



David Wohlhart
Michael Scharnreitner

PLUS!

Mathematik

ERARBEITUNGSTEIL

4



mit App für
Erklärvideos





Die HELBLING Media App mit Erklärvideos

So funktioniert's:

1. App herunterladen

Lade die kostenlose HELBLING Media App im Apple App Store oder im Google Play Store auf dein Smartphone oder Tablet.

2. Buch aktivieren

Starte die Media App und tippe auf . Scanne den QR-Code oder gib unter MANUELLE EINGABE den untenstehenden Code ein und bestätige die Eingabe. Die Inhalte werden der Media App hinzugefügt.

3. Inhalte ansehen



Immer, wenn du im Buch dieses Symbol entdeckst, findest du in deiner App passende Erklärvideos.

Starte die App, tippe auf das Buch-Symbol und lade die gewünschten Inhalte über das Menü.

Die Media-App-Inhalte werden gestreamt. Wir empfehlen, eine WLAN-Verbindung zu nutzen. Wahlweise können die Inhalte auch temporär offline genutzt werden, wenn sie zuvor für die Offlinenutzung heruntergeladen wurden.

Das besondere Extra im E-BOOK+: die Lernsoftware MATHRIXX

- **MATHRIXX Lernen** im Erarbeitungsteil mit individuellen Lernpfaden und interaktiven Lernvideos
- **MATHRIXX Üben** im Übungsteil mit Rechentrainer, der auf Wunsch immer wieder neue Werte für die Aufgaben generiert

Hinweise zur Verwendung des E-BOOKs+ findest du auf der hinteren Umschlaginnenseite.

PLUS! Mathematik 4, Erarbeitungsteil

Mit Bescheid vom 28. Mai 2026, GZ: 2025-0.334.336, erklärt das Bundesministerium für Bildung das Unterrichtsmittel *PLUS! 4, Erarbeitungsteil* in der vorliegenden Fassung gemäß § 14 Abs. 2 und 5 des Schulunterrichtsgesetzes, BGBl. Nr. 472/86, und gemäß den derzeit geltenden Lehrplänen als für den Unterrichtsgebrauch für die 4. Klasse an Mittelschulen und allgemein bildenden höheren Schulen – Unterstufe im Unterrichtsgegenstand Mathematik (Lehrplan 2023) geeignet.

Erarbeitungsteil + E-Book: SBNR 225.996 | ISBN 978-3-7113-1072-9

Erarbeitungsteil E-Book Solo: SBNR 225.998 | ISBN 978-3-7113-1074-3

Erarbeitungsteil mit E-BOOK+: SBNR 225.997 | ISBN 978-3-7113-1073-6

Erarbeitungsteil E-BOOK+ Solo: SBNR 225.999 | ISBN 978-3-7113-1075-0

Autorenteam: David Wohllhart, Michael Scharnreitner

Redaktion: Xenia Descovich, Franz-Xaver Wintersteller

Illustrationen: Georg Flor

Technische Zeichnungen: Dietmar Ebenhofer

Umschlaggestaltung: CMS – Cross Media Solutions GmbH, Würzburg

Innenlayout: CMS – Cross Media Solutions GmbH, Würzburg

Satz: CMS – Cross Media Solutions GmbH, Würzburg

Druck: Athesia Druck, Innsbruck

Helbling Verlagsgesellschaft m.b.H., A-6063 Rum, Kaplanstraße 9, produktsicherheit@helbling.com

1. Auflage: A1¹ 2026

© 2026 HELBLING, Rum/Innsbruck

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk einschließlich aller Inhalte ist ganz und in Auszügen urheberrechtlich geschützt. Kein Teil des Werkes darf in irgendeiner Form (Druck, Fotokopie oder anderes Verfahren) ohne ausdrückliche schriftliche Genehmigung des Verlags nachgedruckt oder reproduziert werden und/oder unter Verwendung elektronischer Systeme jeglicher Art gespeichert, verarbeitet, vervielfältigt und/oder verbreitet bzw. der Öffentlichkeit zugänglich gemacht werden. Alle Übersetzungsrechte sowie die Nutzung für Text- und Datamining vorbehalten.

Es darf aus diesem Werk gemäß §42 (6) des Urheberrechtsgesetzes für den Unterrichtsgebrauch nicht kopiert werden.

PLUS!

Mathematik

ERARBEITUNGSTEIL

4

Symbole in PLUS!	3	E3 Binomische Formeln	72
Arbeiten mit PLUS!	4	E4 Brüche: Addition und Subtraktion	74
Kompetent mit PLUS!	4	E5 Brüche: Multiplikation und Division	75
A Wiederholung	6	E6 Bruchterme	76
(alle Kompetenzbereiche)		E7 Verbindung der Rechenarten	77
Warm-up	7	E8 Zahlenfolgen	78
A1 Rechenregeln, Kopfrechnen	8	Checkpoint	79
A2 Potenzen	9	F Gleichungen und Formeln	80
A3 Proportionalität	10	(Kompetenzbereich Variablen und Funktionen)	
A4 Prozente und Zinsen	12	Warm-up	81
A5 Dreieck, Rechteck und Quadrat	14	F1 Äquivalenzumformungen	82
A6 Würfel, Quader, Pyramide	16	F2 Sachaufgaben	84
A7 Daten	18	F3 Anwendung Geometrie	86
A8 Terme und Gleichungen	20	F4 Anwendung Geschwindigkeit	88
A9 Binomische Formeln	22	F5 Anwendung Kraft	90
Checkpoint	23	F6 Texträtsel	92
B Reelle Zahlen	24	Checkpoint	93
(Kompetenzbereich Zahlen und Maße)		G Kreis	94
Warm-up	25	(Kompetenzbereich Figuren und Körper)	
B1 Natürliche und ganze Zahlen	26	Warm-up	95
B2 Rationale Zahlen	28	G1 Konstruieren, Messen und Entdecken	96
B3 Quadratwurzel	30	G2 Umfang und Flächeninhalt	98
B4 Schätzen, Schranken	32	G3 Halbkreis, Viertelkreis und Achtelkreis	100
B5 Nichtrationale Zahlen	34	G4 Zusammengesetzte Figuren	102
B6 Reelle Zahlen	36	G5 Gemischte Aufgaben	104
Checkpoint	37	G6 Kreissektor	106
C Rechnen mit Wurzeln	38	Checkpoint	107
(Kompetenzbereich Zahlen und Maße)		H Daten und Statistik	108
Warm-up	39	(Kompetenzbereich Daten und Zufall)	
C1 Rechenregeln	40	Warm-up	109
C2 Quadratwurzeln anwenden	42	H1 Statistische Kenngrößen	110
C3 Kubikwurzel	44	H2 Absolute und relative Häufigkeit	112
C4 Rundungsfehler	46	H3 Säulen- und Balkendiagramme	114
Checkpoint	47	H4 Kreisdiagramme	116
D Der Satz des Pythagoras	48	H5 Kreuztabellen	118
(Kompetenzbereich Figuren und Körper)		H6 Kreuztabellen - Vertiefung	120
Warm-up	49	Checkpoint	121
D1 Einführung	50	I Funktionen	122
D2 Beweis	52	(Kompetenzbereich Variablen und Funktionen)	
D3 Rechtwinkeliges Dreieck	54	Warm-up	123
D4 Rechteck und Quadrat	56	I1 Einführung	124
D5 Besondere Dreiecke	58	I2 Interpretation von Graphen	126
D6 Raute, Deltoid und Trapez	60	I3 Funktionsgleichung	128
D7 Gemischte Aufgaben	62	I4 Lineare Funktionen der Form	
D8 Technologie	64	$f(x) = k \cdot x$	130
Checkpoint	65	I5 Lineare Funktionen der Form	
E Terme	66	$f(x) = k \cdot x + d$	132
(Kompetenzbereich Variablen und Funktionen)		I6 Funktionsgraphen verstehen	134
Warm-up	67	I7 Steigungsdreieck	136
E1 Addition und Subtraktion	68	I8 Anwendung	138
E2 Multiplikation	70	Checkpoint	139

J Prisma und Pyramide (Kompetenzbereich Figuren und Körper)	140	L Wahrscheinlichkeit (Kompetenzbereich Daten und Zufall)	166
Warm-up	141	Warm-up	167
J1 Würfel und Quader	142	L1 Wahrscheinlichkeit berechnen	168
J2 Quadratische Pyramide	144	L2 Wiederholung Baumdiagramme	170
J3 Allgemeine Pyramide, Tetraeder	146	L3 Baumdiagramme bei Zufallsexperimenten	172
J4 Dreiseitiges Prisma, Masse	147	L4 Summenregel	174
J5 Zusammengesetzte Körper	148	L5 Interpretation	176
Checkpoint	149	Checkpoint	177
K Lineare Gleichungssysteme (Kompetenzbereich Variablen und Funktionen)	150	M Zylinder und Kegel (Kompetenzbereich Figuren und Körper)	178
Warm-up	151	Warm-up	179
K1 Gleichung mit zwei Unbekannten	152	M1 Zylinder	180
K2 Lineare Gleichungssysteme – Lösungsfälle	154	M2 Kegel	182
K3 Grafisches Lösungsverfahren	156	M3 Umkehraufgaben	184
K4 Einsetzungsverfahren	158	M4 Zusammengesetzte Körper	186
K5 Gleichsetzungsverfahren	159	Checkpoint	187
K6 Eliminationsverfahren	160	Anhang: Lösungen zu Warm-ups und	188
K7 Lösungsverfahren passend anwenden	161	Checkpoints, Stichwortverzeichnis und	
K8 Textaufgaben	162	Bildnachweis	
K9 Anwendung im Alltag	163		
K10 Anwendung in der Geometrie	164		
Checkpoint	165		

Symbole in PLUS!



Erklärvideos: Zu fast allen Lernschritten gibt es Erklärvideos. Sie unterstützen dich beim Lernen und Üben.



Ich-Du-Wir-Aufgabe: Löse die Aufgabe zuerst alleine. Vergleiche deine Ergebnisse dann mit deiner Sitznachbarin oder deinem Sitznachbarn. Besprecht eure Ergebnisse danach in der Klasse.



Partneraufgabe, Kommunikationsaufgabe: Löse die Aufgabe zu zweit oder vergleiche deine Ergebnisse mit anderen. Oft musst du auch deinen Lösungsweg erklären oder deine Lösung begründen.



Technologie-Aufgabe: Diese Aufgaben werden mit digitalen Hilfsmitteln gelöst.



Knobelaufgabe: Hier musst du oft länger probieren, bis du die Lösung gefunden hast.



Spiel: Bei dieser Aufgabe handelt es sich um ein Spiel, das du meistens mit anderen spielen kannst.



PLUS!-Aufgaben: Denk dir selbst weitere Aufgaben aus und löse sie.

Arbeiten mit PLUS!

B Reelle Zahlen

Zahlen begegnen uns überall – auf Straßenschildern, in Preisen oder bei der Zeitangabe. Manche Zahlen haben ein Komma (z.B. 3,14), andere stehen ohne Komma (z.B. 7). Häufig sind Zahlen mit Maßeinheiten verbunden, etwa 5 km oder 10 kg. Jede Zahl hilft uns, die Welt genauer zu beschreiben.

105 Zahlen und Maße in unserer Umwelt
Finde jeweils drei weitere Beispiele für Zahlen und Maße im Freibad und erkläre, was sie bedeuten.

- positive Zahlen ohne Komma (Beispiel: 380 Stück Plastikbojen)
- Zahlen mit Komma (Beispiel: 22,5 °C Lufttemperatur)
- negative Zahlen (Beispiel: -5 m Beckentiefe)
- Bruchzahlen (Beispiel: $\frac{1}{2}$ der Bahnen für Schwimmverein)

In diesem Kapitel lernst du eine neue Art von Zahlen. Zuerst wiederholst du die Zahlenarten. Anschließend schaust du dir das Wurzelziehen an. Das führt dich schließlich zu den natürlichen Zahlen. Gemeinsam mit den rationalen Zahlen, die du schon kennst, bilden sie die sogenannten reellen Zahlen.

Einstieg

Einstiegsaufgabe

Jedes Kapitel beginnt mit einer Aufgabe, die dich zum neuen Thema einführt. Das Bearbeiten der Aufgabe gibt dir einen ersten Eindruck, was dich in diesem Kapitel erwartet.

Lernziele

Am Ende der Kapitel-Einstiegsseite erfährst du, was du in diesem Kapitel lernen bzw. was du nach Bearbeiten des Kapitels können wirst.

Warm-up

Hier kannst du überprüfen, was du schon kannst oder vor dem Bearbeiten des neuen Kapitels noch einmal wiederholen solltest.

Kontrolliere deine Ergebnisse mit den Lösungen am Ende des Buchs.

Schätze selbst ein, wie gut du die Aufgaben gelöst hast.

Reelle Zahlen

WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Wie gut kannst du das noch? 😊 😊 😊

Beantworte die Fragen.

106 Wie lautet die größte Ziffer der Zahl 5 098?
Wie lautet die größte dreistellige Zahl, die man aus den Ziffern 3, 0 und 7 bilden kann?
Erkläre den Unterschied zwischen „Zahl“ und „Ziffer“ anhand eines Beispiels.
Vergleiche die Begriffe mit „Wort“ und „Buchstabe“.

107 Gib jeweils die kleinste und die größte dreistellige Zahl an, die man aus den angegebenen Ziffern bilden kann.

a) Ziffern	kleinste Zahl	größte Zahl	b) Ziffern	kleinste Zahl	größte Zahl
5, 4, 7	000	000	2, 5, 0	000	000

108 Bestimme den Betrag der angegebenen Zahlen.

a) $ -7 =$	d) $ -95 =$	Der Betrag einer Zahl gibt ihren Abstand zum Nullpunkt an.
b) $ 14 =$	e) $ +34 =$	
c) $ +16 =$	f) $ 0 =$	

Wie gut kannst du das noch? 😊 😊 😊

109 Gegenseiten sind die Mengen A und B.

A = {8; 10; 15; 27} B = {1; 3; 9; 10; 12}

a) Welche Menge enthält mehr Zahlen?
☐ A ☐ B

b) Welche Zahl ist in beiden Mengen enthalten?

c) In welcher Menge ist die Zahl 10 enthalten? Kreuzt an.

	A	B
10	☐	☐
15	☐	☐

Quadrieren

110 Schreib jeweils als Potenz und berechne die Ergebnisse mit dem Taschenrechner.

a) $3 \cdot 3 =$	d) $15 : 15 =$
b) $8 \cdot 8 =$	e) $16,3 \cdot 16,3 =$
c) $10 \cdot 10 =$	f) $0,8 \cdot 0,8 =$

Wie gut kannst du das noch? 😊 😊 😊

➔ Die Lösungen findest du am Ende des Kapitels.

Kompetent mit PLUS!

Kompetent ist man, wenn man sein Wissen und sein Können in verschiedenen Situationen einsetzen kann. Was wir beim Lösen von Aufgaben tun, lässt sich in vier große Kategorien einteilen. Diese Einteilung heißt **Kompetenzmodell** für das Fach Mathematik:

MP ... Modellieren und Problemlösen

RK ... Rechnen und Konstruieren

DI ... Darstellen und Interpretieren

VB ... Vermuten und Begründen

MP VB 153 In welchen Bereichen du beim Lösen einer Aufgabe Kompetenzen aufbaust, steht immer links neben der Aufgabennummer.

Wenn das, was du lernst, in anderen Fächern und Lebensbereichen eine große Rolle spielt, stehen die Themen mit den Aufgabennummern in der Fußzeile, z. B. 228: Interkulturelle Bildung, Medienbildung.

5

A

Wiederholung



Berühmte Mathematikerinnen und Mathematiker (von links nach rechts):
Leonhard Euler, Ada Lovelace, Alan Turing, Maryam Mirzakhani

Die Geschichte der Mathematik wurde von außergewöhnlichen Menschen geprägt.
Hinter jedem bekannten Namen steht nicht nur eine großartige Entdeckung,
sondern auch ein Leben voller Herausforderungen,
Erfolge und spannender Geschichten.

MP 001 Steckbriefe



Wählt in Kleingruppen eine berühmte Persönlichkeit aus der Mathematik aus
(entweder von den Bildern oben oder jemand anderen).



- Recherchiert, wie diese Person gelebt hat. Wählt vertrauenswürdige Quellen.
 - Wann und wo hat sie gelebt?
 - Gab es besondere Herausforderungen in ihrem Leben?
 - Welchen Beitrag zur Mathematik hat sie geleistet?
- Erstellt ein „Steckbrief-Plakat“, das die Person als Mensch und ihre Zeit beschreibt.
Stellt es in der Klasse vor.
- Welche der Persönlichkeiten hättet ihr gerne persönlich getroffen und warum?

In diesem Kapitel wiederholst du grundlegende Fertigkeiten,
die du bereits in den ersten drei Schuljahren erworben hast.

Dazu gehören die wichtigsten Rechenregeln, das Umformen von Gleichungen,
der Umgang mit geometrischen Figuren wie Quadrat, Rechteck und Dreieck,
Berechnungen in einfachen Körpern, die Prozentrechnung sowie
grundlegende Arbeiten mit Daten und Diagrammen.



WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Zahlen und Rechenoperationen

Wie gut kannst du das noch?



MP 002 Finde jeweils drei passende Zahlen. Vergleiche mit anderen.



- a) natürliche Zahlen größer als 10: 15
- b) negative Zahlen größer als -10: _____
- c) Dezimalzahlen zwischen 8 und 9: _____
- d) Bruchzahlen größer als $\frac{1}{2}$: _____
- e) gerade Zahlen kleiner als 100: _____
- f) Primzahlen zwischen 10 und 30: _____
- g) vierstellige Zahlen, deren Quersumme gleich 10 ist: _____

DI 003 Was passt zusammen? Verbinde.

Addition

Subtraktion

Multiplikation

Division

Produkt

Summe

Quotient

Differenz

Geometrie

Wie gut kannst du das noch?



DI 004 Beschrifte richtig mit „Strecke“, „Strahl“ und „Gerade“

x

x

x

DI 005 Wie groß sind diese Winkel? Schätze und kreuze die richtige Antwort an.

a)

- ☐ 45°
- ☐ 15°
- ☐ 85°

b)

- ☐ 180°
- ☐ 360°
- ☐ 90°

c)

- ☐ 50°
- ☐ 20°
- ☐ 110°

d)

- ☐ 210°
- ☐ 100°
- ☐ 150°

A1 Rechenregeln, Kopfrechnen



Wenn mehrere Operationen innerhalb einer Rechnung auftreten, gelten diese **Vorrangregeln**:
1. Klammern, 2. Punktrechnungen ($\cdot$ und $:$), 3. Strichrechnungen ($+$ und $-$)

RK 006 Hier sind Fehler passiert!

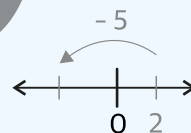


Erkläre jeweils, wie hier gerechnet wurde und welche Rechenregeln nicht beachtet wurden. Löse die Aufgabe dann selbst richtig.

a) $10 - 3 + 2 \cdot 4 = 36$ <i>f</i>	c) $6 \cdot (5 - 4) + 8 = 34$ <i>f</i>
b) $4 + 6 : 2 - 1 = 4$ <i>f</i>	d) $(6 + 2 \cdot 9) : 3 = 24$ <i>f</i>

Rechenstrich

Wenn du unsicher bist, hilft eine Skizze am Rechenstrich.



RK 007 Berechne im Kopf.

- a) $5 - 7 =$ _____ c) $(-8) \cdot 4 =$ _____ e) $12 : (-4) =$ _____
b) $-3 + 2 =$ _____ d) $(-6) \cdot (-7) =$ _____ f) $(-8) + (-2) =$ _____

RK 008 Berechne im Kopf. Was fällt dir auf?

- a) $7 \cdot 2 =$ _____ b) $8 + 3 =$ _____ c) $28 : 4 =$ _____
 $70 \cdot 2 =$ _____ $80 + 30 =$ _____ $280 : 4 =$ _____
 $700 \cdot 2 =$ _____ $800 + 300 =$ _____ $2800 : 4 =$ _____

RK 009 Berechne ohne Taschenrechner.

Rechne in der richtigen Reihenfolge.

- a) $(10 + 6) : 8$ d) $7 \cdot 8 - 30 : 5$ g) $5 \cdot (9 - 3 - 2)$
b) $9 + 15 : 3$ e) $(3 + 5) \cdot (6 - 2)$ h) $20 : 4 + 6 \cdot 3$
c) $4 \cdot (10 - 7)$ f) $6 \cdot (8 - 5) + 9$ i) $(17 - 15) : (2 \cdot 4)$

RK 010 Berechne im Kopf.

- a) $-8 + 5$ d) $15 + 6$ g) $-20 + 1$ j) $16 - 19$
b) $10 - 11$ e) $-15 - 6$ h) $7 - 12$ k) $0 - 3$
c) $-2 - 6$ f) $-1 + 10$ i) $-14 - 8$ l) $-5 + 11$

RK 011 Berechne ohne Taschenrechner.

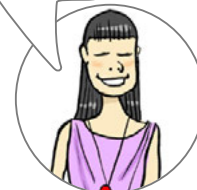
- a) $(-3) \cdot (-6)$ d) $9 \cdot (-2)$ g) $(-15) \cdot 2$ j) $(-50) - (-50)$
b) $(-9) + (-2)$ e) $(-30) : (-6)$ h) $42 : (-7)$ k) $(-80) \cdot 6$
c) $16 : (-4)$ f) $(-8) - (-5)$ i) $15 - (-3)$ l) $(-14) : (-2)$

RK 012 Schreib jede Aufgabe als Rechnung an und führe diese durch.

- a) Berechne die Summe aus 5 und 12 und multipliziere das Ergebnis mit -9 .
b) Subtrahiere 8 von 20 und dividiere das Ergebnis durch 4.
c) Teile die Differenz von 600 und 400 durch 5.
d) Addiere 30 zum Produkt von 5 und -3 .

⊕ Erfinde selbst drei ähnliche Aufgaben und löse sie.

Rechne Schritt für Schritt.



A2 Potenzen



Eine Potenz besteht aus **Basis** (Grundzahl) und **Exponent** (Hochzahl).

DI **013** Erkläre die Rechenregeln anhand von Beispielen.



B Erkläre die Regel $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ anhand des Beispiels $4^3 \cdot 4^2$.

$$4^3 \cdot 4^2 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^5$$

- a) Erkläre die Regel $a^x \cdot b^y = a^{x+y}$ anhand des Beispiels $2^5 \cdot 2^4$.
 b) Erkläre die Regel $a^x : a^y = a^{x-y}$ anhand des Beispiels $3^6 : 3^2$.
 c) Erkläre die Regel $a^x \cdot b^x = (ab)^x$ anhand des Beispiels $2^3 \cdot 4^3$.
 d) Erkläre die Regel $a^x : b^x = \left(\frac{a}{b}\right)^x$ anhand des Beispiels $6^2 : 3^2$.
 e) Erkläre die Regel $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$ anhand des Beispiels $(2^3)^2$.

Potenzen mit gleicher Basis

Multiplikation:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$8^7 \cdot 8^3 = 8^{10}$$

Division:

$$a^x : a^y = a^{x-y}$$

$$8^7 : 8^3 = 8^4$$

DI **014** Welche Ausdrücke haben den gleichen Wert? Verbinde.

100 000

1 000

1 000 000

10

100

10^6

10^3

10^2

10^5

10^1

Potenzen mit gleichem Exponenten

Multiplikation:

$$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$$

$$4^2 \cdot 5^2 = 20^2$$

Division:

$$a^x : b^x = (a : b)^x$$

$$20^2 : 5^2 = 4^2$$

RK **015** Vereinfache die Ausdrücke.

B $6^3 \cdot 6^2 = 6^5$

b) $4^3 \cdot 2^3$

d) $(12^4)^2$

f) $10^5 \cdot 2^5$

a) $7^4 \cdot 7^3$

c) $9^5 : 3^5$

e) $9^2 \cdot 4^2$

g) $5^6 \cdot 6^7$

RK **016** Vereinfache die Ausdrücke.

B $x^4 : y^4 = \left(\frac{x}{y}\right)^4$

b) $p^2 \cdot p^6$

d) $(v^2)^2$

f) $k^7 : k^3$

a) $m^5 : n^5$

c) $f^4 : f^3$

e) $t^4 \cdot t^2$

g) $s^4 \cdot u^4$

RK **017** Schreib als Zehnerpotenzen.

B $10\,000 = 10^4$

b) 1 000 000

d) 10

f) 1 000

a) 100

c) 100 000

e) 10 000 000

g) 1 000 000 000

RK **018** Multipliziere und dividiere ohne Taschenrechner.

B $100 \cdot 1\,000 = 100\,000$

b) $1\,000 \cdot 1\,000$

d) $1\,000 : 100$

a) $100 : 10$

c) $10\,000 \cdot 100$

e) $10\,000 : 10\,000$

MP **019** Gesamtes Körpergewicht aller Menschen in Österreich



Schätze, wie viel alle Menschen, die sich gerade in Österreich befinden, zusammen wiegen.

Verwende bei deiner Schätzung und Rechnung nur dekadische Einheiten, also Zahlen wie 1, 10, 100, 1 000 und so weiter.

Gib das Ergebnis in Tonnen an.

Vergleiche deine Schätzung und deine Vorgehensweise mit anderen.



Das ist eine typische Fermi-Aufgabe.



A3 Proportionalität



Aufgaben zur **direkten und indirekten Proportionalität** lassen sich einfach mit Tabellen lösen.

MP
DI
VB

020 Heinrich streicht seinen Gartenzaun.



Er schafft in drei Stunden 12 Meter. Der Zaun ist insgesamt 32 Meter lang. Wie lange braucht Heinrich noch, um den restlichen Zaun zu streichen?

- Ist der Zusammenhang direkt oder indirekt proportional?
- Bei der Lösung ist ein Fehler passiert. Erkläre, was falsch ist.

Meter	Stunden
12	3
: 12	: 12
1	0,25
· 32	· 32
32	8

Heinrich braucht noch 8 Stunden. *f*

- Löse die Aufgabe selbst richtig.
- Wie realistisch ist dein Ergebnis? Was hast du für deine Rechnung vorausgesetzt und könnte in der Realität vielleicht anders sein?

Direkte Proportionalität

Dividiere oder multipliziere auf beiden Seiten immer mit der gleichen Zahl.

MP
DI
VB

021 Ein Großraumbüro soll neu gestrichen werden.



Zwei Malerinnen benötigen für die Arbeit 12 Stunden.

- Ist der Zusammenhang direkt oder indirekt proportional?
- Berechne, wie lange es wohl dauert, wenn sich drei Personen die Arbeit teilen.
- Christa behauptet, dass die Arbeit in einer halben Stunde erledigt wäre, wenn 48 Personen gleichzeitig streichen würden.
 - Ist ihre Berechnung korrekt?
 - Kann diese Lösung in der Praxis tatsächlich umgesetzt werden? Begründe deine Antwort.

Indirekte Proportionalität

Dividiere auf der einen Seite immer mit der gleichen Zahl, mit der du auf der anderen Seite multiplizierst.

RK

022 Löse die Aufgaben zum Kartenverkauf an der Abendkasse eines Theaters. ... → Ü022

- Herr Buchbinder kauft drei Karten der Kategorie A und bezahlt 246 €. Wie viel kosten vier Karten dieser Kategorie?
- Lisa kauft zwei Karten der Kategorie C um insgesamt 78 €. Kathi kauft fünf Karten dieser Kategorie. Wie viel kostet das?
- Frau Schweiger bezahlt 264 € für vier Karten der Kategorie B. Herr Novak kauft drei Karten der Kategorie B. Wie viel kostet das?



Berufe am Theater

Fachkräfte für Veranstaltungs-, Ton- und Lichttechnik sowie für Masken-, Kostüm- und Bühnenbild arbeiten hinter den Kulissen und sorgen für eine gelungene Aufführung. Zu den wichtigsten Voraussetzungen zählt das Interesse an der Kunst.

RK

023 In dem Theatersaal werden Sessel aufgestellt. ... → Ü023

Zwei Personen benötigen zum Aufstellen der Sessel 90 Minuten. Wie lange würden drei Personen für diese Arbeit zirka brauchen?

RK

024 Die Theatergruppe tritt für eine fixe Gage in unterschiedlichen Zusammensetzungen auf.

Das Geld wird nach jedem Auftritt gleichmäßig aufgeteilt. An diesem Abend war die Gruppe zu fünft, sodass jeder 840 € bekam. Wie viel erhält jedes Mitglied, wenn die Gruppe mit ...

- vier Personen,
- drei Personen,
- sechs Personen

auftritt?

MP RK 025 Vorsicht, Falle!

...→ Ü025

Nicht alle Aufgaben lassen sich mit Hilfe von direkter oder indirekter Proportionalität lösen. Kreuze jeweils an, um welchen Sachverhalt es sich handelt. Löse dann die Aufgabe.

- Zwei Wanderer benötigen 3 Stunden, um vom Parkplatz bis zur Berghütte zu gehen. Wie lang benötigen drei Wanderer?
☐ direkt proportional ☐ indirekt proportional ☐ nicht proportional
- Eine Pizza muss 12 Minuten im Backofen sein, bis sie fertig gebacken ist. Wie lange müssen drei Pizzen im Backofen sein?
☐ direkt proportional ☐ indirekt proportional ☐ nicht proportional
- Drei Malerinnen streichen eine Halle in 8 Stunden. Wie lange würden zwei Malerinnen für diese Arbeit wohl benötigen?
☐ direkt proportional ☐ indirekt proportional ☐ nicht proportional
- Zwei Kübel Farbe reichen für 50 m² Wandfläche. Für wie viele m² reichen sieben solche Kübel?
☐ direkt proportional ☐ indirekt proportional ☐ nicht proportional
- Ein Chor besteht aus 12 Personen. Er singt ein Stück, das 4 Minuten dauert. Wie lange dauert das Stück, wenn nur 6 Personen in dem Chor singen?
☐ direkt proportional ☐ indirekt proportional ☐ nicht proportional
- Hanna bezahlt für drei Packungen Saft 4,80 €. Wie viel kosten fünf Packungen dieses Safts?
☐ direkt proportional ☐ indirekt proportional ☐ nicht proportional


Wandern

Es macht Spaß, weil du dabei die Natur entdecken und viele Abenteuer erleben kannst. Außerdem fördert es deine Gesundheit – es baut Stress ab, stärkt die Fitness und trainiert das Herz-Kreislauf-System.

MP DI 026 90 Kisten sollen verladen werden.

...→ Ü026

Wie viele Kisten muss jeder Arbeiter verladen?

- Erstelle eine Wertetabelle für 1 bis 6 Arbeiter und die Anzahl der Kisten pro Arbeiter.
- Stell die Zahlen in einem Diagramm dar.

Arbeiter	1	2	3
Kisten pro Arbeiter	90		

Wertetabelle

MP DI 027 Eine Firma produziert Taschenlampen. Sie werden in Schachteln mit je 15 Stück verpackt.

...→ Ü027

- Erstelle eine Wertetabelle für 1 bis 10 Schachteln und die Gesamtanzahl der Taschenlampen in allen Schachteln.
- Stell die Zahlen in einem Diagramm dar.

MP DI 028 Apfelernte


Ein Obstbaubetrieb muss seine Apfelernte abschließen. Mit zwei Erntehelfern dauert die Arbeit 8 Tage. Da die Äpfel jedoch innerhalb von 3 Tagen vollständig geerntet sein müssen, fragt sich die Landwirtin: „Wie viele Erntehelfer werden insgesamt benötigt, um die Arbeit rechtzeitig zu erledigen?“

- Löse die Aufgabe.
- Erkläre deinen Lösungsweg.
- Stell den Zusammenhang „Zahl der Erntehelfer“ zu „Erntedauer“ für 1 bis 10 Personen in einem Diagramm dar.



A4 Prozente und Zinsen



Prozente sind im Grunde **Hundertstel**. Das Wort Prozent kommt von dem italienischen Ausdruck „per cento“, was wörtlich übersetzt „pro Hundert“ bedeutet.

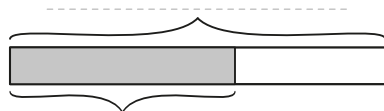
$$1\% \triangleq \frac{1}{100}$$

DI **029** Schreib auf die strichlierten Linien jeweils den richtigen Begriff:



Grundwert, Anteil, Prozentsatz.

Erkläre damit die Formeln in der Randspalte.



Formeln

$$A = \frac{G}{100} \cdot p$$

$$G = \frac{A}{p} \cdot 100$$

$$p = \frac{A \cdot 100}{G}$$

A ... Anteil

G ... Grundwert

p ... Prozentsatz

RK **030** Berechne die gesuchten Anteile.

...→ Ü030

a) 12 % von 800

d) 18 % von 50

g) 8 % von 9

b) 20 % von 250

e) 70 % von 120

h) 50 % von 14,8

c) 45 % von 500

f) 35 % von 520

i) 10 % von 0,9

RK **031** Berechne die neuen Preise im Abverkauf.

...→ Ü031

a) Jeanshose: 49,90 €
heute minus 20 %

d) Jacke: 129,90 €
heute minus 40 %

g) Kappe: 19,90 €
heute minus 5 %

b) Sneakers: 79,90 €
heute minus 15 %

e) grünes T-Shirt: 24,90 €
heute minus 10 %

h) Rucksack: 89,90 €
heute minus 50 %

c) blauer Pullover: 39,90 €
heute minus 25 %

f) Sommerkleid: 59,90 €
heute minus 35 %

i) Schal: 14,90 €
heute minus 20 %

RK **032** Berechne jeweils den Grundwert.

