Gibt es Nachbarzahlen bei Dezimalzahlen überhaupt?

Natürliche Zahlen

Die Zahlen 0, 1, 2, 3 ...
nennt man natürliche
Zahlen.

Ganze Zahlen

Dieser Zahlbereich
umfasst neben den
natürlichen Zahlen
auch die negativen
ganzen Zahlen.

Bruchzahlen

Halbe, Viertel,
Zehntel, ...

Diese Zahlen nennt
man Bruchzahlen.
Mit Bruchzahlen kann
man allerdings auch
ganze Zahlen
ausdrücken, z.B.:
 $\frac{7}{1} = 7$.

Dezimalzahlen

Unter Dezimalzahlen
verstehen wir
üblicherweise Zahlen
mit Komma.

Mit Dezimalzahlen
kann man alle
Bruchzahlen und
somit auch alle
ganzen Zahlen
ausdrücken.

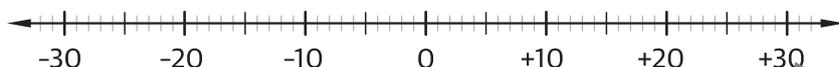
Beispiel: $\frac{3}{4} = 0,75$



CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

DI 748 Markiere die angegebenen Zahlen auf der Zahlengeraden.

 $-2 \mid 14 \mid -23 \mid -19 \mid 5$ 

DI 749 Ordne die angegebenen Zahlen von der kleinsten bis zur größten.

 $4 \mid 0 \mid -5 \mid -2 \mid 1$

Geordnet: _____

RK 750 Berechne.

Tipp: Zeichne einen Rechenstrich, wenn es dir hilft.

a) $-2 + 5 =$ _____ c) $-6 - 3 =$ _____ $-12 =$ _____

b) $10 - 20 =$ _____ d) $-15 + 4 =$ _____ $-5 + 15 =$ _____

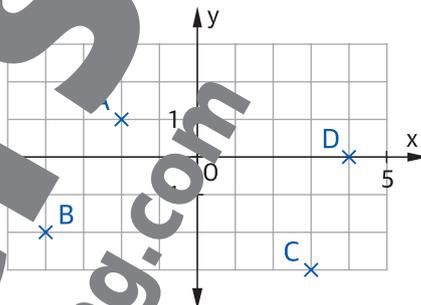
DI 751 Gegeben sind die Punkte A, B, C und D.

a) Gib die Koordinaten der Punkte an.

A (____ | ____), B (____ | ____),

C (____ | ____), D (____ | ____)

b) In welchem Quadranten liegt Punkt B?

 1. 2. 3. 4.

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

DI 752 Unterschiedliche Temperaturen

Die Kinder leben an verschiedenen Orten und unterhalten sich am Telefon über das Wetter. Gib jeweils die aktuelle Temperatur an.

a) Sabine: „Morgens hatten wir -5°C .
Jetzt ist es immer noch 2 Grad wärmer.“

Temperatur jetzt: _____

b) Bernd: „Morgens schon -8°C , dann fiel
die Temperatur um weitere vier Grad.“

Temperatur jetzt: _____

DI 753 Welche Zahl ist

a) 1000 größer als 0 ? _____b) um 2 größer als -3000 ? _____RK 754 Setze $<$, $>$ oder $=$ richtig ein.

a) $6 - 8 \bigcirc -3$

b) $-3 - 9 \bigcirc -20 + 8$

c) $-18 + 10 \bigcirc 4 - 8$

RK 755 Gegeben ist die Gleichung $x - y = -4$.Was kann man über x und y sagen?Setze $<$, $>$ oder $=$ richtig ein: $x \bigcirc y$



Wie viele Menschen leben in welcher Region? Wo noch wachsen verschiedene Arten von Bäumen?
 Wie hat sich das Klima verändert? Und hängt das alles zusammen?
 Die Erfassung und Sammlung von Daten ist schon lange die Grundlage für wissenschaftliche Arbeit und
 Moderne Technologien wie künstliche Intelligenz nutzen Daten, um sich für Vorhersagen von menschlichem Verhalten
 das Verständnis von Sprache und die Produktion von Bildern, Texten und Videos.

DI 756 Verstädterungsgrad

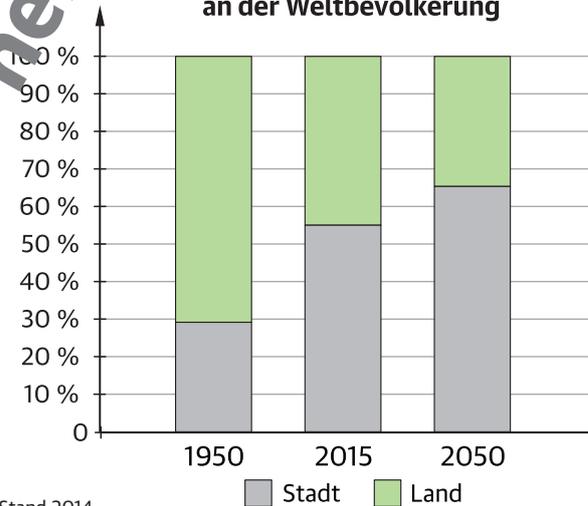


Das Diagramm zeigt, wie viele Leute jeweils in Städten oder auf dem Land gewohnt haben und werden.

Ergänze die Tabelle stützt auf die Daten im Diagramm.
 a) Wie viele Menschen leben gut zwei Drittel ...
 b) Wie viele Menschen werden im Jahr 2050 ...
 c) Wie viele Menschen werden immer weniger ...

Quelle: Vereinten Nationen (UN DESA), Stand 2018, Prognose 2050: Stand 2014

Anteil der Stadt- und Landbevölkerung an der Weltbevölkerung



In diesem Kapitel wiederholst du wichtige Kenngrößen zum Beschreiben von Daten.

Du arbeitest mit verschiedenen Arten von Diagrammen

und beschreibst und bestimmst Häufigkeiten.



WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Bruchzahlen / Dezimalzahlen / Prozentzahlen

Wie gut kannst du das noch?



DI **757** Schreib die Begriffe in die Kästchen: Bruchzahl, Dezimalzahl, Prozentzahl.

70%

0,7

$\frac{100}{100}$

RK **758** Schreib die Bruchzahlen als Dezimalzahlen.

a) $\frac{3}{10} = 0,3$

b) $\frac{9}{10} =$ _____

c) $\frac{12}{100} =$ _____

d) $\frac{56}{100} =$ _____

RK **759** Wandle die Dezimalzahlen in Prozentzahlen um.

a) $0,84 \triangleq 84\%$

b) $0,15 \triangleq$ _____

c) _____ \triangleq _____

d) $0,02 \triangleq$ _____

RK **760** Wandle diese häufig verwendeten Bruchzahlen in Prozentzahlen um.

a) $\frac{3}{4} \triangleq$ _____

b) $\frac{1}{2} \triangleq$ _____

c) $\frac{1}{4} \triangleq$ _____

Prozentrechnung

Wie gut kannst du das noch?



RK **761** Berechne die Anteile.

a) 5% von 60

b) 14% von 300

c) 56% von 84

d) 25% von 905,6

MP **762** Eine Handtasche kostet 75 €. Der Verkäufer gibt einen Nachlass von 5%. Wie viel kostet die Handtasche jetzt?

Säulendiagramme

Wie gut kannst du das noch?