...→ Ü032

a) 25 % entsprechen der Zahl 360.

e) 10 % entsprechen der Zahl 150.

b) 50 % entsprechen der Zahl 600.

f) 75 % entsprechen der Zahl 900.

c) 15 % entsprechen der Zahl 225.

g) 40 % entsprechen der Zahl 280.

d) 20 % entsprechen der Zahl 500.

h) 60 % entsprechen der Zahl 720.

RK **033** Bei einer Abstimmung haben 91 Personen für „Ja“ gestimmt.

...→ Ü033

Das entspricht 65 % der Stimmen.

Wie viele Personen haben an der Abstimmung teilgenommen?

RK **034** Verkehrsstichprobe

...→ Ü034

In einer Verkehrsstichprobe wurde festgestellt,
dass 5 % aller Fahrräder kein Licht haben.

Dabei wurden 8 Fahrräder ohne Licht gezählt.

Wie viele Fahrräder wurden insgesamt überprüft?

RK 035 Berechne jeweils den Prozentsatz. ...→ Ü035

Runde wo nötig auf eine Nachkommastelle.

- a) Grundwert = 2 400, Anteil = 600 d) Grundwert = 7 200, Anteil = 1 040
b) Grundwert = 3 200, Anteil = 900 e) Grundwert = 2 700, Anteil = 2 600
c) Grundwert = 1 500, Anteil = 300 f) Grundwert = 1 800, Anteil = 675

RK 036 Hanna kauft eine neue Jacke. ...→ Ü036

Sie kostet heute nur 140 € statt 200 €.

- a) Wie hoch ist der Rabatt in Euro?
b) Wie hoch ist der Rabatt in Prozent?

RK 037 Theo kauft ein Paar neuer Schuhe. Sie kosten 129 €. ...→ Ü037

Theo erhält einen Rabatt und bezahlt nur 109,65 €.

- a) Wie hoch ist der Rabatt in Euro?
b) Wie hoch ist der Rabatt in Prozent?



RK 038 Berechne jeweils, wie viel Geld nach einem Jahr auf dem Konto liegt. ...→ Ü038

	a)	b)	c)	d)
Kapital	5.400 €	7.250 €	6.750 €	75.820 €
Zinssatz	2%	1,6%	2,9%	3,7%

RK 039 Liam nimmt einen Kredit in Höhe von 25.000 € auf. ...→ Ü039

Der Zinssatz beträgt 4,8%.
Wie viel Euro Zinsen fallen im ersten Jahr dieses Kredites an?

RK 040 Reza zahlt im ersten Jahr 1.800 € Zinsen für einen Kredit über 60.000 €. ...→ Ü040

Wie hoch ist der Zinssatz p?

MP 041 Berechne die Zinsen mit einem Tabellenkalkulationsprogramm.



Denk dir jeweils die Höhe des aufgenommenen Kredites aus, lege dann einen Prozentsatz fest und berechne die Jahreszinsen in Euro automatisch. Gib dafür die Formeln in die Felder ein.

	A	B	C	
1	Kredit 1	Kredit 2		K
2	Kreditsumme	15.000,00 €	4.900,00 €	
3	Zinssatz	6,0%	3,5%	
4	Zinsen nach 1 Jahr	900,00 €	171,50 €	
5				

→ Diese Datei findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: A.

MP 042 In einer Bäckerei wird ein Kuchen angeboten.



- a) Am Morgen kostet er 20 €. Am Nachmittag gibt es einen Rabatt von 25%. Wie viel Euro kostet der Kuchen am Nachmittag?
b) Die Bäckerin senkt den Preis des Kuchens am Abend noch einmal und verkauft ihn jetzt für 12 €. Wie viel Prozent beträgt die zweite Senkung?
c) Um wie viel Prozent ist der Kuchen am Abend billiger im Vergleich zum ursprünglichen Preis von 20 €?

Umgang mit Geld

Es ist wichtig, Geld bewusst einzuteilen, um stets genug für die wirklich wichtigen Dinge zu haben.



Beruf: Bäckerin, Bäcker

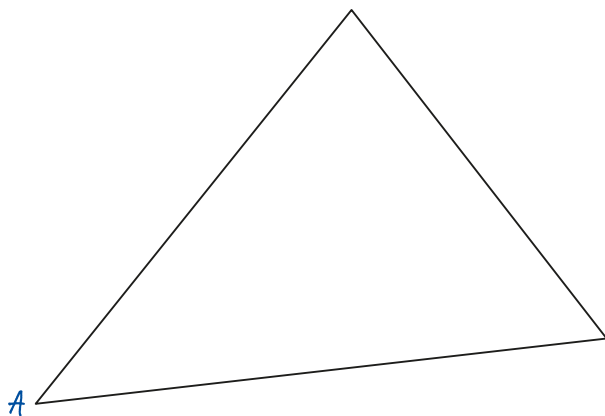
Für diesen Beruf brauchst du handwerkliches Geschick und Kreativität. Außerdem musst du körperlich belastbar und gut im Kopfrechnen sein.

A5 Dreieck, Rechteck und Quadrat



Dreieck, Rechteck und Quadrat sind drei einfache **ebene Figuren** mit geraden Begrenzungslinien. Ausgehend von diesen Figuren lassen sich auch in komplizierteren Figuren wie Trapezen, Deltoiden, Parallelogrammen oder Rauten Berechnungen durchführen.

RK 043 Dreieck



- Beschrifte Ecken, Seiten und Winkel dieses Dreiecks.
- Bestimme die Größe der Winkel durch Messen. Berechne die Summe der drei Winkel.
- Zeichne die Höhen ein und beschrifte sie.
- Bestimme die Längen der Seiten und der Höhen durch Messen.
- Berechne Umfang und Flächeninhalt des Dreiecks.
- Wahr oder falsch? Kreuze an.

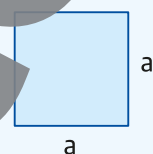
	Aussage	Wahr	falsch
(1)	In einem Dreieck ist der Umfang immer länger als jede einzelne Seite.	☐	☐
(2)	Ein Dreieck kann mehr als einen rechten Winkel haben.	☐	☐
(3)	Hat ein Dreieck einen Winkel, der größer als 90° ist, nennt man es „stumpfwinkelig“.	☐	☐
(4)	Die Winkel in einem gleichseitigen Dreieck sind alle gleich groß.	☐	☐
(5)	Der größte Winkel eines Dreiecks liegt immer gegenüber der kürzesten Seite des Dreiecks.	☐	☐

MP RK 044 Berechne die fehlenden Größen der folgenden Rechtecke. Achte auf die Einheiten.

...→ Ü044

	Seite a	Seite b	Umfang u	Flächeninhalt A
a)	12 cm	5 cm		
b)	8 cm			48 cm^2
c)		9 m	20 m	
d)		6 mm		168 mm^2
e)	2,6 m	7,4 m		
f)	15 mm		36 mm	

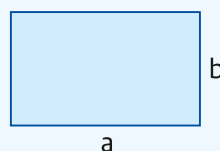
Quadrat



$$u = 4 \cdot a$$

$$A = a \cdot a = a^2$$

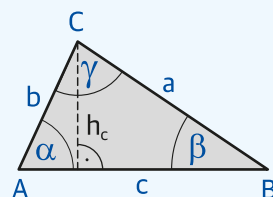
Rechteck



$$u = 2 \cdot (a + b)$$

$$A = a \cdot b$$

Dreieck

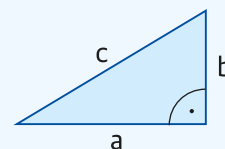


$$u = a + b + c$$

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

(oder eine andere Seitenlänge mal zugehöriger Höhe)

Rechtwinkliges Dreieck



$$u = a + b + c$$

$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

(eine Kathete mal andere Kathete durch zwei)

RK 045 Theodora möchte einen rechteckigen Gemüsegarten anlegen. ...→ Ü045

Er soll 6,5 Meter lang und 3 Meter breit sein.

- Wie lang muss der Zaun sein, wenn sie den Garten komplett einzäunen will?
- Wie groß ist die Fläche, auf der sie Gemüse pflanzen kann?

RK 046 Pia hat ein kleines Quadrat als Spielfeld für ein Hüpfspiel aufgemalt. ...→ Ü046

Jede Seite des Quadrats ist 3,8 Meter lang.

- Wie lang ist die gesamte Linie, die Pia für den Rand des Spielfelds gemalt hat?
- Wie groß ist die Fläche, die Pias Spielfeld einnimmt?

RK 047 Der Umfang eines Quadrats beträgt 10,4 cm. ...→ Ü047

Berechne seinen Flächeninhalt.

RK 048 Berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt des Dreiecks. ...→ Ü048

- rechtwinkeliges Dreieck: $a = 20$ mm; $b = 21$ mm; $c = 29$ mm
- allgemeines Dreieck: $a = 35$ mm; $b = 28$ mm; $c = 42$ mm; $h_c = 23$ mm
- gleichseitiges Dreieck: $a = 1,5$ m; $h = 1,3$ m
- allgemeines Dreieck: $a = 16$ cm; $b = 7$ cm; $c = 14$ cm; $h_a = 6,1$ cm

RK 049 Konstruiere diese Dreiecke ...→ Ü049



entweder mit Papier und Stift oder mit GeoGebra.

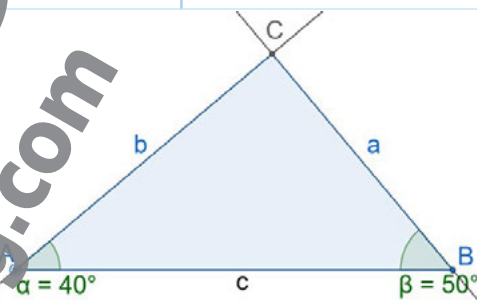
- SSS-Satz: $a = 6$ cm; $b = 5$ cm; $c = 4,5$ cm
- SSW-Satz: $a = 4,5$ cm; $b = 6,5$ cm; $\beta = 100^\circ$
- SWS-Satz: $a = 5$ cm; $c = 7$ cm; $\beta = 65^\circ$
- WSW-Satz: $c = 8,5$ cm; $\alpha = 35^\circ$; $\beta = 90^\circ$

WSW-Satz:

$c = 4$ cm

$\alpha = 40^\circ$

$\beta = 50^\circ$



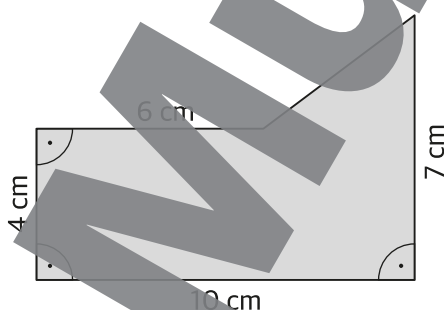
RK 050 Konstruiere diese Dreiecke mit Papier und Stift und berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt. Bestimme benötigte Größen durch Abmessen. ...→ Ü050

- $a = 5$ cm; $b = 7$ cm; $c = 9$ cm
- $a = 6$ cm; $b = 8$ cm; $\gamma = 90^\circ$
- $a = 6$ cm; $b = 7,5$ cm; $c = 10$ cm
- $a = 4,8$ cm; $c = 7$ cm; $\beta = 50^\circ$

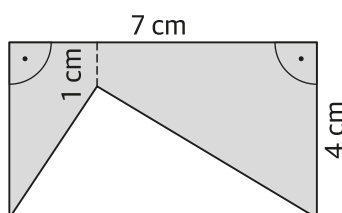
MP 051 Berechne jeweils den Flächeninhalt der Figur durch Zerlegen oder Ergänzen. Nutze dafür nach Bedarf Rechtecke, Quadrate oder Dreiecke. Vergleiche mit anderen.



a)



b)



MP DI 052 Ein Rechteck hat eine Länge von 12 cm und eine Breite von 8 cm. ...→ Ü052



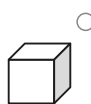
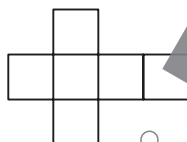
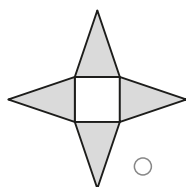
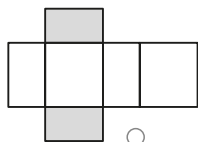
- Finde ein Quadrat, dessen Umfang gleich groß ist wie der Umfang des Rechtecks.
- Vergleiche die Flächeninhalte der beiden Figuren: Welcher ist größer? Um wie viel?

A6 Würfel, Quader, Pyramide

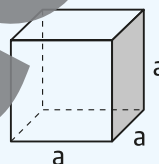


Zwei wichtige Größen beim Beschreiben von Körpern sind das **Volumen**, das angibt, wie viel Raum ein Körper einnimmt, und der **Oberflächeninhalt**, der die gesamte Fläche aller Seitenflächen eines Körpers bemisst.

- DI **053** Welches Netz gehört zu welchem Körper?
Verbinde und benenne die Körper.



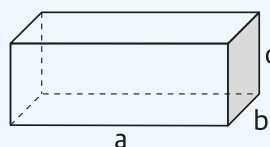
Würfel



$$O = 6 \cdot a^2$$

$$V = a^3$$

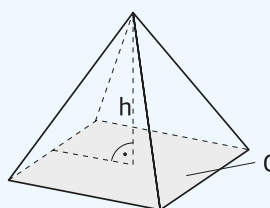
Quader



$$O = 2 \cdot (ab + ac + bc)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Pyramide



$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

G ... Flächeninhalt
der Grundfläche

- RK **054** Die Kantenlänge eines würfelförmigen Bauklotzes beträgt 4 cm. Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen dieses Bauklotzes. ...→ Ü054

- RK **055** Ein quaderförmiger Bauklotz hat folgende Kantenlängen: $a = 6 \text{ cm}$, $b = 2 \text{ cm}$ und $c = 0,5 \text{ cm}$. Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen dieses Bauklotzes. ...→ Ü055

- RK DI **056** Gegeben sind ein Würfel mit Kantenlänge $a = 5 \text{ dm}$ und ein Quader mit Kantenlängen $a = 2 \text{ dm}$, $b = 7 \text{ dm}$ und $c = 10 \text{ dm}$.



- Berechne den Oberflächeninhalt O und das Volumen V des Würfels.
- Berechne den Oberflächeninhalt O und das Volumen V des Quaders.
- Vergleiche die Ergebnisse und beschreibe deine Beobachtungen:
 - Welcher Körper hat den größeren Oberflächeninhalt?
 - Welcher Körper hat das größere Volumen?

- RK **057** Berechne jeweils Oberflächeninhalt O und Volumen V des Körpers. ...→ Ü057

- Würfel: $a = 8 \text{ mm}$
- Würfel: $a = 5,8 \text{ cm}$
- Quader: $a = 3 \text{ m}$; $b = 2 \text{ m}$; $c = 6 \text{ m}$
- Quader: $a = 2,5 \text{ dm}$; $b = 1 \text{ dm}$; $c = 3,9 \text{ dm}$

- RK **058** Ein Briefbeschwerer hat die Form einer Pyramide. ...→ Ü058

Die Grundfläche ist quadratisch mit Seitenlänge 6 cm.
Die Pyramide ist 6 cm hoch.
Berechne das Volumen.

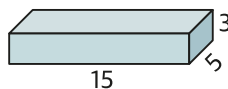
- RK **059** Berechne jeweils das Volumen V der Pyramide. ...→ Ü059

- quadratische Grundfläche mit $a = 30 \text{ mm}$; Höhe $h = 70 \text{ mm}$
- quadratische Grundfläche mit $a = 5 \text{ m}$; Höhe $h = 2,4 \text{ m}$
- rechteckige Grundfläche mit $a = 4 \text{ cm}$ und $b = 2 \text{ cm}$; Höhe $h = 11 \text{ cm}$
- rechteckige Grundfläche mit $a = 2,5 \text{ dm}$ und $b = 3 \text{ dm}$; Höhe $h = 11 \text{ dm}$

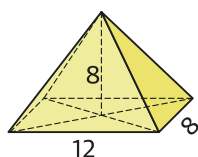
- RK 060 Berechne jeweils das Volumen des Körpers.
Hinweis: Alle Maße sind in Zentimetern angegeben.

...→ Ü060

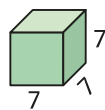
a)



b)



c)



- RK 061 Ein Ziegel hat die Form eines Quaders und misst 2,5 dm × 1,2 dm × 0,65 dm. Die Dichte des Ziegels beträgt $1,7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$. Berechne die Masse dieses Ziegels.



...→ Ü061

- RK 062 Berechne jeweils die Masse m des Körpers. Die Dichten der Materialien findest du in der Tabelle.

...→ Ü062

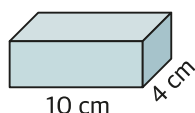
Material:	Holz	Glas	Ziegel	Blei	Styropor
Dichte ρ :	$0,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	$2,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	$1,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	$11,4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	$0,05 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

- a) Holzwürfel: a = 4 cm
b) Styroporquader: a = 50 cm, b = 30 cm, c = 10 cm
c) Glaspyramide mit quadratischer Grundfläche: a = 4 cm, h = 6 cm
d) Bleiwürfel: a = 10 cm
e) quaderförmiger Ziegel: a = 30 cm, b = 15 cm, c = 12 cm
f) Pyramide aus Holz, rechteckige Grundfläche: a = 20 cm, b = 10 cm, h = 30 cm

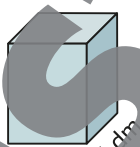
- RK 063 Berechne jeweils die Höhe des abgebildeten Quaders. Forme dazu die Formel für das Volumen um. Achte auf die Einheiten.

...→ Ü063

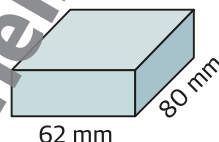
a) $V = 120 \text{ cm}^3$



b) $V = 2,21 \text{ dm}^3$



c) $V = 124 \text{ cm}^3$



- RK 064 Vor dem Rathaus soll eine große Pyramide aus Marmor aufgestellt werden.

...→ Ü064

Die Pyramide hat eine quadratische Grundfläche mit einer Seitenlänge von 1,5 Metern und eine Höhe von 2 Metern. Die Dichte von Marmor beträgt $2,6 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$.

- a) Wie viele Tonnen würde die Pyramide wiegen?
b) Vergleiche die Masse der Pyramide mit der Masse eines PKW.

- MP DI 065 Eine Getränkepackung soll die Form eines Würfels haben und ein Volumen von etwa 0,5 Litern fassen.



- a) Mach einen Vorschlag für die Kantenlängen dieser Verpackung.
b) Erkläre, wie du die Aufgabe gelöst hast.

Dichte ρ („rho“)

Die Dichte beschreibt, wie schwer ein Stoff unabhängig von seiner Größe ist. Je größer die Dichte eines Stoffes ist, desto schwerer ist er.

ρ wird üblicherweise in $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ angegeben.

Beachte:

$$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = \frac{\text{t}}{\text{m}^3}$$

Masse

Die Masse eines Körpers hängt von seiner Dichte und seinem Volumen ab.
 $m = V \cdot \rho$

m ... Masse [g]

V ... Volumen [cm³]

ρ ... Dichte [$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$]

A7 Daten



Daten sind Werte (Zahlen, Merkmale ...), die zu einem Thema gesammelt wurden. Mit **Kenngößen** wie dem Minimum oder dem Maximum kann man Aussagen über Daten treffen.

MP DI 066 Durchschnittsalter



In der Schulbibliothek befinden sich gerade Anna (12 Jahre), Lea (14 Jahre), Ben (11 Jahre) und Tobi (13 Jahre). Jetzt kommt Herr Huber dazu und das Durchschnittsalter steigt auf 20 Jahre.

- Wie alt ist Herr Huber?
- Erkläre, wie du die Aufgabe gelöst hast.

RK 067 Gegeben sind verschiedene Datenreihen. ... → Ü067

Bestimme jeweils (1) das Minimum $x_{\min}$, (2) das Maximum $x_{\max}$ und (3) den Mittelwert $\bar{x}$.

- 15 | 12 | 8
- 20 | 18 | 22 | 16
- 6,5 | 8,9 | 0,2
- 15,6 | 63,1 | 43,3 | 16,9
- 5 | -3 | -8
- 2 | 6 | -3 | 1

⊕ Erfinde selbst noch drei Datenreihen und bestimme die Kenngrößen.

RK DI 068 Im Zoo wurden fünf Nasenbären gewogen. ... → Ü068

Der erste Nasenbär wiegt 8,2 kg, der zweite 6,5 kg, der dritte 7,3 kg, der vierte 9,1 kg und der fünfte genau 10 kg.

- Bestimme die Spannweite dieser Werte. Was sagt die Spannweite aus?
- Wie viel wiegen die Nasenbären im Durchschnitt?

RK 069 Im Zoo wurden vier Giraffen vermessen. ... → Ü069

Die erste Giraffe ist 4,8 Meter groß, die zweite ist 5,2 Meter groß, die dritte ist 4,5 Meter groß und die vierte ist 5,0 Meter groß. Wie groß sind die Giraffen im Durchschnitt?

RK DI 070 Die Tabelle zeigt die Laufzeiten der 4b-Klasse beim 1 000-Meter-Lauf. ... → Ü070

Niklas: 03:28 min	Felix: 03:47 min	Ali: 03:42 min	Luca: 04:03 min
Sarah: 03:46 min	Mia: 03:41 min	Emma: 03:40 min	Marie: 03:19 min
Jonas: 03:15 min	Miro: 03:25 min	Paul: 03:30 min	Noah: 03:38 min
Laura: 03:59 min	Lina: 03:36 min	Elif: 03:44 min	Emily: 03:29 min
Emir: 03:22 min	Leon: 03:50 min	Finn: 03:09 min	Elias: 03:45 min
Ana: 03:33 min	Maja: 03:18 min	Fatima: 03:48 min	

- Welche Begriffe entsprechen welchen Kennzahlen?
 (1) Die Bestzeit entspricht ... ☐ $x_{\min}$ ☐ $x_{\max}$ ☐ $\bar{x}$.
 (2) Der Klassendurchschnitt entspricht ... ☐ $x_{\min}$ ☐ $x_{\max}$ ☐ $\bar{x}$.

- Bestimme $x_{\min}$ und $x_{\max}$.
- Berechne die Durchschnittszeit. Runde auf Sekunden.

Hinweis: Rechne für Minuten und Sekunden getrennt.

Kombiniere die Ergebnisse dann.

Beachte: 1 min = 60 Sekunden.



- Wie lauten (1) die Österreich-Rekorde und (2) Weltrekorde beim 1 000-Meter-Lauf? Wähle vertrauenswürdige Quellen.

Datenreihe

Die Werte einer Datenreihe bezeichnet man üblicherweise mit $x_1, x_2, x_3 \dots$

Statistische Kenngrößen

Minimum ($x_{\min}$)
kleinster Wert einer Datenreihe

Maximum ($x_{\max}$)
größter Wert einer Datenreihe

Spannweite (R)
gibt an, wie weit die Werte höchstens auseinanderliegen

Formel: $R = x_{\max} - x_{\min}$

Mittelwert ($\bar{x}$)
Durchschnitt aller Zahlen der Zahlenreihe

Beispiel: Werte:

4 | 9 | 8

→ $\bar{x} = (4 + 9 + 8) : 3 = 7$



DI **071** Stell die Bevölkerungszahlen der größten Städte der EU in einem Säulendiagramm dar.

Quelle: Wikipedia, Stand 2024

Stadt	Bevölkerungszahl	Stadt	Bevölkerungszahl
Berlin	3 782 202	Hamburg	1 910 160
Madrid	3 332 035	Warschau	1 861 599
Rom	2 754 719	Bukarest	1 739 297
Paris	2 087 577	Budapest	1 671 004
Wien	2 006 134	Barcelona	1 660 122

- a) Zeichne ein Säulendiagramm in dein Heft.
Wähle 500 000 Personen $\triangleq$ 1 cm.
- b) Zeichne das Diagramm mit einem Tabellenkalkulationsprogramm.
Formatiere das Diagramm mit verschiedenen Farben und Achsenskalierungen.
- c) Erstelle auch ein Diagramm für die 50 größten Städte der Europäischen Union.
→ Eine entsprechende Datei findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: A.



MP **072** Von einer Datenreihe mit fünf Zahlen kennt man vier Zahlen und den Mittelwert. Finde die fünfte Zahl.

bekannte Zahlen: 16 | 12 | 17 | 21
bekannter Mittelwert: $\bar{x} = 16$

MP **073** Von einer Datenreihe mit sieben Zahlen kennt man sechs Zahlen und den Mittelwert. Finde die siebte Zahl.

bekannte Zahlen: 10 | 14 | 18 | 12 | 20 | 16
bekannter Mittelwert: $\bar{x} = 15$

MP **074** Von einer Datenreihe mit acht Zahlen kennt man sieben Zahlen und den Mittelwert. Finde die achte Zahl.

bekannte Zahlen: 1,2 | 1,45 | 1,32 | 1,5 | 1,38 | 1,25 | 1,4
bekannter Mittelwert: $\bar{x} = 1,3$

MP **075** Interessante Datenreihen



Betrachte die folgende Datenreihe: 2 | 5 | 5 | 6 | 7
Sie besteht aus fünf natürlichen Zahlen und hat folgende Eigenschaft: Spannweite = Mittelwert = Median

- a) Berechne Spannweite, Mittelwert und Median der Datenreihe und prüfe, ob die Behauptung stimmt.
- b) Finde zwei weitere Datenreihen, die aus 5 natürlichen Zahlen bestehen und diese Eigenschaft haben.
- c) Vergleiche deine Ergebnisse, Vorgehensweise und Entdeckungen mit anderen.



RK **076** Eine weg!



Gegeben ist die Datenreihe 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6.
Nimm eine Zahl davon weg und berechne den Mittelwert deiner Datenreihe.
Kann man durch Wegnehmen einer der Zahlen erreichen, dass der Mittelwert eine ganze Zahl wird? Erkläre.

Bevölkerungszahlen

Bevölkerungszahlen werden einerseits über regelmäßige Volkszählungen erfasst. Andererseits werden kontinuierlich Melderegister geführt, in denen Informationen über Geburten, Sterbefälle und Wohnortwechsel gesammelt werden. Unter anderem sind die Bevölkerungszahlen wichtig für die Planung von Infrastruktur, Gesundheits- oder Bildungseinrichtungen sowie für die Einteilung von Wahlkreisen und Verteilung von Steuermitteln auf die Gemeinden.

Median (z)

Der Median (Zentralwert) ist der mittlere Wert einer geordneten Datenreihe.

Beispiel:

Werte:

1 | 5 | 6 | 10 | 12

→ $z = \underline{6}$

Hat die Datenreihe eine gerade Anzahl von Elementen, berechnet man den Mittelwert der beiden mittleren Werte.

Beispiel:

Werte:

1 | 5 | 6 | 8 | 10 | 12

→ $z = \frac{6+8}{2} = \underline{7}$

A8 Terme und Gleichungen



Terme sind mathematische Ausdrücke, die aus Zahlen, Variablen, Klammern, Vor- und Rechenzeichen bestehen. Sie können so einfach sein wie eine Zahl (z. B. 5) oder komplizierter (z. B. $5x^2 - 3y + 1$). Eine **Gleichung** hat ein Gleichheitszeichen und links und rechts davon einen Term (z. B. $2x = 7$).

RK 077 Welcher Term hat den größten Wert?



Gegeben sind folgende Terme:

Term A: $5x + 4$

Term B: $6x$

Term C: x^2

Term D: $3x^2 - 10$

- Welcher Term hat den größten Wert, wenn gilt: $x = 1$?
- Welcher Term hat den größten Wert, wenn gilt: $x = 10$?
- Finde eine Zahl für x , sodass Term C den größten Wert hat.

RK 078 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten durch Äquivalenzumformung

- | | | |
|------------------|-----------------------|----------------------|
| a) $3x = 60$ | d) $\frac{y}{6} = 12$ | g) $2z + 8 = 24$ |
| b) $x + 15 = 29$ | e) $27 - y = 4$ | h) $3z - 14 = 13$ |
| c) $16 = x - 10$ | f) $y + 6 = -1$ | i) $3z + 6 = z + 10$ |

RK 079 Berechne jeweils den Wert, den der Term für die vorgegebene Zahl annimmt.

...→ Ü079

	Term	$x = 2$	$x = 0,5$	$x = -3$	$x = -6,8$
a)	$2x$				
b)	$4x - 6$				
c)	$x^2 + 7$				
d)	$\frac{x}{2} - 1$				
e)	$4x^2 - 3x + 6$				

⊕ Überlege dir selbst drei weitere Terme und berechne ihre Werte.

RK 080 Berechne jeweils den Wert, den der Term annimmt, wenn du die vorgegebenen Zahlen für die Variablen einsetzt.

...→ Ü080

- Term: $3x - y + 12$; Variablen: $x = 4, y = 2$
- Term: $x^2 - y + 1$; Variablen: $x = 5, y = 12$
- Term: $\frac{3x}{4} - y^2 + 2$; Variablen: $x = -8, y = 3$
- Term: $2x + \frac{y}{3} - 4$; Variablen: $x = 7, y = 6$

RK 081 Vereinfache die Terme und ordne sie.

...→ Ü081

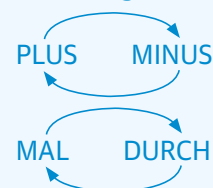
B $2x + x - 3 + x + 9 - 2x = 2x + 6$

- | | | |
|---------------------------|--------------------------|----------------------------|
| a) $x + 3x - x + 8 + 1$ | d) $7a - 4 + a + 6a + 2$ | g) $3 + 5m - m - 4m + 2$ |
| b) $2y + 5y - 3 + y + 4$ | e) $3b + 9 - b + 5 - 2b$ | h) $-5 + 8n + n + 7n - 6$ |
| c) $4z - 2z + 6 - 5 + 3z$ | f) $6c - 7 + 2c + c + 8$ | i) $-p + 9 + 4p - 12 - 2p$ |

⊕ Erfinde selbst drei ähnliche Aufgaben und löse sie.

Äquivalenzumformung

Nutze Umkehroperationen zum Umformen der Gleichungen.



Dabei bleibt der Wert der Unbekannten stets äquivalent (gleichwertig).

RK 082 Forme die Terme durch Ausmultiplizieren um.

...→ Ü082

B $5 \cdot (x - y)$

$$5 \cdot (x - y) = 5x - 5y$$

- a) $3 \cdot (a + b)$
b) $7 \cdot (p - q)$
c) $(m + n) \cdot 2$
d) $(x - 4) \cdot 6$

- e) $8 \cdot (2y + z)$
f) $4 \cdot (3c - 5d)$
g) $(9j + 7k) \cdot 3$
h) $(2u - 8v) \cdot 5$

RK 083 Forme die Terme durch Ausmultiplizieren um.

...→ Ü083

B $2x \cdot (x^2 - 5)$

$$2x \cdot (x^2 - 5) = 2x^3 - 10x$$

- a) $3y \cdot (y^2 + 7)$
b) $(4m - n) \cdot 2m$
c) $5a \cdot (a^2 - 3)$
d) $(2x + 2) \cdot 6x$

- e) $7b \cdot (b^3 + 2)$
f) $(k - 3p) \cdot 5k$
g) $4t \cdot (t^2 - 8s)$
h) $(u^2 + 3v) \cdot 4u$

RK 084 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten durch Äquivalenzumformungen. Führe die Probe durch Einsetzen deines Ergebnisses durch.

...→ Ü084

B $4x - 5 = 27$

$$\begin{array}{lcl} 4x - 5 = 27 & / + 5 & \text{Probe: } 4 \cdot 8 - 5 = 27 \\ 4x = 32 & / : 4 & 32 - 5 = 27 \\ x = 8 & & 27 = 27 \end{array}$$

- a) $3y - 8 = 19$
b) $5a + 7 = 32$
c) $6b - 4 = 14$

- d) $2m + 9 = 23$
e) $7n - 3 = 18$
f) $8z - 10 = 30$

- g) $45 = 9k + 6$
h) $5 + 8p = 25$
i) $9 = 11q - 15$

⊕ Erfinde selbst drei ähnliche Aufgaben und löse sie.

RK 085 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.

...→ Ü085

- a) $6a - 5 - a = 19 - 3a$
b) $7k - 2 + k = 34 - 4k$

- c) $2p + 4 - p = 12 - 3p$
d) $5x + 3 = 2x + 15 - x$

- e) $3y - 2 + y = 18 - 2y$
f) $4z - 5 + 2z = 12 - z$

RK 086 Finde die Gleichungen und berechne jeweils den Wert der Unbekannten. ...→ Ü086

- a) Das Dreifache einer Zahl beträgt 48.
b) Die Summe aus 15 und einer Zahl beträgt 23.
c) Halbiert man eine Zahl und addiert zum Ergebnis 19 dazu, erhält man 25.
d) Multipliziert man die Summe von 15 und einer Zahl mit vier, erhält man 88.
e) Verdoppelt man eine Zahl und subtrahiert vom Ergebnis 8, erhält man 26.
f) Addiert man 15 zu einer Zahl und teilt das Ergebnis durch 5, erhält man 10.
g) Subtrahiert man 12 von einer Zahl und multipliziert das Ergebnis mit 3, erhält man 21.

MP 087 Buchstabensalat



Die Buchstaben A bis E entsprechen je einer der Zahlen von 1 bis 5. Folgende fünf Gleichungen müssen erfüllt sein:

$$\begin{array}{lcl} A + A \cdot A = 30 & D : D = E & \\ (B + A) : 3 = 3 & D = A - 2 \cdot E & \\ (A - B) \cdot 2 = C & & \end{array}$$

Welchen Wert hat jeder der Buchstaben?



A9 Binomische Formeln



Es gibt **drei Binomische Formeln**, die dir das Rechnen leichter machen:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad | \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad | \quad (a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

RK
DI

088

Zeige die Gültigkeit der drei Binomischen Formeln, indem du die Terme Schritt für Schritt ausmultiplizierst und vereinfachst.



B 1. Binomische Formel: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Berechnung schrittweise:

$$(a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \checkmark$$

a) 2. Binomische Formel: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

b) 3. Binomische Formel: $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

RK

089

Wende jeweils die passende Binomische Formel an.

...→ Ü089

a) $(x + 5)^2$

d) $(m - 2)^2$

g) $(p + 3) \cdot (p - 3)$

b) $(3 + f)^2$

e) $(k - 6)^2$

h) $(h + 4) \cdot (h - 4)$

c) $(t + 2)^2$

f) $(w - 1)^2$

i) $(e + 7) \cdot (e - 7)$

RK

090

Wende jeweils die passende Binomische Formel an.

...→ Ü090

a) $(3g - 4)^2$

d) $(2a + b)^2$

g) $(4s - 2t)^2$

b) $(2n + 1)^2$

e) $(3x - y)^2$

h) $(9c + 2d) \cdot (9c - 2d)$

c) $(5u + 3) \cdot (5u - 3)$

f) $(4z + 1) \cdot (4z - 1)$

i) $(10p + 2q)^2$

⊕ Erfinde zu jeder Binomischen Formel eine ähnliche Aufgabe und löse sie.

RK

091

Wende die Binomischen Formeln umgekehrt an.

...→ Ü091

B $9x^2 - 24x + 16$

$$9x^2 - 24x + 16 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 4 + 4^2 = (3x - 4)^2$$

a) $4y^2 - 12y + 9$

e) $25a^2 - 20a + 4$

i) $25z^2 - 30z + 9$

b) $4a^2 + 20a + 25$

f) $16x^2 - 81$

j) $49z^2 - 64$

c) $9c^2 - 25$

g) $9x^2 + 12x + 4$

k) $16z^2 - 8z + 1$

d) $16y^2 - 40y + 25$

h) $4h^2 + 16h + 16$

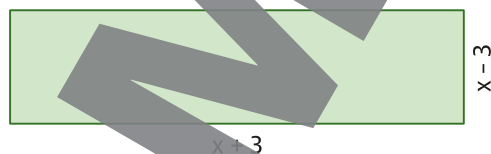
l) $25y^2 - 36$

MP
RK
DI

092

Ein Rechteck hat die Seitenlängen $x + 3$ und $x - 3$ (siehe Skizze). Der Flächeninhalt des Rechtecks beträgt 16 cm^2 .

...→ Ü092



a) Wie groß ist x ?

Erkläre, wie du die Lösung gefunden hast.

Tipp: Die Binomischen Formeln können dir bei dieser Aufgabe helfen.

b) Berechne den Umfang des Rechtecks.

c) Konstruiere das Rechteck.



CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 093 Berechne ohne Taschenrechner.

a) $15 - 8 : 2 =$ _____

c) $(9 + 3 \cdot 2) : (7 - 4) =$ _____

b) $3 \cdot (10 - 4) + 6 =$ _____

d) $2^8 : 2^5 =$ _____

RK 094 Drei Personen benötigen 6 Stunden, um Stühle für ein Konzert aufzustellen. Wie lang würden zwei Personen für diese Arbeit zirka brauchen?

RK 095 Ein Fahrrad kostet 486 Euro. Anita bekommt das Rad mit einem Gutschein um 15% billiger. Wie viel Geld spart Anita?

RK 096 Herr Schuster nimmt einen Kredit in Höhe von 25.000 € mit einem Zinssatz von 4,5% auf. Wie hoch sind die Zinsen nach einem Jahr?

RK 097 Der Flächeninhalt eines 4 dm breiten Rechtecks beträgt 28 dm^2 . Berechne den Umfang des Rechtecks.

RK 098 Berechne Oberflächeninhalt O und Volumen V eines Würfels, dessen Kantenlänge 7,5 m beträgt. Runde jeweils auf zwei Nachkommastellen.

RK 099 Gegeben ist eine 26 cm hohe quadratische Pyramide. Die Seiten der Grundfläche sind 10 cm lang. Runde auf zwei Nachkommastellen.

a) Berechne das Volumen dieser Pyramide.

b) Die Pyramide wird aus Holz gefertigt ($\rho = 0,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$). Berechne die Masse dieser Pyramide.

RK 100 Gegeben ist folgende Datenreihe: 18 | 25 | 21 | 36 | 20. Bestimme a) das Minimum $x_{\min}$, b) das Maximum $x_{\max}$, c) den Mittelwert $\bar{x}$ und d) den Median z .

RK 101 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.

a) $7x - 6 = 22$

b) $3y + 4 - y = 20$

c) $\frac{z}{4} + 8 = 11$

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

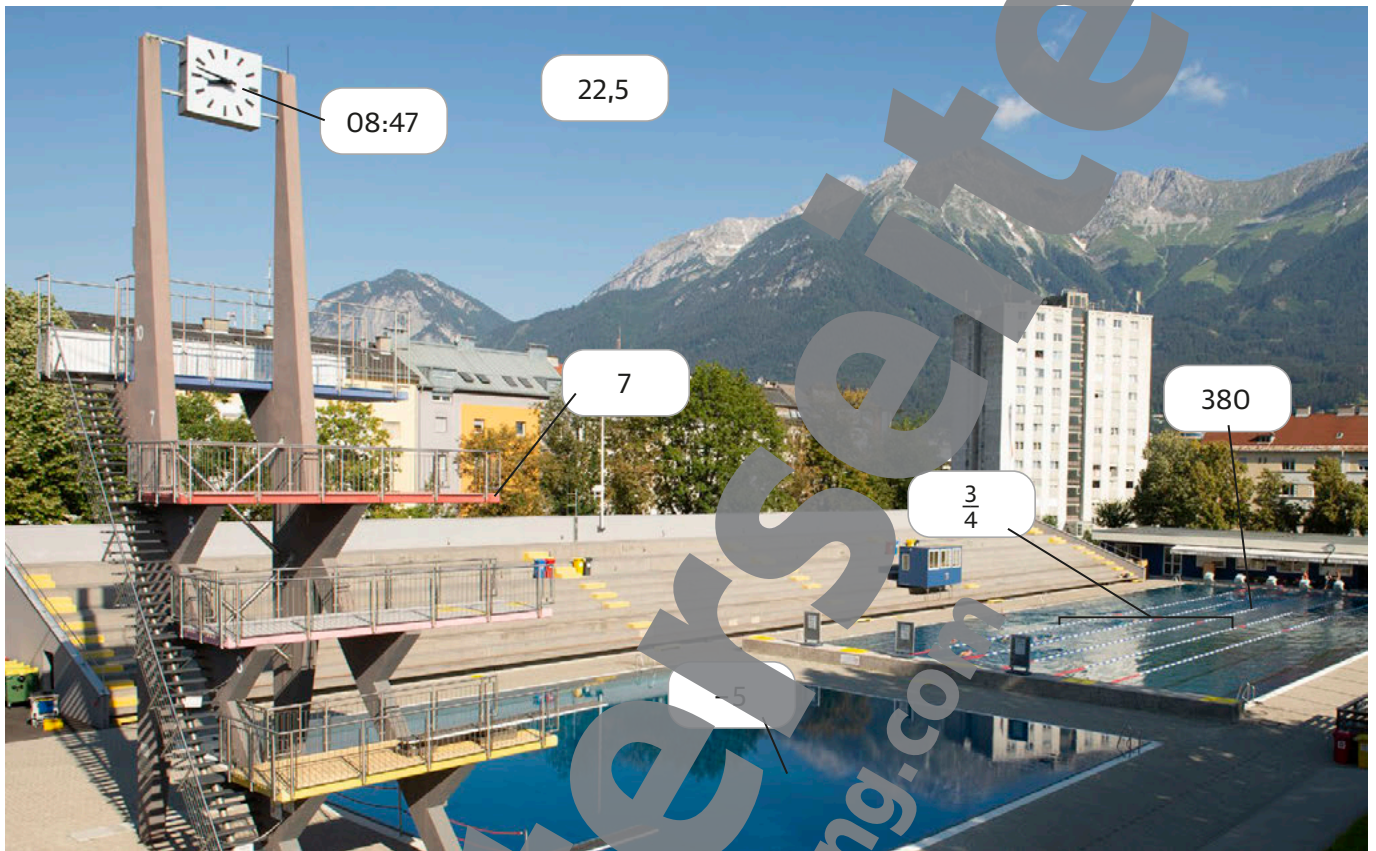
MP 102 Die Seiten eines Rechtecks sind $x + 2 \text{ cm}$ und $x - 2 \text{ cm}$ lang. Gib a) den Umfang und b) den Flächeninhalt dieses Rechtecks an.

MP 103 Eine Datenreihe besteht aus den Zahlen 13, 18, 25 und 14. Nun kommt eine fünfte Zahl x dazu. Der Mittelwert der Datenreihe ändert sich dadurch nicht. Wie lautet x ?

MP 104 Multipliziert man eine Zahl mit 8 und subtrahiert zwölf vom Ergebnis, erhält man 36. Wie lautet die Zahl?

B

Reelle Zahlen



Zahlen begegnen uns überall – auf Straßenschildern, in Preisen oder bei der Zeitangabe. Manche Zahlen haben ein Komma (z.B. 3,14), andere stehen ohne Komma (z.B. 7). Häufig sind Zahlen mit Maßeinheiten verbunden, etwa 5 km oder 10 kg. Jede Zahl hilft uns, die Welt genauer zu beschreiben.

MP 105 Zahlen und Maße in unserer Umwelt



Finde jeweils drei weitere Beispiele für Zahlen und Maße im Freibad und erkläre, was sie bedeuten.

- positive Zahlen ohne Komma (Beispiel: 380 Stück Plastikbojen entlang einer Bahn).
- Zahlen mit Komma (Beispiel: 22,5 °C Lufttemperatur)
- negative Zahlen (Beispiel: –5 m Beckentiefe)
- Bruchzahlen (Beispiel: $\frac{3}{4}$ der Bahnen für Schwimmverein reserviert)

In diesem Kapitel lernst du eine neue Art von Zahlen kennen: die nicht rationalen Zahlen.

Zuerst wiederholst du die Zahlenarten, die du bereits kennst.

Anschließend schaust du dir das Wurzelziehen an, die Umkehrung des Quadrierens.

Das führt dich schließlich zu den nicht rationalen Zahlen.

Gemeinsam mit den rationalen Zahlen, die dir schon vertraut sind, bilden sie die sogenannten reellen Zahlen.



WARM-UP

Zeige, was du bereits kannst!

Zahlen

Wie gut kannst du das noch?



DI 106 Beantworte die Fragen.



- Wie lautet die größte Ziffer der Zahl 5 098?
- Wie lautet die größte dreistellige Zahl, die man aus den Ziffern 3, 0 und 7 bilden kann?
- Erkläre den Unterschied zwischen „Zahl“ und „Ziffer“ anhand eines Beispiels. Vergleiche die Begriffe mit „Wort“ und „Buchstabe“.

DI 107 Gib jeweils die kleinste und die größte dreistellige Zahl an, die man aus den angegebenen Ziffern bilden kann.

a)	Ziffern	kleinste Zahl	größte Zahl	b)	Ziffern	kleinste Zahl	größte Zahl
	5, 4, 7				2, 5, 0		

RK 108 Bestimme jeweils den Betrag der angegebenen Zahlen.

- $|-7| =$
- $|-95| =$
- $|+9| =$
- $|+34| =$
- $|+16| =$
- $|0| =$

Der Betrag einer Zahl gibt ihren Abstand zum Nullpunkt an.



Mengen

Wie gut kannst du das noch?



MP DI 109 Gegeben sind die Mengen A und B.

$$A = \{8; 10; 15; 27\} \quad B = \{1; 3; 9; 10; 12\}$$

- Welche Menge enthält mehr Zahlen? Kreuze an.
☐ A ☐ B
- Welche Zahl ist in beiden Mengen enthalten? _____
- In welcher Menge sind die Zahlen jeweils enthalten? Kreuze an.

	4	8	3	17	10	27
A	☐	☐	☐	☐	☐	☐
B	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Quadrieren

Wie gut kannst du das noch?



RK DI 110 Schreib jeweils als Potenz und berechne die Ergebnisse mit dem Taschenrechner.



- $3 \cdot 3 =$ _____ = _____
- $8 \cdot 8 =$ _____ = _____
- $10 \cdot 10 =$ _____ = _____
- $15 \cdot 15 =$ _____ = _____
- $16,3 \cdot 16,3 =$ _____ = _____
- $0,8 \cdot 0,8 =$ _____ = _____

3^2 gebe ich im Taschenrechner so ein:

3 x² =



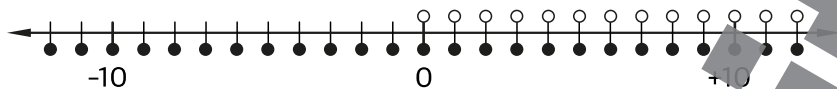
B1 Natürliche und ganze Zahlen

Die Menge der **natürlichen Zahlen** $\mathbb{N}$ umfasst alle Zahlen, die man zum Zählen verwendet, auch die Null.
Die Menge der **ganzen Zahlen** $\mathbb{Z}$ umfasst alle natürlichen Zahlen und deren (negative) Gegenzahlen.

- DI 111 **Natürliche und ganze Zahlen**
a) Welche Markierungen entsprechen welcher Zahlenmenge?



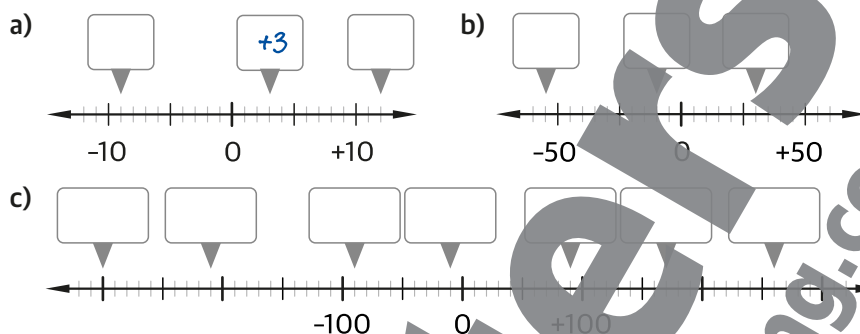
Setze $\mathbb{N}$ und $\mathbb{Z}$ richtig ein: O ... ● ...



- b) Begründe, warum jede natürliche Zahl ein Teil der ganzen Zahlen ist, aber nicht jede ganze Zahl eine natürliche Zahl.
c) Nenne zwei Zahlen, die in beiden Mengen $\mathbb{N}$ und $\mathbb{Z}$ vorkommen: ...
d) Nenne zwei Zahlen, die nur in einer der beiden Mengen vorkommen: ...

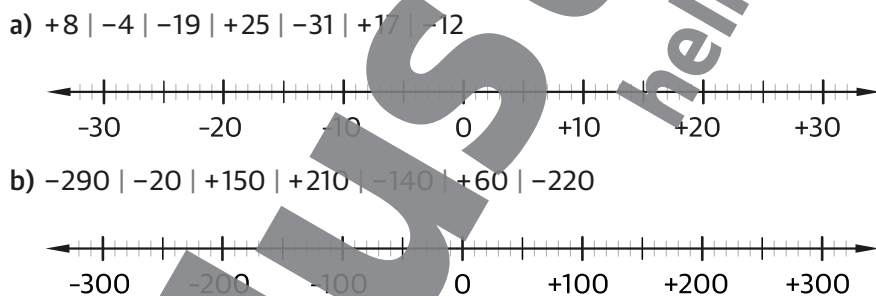
- RK DI 112 **Beschrifte die markierten Zahlen.**

...→ Ü112



- RK DI 113 **Markiere und beschrifte die angegebenen Zahlen auf der Zahlengeraden.**

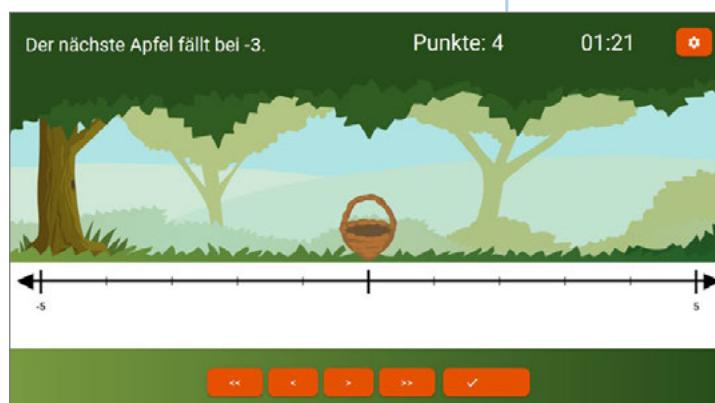
...→ Ü113



- DI 114 **SPIEL: Zahlengerade-Spiel**



Das Programm zeigt an, an welcher Stelle der Zahlengeraden der nächste Apfel fallen wird. Fange so viele Äpfel, wie du kannst.
→ Dieses Spiel + Arbeitsblatt findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: B.



Mengen

Eine **Menge** beschreibt eine Gruppe von **Elementen**, die zusammengehören. Man schreibt Mengen mit Hilfe von geschweiften Klammern und Strichpunkten.

Natürliche Zahlen

$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$

Ganze Zahlen

$\mathbb{Z} = \{\dots; -1; 0; 1; \dots\}$

RK DI 115 Setze $<$, $>$ oder $=$ richtig ein. ...→ Ü115

- a) $100 \bigcirc -101$ d) $-99 \bigcirc 100$ g) $|-5| \bigcirc 5$ j) $-16 \bigcirc -24$
b) $|-8| \bigcirc -8$ e) $-35 \bigcirc -29$ h) $-10 \bigcirc -2$ k) $|-9| \bigcirc 8$
c) $92 \bigcirc | +92|$ f) $0 \bigcirc -5$ i) $|+26| \bigcirc |-26|$ l) $74 \bigcirc -75$

⊕ Finde selbst drei weitere Aufgaben und löse sie.

DI 116 Setze $\in$ oder $\notin$ richtig ein. ...→ Ü116

- a) $36 \bigcirc \mathbb{N}$ d) $1,5 \bigcirc \mathbb{N}$ g) $18 \bigcirc \mathbb{Z}$ j) $\frac{3}{4} \bigcirc \mathbb{Z}$
b) $218\,403 \bigcirc \mathbb{N}$ e) $-3,2 \bigcirc \mathbb{N}$ h) $-16,5 \bigcirc \mathbb{Z}$ k) $-9 \bigcirc \mathbb{Z}$
c) $-8 \bigcirc \mathbb{N}$ f) $\frac{1}{4} \bigcirc \mathbb{N}$ i) $0,7 \bigcirc \mathbb{Z}$ l) $0 \bigcirc \mathbb{Z}$

⊕ Finde selbst drei weitere Aufgaben und löse sie.

RK DI 117 Ergeben die Rechnungen natürliche Zahlen? ...→ Ü117

Setze $\in$ oder $\notin$ richtig ein.

- a) $0,5 + 0,5 \bigcirc \mathbb{N}$ e) $4 \cdot 0,5 \bigcirc \mathbb{N}$ i) $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \bigcirc \mathbb{N}$
b) $6,5 + 3,0 \bigcirc \mathbb{N}$ f) $3 : 0,5 \bigcirc \mathbb{N}$ j) $\frac{3}{8} - \frac{2}{8} \bigcirc \mathbb{N}$
c) $8,7 - 1,7 \bigcirc \mathbb{N}$ g) $2 \cdot 1,3 \bigcirc \mathbb{N}$ k) $\frac{1}{5} \cdot 6 \bigcirc \mathbb{N}$
d) $4,8 - 0,2 \bigcirc \mathbb{N}$ h) $4,9 : 0,7 \bigcirc \mathbb{N}$ l) $\frac{3}{4} : 2 \bigcirc \mathbb{N}$

⊕ Finde selbst drei weitere Aufgaben und löse sie.

MP VB 118 Wahr oder falsch? ...→ Ü118

Kreuze an und begründe.

	wahr	falsch
a) Wenn man zwei ganze Zahlen addiert, erhält man als Ergebnis immer eine ganze Zahl.	☐	☐
b) Die Differenz zweier natürlicher Zahlen ist immer eine natürliche Zahl.	☐	☐
c) Das Produkt zweier ganzer Zahlen ist immer eine ganze Zahl.	☐	☐
d) Dividiert man eine natürliche Zahl durch eine andere natürliche Zahl, ist das Ergebnis immer eine ganze Zahl.	☐	☐

MP DI 119 Eddie aus Calgary erzählt. ...→ Ü119

„Bei uns in den Bergen hat es heute 14 Grad Fahrenheit!“

- a) Wie viel Grad sind das in Celsius?
Lies den ungefähren Wert am Thermometer ab.
b) Suche den genauen Wert im Internet.
Wähle eine vertrauenswürdige Quelle.
c) Recherchiere: Wo liegt Calgary?

MP DI 120 Finde jeweils zwei ganze Zahlen a und b, für die die angegebene Aussage gilt.

- a) $a + b < 0$ c) $a \cdot b < 0$ e) $a + b < a$ g) $a \cdot b < b$
b) $a - b < 0$ d) $a : b < 0$ f) $a - b < b$ h) $a : b > a$

i) Finde zu den Aufgaben a) bis h) jeweils noch eine zweite Lösung.

Elemente von Mengen

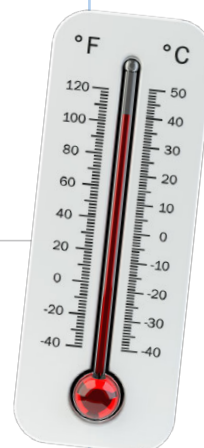
Mit Hilfe der Symbole $\in$ und $\notin$ kann man angeben, ob eine Zahl oder das Ergebnis einer Rechnung ein Element von einer bestimmten Menge ist.

$\in$... Element von
 $\notin$... nicht Element von

Beispiel:

Man schreibt: $-2 \in \mathbb{Z}$
Man spricht: „Minus zwei ist ein Element der ganzen Zahlen.“

Man schreibt: $-2 \notin \mathbb{N}$
Man spricht: „Minus zwei ist kein Element der natürlichen Zahlen.“



B2 Rationale Zahlen



Die Menge der **rationalen Zahlen** $\mathbb{Q}$ umfasst alle Zahlen, die sich durch einen Bruch aus zwei ganzen Zahlen darstellen lassen:

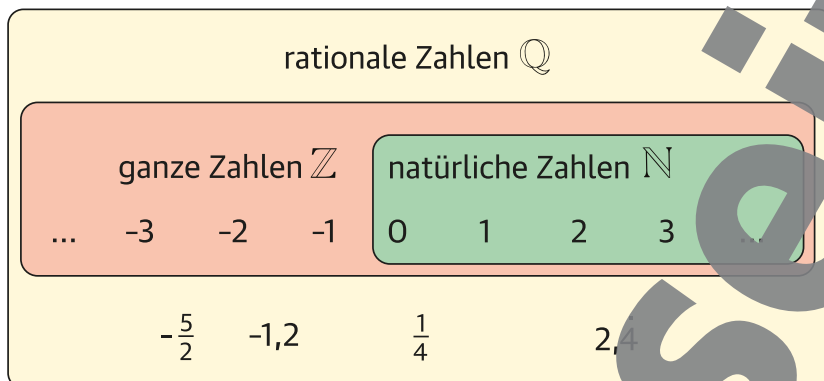
$\frac{a}{b}$ mit $a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$

MP
DI

121 Zusammenhang $\mathbb{N}, \mathbb{Z}$ und $\mathbb{Q}$



a) Erkläre den Zusammenhang der Mengen $\mathbb{N}, \mathbb{Z}$ und $\mathbb{Q}$ anhand der Darstellung.



b) Nenne jeweils drei Zahlen, die ...

(1) in $\mathbb{Z}$ enthalten sind, aber nicht in $\mathbb{N}$.

(2) in $\mathbb{N}$ enthalten sind.

(3) in $\mathbb{Q}$ enthalten sind, aber nicht in $\mathbb{N}$.

(4) nicht in $\mathbb{Z}$ enthalten sind.

DI

122 Setze $\in$ oder $\notin$ richtig ein.

... → Ü122

- a) $7 \in \mathbb{N}$ b) $-9 \in \mathbb{N}$ c) $4,8 \in \mathbb{N}$ d) $-\frac{3}{4} \in \mathbb{N}$
 $7 \in \mathbb{Z}$ $-9 \in \mathbb{Z}$ $4,8 \in \mathbb{Z}$ $-\frac{3}{4} \in \mathbb{Z}$
 $7 \in \mathbb{Q}$ $-9 \in \mathbb{Q}$ $4,8 \in \mathbb{Q}$ $-\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$

RK

123 Schreib die periodischen Zahlen mit Punkt bzw. Strich.

... → Ü123

- B $0,28888... = 0,2\overline{8}$ a) $0,33333... = \frac{1}{3}$ e) $9,848484... = 9,8\overline{48}$
 $3,151515... = 3,1\overline{5}$ b) $8,255555... = 8,2\overline{5}$ f) $6,522222... = 6,5\overline{2}$
c) $14,111111... = 14,1\overline{1}$ g) $0,514514... = 0,5\overline{14}$
d) $0,262626... = 0,2\overline{6}$ h) $92,66666... = 92,6\overline{6}$

RK

124 Schreib die Brüche als Dezimalzahlen, indem du jeweils den Zähler durch den Nenner dividierst.

... → Ü124

- B $\frac{5}{6} = 0,8\overline{3}$ d) $\frac{11}{12} = 0,9\overline{16}$
a) $\frac{2}{3} = 0,6\overline{6}$ e) $\frac{7}{25} = 0,28$
b) $\frac{3}{4} = 0,75$ f) $\frac{5}{18} = 0,2\overline{77}$
c) $\frac{2}{11} = 0,1\overline{81}$ g) $\frac{13}{20} = 0,65$

Manchmal kommen periodische Zahlen heraus, manchmal nicht.



Beispiele für rationale Zahlen

$$\frac{1}{1} = 1$$

$$-\frac{8}{1} = -8$$

$$\frac{3}{2} = 1,5$$

$$-\frac{57}{100} = -0,57$$

$$\frac{2}{3} = 0,6\overline{6}$$

Periodische Zahlen

Periodische Zahlen haben Dezimalstellen, die sich unendlich oft wiederholen.

Auch sie lassen sich durch eine Bruchzahl darstellen und sind daher ebenfalls rationale Zahlen.

Beispiele:

$$0,555... = 0,5\overline{5} = \frac{5}{9}$$

$$0,2525... = 0,2\overline{5} = \frac{25}{99}$$

RK 125 Schreib als Dezimalzahlen. ...→ Ü125

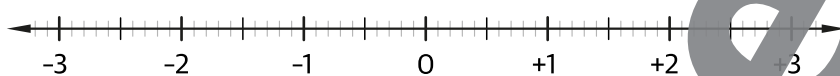
- B $1\frac{3}{10} = 1,3$ b) $4\frac{8}{10} =$ d) $\frac{2}{10} =$ f) $3\frac{7}{10} =$
a) $2\frac{38}{100} =$ c) $\frac{4}{100} =$ e) $7\frac{293}{1000} =$ g) $\frac{6}{1000} =$

RK 126 Schreib als Bruchzahlen. Kürze, wenn möglich. ...→ Ü126

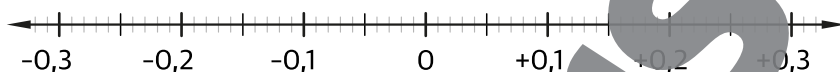
- B 0,274 a) 0,4 c) 3,9 e) 0,362
 $0,274 = \frac{274}{1000} = \frac{137}{500}$ b) 0,18 d) 6,84 f) 8,95

RK DI 127 Markiere und beschrifte die angegebenen Zahlen auf der Zahlengeraden. ...→ Ü127

- a) -0,5 | 2,8 | -1,3 | 1,6 | -2,7



- b) 0,18 | -0,23 | 0,09 | -0,08 | -0,16



RK DI 128 Setze <, > oder = richtig ein. ...→ Ü128

- a) $0,5 \bigcirc 0,005$ d) $3,6 \bigcirc -0,36$ g) $-6,5 \bigcirc -6,50$
b) $-3,6 \bigcirc 3,6$ e) $-0,2 \bigcirc 0$ h) $4,22 \bigcirc |-4,22|$
c) $0,815 \bigcirc 0,8152$ f) $2,\dot{8} \bigcirc 2,8$ i) $0,06 \bigcirc 0,6$

RK DI 129 Markiere und beschrifte die angegebenen Zahlen auf der Zahlengeraden. ...→ Ü129

- $\frac{1}{2}$ | $-\frac{7}{10}$ | $-2\frac{1}{5}$ | $\frac{6}{4}$ | $-\frac{13}{10}$ | $2\frac{9}{10}$



DI 130 Kreuze die wahren Aussagen an. Erkläre. ...→ Ü130



- a) ☐ Jede positive Zahl ist größer als jede negative Zahl.
b) ☐ Je mehr Nachkommastellen eine positive Zahl hat, desto größer ist sie.
c) ☐ Von zwei negativen Zahlen ist diejenige kleiner, deren Betrag kleiner ist.

MP VB 131 Die Lehrerin stellt folgende Aufgabe: ...→ Ü131



Setze eine passende Zahl in das Feld ein. $\frac{3}{10} < \frac{\bigcirc}{10}$

- a) Hermine und Anton haben die Aufgabe unterschiedlich gelöst.

Hermine	Anton
$\frac{3}{10} < \frac{4}{10}$	$\frac{3}{10} < \frac{100}{10}$

Wer von den beiden hat die Aufgabe richtig gelöst? Begründe deine Entscheidung.

- b) Ronald behauptet: „Da kann man ja jede Zahl einsetzen, die man will!“
Hat Ronald recht? Begründe deine Entscheidung.

B3 Quadratwurzel



„Welche Zahl muss man quadrieren, um 16 zu erhalten?“

Um Aufgaben dieser Art zu lösen, gibt es die Operation der **Quadratwurzel**: $\sqrt{16} = 4$, weil $4^2 = 16$ ist.
Man sagt kurz: „Die Wurzel aus 16 ist 4“.

DI **132** Finde zu jeder Rechenoperation die Umkehroperation.



Addieren	Multiplizieren	Quadrieren
$\begin{array}{c} +3 \\ 8 \quad \rightarrow \quad 11 \\ -3 \end{array}$	$\begin{array}{c} \cdot 4 \\ 5 \quad \rightarrow \quad 20 \\ : 4 \end{array}$	$\begin{array}{c} (\quad)^2 \\ 7 \quad \rightarrow \quad 49 \\ \sqrt{\quad} \end{array}$
Subtrahieren		

MP **133** Von Quadraten kennt man die Flächeninhalte A. Berechne jeweils die Seitenlänge a des Quadrats.

- | | |
|--|--|
| a) Flächeninhalt A = 36 cm ² | c) Flächeninhalt A = 144 mm ² |
| b) Flächeninhalt A = 900 dm ² | d) Flächeninhalt A = 729 m ² |

MP **134** René Descartes (siehe Bild) führte seinerzeit das Wurzelzeichen ein.

- a) Übe das Wurzelzeichen. Setze die abgebildete Reihe in deinem Heft drei Zeilen lang fort.

$\sqrt{1}$ $\sqrt{10}$ $\sqrt{100}$ $\sqrt{10}$ $\sqrt{1}$ $\sqrt{10}$



- b) Wer war René Descartes? Wo und wann lebte er? Recherchiere in einer vertrauenswürdigen Quelle.

RK DI **135** Schreib jede Multiplikation zuerst als Potenz und berechne ihren Wert. ...→ Ü135
Berechne dann als Umkehraufgabe dessen Quadratwurzel.

B	$7 \cdot 7$	$7^2 = 49$	a) $2 \cdot 2$	c) $8 \cdot 8$	e) $9 \cdot 9$
		$\sqrt{49} = 7$	b) $5 \cdot 5$	d) $3 \cdot 3$	f) $6 \cdot 6$

RK **136** Berechne die Quadratwurzeln im Kopf. ...→ Ü136

- | | | |
|-------------------|------------------|--------------------|
| a) $\sqrt{16} =$ | d) $\sqrt{4} =$ | g) $\sqrt{1} =$ |
| b) $\sqrt{25} =$ | e) $\sqrt{81} =$ | h) $\sqrt{400} =$ |
| c) $\sqrt{100} =$ | f) $\sqrt{9} =$ | i) $\sqrt{6400} =$ |

⊕ Finde selbst drei weitere Aufgaben und löse sie.

MP **137** Finde die Quadratwurzeln mit dem Taschenrechner. ...→ Ü137

- | | | |
|--------------------|---------------------|-----------------------|
| a) $\sqrt{4624} =$ | d) $\sqrt{23104} =$ | g) $\sqrt{872356} =$ |
| b) $\sqrt{8281} =$ | e) $\sqrt{42436} =$ | h) $\sqrt{2627641} =$ |
| c) $\sqrt{729} =$ | f) $\sqrt{85849} =$ | i) $\sqrt{1708249} =$ |

Rechenoperation

Je nachdem, wie wir Zahlen miteinander verknüpfen, sprechen wir von verschiedenen Rechenoperationen.

Beispiele:

Addition,
Subtraktion ...

Umkehroperation

Eine Umkehroperation ist eine Rechenoperation, die eine andere rückgängig macht.