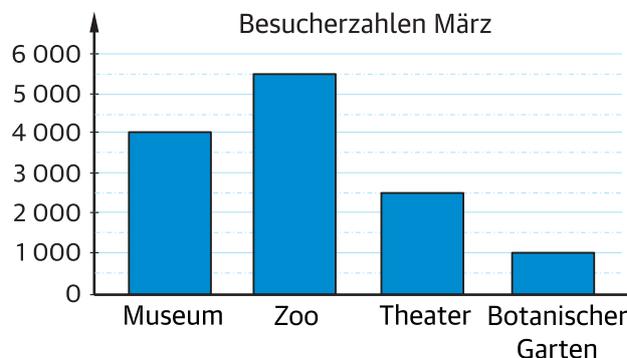
MP DI **763** Beantworte die Fragen mit Hilfe des abgebildeten Diagramms.

a) Welche Einrichtung hatte im März die meisten Besucher?

b) Welche Einrichtung hatte im März die wenigsten Besucher?

c) Wie viele Leute haben im März das Museum besucht?

d) Wie viele Leute haben im März das Theater besucht?



M1 Wichtige Kenngrößen



Daten sind Zahlen oder Fakten, die man kennt. Manche Daten kann man messen, wie die Größe oder die Körpertemperatur von Tieren. Andere Daten muss man erfragen, wie die Lieblingsfarbe einer Person.

MP 764



Zwei Freundinnen trainieren für den Stadtlauf. Die Tabelle zeigt, wie viele Minuten sie letzte Woche jeweils gelaufen sind.

	MO	DI	MI	DO	FR	SA	SO
Selina	30	0	35	0	0	40	35
Miriam	45	0	30	0	50	35	35

- An welchem Tag hat keine der beiden trainiert?
- Welches Mädchen hat mehr trainiert? Um wie viele Minuten mehr?
- Wie viele Minuten läuft Selina durchschnittlich, wenn sie trainiert?
- Wie viele Minuten läuft Miriam durchschnittlich, wenn sie trainiert?

MP 765



Die Liste zeigt, wie viele Bücher die Kinder im letzten Jahr gelesen haben.

Anna: 3, Berthold: 2, Carina: 4, Leon: 1, Tanja: 15



- Berechne den Mittelwert.
- Berechne den Median.
- Wie viele Bücher lesen Menschen in Österreich pro Jahr? Suche nach Zahlen im Internet und vergleiche die Länder. Gib zu deinen Ergebnissen auch an, von welcher Quelle sie hast. Überprüft miteinander: Beantworten eure Zahlen wirklich genau diese Frage oder eigentlich andere, sehr ähnliche Fragen?

MP 766

Die Tabelle zeigt die Zahl der Schüler in und außer der Waldschule pro Klasse. ...→ Ü766

1a	1b	2a	2b	3a	3b	4b
22	24	19	20	21	20	22

- Wie viele Kinder gehen insgesamt in die Waldschule?
- Wie viele Kinder gehen durchschnittlich in eine Klasse? Berechne den Mittelwert.
- Welche Klassen liegen über dem Mittelwert?

MP 767

Die Liste zeigt, wie oft ein Kind dieses Jahr im Schwimmbad waren. ...→ Ü767

Klara: 0, Kerstin: 1, Patricia: 14, Alex: 13

- Berechne den Mittelwert.
- Berechne den Median.
- Welche Klasse schreibt am besten, wie oft ein Kind durchschnittlich im Schwimmbad war?

RK 768

Bestimme folgende Kenngrößen für die gegebenen Datenreihen. ...→ Ü768
Runde auf zwei Nachkommastellen.

(1) Minimum (2) Maximum (3) Mittelwert (4) Median (5) Spannweite

- 8 | 6 | 5
- 9 | 12 | 7 | 8
- 35 | 30 | 31 | 39 | 30
- 5 | 10 | 2 | 6 | 7 | 3 | 8
- 18 | 15 | 20 | 21 | 19 | 23 | 1
- 45 | 40 | 41 | 43 | 52 | 50 | 44

Wichtige Kenngrößen

Minimum
kleinster Wert einer Datenreihe

Maximum
größter Wert einer Datenreihe

Spannweite
Differenz von Maximum und Minimum

Mittelwert
(arithmetisches Mittel)
 $= \frac{\text{Summe aller Werte}}{\text{Anzahl der Werte}}$

Median
(Zentralwert)
mittlerer Wert einer geordneten Datenreihe
(Bei einer geraden Anzahl von Werten berechnet man den Mittelwert der beiden mittleren Werte.)

Beispiel

Datenreihe:
2 | 5 | 6 | 7

Minimum = 2

Maximum = 7

Spannweite
 $= 7 - 2 = 5$

Mittelwert
 $= (2 + 5 + 6 + 7) : 4$
 $= 20 : 4 = 5$

Median = $(5 + 6) : 2$
 $= 11 : 2 = 5,5$

MP **769** Bestimme das Minimum, das Maximum und den Mittelwert. → Ü769

Körpergrößen der Forwards der U20-Basketballmannschaft Österreichs:

Florian: 2,02 m
Starlin: 1,98 m
Jakob: 1,96 m
Leonardo: 1,93 m
Luis: 1,98 m

Quelle: Österreichischer Basketballverband, Stand November 2023

MP **770** Würfelexperiment



a) Würfle 20 Mal mit einem 6-seitigen Würfel und schreib die Ergebnisse auf.

b) Berechne den Mittelwert. _____

c) Vergleiche mit den Ergebnissen von anderen. Was stellst du fest?

MP **771** Wie viel kostet meine Schuljause? → Ü771



a) Berechne den Durchschnittspreis anhand dieser vier aufgelisteten Jausen:

- (1) Alwin: Käsebrot 2,20 €
- (2) Tatjana: Schinkenbrot und Getränk 4 €
- (3) Martha: Müsli-Riegel 1,90 €
- (4) Iris: Stück Kuchen und Getränk 3,90 €

b) Frage wenigstens drei Kinder nach der Jause, die sie heute mithaben oder kaufen werden.



Finde Preise heraus, eventuell im Internet, und berechne den Durchschnittspreis der Jause.

c) Wie viel kostet die Jause pro Schuljahr und Monat in etwa?



RK **772** Bestimme folgende Kenngrößen für die gegebenen Datenreihen. → Ü772
Runde auf zwei Nachkommastellen.

- (1) Minimum (2) Maximum (3) Mittelwert (4) Median (5) Spannweite

- a) 1,4 | 0,9 | 2,21 | 7,25 | 8,4 | 6,99 | 7,34 | 6,7 | 8,05
 b) 3,9 | 4,2 | 5,8 | 4 | d) 12,5 | 9,56 | 13 | 11,2 | 8,47 | 10 | 8,82



Nutze ein Tabellenkalkulationsprogramm zur Ermittlung der Kenngrößen.

→ Eine entsprechende Schritt-für-Schritt-Anleitung findest du in der e-zone
 PLUS! Bei der Anwendung der Technologie...

MP **773** Der Mittelwert dreier Zahlen lautet 7. → Ü773



- a) Finde drei Zahlen, für die das gilt.
 b) Gehe über alle Möglichkeiten? Erkläre.

MP **774** Finde die gesuchten Zahlen. → Ü774



- a) Drei Zahlen haben als Mittelwert 20. Ihre Spannweite beträgt 4. _____
 b) Fünf Zahlen haben als Mittelwert 6,2. Ihre Spannweite beträgt 0. _____
 c) Vier ganze Zahlen haben als Minimum 6, Maximum 11 und Mittelwert 9. _____

M2 Absolute und relative Häufigkeiten



Als Häufigkeit bezeichnet man, wie oft etwas vorkommt oder vorhanden ist.
Die **absolute Häufigkeit** ist die Zahl, die man mitgezählt hat.
Die **relative Häufigkeit** bezeichnet den Anteil an der Gesamtheit.