Quadratwurzeln finden

Überlege, wie groß die Wurzel ungefähr sein muss, und probiere eine entsprechende Zahl aus. Wähle je nach Ergebnis eine kleinere oder größere Zahl für den nächsten Versuch.
Fahre so fort, bis du die richtige Zahl gefunden hast.

Beispiel: $\sqrt{441}$

1. Versuch:

$20^2 = 400$... zu klein

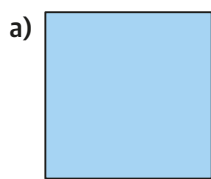
2. Versuch:

$21^2 = 441$... richtig

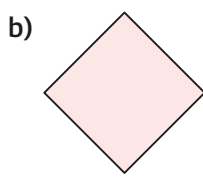
Ergebnis: $\sqrt{441} = 21$

- MP 138 Von den Quadraten kennt man die Flächeninhalte A. Berechne jeweils die Seitenlänge a des Quadrats.

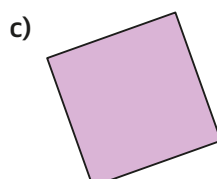
...→ Ü138



$$A = 4,84 \text{ cm}^2$$



$$A = 2,25 \text{ cm}^2$$



$$A = 3,24 \text{ cm}^2$$

Hier musst du es mit Kommazahlen probieren.



- MP 139 Berechne die fehlenden Größen dieser Quadrate.

...→ Ü139

	a)	b)	c)	d)	e)
Seitenlänge a	3,8 m				
Umfang u		25,2 cm		22,4 dm	
Flächeninhalt A			18,49 m ²		196 cm ²

- MP 140 Große Quadratzahlen

...→ Ü140

Finde alle Quadratzahlen zwischen 100 und 200.
Notiere sie zusammen mit den zugehörigen Quadratwurzeln.

- MP 141 Ungerade Quadratzahlen

...→ Ü141



Finde alle ungeraden Quadratzahlen zwischen 1 000 und 1 500.
Beschreibe, wie du die Aufgabe gelöst hast.

- MP 142 Treppauf, treppab

DI
VB

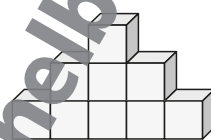
Hannes baut Treppen mit würfelförmigen Bauklötzen (siehe Skizze).
Gibt es einen Zusammenhang zwischen der Höhe einer Treppe und der Anzahl der benötigten Bauklötze?



Höhe = 1
1 Bauklotz



Höhe = 2
4 Bauklötze



Höhe = 3
9 Bauklötze

- a) Erstelle eine Tabelle für Höhen von 1 bis 5 und formuliere eine Regel.
b) Wie viele Bauklötze benötigt man für eine Treppe der Höhe 10?
c) Vergleiche deine Überlegungen mit anderen.



- DI 143 Quadratwurzel einer negativen Zahl?

VB



Emil behauptet:
„Es gibt keine Zahl, die mit sich selbst multipliziert -4 ergibt.
Die Quadratwurzel $\sqrt{-4}$ kann man also nicht berechnen.“

- a) Was meinst du dazu? Kann man so eine Zahl finden?
Begründe.
b) Wie sieht es mit $\sqrt{-9}$ aus?
c) Formuliere eine allgemeine Regel für Quadratwurzeln negativer Zahlen.

Quadratzahlen

Quadratzahlen sind natürliche Zahlen, die durch Multiplikation einer ganzen Zahl mit sich selbst entstehen. Die Wurzel einer Quadratzahl ist daher immer eine ganze Zahl.

Beispiele für Quadratzahlen:

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \cdot 1 \\ 4 &= 2 \cdot 2 \\ 9 &= 3 \cdot 3 \\ &\vdots \end{aligned}$$

B4 Schätzen, Schranken

Den Wert mancher Wurzeln kann man nur schwer berechnen, aber dafür gut abschätzen. Man überlegt, zwischen welchen Quadratzahlen die Zahl unter der Wurzel liegt. Die Wurzeln dieser Quadratzahlen sind dann die obere und untere Schranke für den Wert der gesuchten Quadratwurzel.

MP 144 Andrea plant ein Gemüsebeet.



Andrea möchte ein quadratisches Beet für ihr Gemüse anlegen. Der Flächeninhalt des Beetes soll 10 m² betragen. Sie fragt sich: Wie lang muss eine Seite des Beetes sein? Da Andrea keinen Taschenrechner dabei hat, reicht es ihr, wenn die Seitenlänge nur ungefähr geschätzt wird, sodass der Flächeninhalt auf plus/minus 0,5 m² genau ist.

- Finde selbst eine Lösung ohne Taschenrechner.
- Formuliere einen Tipp für Andrea, wie sie die Seitenlänge des Beetes abschätzen kann.
- Vergleiche deine Ergebnisse und Methoden mit anderen.



MP 145 Welche Zahl kann man unter die Wurzel schreiben, sodass die Aussage stimmt? Finde drei verschiedene Lösungen. Erkläre.



$5 < \sqrt{?} < 6$ Lösung 1: _____ Lösung 2: _____ Lösung 3: _____

MP 146 Schätze die Seitenlängen dieser quadratischen Felder ohne Taschenrechner. Der Flächeninhalt soll auf plus/minus 0,5 m² genau sein.

- Weizenfeld mit 79 m²
- Kartoffelacker mit 40 m²
- Maisfeld mit 210 m²
- Mohnfeld mit 66 m²



Beruf:
Facharbeiterin/
Facharbeiter
Feldgemüsebau

Dieser Beruf umfasst die Anzucht, Aussaat, Pflege und Ernte von Gemüse aller Art im Freiland. Dafür müssen Anbauflächen, Saat- und Düngemittel gut geplant werden. Auch der richtige Umgang mit Flächenmaßen (Ar, Hektar) ist wichtig.

MP 147 Schranken angeben

...→ Ü147

Zwischen welchen beiden natürlichen Zahlen liegen die Wurzeln jeweils? Löse die Aufgabe ohne Taschenrechner und erkläre, wie du gerechnet hast.

B $3 < \sqrt{10} < 4$

a) _____ $< \sqrt{3} < ______$

b) _____ $< \sqrt{12} < ______$

c) _____ $< \sqrt{50} < ______$

d) _____ $< \sqrt{35} < ______$

e) _____ $< \sqrt{20} < ______$

f) _____ $< \sqrt{14} < ______$

g) _____ $< \sqrt{92} < ______$

h) _____ $< \sqrt{6} < ______$

i) _____ $< \sqrt{44} < ______$

j) _____ $< \sqrt{67,5} < ______$

k) _____ $< \sqrt{89,1} < ______$

l) _____ $< \sqrt{57,8} < ______$

m) _____ $< \sqrt{45,27} < ______$

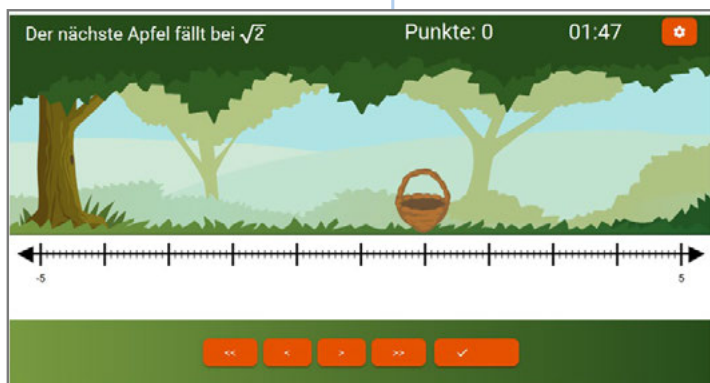
n) _____ $< \sqrt{24,03} < ______$

DI 148 SPIEL: Zahlengerade-Spiel



Das Programm zeigt an, an welcher Stelle der Zahlengeraden der nächste Apfel fallen wird. Fange so viele Äpfel, wie du kannst.

→ Dieses Spiel + Arbeitsblatt findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: B.



MP 149 Für welche Zahl gelten diese Schranken?

...→ Ü149

Finde je eine passende natürliche Zahl. Gibt es mehrere Lösungen? Erkläre.

B $9 < \sqrt{90} < 10$

c) $1 < \sqrt{\quad} < 2$

f) $39 < \sqrt{\quad} < 40$

a) $2 < \sqrt{\quad} < 3$

d) $20 < \sqrt{\quad} < 21$

g) $19 < \sqrt{\quad} < 20$

b) $7 < \sqrt{\quad} < 8$

e) $11 < \sqrt{\quad} < 12$

h) $100 < \sqrt{\quad} < 101$

⊕ Finde selbst drei weitere Aufgaben und löse sie.

MP 150 Finde passende Zahlen. Erkläre, wie du vorgegangen bist.

...→ Ü150

a) Finde eine Zahl a, für die gilt: $\sqrt{a}$ liegt zwischen 1,7 und 1,8.

b) Finde eine Zahl x, für die gilt: $\sqrt{x}$ liegt zwischen 7,1 und 7,2.

c) Finde eine Zahl v, für die gilt: $\sqrt{v}$ liegt zwischen 4,5 und 4,6.

MP 151 Schranken angeben, auf zwei Nachkommastellen genau

...→ Ü151

Zwischen welchen beiden Dezimalzahlen mit zwei Nachkommastellen liegen die Wurzeln jeweils? Erkläre, wie du gerechnet hast.

B $3,16 < \sqrt{10} < 3,17$

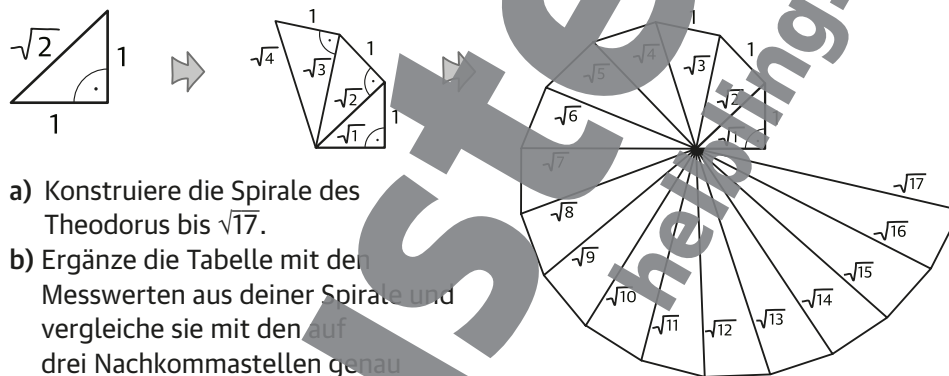
b) $\quad < \sqrt{50} < \quad$ d) $\quad < \sqrt{67} < \quad$

a) $\quad < \sqrt{3} < \quad$

c) $\quad < \sqrt{20} < \quad$ e) $\quad < \sqrt{39} < \quad$

MP 152 Die Spirale des Theodorus

Theodorus von Kyrene lebte etwa 450 Jahre v.u.Z., also vor rund 2 500 Jahren. Mit seiner Spirale, die man auch Wurzelschnecke nennt, kann man die Quadratwurzel von Zahlen konstruieren und messen.


a) Konstruiere die Spirale des Theodorus bis $\sqrt{17}$.

b) Ergänze die Tabelle mit den Messwerten aus deiner Spirale und vergleiche sie mit den auf drei Nachkommastellen genau berechneten Werten.

	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{9}$
gemessen	1,414	1,732	2	2,236	2,449	2,646	2,828	3
berechnet	1,414	1,732	2	2,236	2,449	2,646	2,828	3

	$\sqrt{10}$	$\sqrt{11}$	$\sqrt{12}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{14}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{16}$	$\sqrt{17}$
gemessen	3,162	3,317	3,464	3,606	3,742	3,873	4	4,123
berechnet	3,162	3,317	3,464	3,606	3,742	3,873	4	4,123

c) Schreib eine Anleitung für einen Freund oder eine Freundin, wie er oder sie die Spirale am besten konstruieren kann. Versuche dabei, ohne Bilder auszukommen.

d) Finde mehr über Theodorus von Kyrene heraus. Wähle eine vertrauenswürdige Quelle.

$3,1^2 = 9,61$ und
 $3,2^2 = 10,24$.
 $\sqrt{10}$ muss also
zwischen 3,1 und 3,2
liegen.



$3,16^2 = 9,9856$ und
 $3,17^2 = 10,0489$.
 $\sqrt{10}$ muss also
zwischen 3,16 und
3,17 liegen.

Mathematiker im antiken Griechenland

Theodorus von Kyrene,
Pythagoras von Samos,
Thales von Milet, Euklid
von Alexandria und
andere mehr legten vor
über 2 000 Jahren
wichtige Grundsteine in
der Zahlenlehre und
Geometrie, auf denen
über die Jahrhunderte
immer weiter aufgebaut
wurde.

B5 Nichtrationale Zahlen

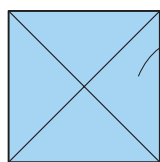


Es gibt Zahlen (auf der Zahlengeraden), die sich nicht als Bruch aus zwei ganzen Zahlen schreiben lassen. In Dezimaldarstellung haben sie unendlich viele Nachkommastellen, sind aber nicht periodisch. Sie lassen sich also nie vollständig anschreiben.

MP VB 153 Betrachte zwei Quadrate wie in der Skizze dargestellt.



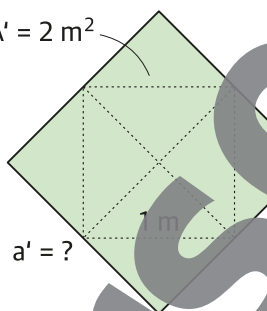
- Begründe, warum der Flächeninhalt des rechten Quadrats exakt doppelt so groß wie der des linken Quadrats sein muss.
- Berechne die Seitenlänge des rechten Quadrats.
- Gib an, wie viele Nachkommastellen dein Ergebnis hat.



$a = 1 \text{ m}$

$A = 1 \text{ m}^2$

$A' = 2 \text{ m}^2$



$a' = ?$

Nichtrationale Zahlen

Sie treten oft beim Wurzelziehen auf. Es gibt aber noch mehr (nämlich unendlich viele) nichtrationale Zahlen, wie zum Beispiel die Kreiszahl π („Pi“).

Nichtrationale Zahlen werden auch als „irrationale“ Zahlen bezeichnet.

MP DI 154 Zahlen und ihre Quadratwurzeln



- Finde 5 Zahlen größer als 100, deren Quadratwurzel (1) eine rationale Zahl, (2) eine nichtrationale Zahl ist. Verwende die CAS-Funktion von GeoGebra.
- Vergleiche die Aufgaben (1) und (2) aus a): Welche fiel dir leichter? Beschreibe kurz dein Vorgehen.
- Vervollständige den Satz:
Wählt man eine natürliche Zahl zufällig aus, so ist ihre Quadratwurzel in den meisten Fällen eine (rationale / nichtrationale) Zahl.

$\sqrt{150}$

$= 5\sqrt{6}$

Das Ergebnis enthält eine Wurzel, daher ist $\sqrt{150}$ nicht rational.



MP 155 Berühmte irrationale Zahlen



Finde zwei berühmte irrationale (= nichtrationale) Zahlen und schreibe sie mit den ersten 5 Nachkommastellen in die Kästen. Wähle eine vertrauenswürdige Quelle.

Name:

Zahl:

Name:

Zahl:

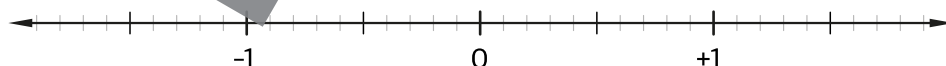
Verwendung des Begriffs „irrationale“ im Alltag

Im Alltag wird „irrationale“ häufig im Sinne von „unlogisch“ oder „unvernünftig“ verwendet.

Zum Beispiel sagt man: „Diese Entscheidung war völlig irrational“, um auszudrücken, dass die Entscheidung ohne nachvollziehbare Logik oder Vernunft getroffen wurde.

RK DI 156 Zahlengerade

Es gibt Punkte auf der Zahlengeraden, die keiner rationalen Zahl entsprechen. Die nicht rationalen Zahlen füllen diese Lücken auf der Zahlengeraden aus.



- Markiere diese rationalen Zahlen auf der Zahlengeraden: $1 \mid -\frac{1}{2} \mid 0,8$
- Markiere diese nicht rationalen Zahlen in einer anderen Farbe: $\sqrt{2} \mid \sqrt{0,5} \mid -\sqrt{3}$
- Erkläre, wie du vorgegangen bist.
Welche Schwierigkeit stellt sich bei Aufgabe b)?

- RK 157 Berechne die Seitenlängen der angegebenen Quadrate mit dem Taschenrechner. Runde deine Ergebnisse auf Millimeter.

...→ Ü157



B $A = 12 \text{ cm}^2$

$$a = \sqrt{A}$$

$$a = \sqrt{12} \approx \underline{\underline{3,5 \text{ cm}}}$$

2nd $\sqrt{x^2}$ 1 2 =

oder

$\sqrt{x}$ 1 2 =

- a) $A = 20 \text{ cm}^2$ c) $A = 69 \text{ cm}^2$ e) $A = 225 \text{ cm}^2$ g) $A = 500 \text{ cm}^2$
b) $A = 15 \text{ cm}^2$ d) $A = 84 \text{ cm}^2$ f) $A = 306 \text{ cm}^2$ h) $A = 946 \text{ cm}^2$

- RK 158 Berechne auf drei Nachkommastellen genau und kreuze jeweils an, ob es sich bei dem Ergebnis um eine rationale oder nichtrationale Zahl handelt. Verwende entsprechend = oder $\approx$.

...→ Ü158

- a) $\sqrt{7}$ ☐ rational ☐ nichtrational
b) $\sqrt{25}$ ☐ rational ☐ nichtrational
c) $\sqrt{40,96}$ ☐ rational ☐ nichtrational
d) $\sqrt{122}$ ☐ rational ☐ nichtrational
e) $\sqrt{3,9}$ ☐ rational ☐ nichtrational
f) $\sqrt{196}$ ☐ rational ☐ nichtrational

- DI 159 Beweise, dass $\sqrt{2}$ keine rationale Zahl sein kann.



Sieh dir den abgebildeten Beweis an und versuche, ihn zu verstehen.

Tipp: Den ausführlichen Beweis gibt es auch auf Video in der e-zone oder in der HELBLING Media App.

1. Annahme: $\sqrt{2}$ ist rational.

Man nimmt zunächst das Gegenteil an und zeigt dann, dass diese Annahme nicht stimmen kann. (Beweis durch Widerspruch)

2. Schreib: $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$

Man kann jede rationale Zahl als Bruchzahl schreiben. Die Variablen a und b sind dabei verschiedene natürliche Zahlen.

3. a und b sollen keine gemeinsamen Teiler haben (außer 1).

Dein Bruch soll also durchgekürzt sein, diese Form gibt es bei jedem Bruch. Insbesondere ist der Bruch $\frac{a}{b}$ keine natürliche Zahl, also $b \neq 1$.

4. Forme um:

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b} \Rightarrow (\sqrt{2})^2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \Rightarrow 2 = \frac{a^2}{b^2}$$

Beobachtung: 2 ist eine natürliche Zahl, laut der Gleichung ist also auch $\frac{a^2}{b^2}$ eine natürliche Zahl.

5. Frage: Kann $\frac{a^2}{b^2}$ überhaupt eine natürliche Zahl sein?

Antwort: Nein!

Es gilt: $\frac{a^2}{b^2} = \frac{a \cdot a}{b \cdot b}$. Man weiß aus Schritt 3, dass $\frac{a}{b}$ durchgekürzt

und keine natürliche Zahl ist. Also kann man auch $\frac{a \cdot a}{b \cdot b}$ nicht weiter kürzen.

Daher gilt $\frac{a^2}{b^2} \notin \mathbb{N}$, und sicher auch $\frac{a^2}{b^2} \neq 2$.

⇒ Widerspruch zur Annahme!

6. Die Annahme „ $\sqrt{2}$ ist rational“ kann somit nicht stimmen. Also muss ihr Gegenteil „ $\sqrt{2}$ ist nichtrational“ stimmen.

Beweise in der Mathematik

Ein mathematischer Beweis ist eine logische Herleitung der Richtigkeit einer Aussage.

Beim sogenannten „Beweis mittels Widerspruchs“ zeigt man, dass eine Annahme falsch ist – somit muss ihr Gegenteil richtig sein.



Euklid von Alexandria

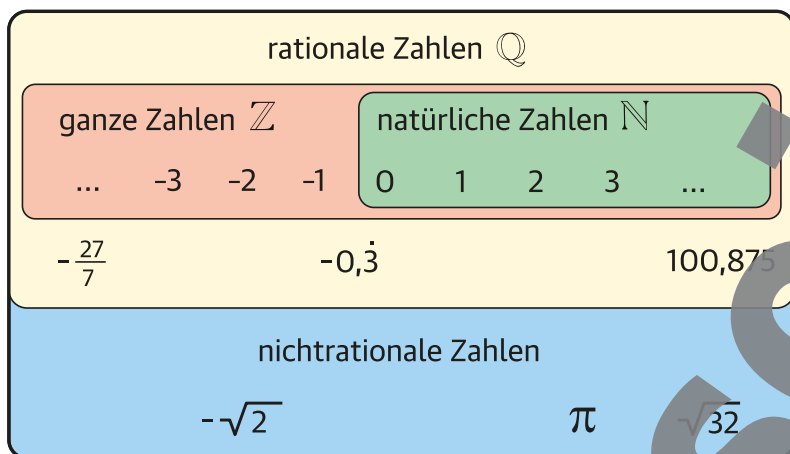
(nachempfundene Darstellung)

Der griechische Mathematiker konnte bereits 300 v. u. Z. beweisen, dass die Wurzel einer natürlichen Zahl entweder wieder eine natürliche Zahl oder eine nichtrationale Zahl ist.

B6 Reelle Zahlen

Fasst man die rationalen und die nichtrationalen Zahlen zusammen, erhält man die Menge der **reellen Zahlen** $\mathbb{R}$.

DI 160 Erkläre den Zusammenhang der Mengen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{R}$ anhand der Darstellung.



Teilmengen

Alle rationalen Zahlen sind gleichzeitig auch reelle Zahlen. Ebenso sind alle nichtrationalen Zahlen reelle Zahlen.

Man sagt:

„Die rationalen und nichtrationalen Zahlen sind Teilmengen der reellen Zahlen.“

DI 161 Welche Darstellung symbolisiert welche Zahlenmenge? Verbinde.



DI 162 In welchen Mengen sind diese Zahlen enthalten? Kreuze an.

... → Ü162

		$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
a)	-2	☐	☐	☐	☐
b)	15,4	☐	☐	☐	☐
c)	$\frac{3}{4}$	☐	☐	☐	☐
d)	$\sqrt{10}$	☐	☐	☐	☐
e)	$\frac{16}{4}$	☐	☐	☐	☐
f)	$-\sqrt{2}$	☐	☐	☐	☐

DI VB 163 Kreuze wahre Aussagen an und begründe deine Entscheidungen.

... → Ü163



- a) ☐ Periodische Zahlen sind irrationale Zahlen.
- b) ☐ Eine Zahl ist entweder rational oder sie ist irrational. Sie kann nicht beides sein.
- c) ☐ Es gibt keine negativen natürlichen Zahlen.
- d) ☐ Rationale Zahlen können keine ganzen Zahlen sein.

Noch mehr Zahlen

Die Menge der reellen Zahlen umfasst noch nicht alle Zahlen, mit denen in der Mathematik gerechnet wird. Bereits im Mittelalter erkannte man das Problem, keine Quadratwurzeln aus negativen Zahlen ziehen zu können.

Daher verwendet man seit dem 17. Jh. so genannte „imaginäre Zahlen“, mit denen das geht. Der Name drückt aus, wie schwer man sich diese Zahlen vorstellen konnte. Im 18. Jh. wurde dann aber eine einleuchtende geometrische Darstellung dieser Zahlen entdeckt.



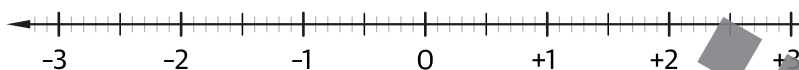
CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 164 Setze $<$, $>$ oder $=$ richtig ein.

- a) -5 ☐ -8 b) $|+3|$ ☐ $|-3|$ c) 0 ☐ $|-8|$ d) $-0,99$ ☐ $0,98$

RK DI 165 Markiere und beschrifte die angegebenen Zahlen.

 $-0,9$ | $2,5$ | $-1,6$ | $1,4$ | $-2,8$


RK 166 Schreib die periodischen Zahlen mit Punkt bzw. Strich.

- a) $0,7777777...$ b) $15,214444...$ c) $9,272727...$ d) $36,06132132132...$

RK 167 Kreuze jeweils das richtige Ergebnis an.
Löse die Aufgaben ohne Taschenrechner. Überschlage im Kopf.

- a) $\sqrt{12} \approx ...$ ☐ 2,9 ☐ 3,5 ☐ 4,7 c) $\sqrt{108} \approx ...$ ☐ 9,6 ☐ 9,9 ☐ 10,4
b) $\sqrt{50} \approx ...$ ☐ 7,1 ☐ 7,8 ☐ 8,3 d) $\sqrt{24} \approx ...$ ☐ 4,2 ☐ 4,9 ☐ 5,1

RK 168 Berechne die Quadratwurzeln mit dem Taschenrechner auf zwei Nachkommastellen genau.

- a) $\sqrt{40}$ b) $\sqrt{92}$ c) $\sqrt{38,44}$ d) $\sqrt{15,9}$ e) $\sqrt{6\,294}$ f) $\sqrt{2\,116}$

DI 169 Setze $\in$ oder $\notin$ ein.

- a) 4 ☐ $\mathbb{Z}$ c) 1 ☐ $\mathbb{N}$ e) $0,3$ ☐ $\mathbb{Z}$ g) $0,1\bar{8}$ ☐ $\mathbb{Q}$
b) $-\frac{1}{4}$ ☐ $\mathbb{Q}$ d) $\sqrt{3}$ ☐ $\mathbb{R}$ f) $\sqrt{16}$ ☐ $\mathbb{N}$ h) -214 ☐ $\mathbb{R}$

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

MP 170 Finde eine Zahl z für die gilt: $\sqrt{z}$ liegt zwischen ...

- a) 5,9 und 6,0. b) 2,6 und 2,7. c) 9,7 und 9,8. d) 1,3 und 1,4.

DI 171 Wahr oder falsch?

Beantworte die Aussagen für zwei rationale Zahlen x und y , wobei gilt $x \neq y$, und finde jeweils ein Beispiel, das deine Aussage bekräftigt.

	wahr	falsch	Beispiel
$x : y$ kann $\in \mathbb{N}$ sein.	☐	☐	
$y : x$ kann gleich null sein.	☐	☐	
$(x - y) > 0$, falls x größer als y ist.	☐	☐	
$(x + y) > (x - y)$, falls y negativ ist.	☐	☐	

C

Rechnen mit Wurzeln



Das Wort „Wurzel“ wird auch im Sinne von „Ursprung“ oder „Herkunft“ verwendet. In der Mathematik kann man durch Wurzelziehen zum Beispiel die ursprüngliche Seitenlänge eines Quadrats finden, wenn der Flächeninhalt bekannt ist.

Eine andere Wurzel liefert die Seitenlänge eines Würfels bei vorgegebenem Volumen.

MP 172 Wurzeln



a) Recherchiere. Wähle vertrauenswürdige Quellen.



- (1) Welche Funktion haben Wurzeln bei Bäumen?
 - (2) Was bedeuten die Begriffe „Flachwurzler“, „Tiefwurzler“ und „Herzwurzler“?
 - (3) Wie tief unter die Oberfläche wachsen Wurzeln? Wovon hängt die Tiefe ab?
 - (4) Warum sind Bäume wichtig für die Umwelt und das Klima?
- b) In Österreichs Wäldern wachsen pro Stunde ca. 3 600 Kubikmeter Holz nach. Kreuze an.
- (1) Wie groß wäre ein Würfel mit diesem Volumen in etwa?
 So groß wie ... ☐ ein Backrohr. ☐ ein Wohnzimmer.
☐ ein Einfamilienhaus. ☐ ein Wohnblock.
 - (2) Wie lang wären die Kanten eines Würfels mit diesem Volumen in etwa?
☐ 1,2 m ☐ 6 m ☐ 15 m ☐ 36 m

In diesem Kapitel lernst du wichtige Rechenregeln für Wurzeln kennen.

Du wirst obere und untere Schranken für Quadratwurzeln und Kubikwurzeln bestimmen und dich mit Rundungsfehlern beim Rechnen mit Näherungswerten beschäftigen.



WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Quadratwurzel

Wie gut kannst du das noch?



RK 173 Schreib als Quadratwurzel und berechne das Ergebnis mit dem Taschenrechner.



B Wurzel aus 841

$$\sqrt{841} = 29$$

2nd $\sqrt{x^2}$ oder $\sqrt{x}$

- a) Wurzel aus 169 d) Wurzel aus 6 084
b) Wurzel aus 3 844 e) Wurzel aus 287 296
c) Wurzel aus 1 225 f) Wurzel aus 368 449

RK 174 Der Flächeninhalt A eines Quadrats beträgt $10,24 \text{ cm}^2$.
Berechne die Seitenlänge a und den Umfang u dieses Quadrats.

Potenzieren

Wie gut kannst du das noch?



RK 175 Schreib die Potenzen an und berechne jeweils ihren Wert.



B Basis 4;
Exponent 3

$$4^3 = 64$$

$\wedge$ oder y^x oder x^y

- a) Basis 3; Exponent 5 d) Basis 12; Exponent 5
b) Basis 25; Exponent 2 e) Basis 9,7; Exponent 4
c) Basis 9; Exponent 4 f) Basis 6,2; Exponent 3

RK 176 Vereinfache die Ausdrücke und berechne jeweils das Ergebnis.

B $5^3 \cdot 5^4$

$$5^3 \cdot 5^4 = 5^7 = 78\,125$$

- a) $6^4 \cdot 6^2$ b) $8^3 \cdot 8^3$ c) $17^5 \cdot 17^2$ d) $4,3^2 \cdot 4,3^6$

RK 177 Vereinfache die Ausdrücke und berechne jeweils das Ergebnis.

B $7^3 \cdot 4^3$

$$7^3 \cdot 4^3 = 28^3 = 21\,952$$

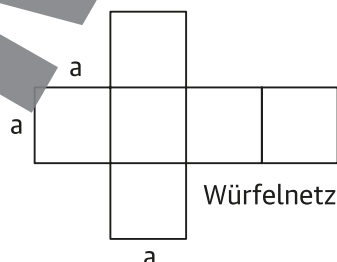
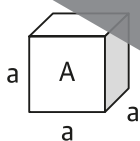
- a) $9^6 \cdot 2^6$ b) $15^2 \cdot 2^2$ c) $5^4 \cdot 2^4$ d) $16^3 \cdot 10^3$

Würfel

Wie gut kannst du das noch?



RK 178 Berechne jeweils den Oberflächeninhalt O und das Volumen V des Würfels.
Es gilt: $O = 6 \cdot a^2$ und $V = a^3$.



Würfelnetz

a ... Kantenlänge
A ... Flächeninhalt
einer Seitenfläche

- a) $a = 3 \text{ cm}$
b) $a = 7 \text{ cm}$
c) $a = 6,2 \text{ cm}$
d) $a = 0,8 \text{ m}$

C1 Rechenregeln



Beim **Wurzelziehen** gelten ähnliche Regeln wie beim Quadrieren. Steht eine Rechnung unter einer Wurzel, löst man zuerst die Rechnung und zieht dann die Wurzel aus dem Ergebnis. Beispiel: $\sqrt{14 - 5} = \sqrt{9} = 3$

RK 179 Welche dieser Aussagen sind korrekt?



Wähle positive Zahlen für a und b ($a \neq b$) und prüfe, ob die linke und rechte Seite der Formel das gleiche Ergebnis haben. Setze dann = oder $\neq$ ein.

- a) Umkehrung: (1) $(\sqrt{a})^2 \bigcirc a$ (2) $\sqrt{a^2} \bigcirc a$
 b) Quadrieren: (1) $(a \cdot b)^2 \bigcirc a^2 \cdot b^2$ (3) $(a + b)^2 \bigcirc a^2 + b^2$
 (2) $(a : b)^2 \bigcirc a^2 : b^2$ (4) $(a - b)^2 \bigcirc a^2 - b^2$
 c) Wurzelziehen: (1) $\sqrt{a \cdot b} \bigcirc \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ (3) $\sqrt{a + b} \bigcirc \sqrt{a} + \sqrt{b}$
 (2) $\sqrt{a : b} \bigcirc \sqrt{a} : \sqrt{b}$ (4) $\sqrt{a - b} \bigcirc \sqrt{a} - \sqrt{b}$

RK 180 Berechne im Kopf.

→ Ü180

- a) $\sqrt{15 + 1}$ c) $\sqrt{32 \cdot 2}$ e) $\sqrt{13 - 5 + 1}$ g) $\sqrt{9 + 9 \cdot 3}$
 b) $\sqrt{38 + 11}$ d) $\sqrt{50 : 2}$ f) $\sqrt{80 : 10 - 4}$ h) $\sqrt{(3 + 7) \cdot 10}$

RK 181 Berechne mit dem Taschenrechner.

→ Ü181

Runde deine Ergebnisse auf Tausendstel.

Tipp: Beim Eingeben in den Taschenrechner musst du Klammern setzen.

- a) $\sqrt{128}$ c) $\sqrt{2 \cdot 815}$ e) $\sqrt{315 - 56}$ g) $\sqrt{0,56 + 0,81}$
 b) $\sqrt{51,84}$ d) $\sqrt{0,6}$ f) $\sqrt{16,8 - 4,22}$ h) $\sqrt{401 - 93,2}$

RK 182 Berechne mit dem Taschenrechner.

→ Ü182

Runde deine Ergebnisse auf Hundertstel.

Tipp: Beim Eingeben in den Taschenrechner musst du Klammern setzen.

- a) $15,8 - \sqrt{3,9 \cdot 0,7} + 4,3^2$ e) $\sqrt{12 + 5,8^2} - \sqrt{16 - 2,9}$
 b) $\sqrt{214 + 6,3 : 4} - 1,08^2$ f) $19,2^2 - \sqrt{15,21 - 1,5} + \sqrt{28,04}$
 c) $\sqrt{4,5 + 2,3^2} - \sqrt{0,6 \cdot (7,8 - 3,9)}$ g) $\sqrt{14,7 - 11,18} - 0,9^2 + \sqrt{3}$
 d) $\sqrt{9,23^2 - 74} + \sqrt{(18,3 + 4,02) : 2,1}$ h) $\sqrt{35,6} \cdot \sqrt{14,8 + 32,9} - 1,86^2$

RK 183 Berechne auf zwei Arten: (1) indem du zuerst die Klammern auflöst, (2) indem du zuerst partiell quadrierst. Vergleiche jeweils die beiden Ergebnisse.

→ Ü183

- a) $(2 \cdot 3)^2$ b) $(10 : 2)^2$ c) $(4 \cdot 2)^2$ d) $(6 : 3)^2$ e) $\left(\frac{9}{3}\right)^2$

⊕ Finde selbst drei weitere Aufgaben und löse sie.

RK 184 Führe die Rechnungen ohne Taschenrechner durch.

→ Ü184

- a) $15^2 : 5^2$ b) $18^2 : 2^2$ e) $50^2 : 10^2$
 c) $32^2 : 4^2$ f) $28^2 : 4^2$
 d) $\frac{21^2}{7^2}$ g) $\frac{20^2}{4^2}$

$15^2 : 5^2 =$
 $(15 : 5)^2 = \dots$



Umkehroperationen

Das Wurzelziehen ist die Umkehroperation des Quadrierens, deshalb gilt für $a \geq 0$: $(\sqrt{a})^2 = a$ und $\sqrt{a^2} = a$

Partielles Quadrieren

Bei der Multiplikation oder Division kann man das Quadrieren beim Rechnen auch aufteilen:

$$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$$

$$(a : b)^2 = a^2 : b^2$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$$

Partielles Wurzelziehen

Hier gelten dieselben Regeln wie beim partiellen Quadrieren:

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a : b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Achtung bei + und -

Die obigen Regeln kann man bei der Addition und der Subtraktion nicht anwenden!

$\sqrt{a + b}$ ist nicht zerlegbar.

$\sqrt{a} + \sqrt{b}$ kann man nicht unter eine Wurzel schreiben.

RK 185 Berechne auf zwei Arten: ...→ Ü185

(1) indem du zuerst multiplizierst oder dividierst,
(2) indem du zuerst (partiell) die Wurzel ziehst.
Vergleiche jeweils die beiden Ergebnisse.

- a) $\sqrt{16} \cdot 4$ c) $\sqrt{36} \cdot \sqrt{4}$ e) $\sqrt{\frac{64}{4}}$
b) $\sqrt{100 : 25}$ d) $\sqrt{36} : \sqrt{9}$ f) $\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{9}}$

RK 186 Führe die Rechnungen ohne Taschenrechner durch. ...→ Ü186

- a) $\sqrt{9 \cdot 25}$
b) $\sqrt{49 \cdot 36}$
c) $\sqrt{36 \cdot 9}$

$$\sqrt{9} \cdot \sqrt{25} = 3 \cdot 5 = \dots$$



- d) $\sqrt{81 \cdot 49}$
e) $\sqrt{25 \cdot 4}$
f) $\sqrt{16 \cdot 64}$

RK 187 Führe die Rechnungen ohne Taschenrechner durch. ...→ Ü187

- a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$
b) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50}$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{36} = \dots$$



- c) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}$
d) $\sqrt{75} : \sqrt{3}$
e) $\sqrt{128} : \sqrt{8}$

RK 188 Vereinfache die Ausdrücke, indem du die Wurzel teilweise ziehst. ...→ Ü188

B $\sqrt{32}$ $\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 4 \cdot \sqrt{2}$

- a) $\sqrt{28}$ b) $\sqrt{50}$ c) $\sqrt{27}$ d) $\sqrt{200}$ e) $\sqrt{45}$

⊕ Finde selbst drei weitere Aufgaben und löse sie.

Statt partiell
sagt man auch
teilweise.


 RK 189 Vereinfache die Ausdrücke so weit wie möglich. Es gilt $x \geq 0$→ Ü189

- a) $\sqrt{16x^2}$ c) $\sqrt{\frac{25x^2}{9}}$ e) $\sqrt{2x} \cdot \sqrt{8x}$ g) $(15x)^2 : (5x)^2$
b) $\frac{(18x)^2}{9^2}$ d) $\sqrt{20x^2} : \sqrt{5}$ f) $\frac{\sqrt{72x}}{\sqrt{2}}$ h) $\sqrt{4x^2} \cdot \sqrt{4}$

 MP 190 Welche Zahl muss man einsetzen, damit die Gleichung stimmt? ...→ Ü190
Erkläre, wie du die Aufgabe gelöst hast.

- a) $\sqrt{18 \cdot \underline{\hspace{1cm}}} = 3$ b) $\sqrt{15 + 2 \cdot \underline{\hspace{1cm}}} = 7$ c) $\sqrt{(20 - \underline{\hspace{1cm}})} \cdot 4 = 8$

MP 191 Vereinfachung

- a) Überprüfe anhand von drei Beispielen mit selbstgewählten Zahlen $a > 0$, ob die angegebene Vereinfachung gilt: $\frac{a}{\sqrt{a}} = \sqrt{a}$
b) Zeige mit Hilfe einer allgemeinen Umformung der Formel, dass die Vereinfachung für alle Zahlen $a > 0$ gilt.

C2 Quadratwurzeln anwenden

Das **Wurzelziehen** ist die **Umkehrung des Quadrierens**. Deshalb braucht man die Quadratwurzel immer in Situationen, in denen man das Quadrat einer Zahl kennt und die Zahl selbst herausfinden will. Ein Beispiel ist die Berechnung der Seitenlänge eines Quadrats, von dem der Flächeninhalt bekannt ist.

- MP **192** Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.
Wie viele Nachkommastellen sind sinnvoll?



- a) $x^2 = 5$
b) $y^2 = 80$
c) $z^2 = 12,3$

2nd $\sqrt{x}$ 5 = oder $\sqrt{x}$ 5 =

- MP **193** Drei quadratische Grundstücke sollen eingezäunt werden.



Berechne jeweils die Seitenlänge des Grundstücks und wie viele Meter Zaun gebraucht werden. Wie viele Nachkommastellen sind sinnvoll?

- a) Flächeninhalt A = 1 024 m²
b) Flächeninhalt A = 700 m²
c) Flächeninhalt A = 1 760 m²



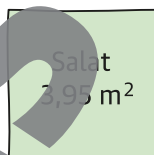
- RK **194** Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.
Runde auf zwei Nachkommastellen.

- a) $x^2 = 7$ c) $z^2 = 300$ e) $n^2 = 25,7$ g) $s^2 = 1450$
b) $y^2 = 40$ d) $m^2 = 9,2$ f) $t^2 = 184,5$ h) $t^2 = 88,83$

⊕ Finde selbst drei weitere Aufgaben und löse sie.

- RK **195** Judit hat drei quadratische Gemüsebeete angelegt (siehe Skizzen).

Berechne jeweils die Seitenlänge des Beetes und wie viele Meter Zaun gebraucht werden.



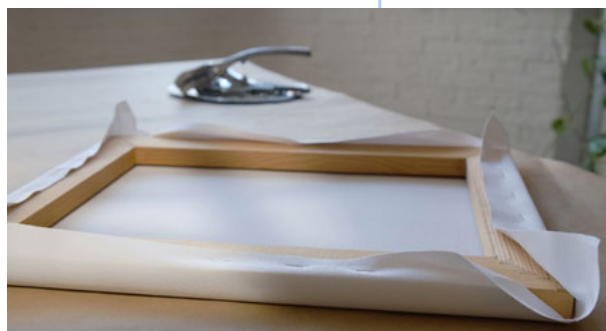
⊕ Denk dir selbst drei Beete und zugehörige Flächeninhalte aus und berechne ihre Umfänge.

- MP **196** Die Firma Paint Pal fertigt Leinwände in sechs Größen an.

Die Leinwände sind quadratisch und haben folgende Flächeninhalte:

- a) 200 cm² d) 5 dm²
b) 2 600 cm² e) 1,5 m²
c) 10 dm² f) 3 m²

Berechne, wie viel Zentimeter Holzleiste für den Rahmen jeder Leinwand benötigt wird. Achte auf die Einheiten.



Gerundete Ergebnisse

Da die meisten Wurzeln irrational sind, also Dezimalzahlen mit unendlich vielen Nachkommastellen, muss man bei Berechnungen meistens runden. Überlege dir stets, wie viele Nachkommastellen in der jeweiligen Situation sinnvoll sind.

MP 197 Ein 7,05 a großes Grundstück hat die Form eines Quadrats.

...→ Ü197

Hinweis: Für das Flächenmaß *Ar* gilt, dass $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$.

- Wie lang ist die Grundstücksgrenze?
- Berechne den Preis des Grundstücks, wenn ein Quadratmeter 169 € kostet.

MP 198 Reicht der Zaun?

...→ Ü198

Frau Meier legt ein quadratisches Blumenbeet mit rund 20 m^2 Fläche an. Sie hat noch 30 Meter Zaun gelagert. Reicht das, um das Beet einzuzäunen? Wenn ja, wie viele Meter Zaun bleiben übrig? Wenn nein, wie viele Meter Zaun muss Frau Meier noch kaufen?

MP 199 Ein quadratischer Garten soll durch Steine abgegrenzt werden.

Der Flächeninhalt des Gartens beträgt ... (1) $\frac{1}{2} \text{ a}$. (2) $\frac{2}{3} \text{ a}$. (3) $\frac{5}{8} \text{ a}$.

- Welche Seitenlänge hat der Garten jeweils?
Hinweis: Für das Flächenmaß *Ar* gilt, dass $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$.
- Berechne jeweils die Kosten für die Randsteine, wenn ein 50 cm breiter Stein 5,29 € kostet.

MP 200 Ein rechteckiges Blumenbeet ist 4,8 m lang und 0,8 m breit.

...→ Ü200

- Berechne die Seitenlänge eines gleich großen quadratischen Beetes.
- Vergleiche die Kosten der Zäune für die beiden Beete, wenn eine Rolle mit 140 cm Zaunlänge 7,50 € kostet.

MP 201 Die Seiten eines quadratischen Blumenbeetes sind je 1,5 m lang.

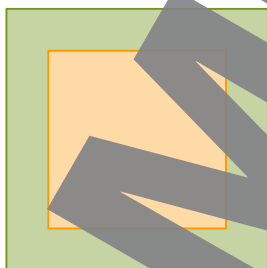
...→ Ü201



- Berechne den Flächeninhalt des Beetes.
- Das Beet soll um 1 m^2 vergrößert werden. Es ist danach entweder quadratisch oder rechteckig. Gib eine Möglichkeit für die Seitenlängen an und zeichne dazu eine Skizze. Vergleiche deine Lösung mit anderen.

MP DI 202 Quadrat im Quadrat

Zeichne zwei Quadrate wie in der Skizze. Die grüne Fläche soll dabei gleich groß sein wie die orange Fläche. Gib die Seitenlängen der Quadrate an. Beschreibe deinen Lösungsweg.


MP 203 Größter Wert für a

...→ Ü203



Finde die größtmögliche natürliche Zahl $a > 0$, die man in diese Ungleichung einsetzen kann:

$$\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} < 4$$



Beruf:
Landschaftsgärtnerin,
Landschaftsgärtner

Du gestaltest und pflegst Gärten, Parks und Spielplätze. Du arbeitest viel im Freien und musst die Bedürfnisse der verschiedenen Pflanzen gut kennen. Beim Planen von Bepflanzungen kannst du auch deine Kreativität ausleben.

C3 Kubikwurzel



Die **Kubikwurzel** nennt man allgemein auch „dritte Wurzel“.
Sie ist die **Umkehroperation zum Kubieren** (auch dritte Potenz genannt).
Beispiel: $2^3 = 8 \rightarrow$ Umkehroperation: $\sqrt[3]{8} = 2$

RK DI **204** Ergänze die Tabelle.



Multiplikation		Potenz		Wert	Umkehraufgabe
$5 \cdot 5 \cdot 5$	=	5^3	=	125	$\sqrt[3]{125} = 5$
$2 \cdot 2 \cdot 2$	=		=		
$8 \cdot 8 \cdot 8$	=		=		
	=	7^3	=		
	=	13^3	=		
	=		=	216	
	=		=	13 824	

Eingabe im Taschenrechner

dritte Potenz:
Beispiel: 12^3

1 2 3

dritte Wurzel:
Beispiel: $\sqrt[3]{8}$

3 2nd 8

wobei je nach
Taschenrechner

^ =

oder y^x

oder x^y

MP **205** Berechne die fehlenden Größen der angegebenen Würfel.

- a) Kante $a = 6$ cm,
Volumen $V = ?$ Oberflächeninhalt $O = ?$
b) Volumen $V = 343$ cm³,
Kante $a = ?$ Oberflächeninhalt $O = ?$
c) Oberflächeninhalt $O = 96$ cm²,
Kante $a = ?$ Volumen $V = ?$
d) Volumen $V = 125$ l,
Kante $a = ?$ Oberflächeninhalt $O = ?$

Würfel (lat. „Kubus“)



Kante a

Volumen
 $V = a^3$
Oberflächeninhalt
 $O = 6a^2$

RK **206** Berechne die dritten Wurzeln mit dem Taschenrechner.
Runde auf zwei Nachkommastellen.



- a) $\sqrt[3]{20} =$ e) $\sqrt[3]{15,8} =$ i) $\sqrt[3]{916} =$
b) $\sqrt[3]{61} =$ f) $\sqrt[3]{1,27} =$ j) $\sqrt[3]{237} =$
c) $\sqrt[3]{96} =$ g) $\sqrt[3]{65,1} =$ k) $\sqrt[3]{5\,923} =$
d) $\sqrt[3]{37} =$ h) $\sqrt[3]{0,5} =$ l) $\sqrt[3]{8\,701} =$

...→ Ü206

RK **207** Berechne die fehlenden Größen dieser Würfel.
Achte auf die Einheiten.

...→ Ü207

	Kante a	Oberflächeninhalt O	Volumen V
a)	7 cm		
b)			729 m ³
c)		1 176 cm ²	
d)			32,768 cm ³
e)		174,76 mm ²	

1 Liter



In einen Würfel mit
1 dm (= 10 cm)
Kantenlänge passt
genau 1 Liter:

1 l = 1 dm³

1 l = 1 000 cm³

RK 208 Ein Künstler formt aus 3 Kubikdezimetern Ton einen Würfel. Berechne die Kantenlänge des Würfels. ...→ Ü208

RK 209 Die Firma Good Wood nimmt würfelförmige Kisten mit folgenden Fassungsvermögen neu ins Sortiment auf: ...→ Ü209

- a) 50 Liter c) 200 Liter e) 500 Liter
b) 100 Liter d) 300 Liter Hinweis: 1 Liter = 1 dm³

Berechne die Kantenlängen der Kisten.

RK 210 Die Firma Holgo baut Trinkglas-Würfel mit Volumen ... → Ü210

- a) $\frac{1}{2}$ Liter. b) $\frac{2}{3}$ Liter. c) $\frac{3}{8}$ Liter.

Berechne die Kantenlängen der Würfel.

MP VB 211 Anna behauptet: → Ü211



„Wenn ein Würfel mit 1 Meter Kantenlänge ein Volumen von 1 Kubikmeter hat, dann hat ein Würfel mit 2 Metern Kantenlänge ein Volumen von 2 Kubikmetern.“

Stimmt Annas Aussage? Begründe.



MP 212 Gib an, zwischen welchen beiden natürlichen Zahlen die Kubikwurzeln jeweils liegen. ...→ Ü212

- B $\sqrt[3]{15} < \sqrt[3]{15} < \sqrt[3]{15}$ b) $\sqrt[3]{295} < \sqrt[3]{295} < \sqrt[3]{295}$ d) $\sqrt[3]{1753} < \sqrt[3]{1753} < \sqrt[3]{1753}$
a) $\sqrt[3]{48} < \sqrt[3]{48} < \sqrt[3]{48}$ c) $\sqrt[3]{109} < \sqrt[3]{109} < \sqrt[3]{109}$ e) $\sqrt[3]{4612} < \sqrt[3]{4612} < \sqrt[3]{4612}$

MP 213 Finde jeweils drei verschiedene Lösungen. ...→ Ü213



Die dritte Wurzel dieser Zahl soll zwischen ...

- a) 1 und 2 liegen. _____
b) 5 und 6 liegen. _____

RK DI 214 Quadrieren und Kubieren von 10er- und 100er-Zahlen



- a) Ergänze die Zahlen in der Tabelle. b) Schreib Regeln auf, wie sich ...

x	x ²	x ³
1		
2		
3		
10		
20		
30		
100		
200		
300		

- (1) Zehnerzahlen (z. B. 20) und Hunderterzahlen (z. B. 200) beim Quadrieren verhalten.
(2) Zehnerzahlen (z. B. 20) und Hunderterzahlen (z. B. 200) beim Kubieren verhalten.

Kubikzahlen

Genau wie Quadrat-zahlen (1, 4, 9, 16 ...) gibt es auch Kubik-zahlen.

Man erhält sie, wenn man die natürlichen Zahlen kubierte: 1, 8, 27, 64, 125 ...



C4 Rundungsfehler

Ein **Rundungsfehler** entsteht, wenn Zahlen gerundet werden und dadurch leicht vom exakten Wert abweichen. Bei vielen Wurzeln oder irrationalen Zahlen wie π ist das unvermeidlich, da sie unendlich viele Stellen haben.

RK 215 Wo liegt der Fehler?



- a) Hendrik hat die Wurzel aus 3 berechnet: $\sqrt{3} = 1,732050808$
Zur Probe hat er diese Zahl noch einmal in den Taschenrechner eingetippt und quadriert: $1,732050808^2 = 3,000000001$
Warum hat er nicht wieder 3 als Ergebnis erhalten? Erkläre.
- b) Versuche es selbst mit $\sqrt{2}$. Was stellst du fest?
- c) Versuche es selbst mit $\sqrt{50}$. Was stellst du fest?

RK 216 Runden auf Hundertstel



Die Ergebnisse der Rechnungen sollen auf Hundertstel gerundet werden. Bianca schlägt vor, die Zahlen bereits vor der Berechnung auf Hundertstel zu runden.

(1) $\sqrt{244\,358} + 316,706$

Bianca rechnet gleich: $494,33 + 316,71$

(2) $\sqrt{2} \cdot 619$

Bianca rechnet gleich: $1,41 \cdot 619$

(3) $\left(\frac{\sqrt[3]{16}}{2} \cdot 5\right)^3$

Bianca rechnet gleich: $(1,25 \cdot 5)^3$

Kommt dabei dasselbe Ergebnis heraus?

Wenn nein, berechne den Unterschied und erkläre.

RK 217 Fliesenlegen

Der Flächeninhalt einer quadratischen Fliese beträgt $2,67 \text{ dm}^2$.

Frau Wittmann verlegt für ihre Terrasse 34×12 solcher Fliesen.

Berechne Länge und Breite der Terrasse auf zwei Nachkommastellen genau, indem du ...

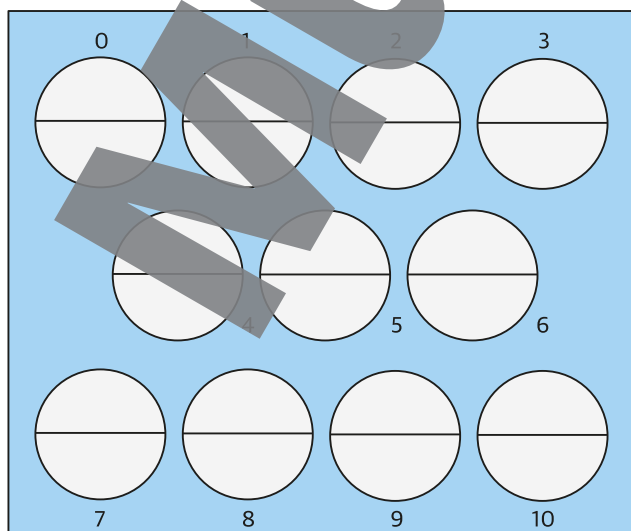
- a) mit der exakten Seitenlänge rechnest.
- b) die Seitenlänge vor der Multiplikation auf zwei Nachkommastellen rundest.
- Vergleiche die Ergebnisse. Was fällt dir auf?

RK 218 SPIEL: Runde Sache



Ein Spiel für 2-4 Personen.

Spielmaterial: 10-seitiger Würfel mit den Ziffern 0 bis 9 (oder Würfel-App)



Spielregeln:

Person 1 würfelt mit einem 0-9-Würfel zweimal und bildet daraus eine zweistellige Zahl. Aus dieser Zahl wird die Quadratwurzel gezogen und das Ergebnis auf die nächste Einerstelle gerundet. Die Person sucht den passenden Kreis auf dem Spielblatt und schreibt die Zahl in einen freien Platz im Kreis.

Person 2 ist an der Reihe und macht dasselbe. Ein Kreis gilt als gefüllt, wenn darin zwei Zahlen stehen. Die Person, welche die zweite Zahl einträgt, erhält einen Punkt.

Das Spiel endet, wenn alle Kreise voll sind. Die Person mit den meisten Punkten gewinnt.

Fehlerfortpflanzung

Das bedeutet, dass sich Rundungsfehler bei Berechnungen weiterverbreiten und größer werden können – deshalb sollte man immer erst ganz am Ende runden, um genauer zu bleiben.





CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 219 Ziehe die Wurzeln mit dem Taschenrechner. Runde auf Tausendstel.

a) $\sqrt{40} =$ _____

c) $\sqrt[3]{15} =$ _____

b) $\sqrt{836} =$ _____

d) $\sqrt[3]{6\,924,05} =$ _____

RK 220 Führe die Rechnungen ohne Taschenrechner durch. Nutze die Rechenregeln beim Wurzelziehen.

a) $\sqrt{4 \cdot 36}$
b) $\sqrt{49 \cdot 100}$

c) $\sqrt{81 \cdot 64}$
d) $\sqrt{100 : 25}$

e) $\sqrt{50 : 12}$
f) $\sqrt{12 : 3}$

g) $\sqrt{3 \cdot 27}$
h) $\sqrt{8 \cdot 8}$

RK 221 Der Flächeninhalt eines quadratischen Gartens beträgt 780 m².

- Wie lang ist eine Seite dieses Gartens?
- Berechne den Umfang des Gartens.
- Wie viel kostet das Einzäunen des Gartens, wenn 5 Meter Zaun 56,10 € kosten?

RK 222 Das Volumen eines Würfels beträgt 17 576 cm³.

- Berechne die Kantenlänge a des Würfels.
- Berechne den Oberflächeninhalt O des Würfels.

RK 223 Das Volumen eines Würfels beträgt 6 Liter. Berechne die Kantenlänge a des Würfels in Zentimetern.

RK 224 Berechne $\sqrt{12} \cdot 200$ auf beide Arten und vergleiche die Ergebnisse.

- Runde vor der Multiplikation auf eine Nachkommastelle.
- Runde nach der Multiplikation auf eine Nachkommastelle.

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 225 Vereinfache die Ausdrücke, indem du die Wurzel teilweise ziehst.

B $\sqrt{75}$ $\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5 \cdot \sqrt{3}$

a) $\sqrt{28}$

b) $\sqrt{72}$

c) $\sqrt{90}$

d) $\sqrt{500}$

MP 226 Gib an, zwischen welchen beiden natürlichen Zahlen die Kubikwurzeln jeweils liegen.

a) $\sqrt[3]{19} < \sqrt[3]{27} < \sqrt[3]{64}$

c) $\sqrt[3]{2} < \sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{27}$

e) $\sqrt[3]{1\,005} < \sqrt[3]{1\,000} < \sqrt[3]{1\,008}$

b) $\sqrt[3]{68} < \sqrt[3]{64} < \sqrt[3]{125}$

d) $\sqrt[3]{150} < \sqrt[3]{125} < \sqrt[3]{216}$

f) $\sqrt[3]{999} < \sqrt[3]{1\,000} < \sqrt[3]{1\,001}$

MP 227 Auf einem Regal stehen zwei Würfel aus Eisen.

Der kleinere Würfel hat eine Kantenlänge von 3 Zentimetern.
Der größere Würfel ist doppelt so schwer wie der kleinere.
Berechne die Kantenlänge a des größeren Würfels.

Der Satz des Pythagoras



Der Lehrsatz des Pythagoras ist nach einem griechischen Mathematiker benannt, der um 570 v.u.Z. auf der Insel Samos geboren wurde. Er war nicht nur Mathematiker, sondern auch Philosoph und gründete eine berühmte Schule. Später zog er nach Süditalien, wo er in Kroton (heute Crotona) lebte und wirkte. Dort entwickelte er viele seiner Ideen, die bis heute die Mathematik prägen.

MP 228 Pythagoras von Samos



a) Suche die griechische Insel Samos und die italienische Stadt Crotona auf einer Landkarte.

b) Recherchiere. Wähle vertrauenswürdige Quellen.



(1) Welche besondere Rolle spielte die Musik in der Lehre des Pythagoras?

(2) Wie hieß die Gemeinschaft, die Pythagoras gründete, und was war an ihrer Lebensweise besonders?

In diesem Kapitel lernst du den Satz des Pythagoras kennen.

Mit ihm kannst du Seitenlängen in rechtwinkligen Dreiecken berechnen und knifflige geometrische Rätsel lösen.

Außerdem wiederholst du die Berechnung von Umfang und Flächeninhalt ebener Figuren und entdeckst, wie der Satz des Pythagoras dabei helfen kann.



WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Dreiecke

Wie gut kannst du das noch?

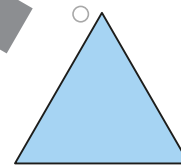
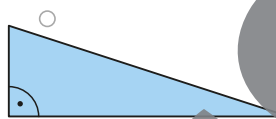
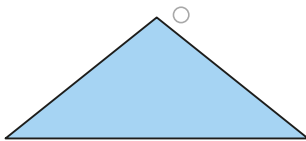


DI 229 Verbinde die Begriffe mit den passenden Dreiecken.

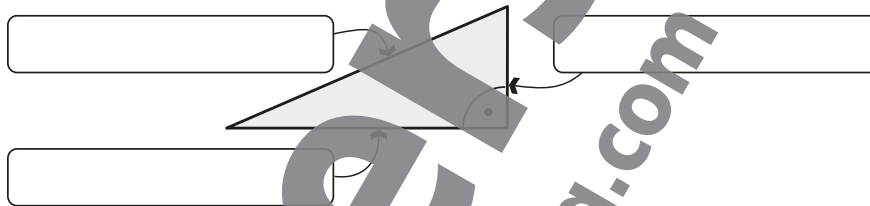
rechtwinkliges Dreieck

gleichseitiges Dreieck

gleichschenkeliges Dreieck

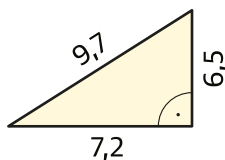


DI 230 Beschrifte die Seiten mit „Kathete“, „Kathete“ und „Hypotenuse“.

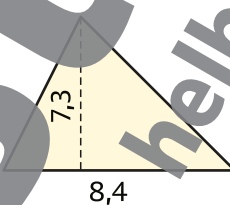


RK 231 Berechne die Flächeninhalte der abgebildeten Dreiecke (Maße in cm).

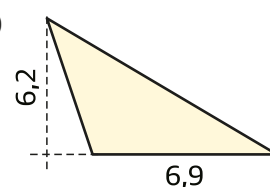
a)



b)



c)



Quadrieren und Wurzelziehen

Wie gut kannst du das noch?



RK 232 Ergänze die fehlenden Zahlen in der Tabelle.
Rechne im Kopf.

a	5	8	4			2		3
a^2	25			36	81		100	

RK 233 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.
Runde auf zwei Nachkommastellen.

a) $x^2 = 50$

b) $y^2 = 800$

c) $z^2 = 23,84$

d) $m^2 = 129,2$

e) $n^2 = 4\,600$

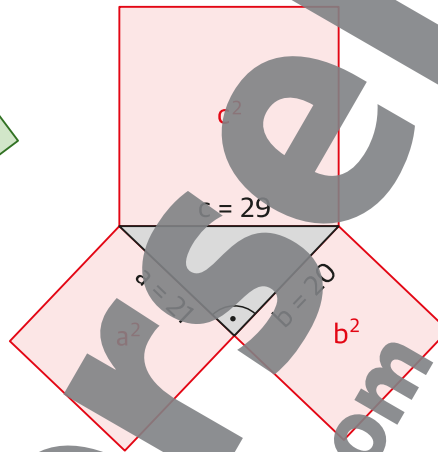
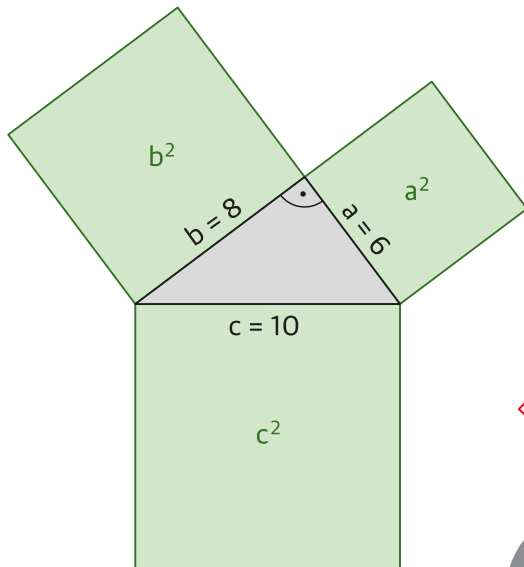
D1 Einführung

Lehrsatz des Pythagoras: In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Kathetenquadrate gleich dem Hypotenusenquadrat.

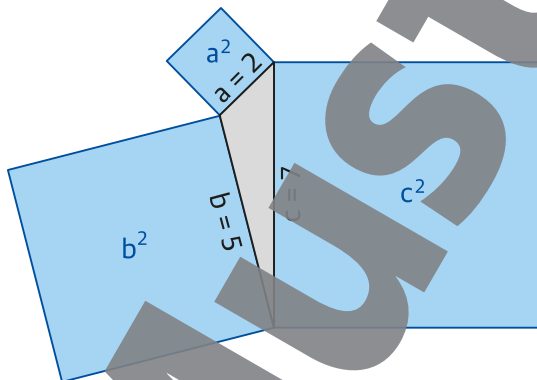
234 Prüfe die Gültigkeit des Satzes des Pythagoras an diesen Beispielen.



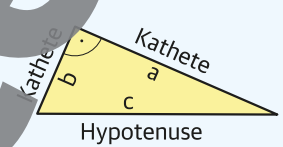
- a) Die Skizzen zeigen verschiedene rechtwinklige Dreiecke (Maße in cm). Berechne die Flächeninhalte der Quadrate und prüfe, ob die Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$ jeweils erfüllt ist.



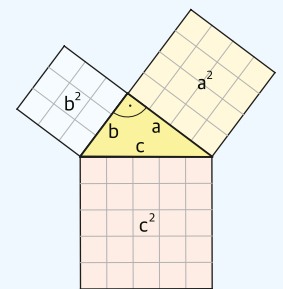
- b) Die Skizze zeigt ein allgemeines Dreieck (Maße in cm), das keinen rechten Winkel hat. Prüfe auch hier, ob die Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$ erfüllt ist.



Satz des Pythagoras



$$a^2 + b^2 = c^2$$



Diese Gleichung ist bei allen rechtwinkligen Dreiecken erfüllt.

Bei Dreiecken ohne rechten Winkel ist sie niemals erfüllt.

235 Kannst du mit Hilfe des Satzes des Pythagoras herausfinden, ob die angegebenen Dreiecke rechtwinklig sind oder nicht? Erkläre.



- | | | |
|-----------------------|------------------------|-----------------------|
| a) $a = 6 \text{ cm}$ | b) $a = 12 \text{ dm}$ | c) $a = 36 \text{ m}$ |
| $b = 4 \text{ cm}$ | $b = 5 \text{ dm}$ | $b = 77 \text{ m}$ |
| $c = 10 \text{ cm}$ | $c = 13 \text{ dm}$ | $c = 85 \text{ m}$ |

236 Konstruiere zuerst jeweils das rechtwinklige Dreieck. a und b sind die Katheten. Zeichne dann Quadrate über die Seiten und gib jeweils ihren Flächeninhalt an. Prüfe, ob $a^2 + b^2 = c^2$ erfüllt ist.



- a) $a = 3 \text{ cm}$; $b = 4 \text{ cm}$; $c = 5 \text{ cm}$ b) $a = 3,9 \text{ cm}$; $b = 8 \text{ cm}$; $c = 8,9 \text{ cm}$

237 Rechtwinkelig oder nicht?

...→ Ü237

Prüfe jeweils auf zwei Arten, ob das angegebene Dreieck rechtwinkelig ist:

(1) mit Hilfe des Satzes von Pythagoras

(2) mit Hilfe einer Konstruktion und durch Messen der Winkel



Tipp: Diese Aufgabe kannst du auf Papier oder mit GeoGebra lösen.