MP
DT
775

Die zwei Stürmer der Schülermannschaft haben Elfmeterschießen geübt. Der Trainer möchte nun entscheiden, wer den nächsten Elfmeter für die Mannschaft schießen soll.

- a) Wer hat öfter getroffen? Beantworte diese Frage einmal mit der absoluten und einmal mit der relativen Häufigkeit.
- b) Für wen würdest du dich als Trainer entscheiden? Erläutere.

MP
RK
VB
776

Die Kinder der 2c-Klasse haben Elfmeterschießen geübt. ...→ Ü776

- a) Berechne die relative Häufigkeit ihrer Treffer (auf 2 Nachkommastellen genau) und ihre Trefferquote in Prozent.

B $3 : 5 = 0,6 \hat{=} 60\%$
30
0 Rest



	Versuche	Treffer absolute Häufigkeit	Treffer relative Häufigkeit	Trefferquote in Prozent
B Leon	5	3	0,6	60%
Anita	7	3		
Tobi	4	2		
Berta	1	1		
Hans	10	6		
Ulli	8	4		
Mascha	8	5		
Bernd	5	3		
Peter	15	10		
Andrea	10	4		
Jan	9	5		

- b) Nächste Woche findet ein wichtiges Spiel gegen eine andere Klasse statt. Wer sollte man wählen, wenn es zu einem Elfmeter kommt? Begründe.

MP
777

Gewinnchancen ...→ Ü777
Beim Schulfest werden zwei Arten von Tombola-Losen angeboten: blau und rot. Bei den blauen gewinnt jedes dritte Los, bei den roten gewinnen 40 von 100 Losen.

Bei welchen Losen hat man die größere Gewinnchance?

Absolute Häufigkeit bestimmen

Die absolute Häufigkeit ist einfach die Anzahl, die man zählen kann.

Beispiel:
In einer Klasse mit 20 Kindern sind 8 Mädchen.
Absolute Häufigkeit der Mädchen = 8

Relative Häufigkeit bestimmen

Dividiere die absolute Häufigkeit durch die Gesamtzahl.

$$\frac{\text{Anzahl}}{\text{Gesamtzahl}}$$

Das Ergebnis wird meist in Prozent angegeben.

Beispiel:
In einer Klasse mit 20 Kindern sind 8 Mädchen.
Relative Häufigkeit der Mädchen
 $= 8 : 20 = 0,4 \hat{=} 40\%$

MP 778 Zwei Schulen haben eine Umfrage gemacht. Jedes Kind hat angegeben, welche Sportart(en) es ausübt.

→ Ü778

Schule in Österreich mit 614 Kindern:

Fußball	Schwimmen	Tennis	Basketball	Hockey
205	78	51	16	5

Schule in den USA mit 922 Kindern:

Fußball	Schwimmen	Tennis	Basketball	Hockey
162	105	74	304	

- a) Berechne die relativen Häufigkeiten der Sportarten in Prozent. Stell die Ergebnisse ebenfalls wieder in zwei Tabellen dar.
- b) Finde eine Sportart, die in beiden Schulen ähnlich beliebt ist. Begründe deine Entscheidung.

Fußball – die beliebteste Sportart der Welt



In manchen Ländern ist Fußball eher eine Lebenssache, z. B. in den USA, in Kanada, Australien oder Indien.

Trotzdem gilt Fußball weltweit als beliebteste Sportart. Das wird unter anderem auch durch Statistiken zu Zuschauerzahlen belegt.

MP 779 Umfrage zum Thema Umgang mit Medien in der Freizeit

→ Ü779

1 200 Jugendliche wurden befragt, was sie mehrmals pro Woche machen. Berechne jeweils die Zahl der Personen pro Aktivität absolut und in Prozent.

- a) Drei Viertel spielen digitale Spiele.
- b) Zwei Drittel nutzen Video-Streaming-Dienste.
- c) Ein Drittel lesen Bücher.
- d) Drei Fünftel hören Radio.
- e) Ein Achtel liest online Zeitungen.
- f) Vier Fünftel sehen Online-Videos an.

Quelle: Medienpädagogische Forschungsverbund Südwest (Deutschland), ungefähre Zahlen, Stand 2021

⊕ Mach zu diesen Themen eine Umfrage in deiner Klasse und werte sie aus.

RK 780 Ergänze die fehlenden Zahlen in der Tabelle. Mach Nebenrechnungen auf einem separaten Blatt Papier.

→ Ü780

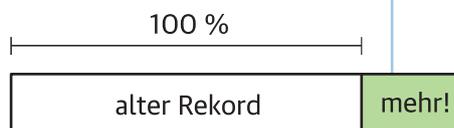
	Zahl gesamt	Anteil absolut	Anteil in %	Anteil als Bruchzahl
B	600	300	50%	$\frac{1}{2}$
a)	500	100		
b)	90		10%	
c)	2 000			$\frac{3}{4}$
d)		20	25%	
e)				$\frac{1}{3}$
f)			80%	

MP 781 Besuchen

Der Zoodirektor jubelt: „Diese Woche haben wir den alten Besucherrekord um 1 470 übertroffen! Das ist eine Steigerung um 30%!“

Wie viele Personen waren diese Woche im Zoo?

Tipp: Zeichne ein Balkenmodell.



M3 Säulen- und Kreisdiagramme



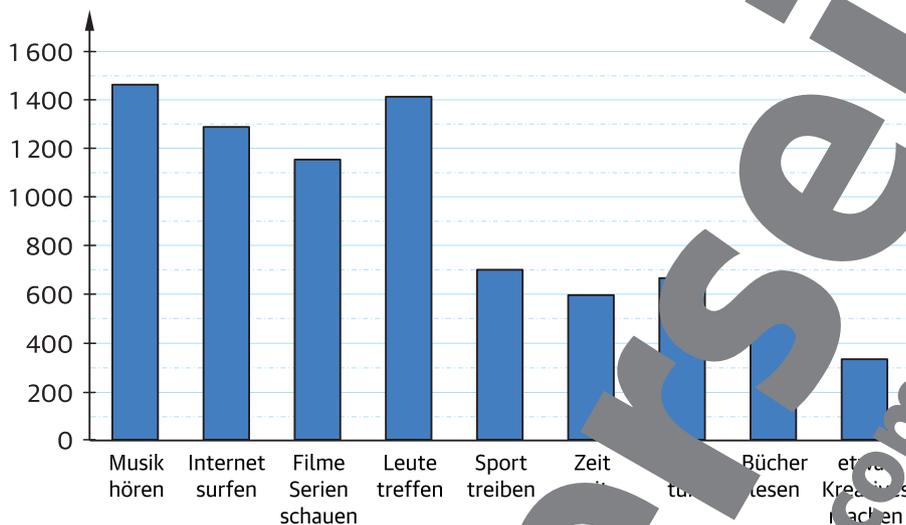
Säulendiagramme sind gut geeignet, um absolute Häufigkeiten darzustellen. Kreisdiagramme eignen sich vor allem zur Darstellung relativer Häufigkeiten. Der volle Kreis entspricht immer 100 Prozent.

MP 782 Die häufigsten Freizeitbeschäftigungen



Das Diagramm zeigt das Ergebnis der Shell-Jugendstudie 2019, bei der 2 572 Jugendliche befragt wurden.

Quelle: Shell Deutschland GmbH

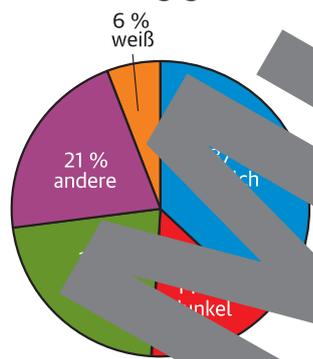


- Was wurde am häufigsten genannt?
- Wie viele Personen nannten Sport?
- Finde mehr zur Shell Jugendstudie heraus. Wie oft wird sie durchgeführt? In wie vielen Ländern? Gibt es auch andere Jugendstudien?