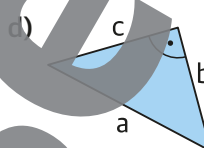
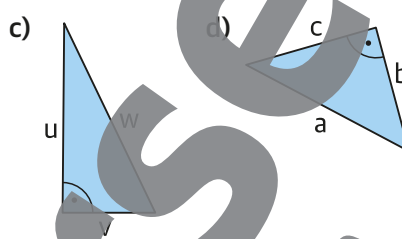
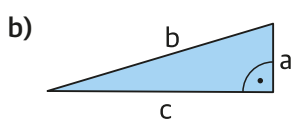
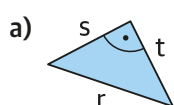
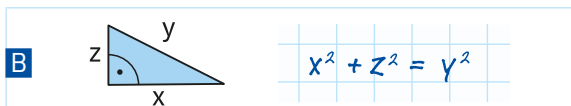
a) $a = 4,8 \text{ cm}$
 $b = 9 \text{ cm}$
 $c = 10,2 \text{ cm}$

b) $a = 5 \text{ cm}$
 $b = 3 \text{ cm}$
 $c = 7 \text{ cm}$

c) $a = 6 \text{ cm}$
 $b = 6,3 \text{ cm}$
 $c = 8,7 \text{ cm}$

238 Formuliere den Satz des Pythagoras jeweils passend zu den Bezeichnungen der Seiten des Dreiecks.

...→ Ü238

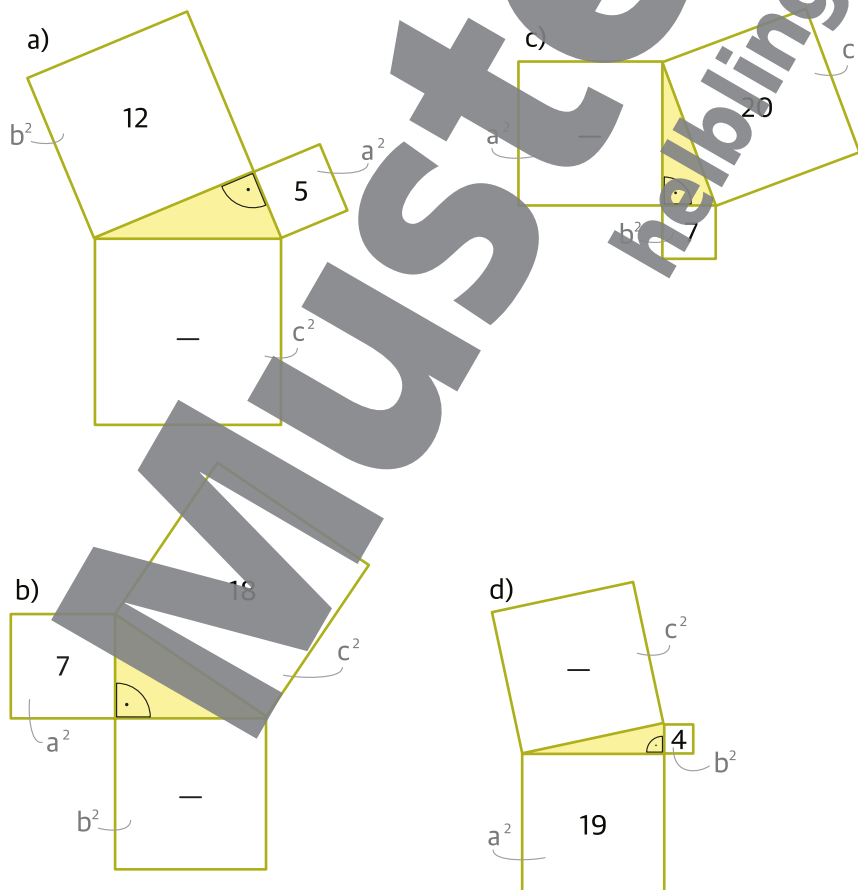


⊕ Erstelle selbst noch drei ähnliche Aufgaben und löse sie.

239 Ergänze die fehlenden Flächeninhalte (Maße in cm^2).
Erkläre, wie du vorgegangen bist.

...→ Ü239

Hinweis: Die Darstellungen sind nicht maßstabsgetreu.



Hinweis zur Beschriftung

In der Mathematik beschriftet man rechtwinkelige Dreiecke üblicherweise so, dass die Katheten mit a und b bezeichnet werden und die Hypotenuse mit c .

Man muss die Seiten aber nicht immer so benennen.

Wichtig ist, dass du beim Satz des Pythagoras immer die Quadrate der beiden kürzeren Seiten (Katheten) addierst und das Ergebnis mit dem Quadrat der längsten Seite (Hypotenuse) gleichsetzt.

D2 Beweis



Ein **mathematischer Beweis** ist eine logische Herleitung der Richtigkeit einer Aussage.

MP
DI
VB

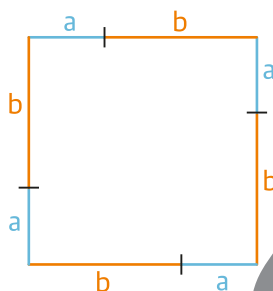
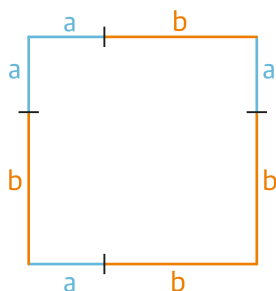
240 Führe den Beweis für den Satz des Pythagoras Schritt für Schritt durch.



Zu beweisen ist, dass

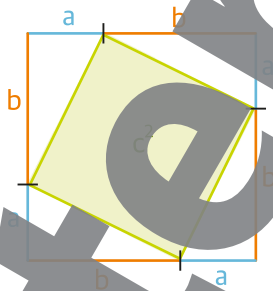
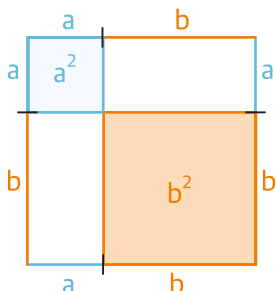
in rechtwinkligen Dreiecken gilt: $a^2 + b^2 = c^2$.

- (1) Zeichne zwei Quadrate nebeneinander (siehe Skizzen). Wähle $a = 2$ cm und $b = 4$ cm.



Zeige, dass die beiden Quadrate den gleichen Flächeninhalt haben.

- (2) Zeichne jetzt links die Quadrate a^2 und b^2 und rechts das Quadrat c^2 ein.



Zeige, dass die weißen Flächen im linken Quadrat zusammen gleich groß wie die weißen Flächen im rechten Quadrat sind.

- (3) Erkläre mit Hilfe deiner Ergebnisse aus (1) und (2) warum für rechtwinklige Dreiecke $a^2 + b^2 = c^2$ gilt.

- (4) Basteln und Legen

Schneide drei Quadrate aus:
eines mit Seitenlänge $a = 8$ cm,
eines mit Seitenlänge $b = 6$ cm
und eines mit Seitenlänge $c = 10$ cm.
Schneide acht rechtwinklige Dreiecke aus:
Mach erst vier Rechtecke mit
Länge $a = 8$ cm und Breite $b = 6$ cm
und teile sie dann entlang der Diagonalen
in rechtwinklige Dreiecke.
Lege die beiden großen Quadrate aus (2)
mit deinen Figuren nach und vergleiche:
Sind die entstandenen Quadrate gleich groß?



- (5) Sieh dir den Beweis in der GeoGebra-Datei in der e-zone an.

Erkläre die Termumformungen Schritt für Schritt.

→ Diese Datei findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: D.

Beweise finden

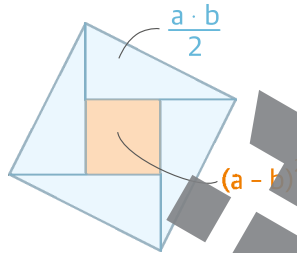
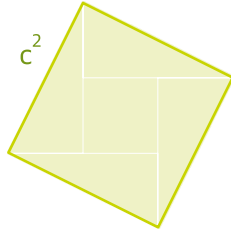
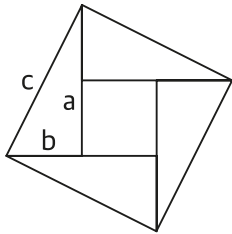
Beweise zu finden ist meist sehr schwierig. Oft dauert es Monate oder Jahre, bis ein neuer Beweis fertig ist.

Viele Beweise sind jedoch einfach zu verstehen, wenn sie erst einmal gefunden wurden.

241 Ein anderer Beweis



Die drei Skizzen zeigen die Grundidee eines anderen Beweises für den Satz des Pythagoras. Versuche, diesen Beweis Schritt für Schritt nachzuvollziehen, indem du die Termumformungen erklärst.



$$\begin{aligned} c^2 &= (a-b)^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} \\ &= a^2 - 2ab + b^2 + 2ab \\ &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

Verschiedene Beweise

Es gibt mehr als 300 Beweise für den Satz des Pythagoras. Wenn du im Internet danach suchst, findest du interessante Simulationen, Videos und Beschreibungen. Wähle dabei vertrauenswürdige Quellen.

242 $a^2 + b^2 = c^2$ interaktiv in GeoGebra



Wir brauchen dafür ein rechtwinkeliges Dreieck, bei dem man Punkt C verschieben kann.



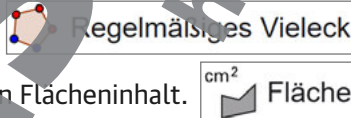
1) Konstruktion des Dreiecks

- Zeichne die waagrechte Strecke AB mit beliebiger Länge. Benenne sie mit c.
- Zeichne einen Halbkreis mit Durchmesser AB.
- Setze Punkt C auf den Halbkreis. Du kannst ihn entlang der Kreislinie verschieben.
- Zeichne die Strecke BC und die Strecke AC und benenne sie mit a bzw. b.
- Miss den Winkel bei Eckpunkt C und prüfe, ob das Dreieck ABC immer rechtwinkelig ist.



2) Konstruktion der Quadrate

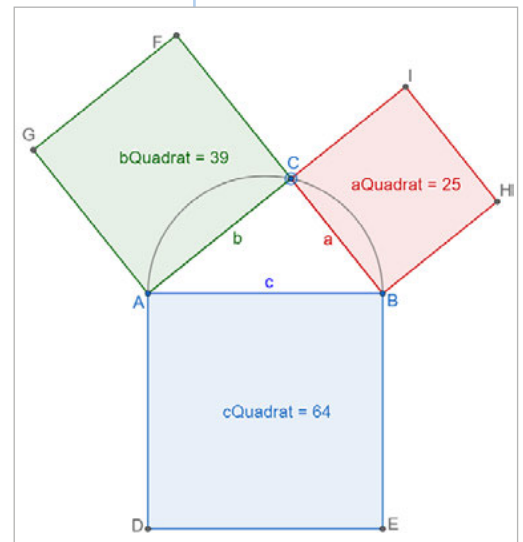
- Konstruiere ein regelmäßiges Vieleck mit 4 Ecken:
 - über der Strecke BC.
 - über der Strecke AC.
 - über der Strecke AB.
- Bestimme für jedes Quadrat den Flächeninhalt.



3) Überprüfung des Satzes des Pythagoras

- Überprüfe, ob die Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate ($a^2 + b^2$) immer gleich dem Flächeninhalt des Hypotenusenquadrats c^2 ist.
- Verschiebe Punkt C mehrmals entlang des Halbkreises und prüfe jedes Mal, ob $a^2 + b^2 = c^2$ gilt.

→ Eine entsprechende Datei findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: D.



243 Schau dir den Beweis im Video an und erkläre ihn.



→ Dieses Erklärvideo findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Erklärvideos: D.

D3 Rechtwinkeliges Dreieck



Der Satz des Pythagoras beschreibt die Beziehung zwischen den Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks. Wenn die Längen von zwei Seiten bekannt sind, lässt sich die dritte Seitenlänge einfach berechnen.

RK 244 Berechne die fehlenden Seitenlängen (Maße in cm).



B

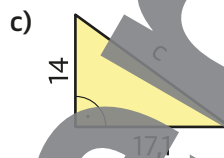
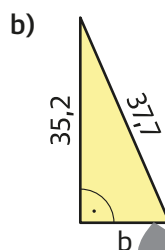
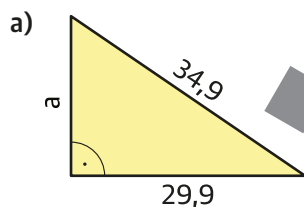
$$a^2 + b^2 = c^2 \quad | -b^2$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$a^2 = 38,9^2 - 34,0^2$$

$$a^2 = 357,21 \quad | \sqrt{}$$

$$a = \sqrt{357,21}$$

$$a = 18,9 \text{ cm}$$


Hypotenuse berechnen

Berechne zuerst das Quadrat der Hypotenuse mit dem Satz des Pythagoras:
 $c^2 = a^2 + b^2$

Die Länge von c erhältst du durch Wurzelziehen:
 $c = \sqrt{c^2}$

Katheten berechnen

Den Satz des Pythagoras kannst du umformen:
 $a^2 = c^2 - b^2$ bzw.
 $b^2 = c^2 - a^2$

Die gesuchte Länge erhältst du durch Wurzelziehen:
 $a = \sqrt{a^2}$ bzw. $b = \sqrt{b^2}$

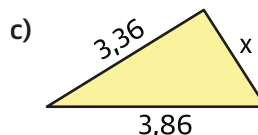
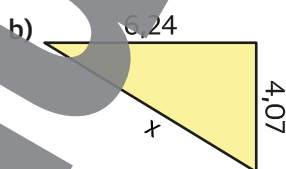
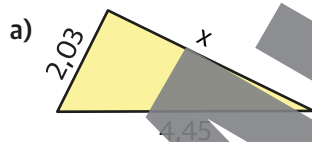
RK 245 Berechne die fehlenden Seitenlängen.

... → Ü245

	a)	b)	c)	d)	e)
Kathete a	6,5 m	9,1 dm		28,8 mm	33,6 m
Kathete b	7,2 m		10,5 cm	7,5 mm	
Hypotenuse c		10,9 dm	13,7 cm		62,5 m

RK 246 Markiere in jedem Dreieck zuerst den rechten Winkel. Berechne dann die Länge von x (Maße in dm).

... → Ü246

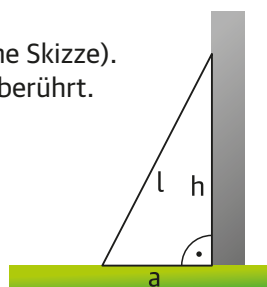


RK 247 Wie hoch reicht die Leiter?

... → Ü247

Eine Leiter mit Länge l lehnt an einer Wand, der Abstand am Boden von der Leiter zur Wand ist a (siehe Skizze). Berechne jeweils, in welcher Höhe h die Leiter die Wand berührt. Achte auf die Einheiten.

- a) $l = 221 \text{ cm}$; $a = 60 \text{ cm}$
- b) $l = 1,76 \text{ m}$; $a = 0,57 \text{ m}$
- c) $l = 2,88 \text{ m}$; $a = 34 \text{ cm}$
- d) $l = 189 \text{ cm}$; $a = 0,48 \text{ m}$



Bei geometrischen und anderen Anwendungsaufgaben runde ich sinnvoll.



- RK 248 Von einem rechtwinkligen Dreieck kennt man die Längen der beiden Katheten. ...→ Ü248

a) 45 cm und 7,8 dm b) 2,8 m und 21 dm c) 1,5 cm und 11 mm

Berechne jeweils die Länge der Hypotenuse. Achte auf die Einheiten.

- RK 249 Von einem rechtwinkligen Dreieck kennt man die Längen der Hypotenuse und einer Kathete. ...→ Ü249

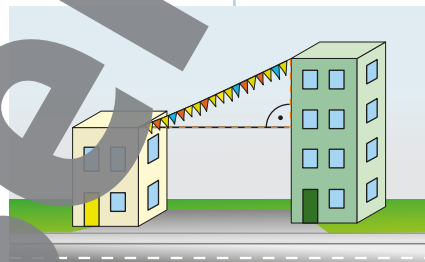
a) 5,4 dm und 28 cm b) 7,2 cm und 19 mm c) 15,3 m und 850 cm

Berechne jeweils die Länge der anderen Kathete. Achte auf die Einheiten.

- MP RK 250 Für ein Straßenfest werden zwischen den Dächern von Häusern Seile mit Fahnen gespannt (siehe Skizze). ...→ Ü250

Berechne jeweils die Länge des Seils.

	a)	b)	c)
Höhe Haus A	8,4 m	25,4 m	32,8 m
Höhe Haus B	12,5 m	20,8 m	22,5 m
Abstand der Häuser	30,7 m	35,9 m	40,6 m



- RK DI 251 Die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks sind 5,6 cm und 9 cm lang. ...→ Ü251

- a) Berechne die Länge der Hypotenuse des Dreiecks.
b) Konstruiere das Dreieck und bestimme die Länge der Hypotenuse durch Messen.
c) Vergleiche deine Ergebnisse aus a) und b).

- RK DI 252 Von einem rechtwinkligen Dreieck kennt man die Längen der Hypotenuse (7,2 cm) und einer Kathete (2,8 cm). ...→ Ü252

- a) Berechne die Länge der zweiten Kathete des Dreiecks.
b) Konstruiere das Dreieck und bestimme die Länge der Kathete durch Messen.
c) Vergleiche deine Ergebnisse aus a) und b).

- RK DI 253 Überprüfe mit Hilfe des Satzes von Pythagoras, ob es sich jeweils um ein rechtwinkliges Dreieck handelt. Kreuze an und erkläre, wie du vorgegangen bist. ...→ Ü253

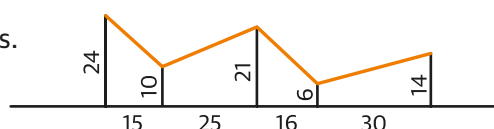


	Seitenlängen			Rechtwinklig?	
				ja	nein
a)	15,9 cm	10,5 cm	18,4 cm	☐	☐
b)	5,1 cm	14,9 cm	14 cm	☐	☐
c)	2,33 m	2,08 m	1,05 m	☐	☐
d)	35 mm	8 mm	16 mm	☐	☐
e)	15 dm	16 dm	9 dm	☐	☐

- MP DI 254 Ein Kunstwerk besteht aus Stiften, die senkrecht im Boden stecken, und einem darüber gespannten Kupferdraht (siehe Skizze, Maße in cm). ...→ Ü254



Berechne die Länge des Kupferdrahtes.
Erkläre, wie du vorgegangen bist.



D4 Rechteck und Quadrat

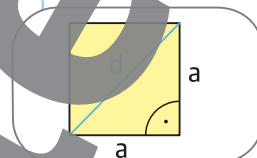


Mit deinem Wissen über den Satz des Pythagoras kannst du viele Aufgaben rechnerisch lösen, die du bisher nur durch Konstruktion und Messen lösen konntest.

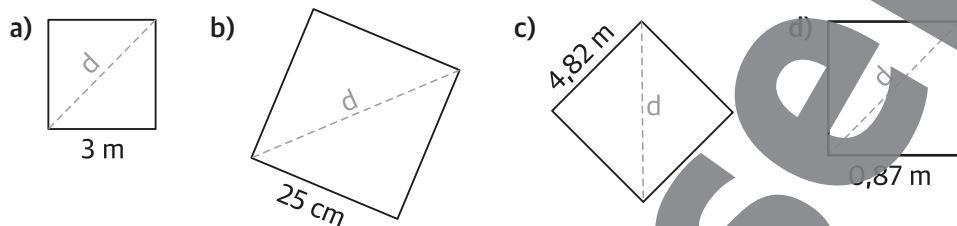
RK 255 Gegeben ist ein Quadrat mit einer Seitenlänge von $a = 4 \text{ cm}$.



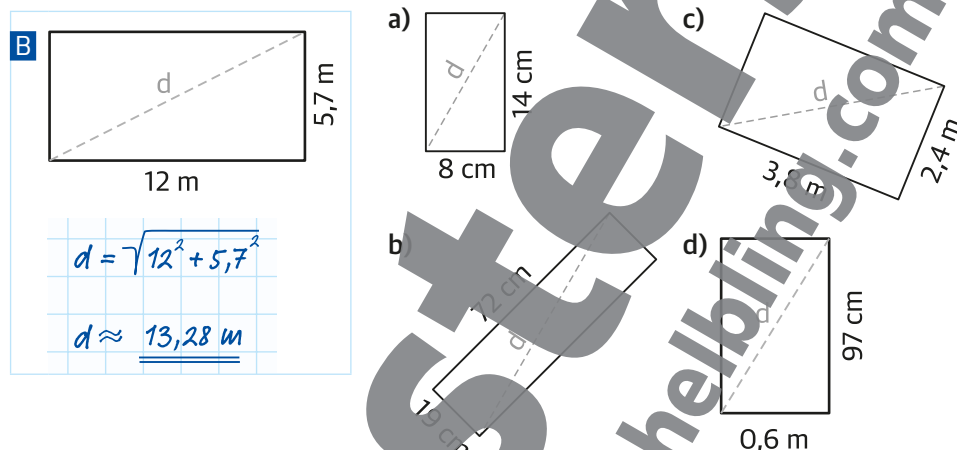
- Konstruiere das Quadrat und bestimme die Länge der Diagonale durch Messen.
- Berechne die Länge der Diagonale mit Hilfe des Satzes des Pythagoras. Vergleiche das Ergebnis mit deinem Messergebnis aus a).



RK 256 Berechne die Längen der Diagonalen in folgenden Quadraten.



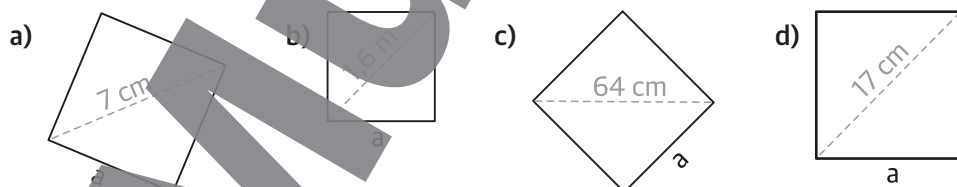
RK 257 Berechne die Längen der Diagonalen in folgenden Rechtecken.



Rechter Winkel

Rechteck und Quadrat haben vier rechte Winkel als Innenwinkel. Die Diagonale bildet daher jeweils ein rechtwinkeliges Dreieck mit den Seiten. Sie ist dabei immer die Hypotenuse.

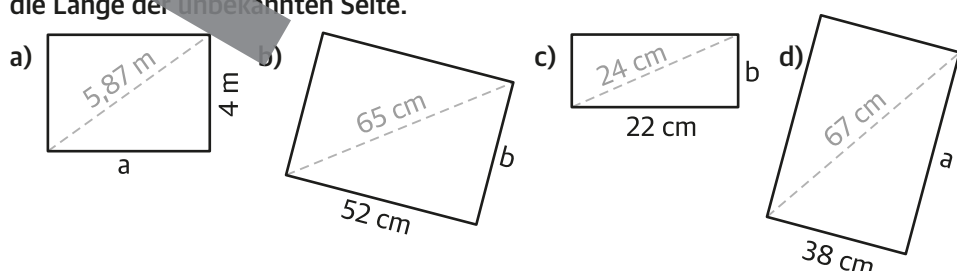
MP 258 Berechne für die abgebildeten Quadrate jeweils die Länge der Seite a.



Schreib den Satz des Pythagoras an und drücke a in der Formel aus.



MP 259 Berechne für die abgebildeten Rechtecke jeweils die Länge der unbekannten Seite.



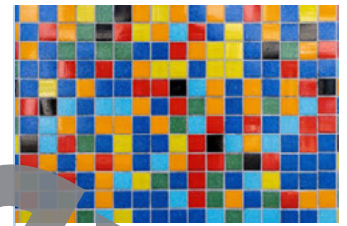
RK 260 Bunte Fliesen

→ Ü260

Die Diagonale einer quadratischen Fliese misst ...

- a) 16 cm. b) 12 cm. c) 18 cm.

Berechne den Flächeninhalt der Fliese.


RK 261 Von einem rechteckigen Bildschirm kennt man die Höhe h und die Länge der Diagonale d . Berechne die Breite b des Bildschirms.

→ Ü261

- a)
- $h = 63$
- cm;
- $d = 125,5$
- cm b)
- $h = 43$
- cm;
- $d = 80,5$
- cm

RK 262 Berechne für jedes Quadrat die fehlenden Größen.

→ Ü262

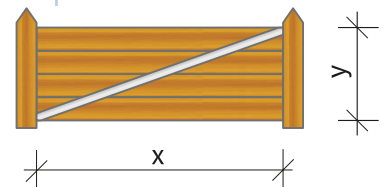
	Seitenlänge	Diagonale	Umfang	Flächeninhalt
a)	4,2 cm			
b)			7,2 cm	
c)				40,96 cm ²
d)		12,9 cm		

RK 263 Die Firma Strasser baut Holztore.

→ Ü263

Eine schräg verbaute Metallstange verstärkt die Tore auf der Rückseite (siehe Skizze). Berechne jeweils die benötigte Länge der Metallstange.

	a)	b)	c)	d)	e)
Breite x	1,8 m	3 m	3,5 m	3 m	3,6 m
Höhe y	0,75 m	1,25 m	1,2 m	1,6 m	1,5 m



MP RK 264 Der Marktplatz der Stadt Budweis ist annähernd quadratisch und hat eine Seitenlänge von 120 Metern.

- a) Wie weit geht man, wenn man diagonal über den Platz geht?
-
- b) Wie viele Quadratmeter ist der Platz groß?
-
- c) Ist der Platz kleiner oder größer als ein Hektar (1 ha = 10 000 m
- ²
-)?
-
- d) In welchem Land liegt Budweis? Wie heißt der Brunnen in der Mitte des Platzes? Wähle eine vertrauenswürdige Quelle.



Marktplatz von Budweis

MP 265 Ein 80 cm hoher rechteckiger Bildschirm hat einen Umfang von 434 cm. Wie lang ist seine Bildschirmdiagonale?

→ Ü265

MP DI VB 266 Rechteck gesucht

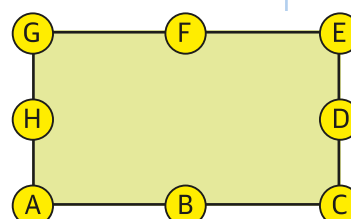
→ Ü266

Finde passende Seitenlängen a und b für ein Rechteck, dessen Diagonale 5 cm lang ist. Erkläre deinen Lösungsweg. Sind verschiedene Lösungen möglich? Begründe.


MP 267 Acht Kinder stehen in einem Turnsaal, wie in der Skizze abgebildet. Hinweis: Die Anordnung ist symmetrisch.

Man kennt die Entfernungen von Kind A zu Kind B (15 m) und von Kind A zu Kind E (37 m). Berechne die Entfernung von ...

- a) Kind C zu Kind E. d) Kind D zu Kind G.
-
- b) Kind H zu Kind G. e) Kind H zu Kind F.
-
- c) Kind B zu Kind E.



D5 Besondere Dreiecke

Bei einem **Dreieck** entstehen durch Einzeichnen einer passenden Höhe zwei rechtwinkelige Dreiecke.
Bei **gleichseitigen Dreiecken** sind die beiden entstandenen Dreiecke sogar gleich groß.
Das Gleiche gilt bei **gleichschenkeligen Dreiecken**, wenn man die Höhe auf die Basis nimmt.

MP RK **268** Die Firma Weihnachtszauber produziert Weihnachtsdekoration.



Beim Modell Kugelbaum wird ein gleichschenkeliges Dreieck aus Holz auf einem Holzsockel montiert (siehe Bild). Berechne die Gesamtlänge der Holzleiste, die man jeweils für einen Baum benötigt. Der Sockel wird dabei nicht berücksichtigt.

- Größe A: Höhe $h = 20$ cm, Breite $c = 8$ cm
- Größe B: Höhe $h = 10$ cm, Breite $c = 5$ cm
- Größe C: Höhe $h = 35$ cm, Breite $c = 15$ cm



Flächeninhalt eines Dreiecks

Allgemein gilt bei Dreiecken:

$$A = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot h_b}{2}$$

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

Man rechnet immer mit einer Seite und der zugehörigen Höhe.

MP RK **269** Zwei Aufkleber haben die Form eines gleichseitigen Dreiecks mit folgenden Abmessungen:

- Breite = 5 cm
- Breite = 3,2 cm

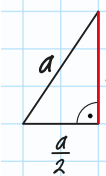
- Berechne den Umfang jedes Aufklebers.
- Berechne den Flächeninhalt jedes Aufklebers.
- Konstruiere jeden der Aufkleber im Maßstab 1 : 1.
- Vor welcher Gefahr warnt der abgebildete Aufkleber? Finde noch mehr Warnsymbole und ihre Bedeutungen. Wähle vertrauenswürdige Quellen.



MP DI **270** Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge a und Höhe h .

- Drücke die Seitenlänge a in Abhängigkeit von h aus.
Tipp: Nutze den Satz des Pythagoras und forme ihn um.
- Die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks beträgt 8 cm. Berechne die Seitenlänge, den Umfang und den Flächeninhalt.

Skizze:



Ich mache mir eine Skizze.



RK **271** Berechne für die gleichseitigen Dreiecke mit Seitenlänge a jeweils die Höhe, den Umfang und den Flächeninhalt.

... → Ü271

- $a = 5$ cm
- $a = 14$ dm
- $a = 2,3$ cm
- $a = 6,9$ m

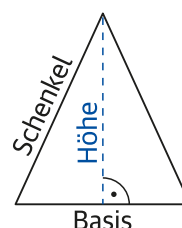
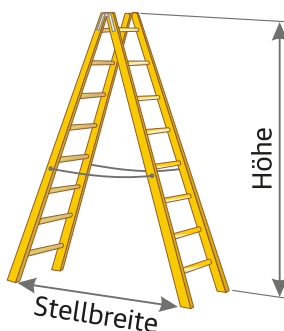
⊕ Denk dir selbst drei ähnliche Aufgaben aus und löse sie.

RK **272** Eine Stehleiter hat aufgestellt die Form eines gleichschenkeligen Dreiecks.

... → Ü272

Berechne die Länge eines Schenkels, wenn die Stehleiter ...

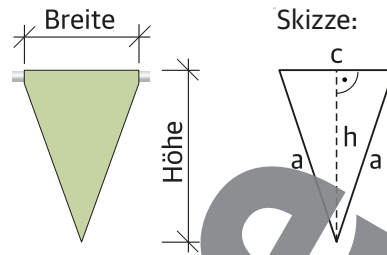
- eine Höhe von 2,40 m und eine Stellbreite von 2,00 m hat.
- eine Höhe von 1,75 m und eine Stellbreite von 1,20 m hat.
- eine Höhe von 2,31 m und eine Stellbreite von 2,16 m hat.



- RK 273 Zwei Fahnen haben die Form von gleichschenkeligen Dreiecken mit folgenden Abmessungen (siehe Skizze):

- a) Breite $c = 20$ cm, Höhe $h = 30$ cm
b) Breite $c = 17$ cm, Höhe $h = 29$ cm

Berechne für jede der Fahnen Umfang und Flächeninhalt.



- RK 274 Berechne für die angegebenen gleichschenkeligen Dreiecke jeweils Höhe, Umfang und Flächeninhalt.

Hinweis: a gibt jeweils die Länge der Schenkel, c die Länge der Basis an.

- a) $c = 4$ cm; $a = 3$ cm
b) $c = 5,6$ cm; $a = 3,8$ cm
c) $c = 2,4$ cm; $a = 4,9$ cm
d) $c = 3,6$ cm; $a = 2,7$ cm

- RK 275 Berechne für die angegebenen gleichschenkeligen Dreiecke jeweils die fehlende Längenangabe.

Hinweis: a gibt jeweils die Länge der Schenkel, c die Länge der Basis an.

- a) $a = 6$ cm; $c = 5$ cm; $h_c = ?$
b) $c = 3$ cm; $h_c = 4$ cm; $a = ?$
c) $a = 7$ cm; $h_c = 5,3$ cm; $c = ?$
d) $a = 4,5$ cm; $h_c = 12$ cm; $h_c = ?$

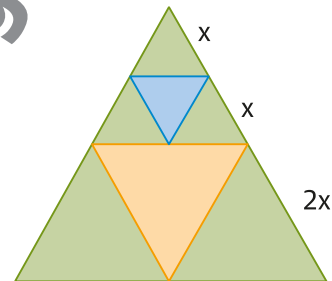
- MP 276 Berechne für die angegebenen gleichseitigen Dreiecke jeweils die fehlenden Größen.

- a) $u = 18$ cm; $a = ?$, $h = ?$ b) $h = 9$ cm; $a = ?$, $A = ?$ c) $A = 5$ cm²; $a = ?$, $h = ?$

- MP 277 Dreiecke

Gegeben ist eine Konstruktion aus gleichseitigen Dreiecken mit $x = 2$ cm (siehe Skizze).

- a) Berechne den Umfang des äußeren Dreiecks.
b) Berechne die Höhe des gelben Dreiecks.
c) Berechne den Flächeninhalt des blauen Dreiecks.
d) Vergleiche den Flächeninhalt des blauen Dreiecks mit dem des gelben Dreiecks.
Petra behauptet: „Im Bild sehe ich den Zusammenhang gleich.“ Was meint sie damit? Erkläre.
e) Wie viele gleichseitige Dreiecke findest du im Bild?
f) Konstruiere die Abbildung in deinem Heft.