+ Erstelle eine Umfrage in deiner Klasse und stell die Ergebnisse in einer Tabelle und in einem Säulendiagramm dar.

MP 783 500 Personen haben Schokoladen gekostet und ihren Lieblingsgeschmack angegeben.



- Ordne die Geschmacksrichtungen nach ihrer Beliebtheit. Beschreib sie. Schreibe eine Liste.
- Berechne die absoluten Häufigkeiten für jede Geschmacksrichtung.

+ Erstelle eine Umfrage in deiner Klasse. Stell die Ergebnisse in einer Tabelle und in einem Säulendiagramm dar.

Quelle: market

DI 784 Die Tabelle zeigt die Zahl der Sachbücher in einer Schulbibliothek.

Erstelle ein Säulendiagramm zu den Daten in der Tabelle. Zeichne die Anzahl der Bücher auf der senkrechten Achse (1 cm $\hat{=}$ 100 Bücher).

	Geschichte	Physik	Biologie	Musik	Geografie
Anzahl Bücher	450	120	240	320	190

MP 785 Digitale Medien

Digitale Medien bieten viele Möglichkeiten zum Arbeiten, Lernen oder um seine Freizeit zu gestalten. Es ist aber auch wichtig, Zeit ohne digitale Medien zu verbringen. Du trainierst dein Gehirn und deinen Körper dann auf ganz andere Weise. Es ist also eine gute Idee, ab und zu mal das Handy wegzulegen und etwas anderes zu tun.



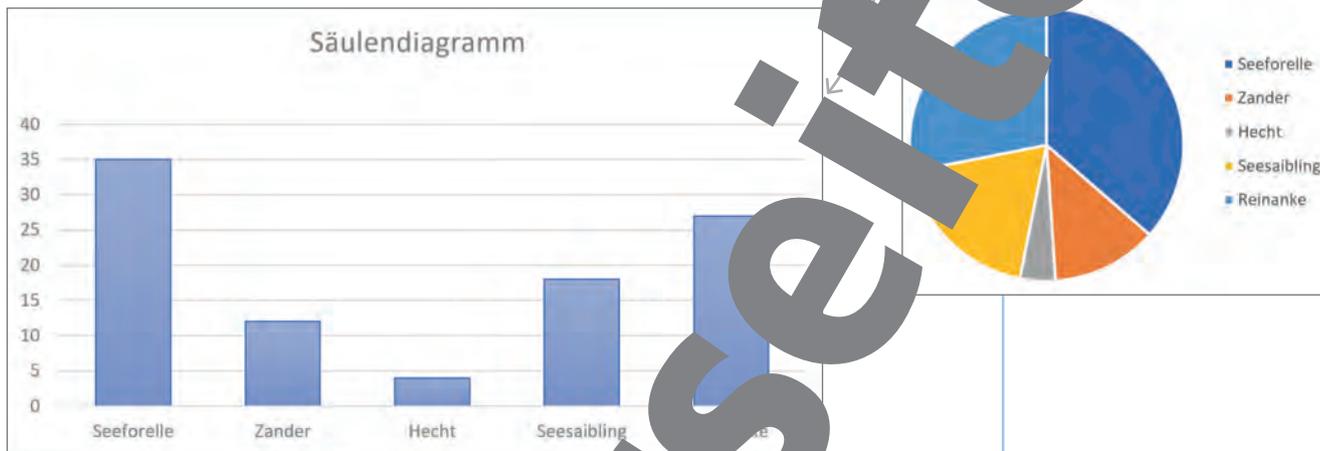
MP 785 Diagramme mit dem Tabellenkalkulationsprogramm



Öffne die Datei.

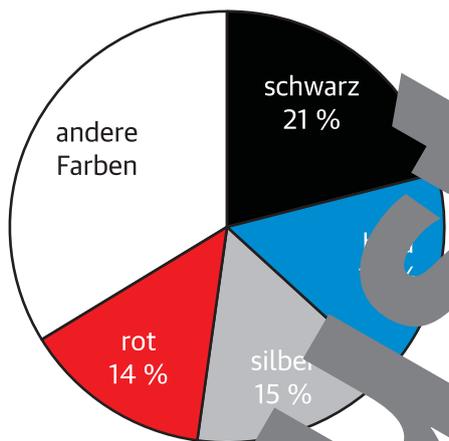
- a) Vergleiche die Diagramme. Welches findest du für diese Daten aussagekräftiger?
- b) Ändere die Zahlen in der Tabelle und beobachte, wie sich die Diagramme ändern.
- c) Erstelle selbst eine Tabelle und füge ein Diagramm ein.

Gefangene Fische:	Seeforelle	Zander	Hecht	Seesaibling	Reinanke
	35	12	4	18	27



→ Diese Datei + Arbeitsblatt findest du in der e-zoo PLUS! Bar... Technologie: M.

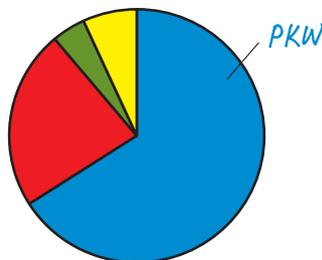
MP 786 Ein Automagazin hat eine Umfrage zur Beliebtheit von Autofarben gemacht. Das Diagramm zeigt das Ergebnis. Ü786



- a) Wie viel Prozent der Befragten wollen ein blaues Auto?
- b) Wie viel Prozent der Befragten wünschen sich ein rotes Auto?
- c) Wie viel Prozent der Befragten wollen eine andere Farbe?
- d) Insgesamt wurden bei dieser Umfrage 782 Menschen befragt. Berechne die absoluten Häufigkeiten für schwarz, blau und silber. Tipp: Runde auf ganze Zahlen.

DI 787 Für eine Nachbarnachrichtensitzung zum Schutz vor Verkehrslärm erhebt Hannes Daten über die Anzahl der Fahrzeuge in ihrer Straße. Die Tabelle zeigt die verschiedenen Fahrzeuge, die sie heute gezählt hat. Beschreibe das Diagramm. Ü787

PKW	Bus	LKW	Moped
265		97	28



RK 788 Die Tabelle zeigt die Beliebtheit verschiedener Geschmacksrichtungen von Mineralwasser. Erstelle ein Kreisdiagramm. Ü788

Natur	Zitrone	Orange	Apfel	Birne
40%	26%	18%	10%	6%

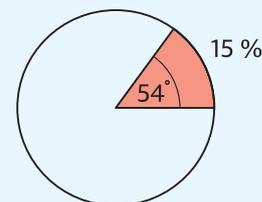
Kreisdiagramme erstellen

Ein voller Kreis hat 360°, dies entspricht 100%. 1% entspricht somit 3,6°.

Beispiel: Sektor für 15%

1. Winkel berechnen: $15 \cdot 3,6^\circ = 54^\circ$

2. Kreis erstellen und Kreissektor mit 54° einzeichnen:



M4 Prozentstreifen und Piktogramme

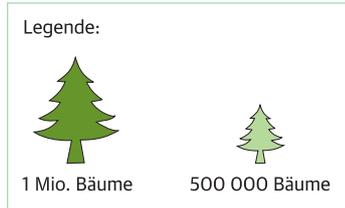
Prozentstreifen nennt man auch **Streifendiagramme**. Sie eignen sich sehr gut, um relative Anteile an einem Ganzen darzustellen, ähnlich den Kreisdiagrammen.
Piktogramme sind gut geeignet, um absolute Zahlen gegenüberzustellen.

MP 789 So viele Bäume stehen in der Stadt.

Quelle: holzmagazin / FORA Strategy & Communications GmbH, ungefähre Zahlen, Stand 2019



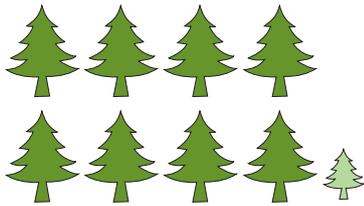
a) Lies das Piktogramm und bestimme die Zahl der Bäume in den angeführten Städten.



Innsbruck:



Wien:



Linz:



Graz:



- b) Wie viele Bäume stehen in jeder Stadt pro Einwohner?
 Suche dafür die Einwohnerzahlen der Städte und dividiere dann die Anzahl der Bäume durch die Einwohnerzahl der Stadt.
- c) Welche Stadt hat die meisten Bäume?
 Vergleiche die Städte jeweils nach der absoluten Zahl der Bäume, aber auch mittels der Zahl relative Einwohnerzahl aus b).

DI 790 Welche Baumarten wachsen in Österreich?

Stell die relativen Anteile jeweils in einem Prozentstreifen dar.



10 cm $\hat{=}$ 100% / 1 cm $\hat{=}$ 10% / 1 mm $\hat{=}$ 1%

Quelle: AG der österreichischen Holzindustrie, Stand 2019

a) 80 Prozent der Bäume sind Nadelbäume, 20 Prozent Laubbäume.



b) Die Nadelbäume (80%) teilen sich wie folgt auf diese Arten auf:
 78% Fichte, 8% Tanne, 10% Kiefer und 4% Lärche



c) Die Laubbäume (20%) teilen sich wie folgt auf diese Arten auf:
 61% Buche, 16% Eiche, 13% Esche und 10% Ahorn



Hinweis: Zahlen gerundet - Es gibt auch noch mehr Baumarten in Österreich, die aber verhältnismäßig wenig vorkommen.

Piktogramme

Das sind sehr einfach gezeichnete Symbole. Die **Legende** legt fest, was jedes Symbol ausdrückt.

Otto Neurath

Er war ein Wirtschaftswissenschaftler aus Österreich, der in den 1920er-Jahren erstmals Piktogramme einsetzte, um das Lernen zu erleichtern.

Bäume und Grünflächen sorgen für:

Verbesserung der Luft, kühlere Luft im Sommer, Lebensraum für Tiere, Erholungsraum für Menschen und Haustiere

Prozentstreifen (Streifendiagramm)

Er stellt die relativen Anteile entlang eines geraden Streifens dar. Wählt man 10 cm für den gesamten Streifen (100%), so kann man die Prozentsätze recht einfach einzeichnen. 1 mm entspricht dann genau 1%.

DI **791** Eine Autofirma hat drei Fabriken. Die Piktogramme zeigen, wie viele Autos jeweils pro Jahr produziert werden. Schreibe die Zahlen. ...→ Ü791

Legende:

... 50 000 Autos ... 10 000 Autos

a) Werk A b) Werk B c) Werk C

DI **792** Stell die Verteilung der produzierten Farben jeweils mit Prozentstreifen dar. Tipp: Zeichne den Prozentstreifen 10 cm lang. 1 mm entspricht 1%. ...→ Ü792

- a) Modell 1: Sportwagen
35% rot, 50% grau, 10% blau und der Rest gelb
- b) Modell 2: Familienauto
20% weiß, 30% schwarz, 15% grün, 20% rot und der Rest blau

DI **793** Eine Softwarefirma hat vier Standorte. Stell jeweils die Zahl der Beschäftigten mit Piktogrammen dar. Runde auf ganze Zahlen. ...→ Ü793

Legende:

50 10

- a) Standort Wien: 350 Beschäftigte
- b) Standort München: 160 Beschäftigte
- c) Standort Villingen: 120 Beschäftigte
- d) Standort Bregenz: 60 Beschäftigte

MP DI **794** Ein Geschäft führt drei Arten von Schokolade. Die Tabelle zeigt die Verkaufszahlen der letzten Woche. Berechne die relativen Anteile in Prozent und stell die Aufteilung mit einem Prozentstreifen dar. ...→ Ü794

Sorte:	Dunkle Schokolade	Weiße Schokolade
Stück:	44	16

MP DI **795** Magellan-Pinguine Weltweit gibt es 6 Millionen Magellan-Pinguine. 50% der Pinguine leben an der Südspitze Südamerikas. Davon sind 10% an den Falklandinseln und 87% an den Steilküsten Argentiniens zu Hause.

- a) Wie viele Magellan-Pinguine leben auf den Falklandinseln?
- b) Stell die beschriebenen Anteile der Magellan-Pinguine an der Gesamtzahl mit einem Prozentstreifen dar.
- c) Sind Pinguine vom Aussterben bedroht? Wenn ja, wodurch?



M5 Mehrstufige Aufgaben, Baumdiagramme

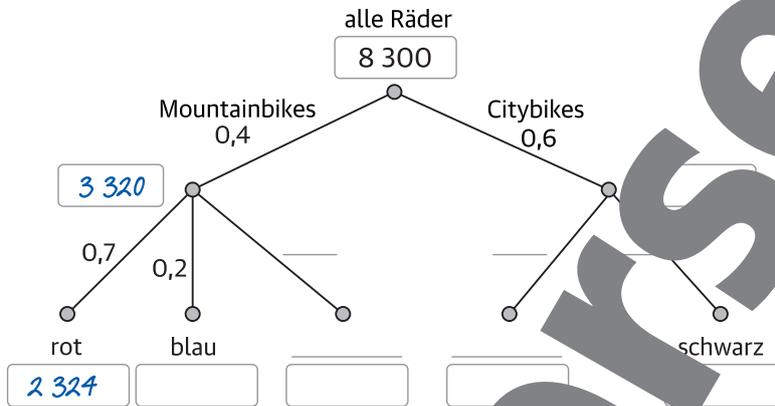
Oft sind Teile eines Ganzen in Prozent angegeben. Wenn man aus so einem Teil eine weitere Untermenge in Prozent angibt, erfolgt die **Berechnung in mehreren Stufen**. **Baumdiagramme** helfen hier, den Überblick zu bewahren.

MP 796 Jumbo-Bikes



Jumbo-Bikes produziert im nächsten Jahr 8 300 Fahrräder. 40% der Räder sind Mountainbikes, der Rest Citybikes. Von den Mountainbikes sind 70% rot, 20% blau und 10% gelb. Die Citybikes werden zu 60% in silber und 40% in schwarz ausgeliefert.

a) Ergänze die fehlenden Beschriftungen im Baumdiagramm.



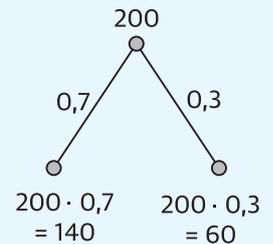
b) Berechne die Anzahl der einzelnen Fahrradtypen nach Farbe.

B	Mountainbikes:	$8\,300 \cdot 0,4 = 3\,320$
	rote Mountainbikes:	$3\,320 \cdot 0,7 = 2\,324$

Wege beschriften mit Dezimalzahlen

Im Baumdiagramm hat jeder Weg eine (relative) Häufigkeit. Wenn du sie gleich mit einer Dezimalzahl anstatt mit einer Prozentzahl beschriftest, kannst du einfacher rechnen. Du multiplizierst einfach die Zahl oben mit der Dezimalzahl, welche die Häufigkeit angibt, und bekommst die Zahl unten.