- MP 278 Dreiecke finden

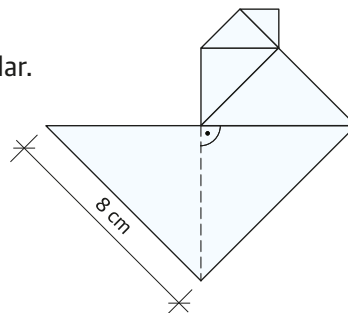
Ein gleichschenkeliges Dreieck ist 4 cm breit (Basis) und 6,5 cm hoch.

- a) Finde ein gleichseitiges Dreieck mit gleichem Umfang.
b) Finde ein gleichseitiges Dreieck mit gleichem Flächeninhalt.
c) Beschreibe, wie du vorgegangen bist.

- MP 279 Origami

Die abgebildete Origami-Figur stellt einen Vogel dar. Sie besteht aus fünf gleichschenkeligen, rechtwinkligen Dreiecken.

- a) Berechne den Flächeninhalt der Figur.
b) Konstruiere die Figur in deinem Heft.
c) Suche nach einer Anleitung für eine einfache Origami-Figur und falte die Figur aus Papier.



Origami ist eine Kunst aus Japan, bei der Figuren aus Papier gefaltet werden. In manchen japanischen Schulen ist Origami sogar ein Unterrichtsfach.

D6 Raute, Deltoid und Trapez



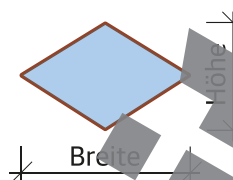
Raute und Deltoid werden von ihren Diagonalen jeweils in vier rechtwinklige Dreiecke geteilt. Beim **Trapez** ergeben sich durch Einzeichnen der Höhe rechtwinklige Dreiecke. Deshalb kann man auch in diesen Vierecken Längen mit dem Satz des Pythagoras berechnen.

MP
RK

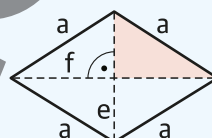
- 280** Ein rautenförmiges Fenster ist 70 cm breit und 50 cm hoch.



- Berechne den Umfang des Fensters.
- Berechne den Flächeninhalt des Fensters.



Raute



Die Diagonalen e und f schneiden einander im rechten Winkel. Der Schnittpunkt halbiert jede der beiden Diagonalen.

$$u = 4 \cdot a$$

$$A = \frac{e \cdot f}{2}$$

- 281** Berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt der Raute.

- B** e = 6 cm
f = 8 cm
u = ?
A = ?

$$a^2 = \left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2$$

$$a^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

$$a = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$u = 4 \cdot a = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}$$

$$A = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

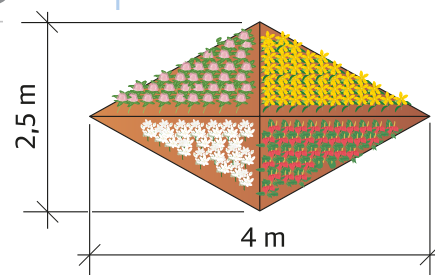
- a) e = 10 cm
f = 18 cm

- b) a = 12 cm
e = 16 cm

- c) a = 5,4 cm
f = 7,3 cm

- 282** Ein Blumenbeet in Form einer Raute wird entlang der Diagonalen in vier gleich große Bereiche geteilt (siehe Skizze).

- Wie viele Quadratmeter hat das Blumenbeet?
- Wie viele Quadratmeter hat jeder der vier Bereiche?
- Das Beet wird eingezäunt. Berechne die Kosten des Zauns, wenn 1 Meter 19,90 € kostet.



- 283** Berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt des Deltoids.

- B** e₁ = 3 cm
e₂ = 6 cm
f = 7 cm

$$a^2 = e_1^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2 = 3^2 + 3,5^2 = 21,25$$

$$a = \sqrt{21,25} \approx 4,610 \text{ cm}$$

- a) e₁ = 2 cm
e₂ = 5 cm
f = 4 cm

$$b^2 = e_2^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2 = 5^2 + 2^2 = 29$$

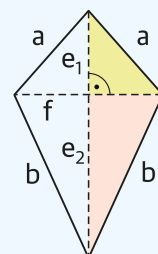
$$b = \sqrt{29} \approx 5,385 \text{ cm}$$

- b) e₁ = 6 cm
e₂ = 10 cm
f = 12 cm

$$u = 2a + 2b \approx 2 \cdot 4,610 + 2 \cdot 5,385 \approx 20,0 \text{ cm}$$

$$A = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{(3+6) \cdot 7}{2} = 22,5 \text{ cm}^2$$

Deltoid

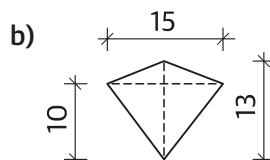
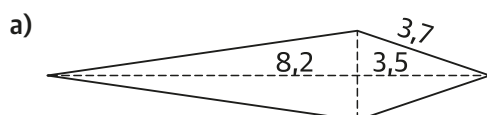


Die Diagonalen e und f schneiden einander im rechten Winkel. Der Schnittpunkt halbiert die Diagonale f.

$$u = 2a + 2b$$

$$A = \frac{e \cdot f}{2}$$

- 284** Berechne jeweils den Umfang des Deltoids (Maße in cm).



- RK 285 Berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt des deltoidförmigen Drachens.

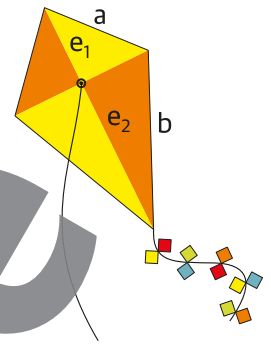
...→ Ü285

- a) $a = 40 \text{ cm}$, $e_1 = 25 \text{ cm}$, $e_2 = 65 \text{ cm}$ b) $b = 90 \text{ cm}$, $e_1 = 30 \text{ cm}$, $e_2 = 75 \text{ cm}$

- MP 286 Mosaik

...→ Ü286

Ein Mosaikbild besteht aus bunten Rauten. Jede Raute hat einen Umfang von $u = 30,4 \text{ cm}$. Eine der Diagonalen ist 12 cm lang. Berechne die Seitenlänge, die Länge der zweiten Diagonale und den Flächeninhalt einer dieser Rauten.



- MP 287 Berechne jeweils den Flächeninhalt des Deltoids. ...→ Ü287

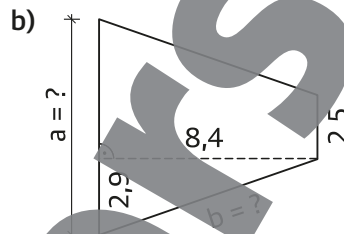
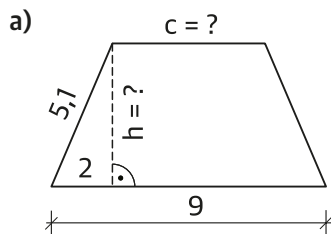
- a) $a = 3,4 \text{ cm}$; $b = 5,9 \text{ cm}$; $e_2 = 5,1 \text{ cm}$
b) $e_1 = 4,8 \text{ cm}$; $a = 6,3 \text{ cm}$; $u = 21,4 \text{ cm}$
c) $e_2 = 18 \text{ cm}$; $b = 24,5 \text{ cm}$; $u = 92 \text{ cm}$

Ich mache mir eine Skizze. Dort markiere ich die bekannten Größen mit Farbe.

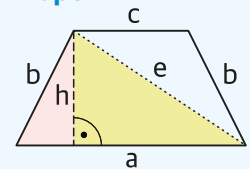


- RK 288 Berechne in den abgebildeten gleichschenkeligen Trapezen jeweils die gesuchten Größen (Maße in cm).

...→ Ü288



Gleichschenkliges Trapez



Die nicht parallelen Seiten sind gleich lang. Durch Einzeichnen der Höhe entstehen rechtwinklige Dreiecke, die man zur Berechnung verwenden kann.

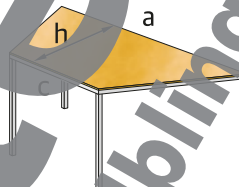
$$u = a + 2b + c$$

$$A = \frac{(a + c) \cdot h}{2}$$

- RK 289 Eine Tischplatte hat die Form eines gleichschenkeligen Trapezes (siehe Skizze). Berechne Umfang und Flächeninhalt.

...→ Ü289

- a) $a = 120 \text{ cm}$, $c = 60 \text{ cm}$, $h = 72 \text{ cm}$
b) $a = 140 \text{ cm}$, $c = 70 \text{ cm}$, $h = 72 \text{ cm}$

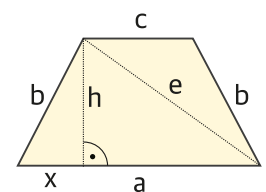


- RK 290 Berechne für die angegebenen gleichschenkeligen Trapeze jeweils die fehlenden Größen.

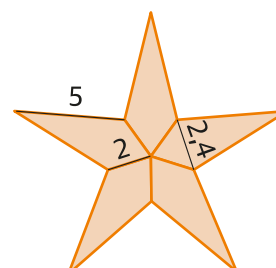
...→ Ü290

Hinweis: Alle Längen sind in cm angegeben.

	a	b	c	x	e	h	u	A [cm ²]
a)	60	30	20					
b)		45	50	10				
c)	40	16		12				
d)	57			16	72			
e)	45		36		105			



- MP 291 Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des abgebildeten Sterns (Maße in cm). Vergleiche deine Lösung und deinen Lösungsweg mit anderen.



D7 Gemischte Aufgaben

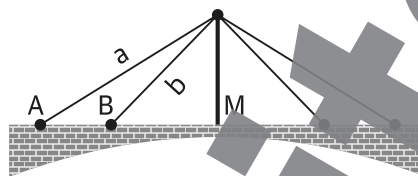
Den Satz des Pythagoras kannst du immer anwenden, wenn du ein rechtwinkeliges Dreieck entdeckst.

MP **292** Eine Brücke wird von Stahlseilen getragen.

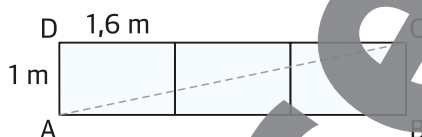


Die Höhe des Mastes M beträgt 30 m.
Seil a ist 55 m lang, Seil b ist 45 m lang.
Berechne den Abstand ...

- a) von B bis zum Mast M.
b) von A bis B.

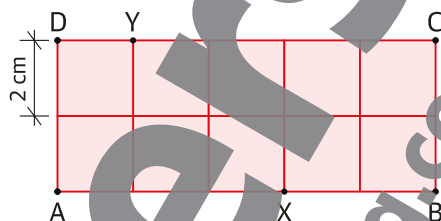


RK **293** Drei rechteckige Tische werden zusammengestellt (siehe Skizze). Berechne die Entfernung von Punkt A bis Punkt C.



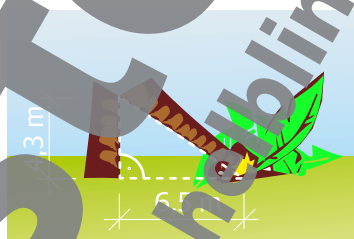
RK **294** Gegeben sind sechs Punkte auf einem Raster (siehe Skizze). Berechne folgende Entfernungen:

- a) A bis C c) A bis Y
b) C bis X d) B bis Y

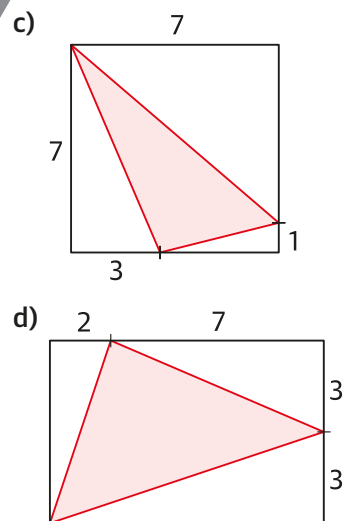
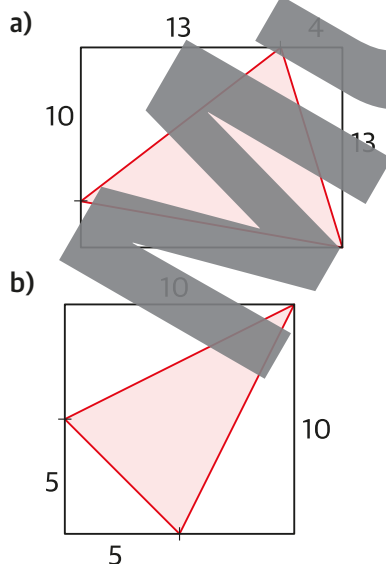


MP **295** Pythagoräische Palme

Eine Palme wurde von einem Sturm umgeknickt (siehe Skizze). Wie hoch war die Palme?



RK **296** Berechne jeweils den Umfang des Dreiecks (alle Maße in cm).



Beruf:
Baustatikerin,
Baustatiker

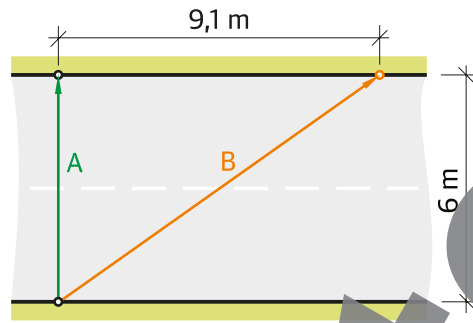
Du prüfst Konstruktionen auf ihre Belastungsfähigkeit und berechnest das Tragverhalten von Bauwerken wie Brücken.

Schau zuerst, ob es ein rechtwinkeliges Dreieck gibt – eine Skizze hilft dir dabei.



RK 297 Straßenüberquerung ...→ Ü297

Zwei Schnecken überqueren eine Straße (siehe Skizze). Um wie viele Meter ist der Weg von Schnecke A kürzer als der Weg von Schnecke B?

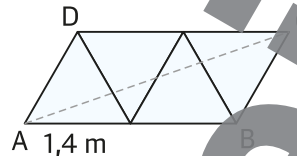


Überquere Straßen ohne Zebrastreifen immer auf dem kürzesten Weg.

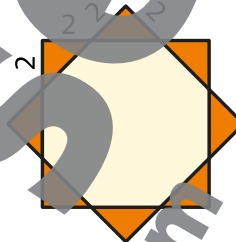

RK 298 Vier gleichseitige, dreieckige Tische werden zusammengestellt (siehe Skizze). ...→ Ü298

Berechne die Entfernung ...

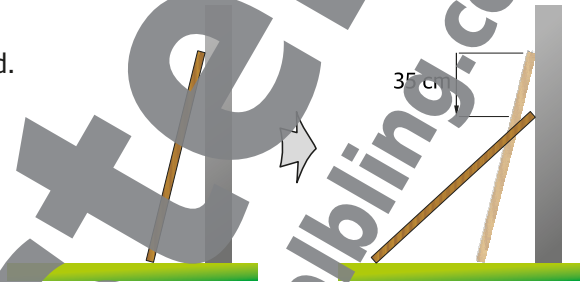
- von Punkt A bis Punkt C.
- von Punkt B bis Punkt D.


MP RK 299 Zwei Quadrate bilden einen Stern (siehe Abbildung). ...→ Ü299
Die Kanten der Zacken sind jeweils 2 cm lang.

- Berechne die Seitenlänge eines Quadrats.
- Konstruiere den Stern.
- Berechne Umfang und Flächeninhalt des Sterns.


MP 300 Leiter verrutscht

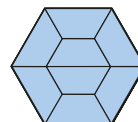
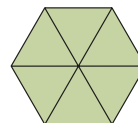

Eine Leiter lehnt an einer Wand. Dabei reicht ihr oberes Ende 3,15 m über den Boden, ihr unteres Ende ist 0,8 m von der Wand entfernt (siehe linke Skizze). Nun rutscht die Leiter 35 cm nach unten (siehe rechte Skizze). Wie weit ist ihr Fuß jetzt von der Wand entfernt?



Löse die Aufgaben Schritt für Schritt.

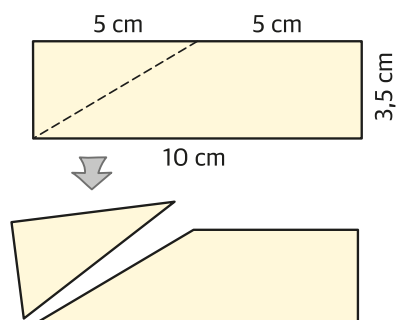

MP RK 301 Sechsecke
Das grüne und das blaue Sechseck sind gleich groß (Seitenlänge = 4 cm)


- Konstruiere die beiden Sechsecke.
- Berechne den Flächeninhalt eines grünen Dreiecks.
- Berechne den Flächeninhalt des Sechsecks.
- Berechne den Flächeninhalt eines blauen Trapezes.


MP RK 302 Dreieck basteln und untersuchen


Ein Rechteck (3,5 cm × 10 cm) wird wie in der Skizze in zwei Teile zerschnitten. Die linke obere Ecke wird abgetrennt und so angelegt, dass ein großes rechtwinkliges Dreieck entsteht.

- Zeichne das entstandene Dreieck in den angegebenen Maßen.
- Berechne den Umfang des Dreiecks.
- Bestimme den Umfang durch Abmessen deiner Zeichnung und vergleiche das Ergebnis mit b).



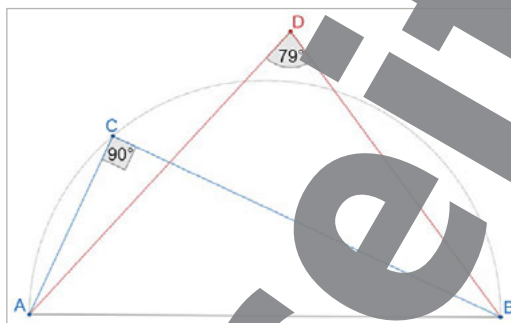
D8 Technologie

Mit **digitalen Technologien** können wir den Satz des Pythagoras noch besser verstehen, indem wir selbst Konstruktionen erstellen und interaktiv überprüfen. Es erlaubt, mathematische Zusammenhänge anschaulich zu machen und dynamisch zu erforschen.

MP 303 Satz von Thales interaktiv prüfen



- Suche im Internet nach einer Definition des Satzes von Thales.
- Verschiebe Punkt C entlang der Kreislinie und beobachte den Wert des Winkels.
- Verschiebe Punkt D ebenso und beobachte den Winkel.
- Was kannst du über den Winkel sagen, wenn der Punkt ...
 - innerhalb des Halbkreises
 - genau auf dem Halbkreis
 - außerhalb des Halbkreises liegt?



→ Diese Datei + Arbeitsblatt findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: D.

Thales von Milet und Pythagoras

Thales wurde etwa 50 Jahre vor Pythagoras geboren und starb mit etwa 80 Jahren, als Pythagoras etwa 30 Jahre alt war. Pythagoras war mit den Arbeiten von Thales vertraut, und eine Begegnung der beiden ist denkbar, gilt jedoch als eher unwahrscheinlich.

MP 304 Finde die fehlende Seite - ohne Formel!



- Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ist 100 mm lang. Die beiden Katheten sind zusammen 140 mm lang (also $a + b = 140$ mm). Wie lang sind die Katheten jeweils? Verwende ein Tabellenkalkulationsprogramm, um die Lösung schrittweise zu finden.

→ Diese Datei findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: D.

	A	B	C
1	Rechtwinkliges Dreieck		
2	GEGEBEN		
3	Hypotenuse c:	100,00 mm	
4	Summe der Katheten a + b:	140,00 mm	
5	PROBIERE		
6	Kathete a:	110,00 mm	
7	BERECHNET		
8	b berechnet:	30,00 mm	
9	c berechnet:	114,02 mm	
10	Abweichung zu c gegeben:	14,02 mm	

So gehst du vor:

- Gib im roten Feld eine Länge für a ein (zwischen 0 und 140). Excel berechnet dazu automatisch $b = 140 - a$ und prüft, ob diese beiden Seitenlängen zu einer Hypotenuse von 100 mm führen.
- Verändere a, bis die „Abweichung zu c gegeben“ kleiner als 1 mm ist.
- Notiere ein passendes Ergebnis für a und b.

- Löse die Aufgabe auch mit diesen Werten:

	a)	b)	c)	d)	e)
c	67 mm	170 mm	85 mm	300 mm	700 mm
a + b	80 mm	200 mm	100 mm	380 mm	850 mm

- Erstelle in Excel eine kleine Rechenhilfe: Die Katheten a und b soll man eingeben, und die Hypotenuse c wird automatisch berechnet.
Tipp: Verwende die Formel „WURZEL“.

Wenn du ein Feld anklickst, siehst du die Formel.



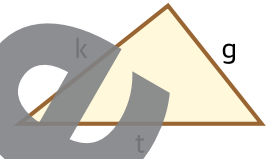


CHECKPOINT

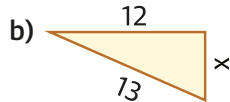
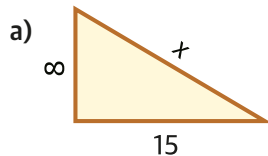
Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 305 Rechtwinkeliges Dreieck?

- Formuliere den Satz des Pythagoras für das abgebildete Dreieck.
- Überprüfe, ob das Dreieck rechtwinkelig ist, wenn $k = 6$ cm, $g = 4$ cm und $t = 7$ cm.



RK 306 Berechne in den abgebildeten rechtwinkligen Dreiecken jeweils die Länge der Seite x (Maße in m).



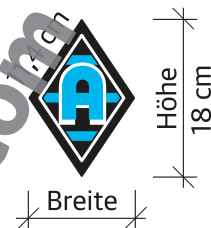
RK 307 Die Diagonale eines Quadrats ist 4,5 cm lang. Berechne die Seitenlänge, den Umfang und den Flächeninhalt des Quadrats.

RK 308 Ein rechteckiger Tisch ist 1,5 m lang. Berechne seine Breite, wenn die schräg gegenüberliegenden Ecken 175 cm voneinander entfernt sind.

RK 309 Das Wappen eines Fußballvereins hat die Form eines Vierecks mit vier gleich langen Seiten.

- Berechne die Breite des Vierecks.
- Kreuze an: Wie nennt man so ein Viereck?

☐ Quadrat ☐ Rechteck ☐ Raute



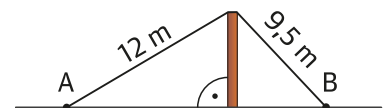
RK 310 Berechne die Höhe h_c eines gleichschenkeligen Dreiecks mit der Basislänge $c = 7,2$ cm und der Schenkellänge $a = 6$ cm.

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

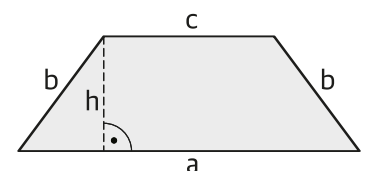
DI 311 Wahr oder falsch? Kreuze an.

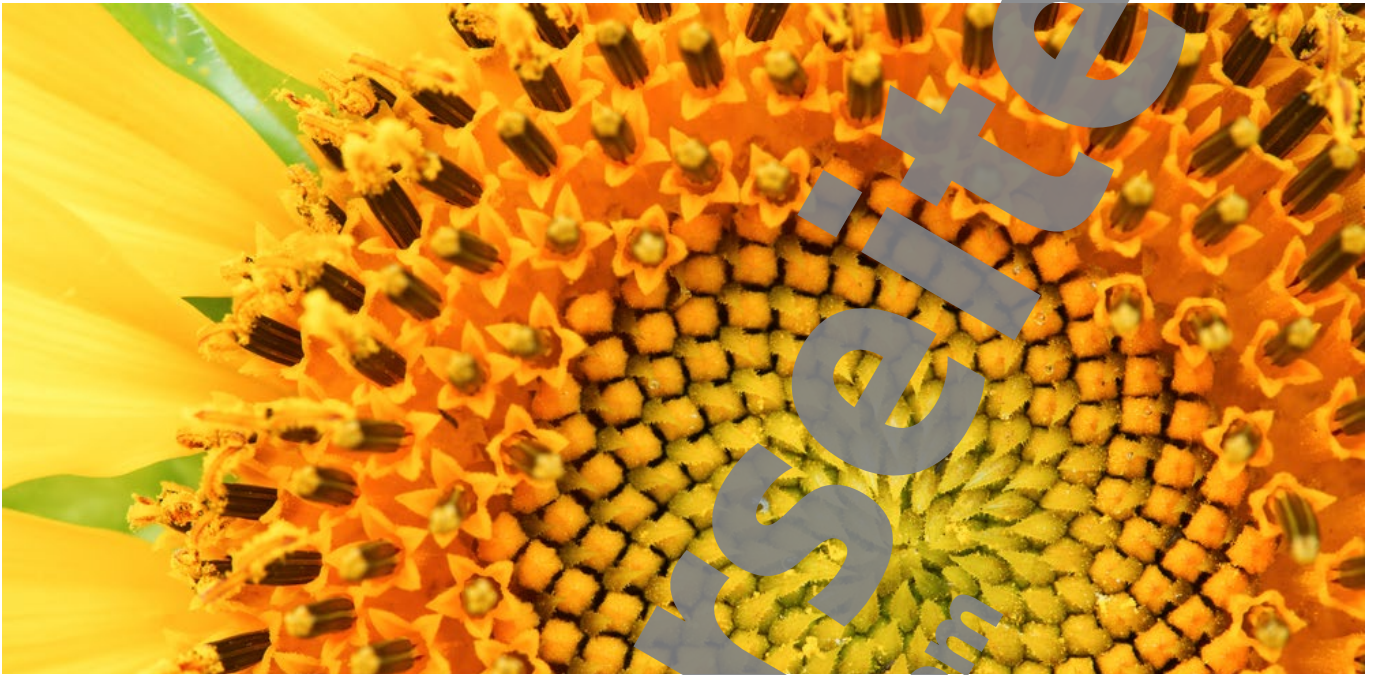
	Aussage	wahr	falsch
a)	Die Hypotenuse ist immer länger als die Katheten.	☐	☐
b)	Ein rechter Winkel hat 180° .	☐	☐
c)	Zieht man die Quadratwurzel aus der Länge der Hypotenuse, erhält man die Länge der Kathete.	☐	☐
d)	Der Satz des Pythagoras gilt nur für rechtwinkelige Dreiecke.	☐	☐

MP 312 Wie weit sind die Punkte A und B voneinander entfernt, wenn der Mast 8 Meter hoch ist?



RK 313 Berechne die Höhe des dargestellten gleichschenkeligen Trapezes. Es gilt: $a = 6$ cm, $c = 3$ cm und $b = 2,5$ cm.





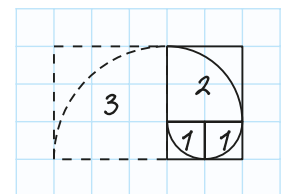
Die sogenannten Fibonacci-Zahlen bilden eine Folge, bei der jede Zahl die Summe der beiden vorherigen ist (1, 1, 2, 3, 5, 8 ...). Sie erscheinen häufig in der Natur, etwa in der spiralförmigen Anordnung von Blütenblättern oder Samen in einer Sonnenblume. Diese Spiralen optimieren das Wachstum und die Platznutzung. Mathematik und Natur sind hier auf faszinierende Weise verbunden.

MP 314 DT Fibonacci-Zahlen



- a) Schreib die ersten 20 Zahlen der Fibonacci-Folge auf. Um die nächste Zahl zu berechnen, musst du die beiden vorigen Zahlen zusammenzählen. Beispiel: 1, 1, 2, 3, 5 ... Als nächstes kommt 8, weil $3 + 5 = 8$ ist.

- b) Zeichne eine Fibonacci-Spirale aus Quadraten. Beginne mit 1 und zeichne dann immer gegen den Uhrzeigersinn die weiteren Quadrate (siehe Skizze).



- c) Wer war Leonardo Fibonacci?
Wie lautet sein eigentlicher Name? Wann und wo hat Fibonacci gelebt?
Wie lautet sein wichtigstes Werk und wovon handelt es?
Wähle vertrauenswürdige Quellen für deine Recherche.

In diesem Kapitel wiederholst du die grundlegenden Rechenregeln für Variablen und Terme, einschließlich Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division – auch im Zusammenhang mit Potenzen und Klammern. Außerdem wirst du Bruchterme kennenlernen und erfahren, worauf es dabei besonders zu achten gilt.



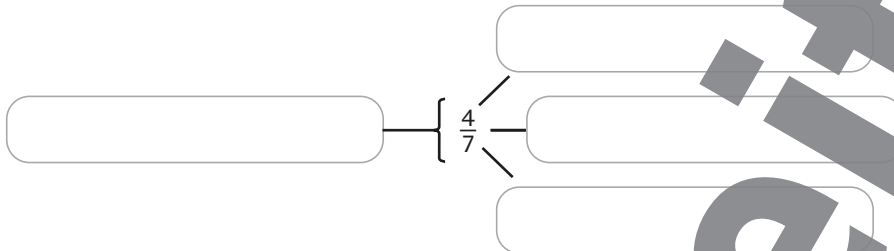
WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Brüche

Wie gut kannst du das noch?



DI 315 Ordne die Begriffe „Bruchstrich“, „Zähler“, „Nenner“ und „Bruchzahl“ richtig zu.



RK 316 Bilde jeweils den Kehrwert.

a) $\frac{2}{5}$... Kehrwert = b) $\frac{7}{12}$... Kehrwert = c) $\frac{x}{4}$... Kehrwert = d) $\frac{a}{b}$... Kehrwert =

RK 317 Führe die angegebenen Rechnungen durch.

a) $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$ c) $\frac{7}{8} - \frac{1}{2}$ e) $\frac{4}{7} + \frac{2}{5}$ g) $\frac{6}{8} - \frac{1}{4}$ i) $\frac{5}{6} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$
 b) $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$ d) $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$ f) $\frac{3}{10} + \frac{2}{3}$ h) $\frac{4}{5} - \frac{3}{4}$ j) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$

RK 318 Multipliziere die Brüche. Kürze, wenn möglich.

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}$ b) $\frac{4}{7} \cdot \frac{5}{6}$ c) $\frac{6}{15} \cdot \frac{3}{8}$ d) $\frac{1}{25} \cdot \frac{5}{6}$ e) $\frac{3}{16} \cdot \frac{12}{21}$

RK 319 Dividiere die Brüche, indem du mit dem Kehrwert der zweiten Zahl multiplizierst. Kürze, wenn möglich.

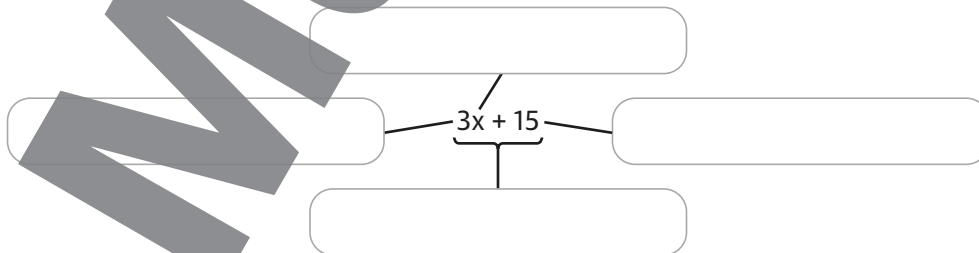
a) $\frac{5}{8} : \frac{5}{6}$ b) $\frac{3}{4} : \frac{5}{12}$ c) $\frac{7}{9} : \frac{2}{3}$ d) $\frac{5}{6} : \frac{8}{9}$ e) $\frac{2}{5} : \frac{3}{10}$

Variablen und Terme

Wie gut kannst du das noch?



DI 320 Ordne die Begriffe „Term“, „Variable“, „Koeffizient“ und „Zahl“ richtig zu.



RK 321 Berechne jeweils den Wert, den der Term annimmt, wenn man die angegebene Zahl einsetzt.

a) $2x - 5$; $x = 3$ c) $3x^2 - 2$; $x = 2$ e) $(4x + 3) \cdot 2$; $x = 8$ g) $\frac{x}{5}$; $x = 20$
 b) $6x + 7$; $x = 1$ d) $4x^2 - 8$; $x = 3$ f) $(x - 7) : 3$; $x = 22$ h) $\frac{3x-5}{4}$; $x = 7$

E1 Addition und Subtraktion



Fasse **Potenzen mit gleicher Basis und gleicher Hochzahl** zusammen und ordne nach fallender Hochzahl.
Beispiel: $x^2 - 2x + 3x^2 + 5 = 4x^2 - 2x + 5$

RK **322** Vereinfache die Terme so weit wie möglich.



Führe jeweils die Probe durch.

B $4a - 2a + a^2 - 3 + 5a$ Probe für $a = 3$

$$4a - 2a + a^2 - 3 + 5a = a^2 + 7a - 3$$

Probe: $a = 3$

$$4 \cdot 3 - 2 \cdot 3 + 3^2 - 3 + 5 \cdot 3 = 3^2 + 7 \cdot 3 - 3$$

$$27 = 27 \checkmark$$

a) $6a + 2a^2 + 8 - 9a$

Probe für $a = 2$

b) $3x^2 - 2x + x^2 - 1 + 4x$

Probe für $x = 3$

c) $14 + 3q - 10 - q + q^2$

Probe für $q = 5$

Das Malzeichen lässt man bei Termen üblicherweise weg. $4 \cdot x$ schreibt man kurz als $4x$. Und $12 \cdot a \cdot b = 12ab$.