Beispiel:

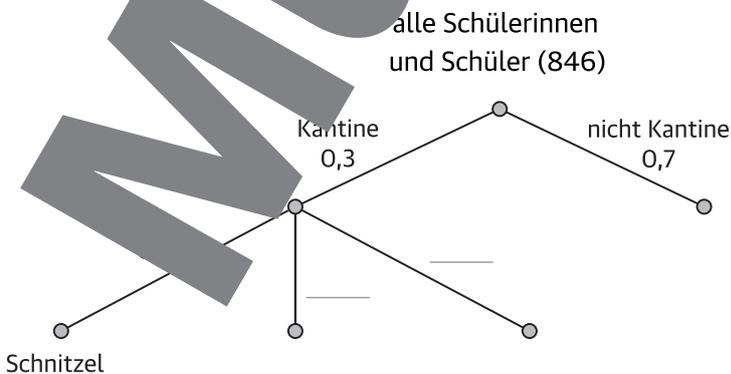


MP 797 Schlossbergschule

...→ Ü797

In die Schlossbergschule gehen heute 846 Schülerinnen und Schüler. 30% von ihnen waren heute in der Schulkantine essen. Von diesen haben 60% das Schnitzel gegessen, 25% Spaghetti und 15% Strudel.

a) Ergänze die Beschriftungen im Baumdiagramm.



b) Berechne, wie viele Portionen von jeder Speise heute verkauft wurden.

MP 798 Löse die Aufgabe → Ü798

In einem Reisebus sind 60 Personen.
 Bei der Tankstelle steigen 50% aus dem Bus.
 Von diesen Personen gehen 80% auf die Toilette.
 Wie viele Leute gehen bei der Tankstelle auf die Toilette?

MP 799 Tombola → Ü799

Bei einer Tombola gibt es 400 Lose.
 35% der Lose gewinnen, die anderen sind Nieten und gewinnen nicht.
 Die Gewinnlose teilen sich wie folgt in drei Gruppen:
 10% sind Hauptgewinne, 40% sind Nebengewinne und der Rest Kleingewinne.
 Berechne, wie viele Lose jeweils Haupt-, Neben- oder Kleingewinne sind.

MP 800 Laufwettbewerb → Ü800

Es starten 280 Menschen. 60% schaffen es bis ins Ziel.
 25% von ihnen laufen eine Zeit unter zwei Stunden.
 Wie viele Personen haben es in unter zwei Stunden ins Ziel geschafft?

MP 801 Reiseziele → Ü801

Ein Reisebüro hat letzten Monat 430 Reisen verkauft.
 25% der Reisen haben Spanien als Ziel, 30% gehen nach Griechenland
 und der Rest nach Italien.
 Die Reisen nach Italien wurden zu 60% als Zugreisen gebucht,
 zu 30% als Busreisen und zu 10% als Flugreisen.
 Berechne jeweils die Zahl der Buchungen für Zug, Bus und Flug nach Italien.

MP DI 802 Löse die Aufgabe → Ü802

Eine Fabrik hat letzte Woche 1200 Teller produziert.
 Davon waren ein Viertel Suppenteller und der Rest Speiseteller.
 Ein Drittel der Suppenteller wurde gelb bemalt,
 die Hälfte gelb und der Rest grün.

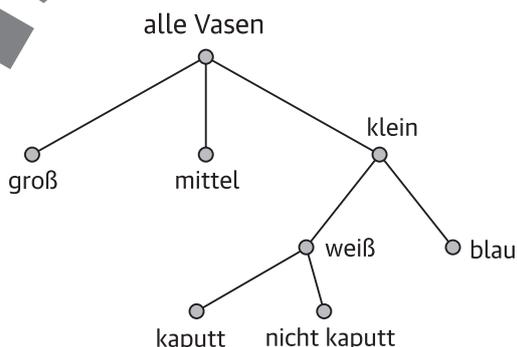
- a) Zeichne ein Baumdiagramm, das die Zusammenhänge abbildet.
- b) Berechne die Zahl der grün bemalten Teller.

Bruchzahlen wandelst du bei solchen Aufgaben am besten in Dezimalzahlen um.



MP DI 803 Eine Maschine fertigt große, mittlere und kleine Vasen. → Ü803

Von 8 000 Vasen wurden
 30% groß, 45% mittel
 und der Rest klein gefertigt.
 50% der kleinen Vasen
 waren weiß, 50% blau.
 3% der weißen Vasen
 waren kaputt und 97%
 ausgegründet.
 Wie viele Vasen waren ausgegründet?



MP 804 Löse die Aufgabe → Ü804

In einer Schule sind 500 Kinder.
 30% von ihnen spielen ein Instrument. Am beliebtesten ist hier die Gitarre.
 60% der musizierenden Kinder haben sie als Instrument gewählt.
 Von ihnen spielen 20% schon länger als drei Jahre die Gitarre.
 Wie viele Kinder sind das?

M6 Zufall

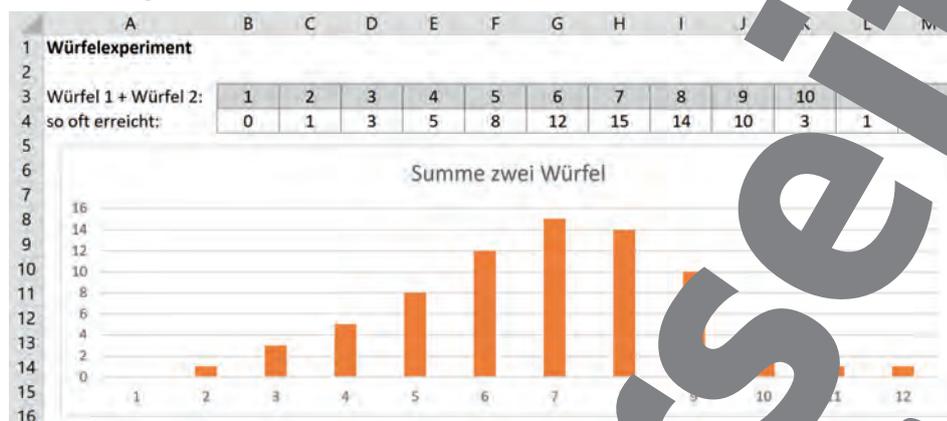


unmöglich ○ ————— ● sicher
 unwahrscheinlich möglich wahrscheinlich

MP 805 Würfelerperiment



Anita hat zwei Würfel geworfen und die Ergebnisse zusammengezählt. Insgesamt hat sie das 73 Mal gemacht und die Ergebnisse in einer Tabelle aufgeschrieben (siehe unten).



- Wie oft hat Anita das Ergebnis 5 erhalten?
- Welche Würfelsumme hat Anita am öftesten gewürfelt?
- Die Zahlen aus der Tabelle sind im Diagramm dargestellt. Was beobachtest du?
- Wie wahrscheinlich sind die beschriebenen Ereignisse beim Wurf von zwei Würfeln? Ordne die Wörter unmöglich | unwahrscheinlich | möglich | wahrscheinlich | sicher.
 - Die Summe beträgt 1.
 - Die Summe ist größer als 12.
 - Die Summe beträgt 12.
 - Die Summe ist 5, 7 oder 8.
 - Die Summe ist größer als 1.
 - Die Summe ist eine gerade Zahl.
- Führe das Experiment selbst durch. Würfle wenigstens 50 Mal und verwende ein Tabellenkalkulationsprogramm und stell deine Daten in einer Tabelle und in einem Diagramm dar.

Zufall

...sprechen von Zufall, wenn ein Ereignis nicht vorhersagbar ist.

Wahrscheinlichkeit

Allerdings kann man viele zufällige Ereignisse mit Wahrscheinlichkeiten beschreiben.

So kann ich beim Würfeln zum Beispiel 10 Mal hintereinander einen 6er werfen, die Ergebnisse sind ja zufällig, sehr wahrscheinlich ist das allerdings nicht.

MP 806 Möglichkeiten und Wahrscheinlichkeiten



Sandro hat alle Möglichkeiten für die Summe von zwei Würfeln aufgelistet.

Würfel 1 + Würfel 2, Möglichkeiten	
Summe = 2:	1 + 1
Summe = 3:	1 + 2 2 + 1
Summe = 4:	1 + 3 2 + 2 3 + 1
Summe = 5:	

- Stell die Liste mit alle möglichen Summen fertig und zähle, wie viele Möglichkeiten es für jedes Ergebnis gibt.
- Sandro meint: „Je mehr Möglichkeiten es für ein Ergebnis gibt, desto wahrscheinlicher ist es auch.“ Was meinst du dazu? Deckt sich das mit deinen Erfahrungen bei dem Würfelerperiment?



CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt?

RK 807 Bestimme die Kenngrößen.

Gegeben ist folgende Datenreihe: 15 | 12 | 34 | 10 | 8

- a) Minimum b) Maximum c) Mittelwert d) Median e) Spannweite

MP 808 In einer Klasse mit 25 Kindern sind 11 Mädchen.
Bestimme den Anteil der Mädchen in Prozent.**DI 809** Die Tabelle zeigt die Autoverkäufe der Firma Oktra im Mai.

Modell 1	Modell 2	Modell 3	Modell 4	Modell 5
20	12	18		16

Erstelle zur oben abgebildeten Tabelle ein Säulendiagramm.

DI 810 Die Tabelle zeigt, wie oft die befragten Menschen Sport treiben.

fast täglich	1-mal pro Woche	1- bis 2-mal pro Woche	seltener	nie
16%	23%	10%	17%	34%

Stell die Daten mit Hilfe eines Prozentstreifens dar.

MP 811 Löse die Aufgabe.

Die Schulkantine hat heute 162 Jausenbrotchen verkauft.
30% davon waren Käsebrote, der Rest waren Toastbrote.
25% der Käsebrote hatten zusätzlich Tomatenstückchen.
Wie viele Käsebrote mit Tomatenstückchen wurden verkauft?

Wie gut kannst du das jetzt?

RK 812 Bestimme die Kenngrößen.
Runde auf 2 Nachkommastellen.

Gegeben ist folgende Datenreihe: 232,7 | 162,4 | 184,03 | 269,15 | 208 | 159,85

- a) Minimum b) Maximum c) Mittelwert d) Median e) Spannweite

MP 813 In einer Klasse sind 14 Kinder. 70% aller Kinder.
Wie viele Kinder sind in diese Klasse?**MP DI 814** Ein Eisalon hat heute 40 Kugeln Vanille, 17 Kugeln Erdbeere,
35 Kugeln Schokolade und 18 Kugeln Zitrone verkauft.
Stelle die Verteilung in einem Kreisdiagramm dar. Runde auf ganze Prozent.**MP 815** Löse die Aufgabe.

Ein Viertel der 420 Kinder einer Schule spielt ein Instrument.
20% davon spielen Klavier. Ein Drittel der Klavier spielenden Kinder
möchte später beruflich Musik machen.
Wie viele Kinder sind das?

Kapitel A

002

- b) 15 € 10 c) 99 € 99 c) d) 20 c

003

- a) 0,49 € c) 1,05 € e) 6,02 € g) 90,01 €
b) 2,15 € d) 1,15 € f) 42,10 €

004

- a) 15 500 b) 215 300 c) 1 521 900

005

- a) 12 000 e) 16 000 i) 2 000
b) 57 000 f) 180 000 j) 7 000
c) 9 000 g) 3 600 k) 40
d) 67 000 h) 35 000 l) 60

006

- a) z. B.: $2\,750 - 500 = 2\,250$
b) z. B.: $600 + 1\,000 = 1\,600$
c) z. B.: $5\,000 \cdot 3 = 15\,000$
d) z. B.: $8\,000 : 4 = 2\,000$
e) z. B.: $20\,000 \cdot 7 = 140\,000$

007

- a) 5 687 c) 301 846 e) 7 145 g) 658 299
b) 5 163 d) 936 283 f) 1 778 h) 484 672

008

- a) 10 512 c) 70 360 e) 254 g) 419
b) 128 821 d) 485 208 f) 2 814 h) 308

Kapitel B

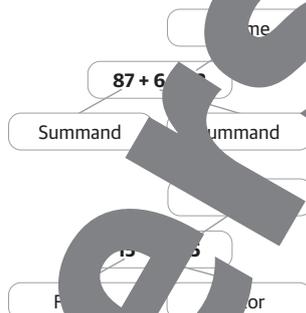
057

- a) $3 \cdot 2 = 6$ d) $5 \cdot 7 = 35$ g) $2 \cdot 5 = 10$
 $5 \cdot 2 = 10$ $2 \cdot 7 = 14$ $9 \cdot 5 = 45$
 $9 \cdot 2 = 18$ $9 \cdot 7 = 63$ $5 \cdot 5 = 25$
 $4 \cdot 2 = 8$ $3 \cdot 7 = 21$ $7 \cdot 5 = 35$
 $6 \cdot 2 = 12$ $7 \cdot 7 = 49$ $4 \cdot 5 = 20$
b) $4 \cdot 6 = 24$ e) $8 \cdot 4 = 32$ h) $3 \cdot 9 = 27$
 $8 \cdot 6 = 48$ $3 \cdot 4 = 12$ $9 \cdot 9 = 81$
 $6 \cdot 6 = 36$ $7 \cdot 4 = 28$ $2 \cdot 9 = 18$
 $0 \cdot 6 = 0$ $4 \cdot 4 = 16$ $6 \cdot 9 = 54$
 $3 \cdot 6 = 18$ $6 \cdot 4 = 24$ $8 \cdot 9 = 72$
c) $7 \cdot 3 = 21$ f) $4 \cdot 8 = 32$
 $3 \cdot 3 = 9$ $6 \cdot 8 = 48$
 $9 \cdot 3 = 27$ $1 \cdot 8 = 8$
 $8 \cdot 3 = 24$ $8 \cdot 8 = 81$
 $5 \cdot 3 = 15$ $5 \cdot 8 = 40$

058

- a) $16 : 3 = 5 \text{ R } 1$ i) $19 : 5 = 3 \text{ R } 4$
b) $15 : 2 = 7 \text{ R } 1$ j) $36 : 6 = 6 \text{ R } 0$
c) $25 : 6 = 4 \text{ R } 1$ k) $15 : 4 = 3 \text{ R } 3$
d) $30 : 8 = 3 \text{ R } 6$ l) $39 : 6 = 6 \text{ R } 3$
e) $14 : 2 = 7 \text{ R } 0$ m) $25 : 7 = 3 \text{ R } 4$
f) $65 : 7 = 9 \text{ R } 2$ n) $62 : 8 = 7 \text{ R } 6$
g) $43 : 9 = 4 \text{ R } 7$ o) $13 : 9 = 1 \text{ R } 4$
h) $70 : 8 = 8 \text{ R } 6$

059

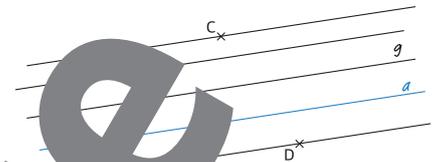


Kapitel C

121

Quadrat, Dreieck, Fünfeck, Rechteck

122



123

Quelle: Lösungen

124

- a) 90° b) 180° c) 360°

125

126

a)

b)

c)

d)

e)

f)

g)

h)

i)

j)

k)

l)

m)

n)

o)

p)

q)

r)

s)

t)

u)

v)

w)

x)

y)

z)

aa)

ab)

ac)

ad)

ae)

af)

ag)

ah)

ai)

aj)

ak)

al)

am)

an)

ao)

ap)

aq)

ar)

as)

at)

au)

av)

aw)

ax)

ay)

az)

ba)

bb)

bc)

bd)

be)

bf)

bg)

bh)

bi)

bj)

bk)

bl)

bm)

bn)

bo)

bp)

bq)

br)

bs)

bt)

bu)

bv)

bw)

bx)

by)

bz)

ca)

cb)

cc)

cd)

ce)

cf)

cg)

ch)

ci)

cj)

ck)

cl)

cm)

cn)

co)

cp)

cq)

cr)

cs)

ct)

cu)

cv)

cw)

cx)

cy)

cz)

da)

db)

dc)

dd)

de)

df)

dg)

dh)

di)

dj)

dk)

dl)

dm)

dn)

do)

dp)

dq)

dr)

ds)

dt)

du)

dv)

dw)

dx)

dy)

dz)

ea)

eb)

ec)

ed)

ee)

ef)

eg)

eh)

ei)

ej)

ek)

el)

em)

en)

eo)

ep)

eq)

er)

es)

et)

eu)

ev)

ew)

ex)

ey)

ez)

fa)

fb)

fc)

fd)

fe)

ff)

fg)

fh)

fi)

fj)

fk)

fl)

fm)

fn)

fo)

fp)

fq)

fr)

fs)

ft)

fu)

fv)

fw)

fx)

fy)

fz)

ga)

gb)

gc)

gd)

ge)

gf)

gg)

gh)

gi)

gj)

gk)

gl)

gm)

gn)

go)

gp)

gq)

gr)

gs)

gt)

gu)

gv)

gw)

gx)

gy)

gz)

ha)

hb)

hc)

hd)

he)

hf)

hg)

hh)

hi)

hj)

hk)

hl)

hm)

hn)

ho)

hp)

hq)

hr)

hs)

ht)

hu)

hv)

hw)

hx)

hy)

hz)

ia)

ib)

ic)

id)

ie)

if)

ig)

ih)

ii)</

Bildnachweis

6 Schultasche: joselprietofoto/123RF.com **9** Mädchen mit Gitarre: xalanx/123RF.com
12 Ananas: boliyani/123RF.com **13** Luftballons: inxti/123RF.com
14 Äpfel und Birnen: kviktar/123RF.com **15** Seil: pepifoto/iStock.com
18 Konzertbühne: hxdyl/123RF.com **21** Eratosthenes: GoXxu Chocolate/Shutterstock.com
24 Kuchen: Studio Romantic/Shutterstock.com **27** Handtuch: daizuoxin/123RF.com
28.1 6 Eier: Feelkoy/Shutterstock.com **28.2** 10 Eier: helgaq/123RF.com
29.1 Kerze: robson309/123RF.com **29.2** Tischmonster: Richard Mesarić
30 Blumenstrauß: eyewave/123RF.com **32** Wissenschaftler und Planeten: liakoltyrina/123RF.com
35 Zirkel: Utd. STUDIO/Shutterstock.com **36.1** Tapete 1: Khorzhevsksa/Shutterstock.com
36.2 Tapete 2: Corri Seizinger/Shutterstock.com
36.3 Tapete 3: Harish Kumar menariya/Shutterstock.com
36.4 Tapete 4: Yoyochow23/Shutterstock.com **38.1** Schmetterling: dhphoto68/123RF.com
38.2 Autoschild: Aris Siswoyo/Shutterstock.com **38.3** Versailles: Mistervlad/Shutterstock.com
39 Emmy Noether: IanDagnall Computing/Alamy **46** Jackrussel Terrier: popenkoserhii/123RF.com
55 Thales: GoXxu Chocolate/Shutterstock.com **60** Pyramidenkogel: Simlinger/Shutterstock.com
62 Kürbiskuchen: fahrwasser/123RF.com **68.1** Verkehrszeichen 1: Joo64/Shutterstock.com
68.2 Verkehrszeichen 2: Joo64/Shutterstock.com
68.3 Verkehrszeichen 3: Joo64/Shutterstock.com
69.1 Butter: New Africa/Shutterstock.com **69.2** Pistazien: SizeSquares/Shutterstock.com **69.3** Honig: yossarian6/stock.adobe.com
69.4 Zitronenlimonade: chandlervid85/123RF.com **74.1** Strichmännchen: leremy/123RF.com
74.2 Landkarte Österreich: schwabenblitz/123RF.com **82** Polizist: ©LPD Wien
83.1 Geldbörse: kunertus/123RF.com **83.2** Filzstifte: valbar/Shutterstock.com
86 Bohnenpflanze: wk1003mike/Shutterstock.com **88** Wissenschaftler: Gorodenkoff/Shutterstock.com
99.1 Bus: aprior/123RF.com **99.2** Zauberer: vchal/Shutterstock.com
102 Flugdrache: SP-Photo/Shutterstock.com
114 Sonnenkollektoren: Kampan/Shutterstock.com **116** Hochbeet: marysmn/123RF.com
120 Drachenflieger: soloway/123RF.com **127** Bauland: Marco2811/stock.adobe.com
130 Hunde: Pavel Shlykov/Shutterstock.com
132 Oliven und Öl: dusanzidar/123RF.com **133** Papiertickets: teamarbeit/123RF.com
135 Esel: MohamedHamim/Shutterstock.com **136** Knabbergebäck: beats1/123RF.com
137 Traubenernte: soloway/123RF.com **139** Hafenarbeiter: iidniel/123RF.com
140.1 Moped: Sergey Neanderthalec/Shutterstock.com
140.2 Tachometer: JIR Moronta/Shutterstock.com **141** Schokolade: anjelagr/123RF.com
142 Sale: Tonographer/Shutterstock.com **143** Bleistifte: FotoCor78/Shutterstock.com
148.1 T-Shirt: Hein Nouwens/Shutterstock.com **148.2** Jacke: Hein Nouwens/Shutterstock.com
148.3 Hose: Hein Nouwens/Shutterstock.com **148.4** Socken: Hein Nouwens/Shutterstock.com
149.1 Produktionstechniker: Kzenon/Shutterstock.com
149.2 Plastikbecher: Inna Tarnavska/Shutterstock.com **149.3** Scheinwerfer: sayfutdinov/123RF.com
150 Kopflaus: vichnija/123RF.com **152** Bleistift: wavebreakmedia/Shutterstock.com
153.1 Mütze: Hein Nouwens/Shutterstock.com **153.2** Sonnenhut: Hein Nouwens/Shutterstock.com
153.3 Hut: Hein Nouwens/Shutterstock.com **153.4** Rock: Hein Nouwens/Shutterstock.com
155 Königskobra: realityimages/123RF.com **158** Polarfuchs: bpenny/123RF.com **160** Thermometer: TRADOL/Shutterstock.com
161 Oimjakon: Vladimir Sevrinovsky/Shutterstock.com **170** Datenanalyse: pitinan/123RF.com
173.1 Würfel: CapturePB/Shutterstock.com **173.2** Schuljause: olyasolodenko/123RF.com
174 Fußball: StunningArt/Shutterstock.com **175** Fußballstadion: Piotr Piatrouski/Shutterstock.com
176 Junge: Gorich/Shutterstock.com **179** Magellan-Pinguin: Sergey Didenko/Shutterstock.com
182 Würfel: CapturePB/Shutterstock.com



Erarbeitungsteil

PLUS! Mathematik 2

David Wohlhart • Michael Scharnreiter



HELBLING