RK **323** Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

Führe jeweils die Probe durch.

a) $5c - (2c + 3)$; Probe für $c = 4$

b) $20 - (5 - 4d) + d$; Probe für $d = 5$

c) $e^2 - (e + 3) + e$; Probe für $e = 3$



Pass auf! Das Minus vor der Klammer ändert die Rechenzeichen in der Klammer.

RK **324** Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

Führe jeweils die Probe durch.

a) $5x + 2 - x + 3y + 4 - 2x + y$

b) $6x + 4y - 3x + 2 + y + 5$

c) $8a + 2b + 7 + 3a - b - 4$

d) $5m + 3n - 4m + 6 + 2n - 5$

Probe für $x = 2$ und $y = 1$

Probe für $x = 1$ und $y = 2$

Probe für $a = 2$ und $b = 3$

Probe für $m = 1$ und $n = 4$

RK **325** Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

Vorsicht bei Minus vor der Klammer.

a) $6x - (x + 2)$

c) $3s + 15 - s - (6 - 2s)$

e) $x + (y - 2) - (4 - 2x) + y$

b) $4b - (2b - 3)$

d) $2a + b - 5 - (3b + a) + 4$

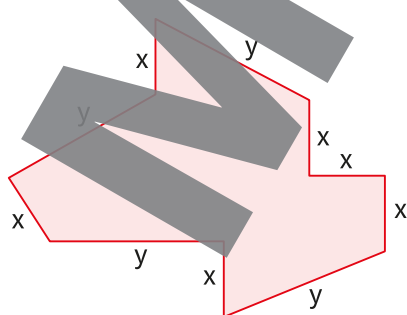
f) $2p - (q - 3) + (4 + p) - 3q$

RK **326** Finde jeweils eine Formel für den Umfang

und vereinfache sie so weit wie möglich.

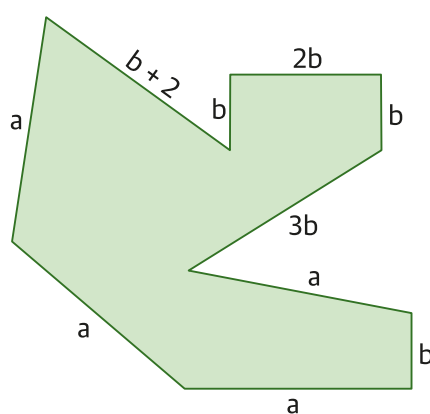
Setze dann die Zahlen ein und berechne den Umfang.

a)



$x = 3 \text{ cm}; y = 7 \text{ cm}$

b)



$a = 6 \text{ cm}; b = 2 \text{ cm}$

Probe

Setze einen zulässigen Zahlenwert für die Variable zuerst in der Angabe und dann im vereinfachten Term ein. Dabei muss das gleiche Ergebnis herauskommen.

Beispiel:

$$2x + 8x - 14 - 4x = 6x - 14$$

Probe (für $x = 3$):

Anfangsterm:

$$2 \cdot 3 + 8 \cdot 3 - 14 - 4 \cdot 3 = 6 + 24 - 14 - 12 = 4 \checkmark$$

Endterm:

$$6 \cdot 3 - 14 = 4 \checkmark$$

- RK 327 Gernot hat 100 € in seiner Geldtasche.
Er kauft sich eine Sonnenbrille um x €
und eine Kappe um y €.
Wie viel Geld bleibt ihm?

- a) Kreuze alle Terme an,
die zu dieser Aufgabe passen.
☐ $100 - x - y$ ☐ $100 - (x + y)$
☐ $100 - (x - y)$ ☐ $(100 - x) - y$
- b) Löse die Aufgabe für $x = 35$ und $y = 29$.
 (+) Erfinde eine ähnliche Aufgabe und löse sie.



- RK 328 Vereinfache die Terme so weit wie möglich.
Führe jeweils die Probe durch.

- a) $2x^2 + 4x - x + x^2 + 6 - 2x^2$ c) $4p^3 - 3 + 2p + p^2 - 2p^3 + 5$
 Probe mit $x = 3$ Probe mit $p = 2$
- b) $z^2 - 3 + 5z + 3z^2 - 2z + 6$ d) $7e - 3 + 2e^3 + e + 6 + 4e^3$
 Probe mit $z = 2$ Probe mit $e = 2$

- RK 329 Vereinfache die Terme so weit wie möglich.
Führe jeweils die Probe durch.

- a) $3a + 7 - 2b + 5a - 4 + b - 6a$ c) $10p - 3q + 7 - 2p + 5q - 9 - 4p + 2$
 Probe für $a = 3$ und $b = -2$ Probe für $p = 5$ und $q = -3$
- b) $4m + 2n - 5 + 3m - n + 8 - 6m + 3n$ d) $-3w + 2v + 6 - (4 + v) - 15 + 2v$
 Probe für $m = -1$ und $n = 4$ Probe für $w = 4$ und $v = -1$

- RK 330 Löse zuerst jeweils die Klammern auf.
Vereinfache den Term dann so weit wie möglich.
Führe zuletzt die Probe für einen selbstgewählten Wert durch.

- a) $3x^2 - (x - 4x^2 + 7) + 6 - 2x$
 b) $-y + 4 - (2y - y^2 + 3) + y^2 - 1$
 c) $16 + (z + 6) - (-3z^2 + z - 4) - 3$
 d) $-(k + 3) - (k^2 + k + 9) + 4k^2$
 e) $2m^3 + m^2 - (m^2 - 2m + 8) - m^3$
 f) $h - (h^2 - 3h + 9) + 5h^2 - (4 - h)$

- DI 331 Gerade oder ungerade? ...→ Ü331



Für die Variable n darf nur eine ganze Zahl eingesetzt werden.
Kreuze an und erkläre.

- a) Der Term $2n$ liefert immer eine ☐ gerade ☐ ungerade Zahl.
 b) Der Term $2n + 1$ liefert immer eine ☐ gerade ☐ ungerade Zahl.

- DI 332 Gegeben ist der Term $16 - (5 - x)$.



- a) Ergänze die folgende Aussage:
 Je größer x ist, desto _____ (größer / kleiner)
 wird der Wert dieses Terms.
- b) Belege deine Aussage aus a) mit drei Beispielen.

Achte beim Ordnen
darauf, die höheren
Potenzen zuerst
zu schreiben.



Wenn verschiedene
Variablen vor-
kommen, ordne
alphabetisch.

E2 Multiplikation

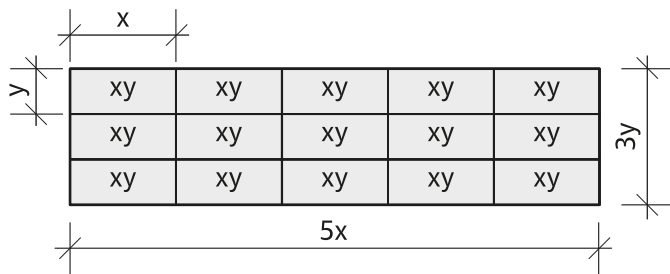


Multipliziere alle Zahlen miteinander und vereinfache den Term durch Anwendung der **Rechenregeln** für Potenzen. Beim Multiplizieren mit Summen und Differenzen nutze das **Distributivgesetz** zum Ausmultiplizieren der Klammern. Beispiele: $5x \cdot 3x^2 = 15x^3$ und $(2y^2 + 3) \cdot 6y = 12y^3 + 18y$

DI **333** Multiplikation mit Skizzen darstellen.



a) Erkläre mit Hilfe der Skizze, warum $5x \cdot 3y = 15xy$ ist.



b) Erstelle selbst eine Skizze zu $3x \cdot 2y = 6xy$.

RK **334** Multipliziere.

...→ Ü334

- a) $5x \cdot 2y$ c) $3p \cdot 5q$ e) $6g \cdot 7h$ g) $3e \cdot 9f$
b) $7a \cdot 6$ d) $2 \cdot 15c$ f) $20 \cdot 4z$ h) $200c \cdot 3d$

RK **335** Vereinfache die Terme, indem du die Rechenregeln für Potenzen anwendest.

...→ Ü335

- a) $a^3 \cdot a^2$ c) $(m^4)^3$ e) $7c^4 \cdot c^2$ g) $(2x)^2$
b) $b^2 \cdot b$ d) $(n^3)^4$ f) $d^6 \cdot 5d^4$ h) $(5y)^2$

RK **336** Vereinfache die Terme, indem du die Rechenregeln für Potenzen anwendest.

...→ Ü336

B $3x^2 \cdot 7x^4$

$3x^2 \cdot 7x^4 = 21x^6$

- a) $2x \cdot 5x^6$ d) $2x^3 \cdot x^4$ g) $8x^9 : x^4$
b) $x^2 \cdot 3x^2$ e) $13x \cdot 3x$ h) $30x^5 : 6x^3$
c) $6x^4 \cdot 5x^2$ f) $4x^5 \cdot 2x$ i) $48x^6 : 12x^2$

RK **337** Emil ist ein Fehler passiert.



$6a^3 \cdot 2a^3 = 12a^3$



- a) Löse die Aufgabe selbst richtig.
b) Schreib eine Kurznachricht an Emil, worauf er in Zukunft achten sollte.

RK **338** Forme die Terme durch Ausmultiplizieren um.

...→ Ü338

B $(5a + 2) \cdot 3$

$(5a + 2) \cdot 3 = 15a + 6$

- a) $(4x + 3) \cdot 2$ e) $(2b + 3c) \cdot 2b$
b) $9 \cdot (8y - 6)$ f) $p \cdot (6p + q)$
c) $(z + 12) \cdot 10$ g) $(5u - v) \cdot 4v$
d) $(6a + 4) \cdot a$ h) $w \cdot (3w^2 + 4)$

RK **339** Suche gemeinsame Faktoren und hebe sie heraus.

...→ Ü339

B $3x^2 + 2x$

$3x^2 + 2x =$

$x \cdot (3x + 2)$

- a) $a^2 + 5a$ d) $15x^2y + 3yz$
b) $3b^2 - 6b$ e) $24u - 6uv$
c) $4cd - 3d$ f) $5w^2 + 3w$

Rechenregeln für Potenzen

Multiplikation:

$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$

Division:

$x^a : x^b = x^{a-b}$

Produkte

potenzieren:

$(x \cdot y)^a = x^a \cdot y^a$

Potenzen

potenzieren:

$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$

Verteilungsgesetz (Distributivgesetz)

$(a + b) \cdot c = ac + bc$

$(a - b) \cdot c = ac - bc$

Beispiel

Multiplikation:

$(6x - y) \cdot 2x =$

$6x \cdot 2x - y \cdot 2x =$

$12x^2 - 2xy$

Beispiel Division:

$(2x + 6) : 2 =$

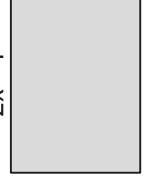
$2x : 2 + 6 : 2 =$

$x + 3$

- RK 340 Gib jeweils eine Formel für den Umfang u und eine Formel für den Flächeninhalt A des Rechtecks an.

...→ Ü340

B  $u = 2 \cdot x + 2 \cdot (x + 3)$ $A = x \cdot (x + 3)$
 $u = 2x + 2x + 6$ $A = x^2 + 3x$
 $u = 4x + 6$

a)  b)  c)  d) 

- ⊕ Zeichne drei weitere Rechtecke und gib jeweils Formeln für u und A an.

- RK 341 Multipliziere die Binome und ordne das Ergebnis.

...→ Ü341

B $(x + 3) \cdot (y + 2)$
 $(x + 3) \cdot (y + 2) =$
 $xy + 3y + 2x + 6 =$
 $2x + xy + 3y + 6$

a) $(x + 4) \cdot (y + 3)$ g) $(x + 2) \cdot (x - 5)$
b) $(x + 5) \cdot (y + 4)$ h) $(3y + 2) \cdot (y - 3)$
c) $(u + 2) \cdot (v + 3)$ i) $(2 + b) \cdot (3c - 4)$
d) $(a + 1) \cdot (5b + 3)$ j) $(x - 4) \cdot (y - 3)$
e) $(2m + 3) \cdot (n + 5)$ k) $(a - 3) \cdot (4b - 6)$
f) $(4s + 6) \cdot (3t + 2)$ l) $(3m - 5) \cdot (5n - 1)$

- ⊕ Erstelle selbst noch drei ähnliche Aufgaben und löse sie.

- MP 342 Ergänze die Rechnungen.

...→ Ü342

a) $x^5 = x^2 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$ c) $b^4 = b^3 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$ e) $z^3 = z \cdot \underline{\hspace{2cm}}$
b) $y^9 = y^6 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$ d) $f^8 = f^4 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$ f) $u^{10} = u^7 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$

- RK 343 Sabine hat einen Fehler gemacht.

$(2x - 5) \cdot (x - 3y) =$
 $2x^2 - 5x - 6xy - 15y$



- a) Worauf sollte Sabine in Zukunft achten?
Kreuze an.
☐ Punkt- vor Strichrechnung
☐ Minus mal Minus ergibt Plus
☐ Malreihen üben
- b) Löse die Aufgabe selbst richtig.

- MP 344 Gegeben ist der Term $(3x - 6) \cdot (2y - 5)$.

...→ Ü344



- a) Berechne den Wert des Terms für $x = 10$ und $y = 1$.
b) Setze für x und für y jeweils eine Zahl von 1 bis 10 so ein, dass der Wert des Terms (1) möglichst klein, (2) genau 0 wird. Gibt es verschiedene Möglichkeiten?

Binom

Einen Term, der aus zwei Gliedern besteht, nennt man Binom.

Der Wortteil „bi“ kommt aus dem Lateinischen und bedeutet „zwei“.

Beispiele für Binome:

$$a + 2$$

$$5x - 2y^2$$

Ausmultiplizieren von Binomen

Multipliziere jedes Glied des ersten Terms mit jedem Glied des zweiten Terms, kurz: „Jedes mit jedem!“

Beispiel:

$$(a + b) \cdot (c + d) =$$

$$ac + bc + ad + bd$$

Wenn ein Minus vorkommt, achte auf die Vorzeichenregeln.

$$(a + b) \cdot (c - d) =$$

$$ac + bc - ad - bd$$

$$(a - b) \cdot (c - d) =$$

$$ac - bc - ad + bd$$

E3 Binomische Formeln

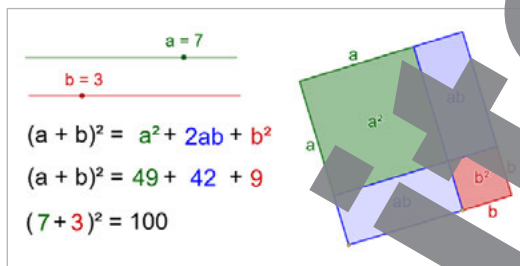


Es gibt drei **Binomische Formeln**. Sie erleichtern das Ausmultiplizieren von bestimmten Klammerausdrücken und umgekehrt das Faktorisieren von Termen.

DI 345 Simulation mit GeoGebra



Suche im Internet nach interaktiven Darstellungen der Binomischen Formeln. Erkläre die Gültigkeit der Formeln anhand deiner Experimente.



→ Ein Beispiel findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: E.

RK DI 346 Alina hat bei ihrer Umformung Fehler gemacht.



Schreib eine Kurznachricht an Alina, worauf sie in Zukunft achten sollte, und löse die Aufgabe selbst richtig.

$$(3a - 5b)^2 = 3a^2 - 2ab + 5b^2 \quad f$$

RK 347 Wende die Binomischen Formeln an.

- | | | |
|----------------|----------------------------|-----------------|
| a) $(k + m)^2$ | e) $(r + m) \cdot (r - m)$ | i) $(6 - c)^2$ |
| b) $(p - q)^2$ | f) $(b + 4) \cdot (b - 4)$ | j) $(z + 2)^2$ |
| c) $(x + 7)^2$ | g) $(9 + a) \cdot (9 - a)$ | k) $(t - 1)^2$ |
| d) $(y - 3)^2$ | h) $(u + n) \cdot (u - n)$ | l) $(10 + d)^2$ |

DI 348 Welche Terme sind äquivalent? Verbinde.

$$(x - 2)^2$$

$$x^2 - 4$$

$$(x + 2)^2$$

$$x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 + 4x + 4$$

$$(x + 2) \cdot (x - 2)$$

RK 349 Wende die Binomischen Formeln an.

- | | | |
|-------------------|--------------------------------|------------------|
| a) $(4a - b)^2$ | e) $(6c + 3) \cdot (6c - 3)$ | i) $(4x + 6)^2$ |
| b) $(10x + 4y)^2$ | f) $(2c + 5d) \cdot (2c - 5d)$ | j) $(2x - 1)^2$ |
| c) $(k + 3m)^2$ | g) $(7a - b) \cdot (7a + b)$ | k) $(3a + 2b)^2$ |
| d) $(5x + 3)^2$ | h) $(9m + 2n) \cdot (9m - 2n)$ | l) $(4c - 3)^2$ |

RK 350 Löse die Aufgaben mit Hilfe der Binomischen Formeln. Kreuze dann jeweils das richtige Ergebnis an.

a) $(3,2x - y)^2 =$

- ☐ $10,24x^2 - 2xy + y^2$
☐ $3,2x^2 - 2xy - 3,2y^2$
☐ $10,24x^2 - 6,4xy + y^2$
☐ $10,24x^2 - 6,4xy - y^2$

b) $(2,1a + 5,3b)^2 =$

- ☐ $2,1a^2 + 22,26ab + 28,09b^2$
☐ $4,41a^2 + 11,13ab + 28,09b^2$
☐ $2,1a^2 + 11,13ab + 5,3b^2$
☐ $4,41a^2 + 22,26ab + 28,09b^2$

c) $(s^2 - 3t)^2 =$

- ☐ $s^4 - 6s^2t + 9t^2$
☐ $s^4 - 6st + 9t^2$
☐ $s^4 - 3s^2t + 3t^2$
☐ $s^4 + 6s^2t - 3t^2$

d) $(7p^3 + 4q^2)^2 =$

- ☐ $7p^9 + 28p^3q^2 + 4q^4$
☐ $49p^6 + 28p^3q^2 + 16q^4$
☐ $7p^6 + 56pq + 4q^4$
☐ $49p^6 + 56p^3q^2 + 16q^4$

Binomische Formeln

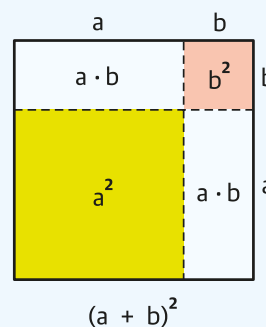
Die drei Binomischen Formeln helfen dir beim Rechnen.

1. Binomische Formel:
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. Binomische Formel:
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3. Binomische Formel:
 $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Grafische Darstellung der Formel $(a + b)^2$



MP 351 Ergänze die fehlenden Terme.

...→ Ü351

- a) $(2x + \underline{\hspace{2cm}})^2 = 4x^2 + 12x + 9$ d) $(6 - \underline{\hspace{2cm}})^2 = 36 - 12z + z^2$
 b) $(\underline{\hspace{2cm}} - y)^2 = 9x^2 - 6xy + y^2$ e) $(2r + \underline{\hspace{2cm}})^2 = \underline{\hspace{2cm}} + 16rs + 16s^2$
 c) $(5a + \underline{\hspace{2cm}}) \cdot (5a - \underline{\hspace{2cm}}) = 25a^2 - 9$ f) $(\underline{\hspace{2cm}} - 5u)^2 = 4t^2 - \underline{\hspace{2cm}} + 25u^2$

MP 352 Finde die Binomischen Formeln.

...→ Ü352

B $4x^2 - 4xy + y^2 = (2x - y)^2$

- a) $4a^2 - 8ab + 4b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ e) $16m^2 + 8mn + n^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
 b) $c^2 + 6cd + 9d^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ f) $v^2 - 10vw + 25w^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
 c) $9x^2 + 12xy + 4y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ g) $4p^2 - 16q^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
 d) $25a^2 - b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ h) $9s^2 - 12st + 4t^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
 i) $16j^2 + 8jk + k^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

RK 353 Wende die Binomischen Formeln an.

...→ Ü353

- a) $(2x + 0,5)^2$ e) $(8k - 2,5)^2$
 b) $(6c - 2,8)^2$ f) $(3,7u + 1,2v)^2$
 c) $(4,7 + 3a)^2$ g) $(7 - 0,2g)^2$
 d) $(0,1x - 3y)^2$ h) $(3,9t + 1,4)^2$

MP 354 Wende die Binomischen Formeln rückwärts an.

...→ Ü354

B $x^4 + 6x^2 + 9 = (x^2 + 3)^2$

- a) $y^4 - 2y^2 + 1$ c) $s^4 + 6s^2 + 9$ e) $p^4 + 8p^2q + 16q^2$
 b) $64 - 16m^2 + m^4$ d) $r^6 - 4s^2$ f) $4k^4 + 12km^2 + 9m^4$
 g) $9u^{12} - 4v$

RK 355 Wende die Binomischen Formeln an.

...→ Ü355

B $\left(\frac{x}{3} + 4\right)^2$

$\left(\frac{x}{3} + 4\right)^2 =$

$\left(\frac{x}{3}\right)^2 + 2 \cdot \frac{x}{3} \cdot 4 + 4^2 =$

$\frac{x^2}{9} + \frac{8x}{3} + 16$

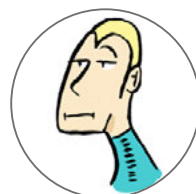
- a) $\left(x + \frac{1}{3}\right)^2$ h) $\left(\frac{2}{4} + \frac{5}{7}\right)^2$
 b) $\left(y - \frac{1}{4}\right)^2$ i) $\left(\frac{a}{4} + \frac{b}{3}\right)^2$
 c) $\left(\frac{2}{3} + a\right)^2$ j) $\left(2a - \frac{b}{2}\right)^2$
 d) $\left(\frac{5}{9} - b\right)^2$ k) $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{5}\right) \cdot \left(\frac{x}{2} - \frac{y}{5}\right)$
 e) $\left(\frac{p}{2} + 2\right)^2$ l) $\left(\frac{a}{4} - \frac{b}{3}\right) \cdot \left(\frac{a}{4} + \frac{b}{3}\right)$
 f) $\left(\frac{q}{3} - 4\right)^2$ m) $\left(5a + \frac{b}{2}\right) \cdot \left(5a - \frac{b}{2}\right)$
 g) $\left(\frac{x}{2} - \frac{2}{5}\right)^2$ n) $\left(\frac{m}{7} + 3n\right) \cdot \left(\frac{m}{7} - 3n\right)$

MP VB 356 Jakob behauptet: $(a - b)^2 = (b - a)^2$

...→ Ü356



- a) Setze Zahlen für a und b ein und prüfe, ob die Aussage bei deinen Zahlen stimmt.
 b) Wende auf beiden Seiten der Gleichung die Binomische Formel an und prüfe, ob Jakobs Behauptung stimmt.
 c) Vergleiche deine Beobachtungen mit anderen.



E4 Brüche: Addition und Subtraktion



Auch bei Brüchen mit Variablen im Zähler gilt: Man muss die Brüche auf den gleichen Nenner bringen, bevor man addiert oder subtrahiert. Dazu sucht man zuerst das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) der Nenner, dann erweitert man die Brüche.

- RK **357** Vereinfache die Terme so weit wie möglich.
Führe jeweils die Probe durch.



B $\frac{x}{2} + \frac{2x}{3}$ Probe für $x = 2$

$\frac{x}{2} + \frac{2x}{3} =$	Probe: $x = 2$
$\frac{3x}{6} + \frac{4x}{6} = \frac{7x}{6}$	$\frac{2}{2} + \frac{2 \cdot 2}{3} = \frac{7 \cdot 2}{6}$
	$2,3 = 2,3 \checkmark$

a) $\frac{x}{4} + \frac{3x}{8}$
Probe für $x = 2$

b) $\frac{4x}{5} - \frac{x}{10}$
Probe für $x = 3$

c) $\frac{3x}{4} - \frac{x}{6}$
Probe für $x = 2$

- RK **358** Berechne jeweils den Wert, den der Term annimmt, wenn du die angegebenen Zahlen für a und b einsetzt. ...→ Ü358

		Wert des Terms für ...		
	Term	a = 1, b = 1	a = 2, b = 3	a = 0, b = 2
a)	$\frac{2a-b}{4} + \frac{a^2}{2}$			
b)	$\frac{b^2}{2} - \frac{a}{10}$			
c)	$\frac{3a+b^2}{5} + \frac{a^3}{4}$			
d)	$\frac{3a^2-b}{2} - \frac{(a-b)^2}{5}$			

- RK **359** Vereinfache die Terme so weit wie möglich.
Führe jeweils die Probe durch. ...→ Ü359

a) $\frac{2x}{5} - \frac{3x}{10}$ Probe für $x = 20$

d) $\frac{6b}{5} + \frac{4b}{10}$ Probe für $b = 10$

g) $\frac{4p}{7} - \frac{p}{14}$ Probe für $p = 14$

b) $\frac{5y}{2} - \frac{y}{6}$ Probe für $y = 3$

e) $\frac{7m}{3} - \frac{2m}{6}$ Probe für $m = 6$

h) $\frac{9q}{10} + \frac{q}{5}$ Probe für $q = 20$

c) $\frac{3a}{4} - \frac{2a}{8}$ Probe für $a = 2$

f) $\frac{5n}{8} + \frac{3n}{16}$ Probe für $n = 4$

i) $\frac{6z}{9} - \frac{z}{6}$ Probe für $z = 4$

⊕ Denk dir selbst noch drei ähnliche Aufgaben aus und löse sie.

- RK **360** Vereinfache die Terme so weit wie möglich. ...→ Ü360

a) $\frac{3x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{5x}{8}$

c) $\frac{5z}{6} + \frac{2z}{3} - \frac{z}{12}$

e) $\frac{11b}{10} + \frac{3b}{20} - \frac{b}{5}$

b) $\frac{7y}{5} - \frac{3y}{10} + \frac{y}{4}$

d) $\frac{9a}{8} - \frac{4a}{16} + \frac{a}{2}$

f) $\frac{2u}{3} - \frac{u}{9} + \frac{5u}{6}$

⊕ Denk dir selbst noch drei ähnliche Aufgaben aus und löse sie.

E5 Brüche: Multiplikation und Division



Es gelten die gleichen Regeln wie beim Rechnen mit Brüchen ohne Variablen.

DI **361** Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

Führe jeweils die Probe durch.



B $\frac{4x}{5} : 3$

Probe für $x = 6$

$$\frac{4x}{5} : 3 = \frac{4x}{5} : \frac{3}{1} = \frac{4x}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4x}{15}$$

Probe: $\frac{4 \cdot 6}{5} : 3 = \frac{4 \cdot 6}{15}$

$$1,6 = 1,6 \checkmark$$

a) $\frac{2x}{3} : 4$

Probe für $x = 12$

b) $\frac{5y}{7} \cdot 2$

Probe für $y = 2$

c) $\frac{3z}{4} : 9$

Probe für $z = 6$

Multiplikation

Rechne:

Zähler mal Zähler

durch

Nenner mal Nenner.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Division

Multipliziere mit dem Kehrwert.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

RK **362** Schreib die Divisionen als Brüche.

...→ Ü362

B $4x : 5 = \frac{4x}{5}$

b) $2p : 3 =$

e) $(x + 2) : 4 =$

c) $3z : 8 =$

f) $(a - b) : 6 =$

a) $7y : 2 =$

d) $a^2 : 7 =$

g) $(3x - y) : 2 =$

RK **363** Multipliziere und vereinfache so weit wie möglich.

...→ Ü363

B $\frac{3x}{4} \cdot \frac{x}{6}$

$$\frac{3x}{4} \cdot \frac{x}{6} = \frac{3x^2}{24} = \frac{x^2}{8}$$

a) $\frac{5x}{3} \cdot \frac{x}{9}$

d) $\frac{7m}{6} \cdot \frac{m}{4}$

g) $\frac{2u}{5} \cdot \frac{3u}{10}$

b) $\frac{2y}{7} \cdot \frac{y}{5}$

e) $\frac{3z}{5} \cdot \frac{10z}{6}$

h) $\frac{4x}{15} \cdot \frac{5x}{2}$

c) $\frac{4a}{8} \cdot \frac{2a}{3}$

f) $\frac{4p}{12} \cdot \frac{3p}{8}$

i) $\frac{v}{12} \cdot \frac{3v}{5}$

RK **364** Dividiere und vereinfache so weit wie möglich.

...→ Ü364

a) $\frac{2x}{3} : 4$

c) $\frac{3u}{10} : 6$

e) $\frac{3f}{8} : 12$

g) $\frac{5w^3}{2} : 10$

b) $\frac{5p}{6} : 3$

d) $\frac{7k}{4} : 2$

f) $\frac{8x^2}{3} : 4$

h) $\frac{4z^2}{5} : 6$

RK **365** Multipliziere und vereinfache so weit wie möglich.

...→ Ü365

B $\frac{x+4}{5} \cdot \frac{x}{2} = \frac{(x+4) \cdot x}{5 \cdot 2} = \frac{x^2+4x}{10}$

a) $\frac{x+3}{7} \cdot \frac{2}{5}$

c) $\frac{4g+5}{3} \cdot \frac{g}{5}$

e) $\frac{a-b}{8} \cdot \frac{4a}{3}$

g) $\frac{2d+h}{4} \cdot \frac{3h}{4}$

b) $\frac{2a-6}{5} \cdot \frac{a}{2}$

d) $\frac{5c-3}{4} \cdot \frac{c}{3}$

f) $\frac{x-2y}{6} \cdot \frac{2x}{3}$

h) $\frac{3u-2v}{6} \cdot \frac{4u}{9}$

MP DI **366** Durch welche Zahl wurde dividiert?

...→ Ü366

Erkläre, wie du vorgegangen bist.



a) $\frac{6z}{5} : \underline{\hspace{1cm}} = \frac{3z}{5}$

b) $\frac{3y}{2} : \underline{\hspace{1cm}} = \frac{y}{6}$

c) $\frac{5x}{8} : \underline{\hspace{1cm}} = \frac{x}{16}$

E6 Bruchterme

Bruchterme sind Brüche, in denen sich eine **Variable im Nenner** befindet.

Dabei ist besondere Vorsicht geboten, denn der Nenner darf niemals den Wert 0 annehmen.

Eine Division durch 0 ist nämlich nicht definiert.

- VB 367 Erkläre mit Hilfe der Abbildung, wieso der Nenner eines Bruches niemals den Wert 0 annehmen kann.



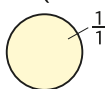
Viertel



Halbe



Ganze (Eintel)



Nulltel



- RK DI 368 Welchen Wert darf die Variable nicht annehmen?

B $\frac{3x}{x-2}$

$x \neq 2$

a) $\frac{2a}{a-5}$

c) $\frac{5}{y+1}$

b) $\frac{b-1}{b-3}$

d) $\frac{z-1}{2z-6}$

- RK 369 Kürze die Terme wenn möglich und gib an, welchen Wert die Variable x jeweils nicht annehmen darf.

...→ Ü369

a) $\frac{8}{2x}$

b) $\frac{10}{x+10}$

c) $\frac{3y}{9x}$

d) $\frac{4x}{3x}$

e) $\frac{6x}{x+3}$

f) $\frac{2x}{x}$

- RK 370 Kürze die Bruchterme so weit wie möglich.

...→ Ü370

B $\frac{6xy}{2x^2y}$

$\frac{6xy}{2x^2y} = \frac{3 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{y}}{\cancel{2} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{y}} = \frac{3}{x}$

d) $\frac{4xy^2}{8xy^2}$

f) $\frac{9x^2z}{3x^2z}$

a) $\frac{5x^2y}{10y}$

b) $\frac{8xy}{6x^2}$

c) $\frac{3x^2y^3}{14x^2y}$

e) $\frac{15xy^3}{3x^2y^2}$

g) $\frac{x^3y^2z^4}{2y^2z^2}$

- RK 371 Hebe heraus und kürze so weit wie möglich.

...→ Ü371

B $\frac{2x+2y}{4x^2}$

$\frac{2x+2y}{4x^2} = \frac{2(x+y)}{2 \cdot 2x^2} = \frac{x+y}{2x^2}$

d) $\frac{4x^2-xy}{5x^2}$

f) $\frac{3y-21}{6y^2}$

a) $\frac{5x^2+5y}{15y}$

b) $\frac{18y^2}{6x+3y}$

c) $\frac{x^2y}{2xy-3y}$

e) $\frac{15x^2-5x}{10x}$

g) $\frac{2x^2-x}{4xy}$

- RK 372 Führe die Rechnungen durch. Kürze, wo möglich.

...→ Ü372

B $\frac{1}{2x} + \frac{3}{x}$

$\frac{1}{2x} + \frac{3}{x} = \frac{1}{2x} + \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot x} = \frac{1}{2x} + \frac{6}{2x} = \frac{7}{2x}$

d) $\frac{4x^2-xy}{5x^2}$

f) $\frac{3y-21}{6y^2}$

a) $\frac{2}{x} + \frac{1}{3x}$

c) $\frac{3}{x^2} + \frac{2}{x}$

e) $\frac{x^2}{4y} \cdot \frac{y}{3xy}$

g) $\frac{ab^2}{4c} \cdot \frac{2c}{a}$

i) $\frac{3x}{y} : \frac{2}{y}$

b) $\frac{7}{4y} - \frac{1}{2y}$

d) $\frac{3}{3y^2} + \frac{2}{y}$

f) $\frac{2y}{3x} \cdot \frac{2}{6x}$

h) $\frac{5c}{a^2} \cdot \frac{b}{3c}$

j) $\frac{x^2}{2y} : \frac{3x}{4}$

- MP 373 Welchen Term muss man jeweils einsetzen, damit die Gleichung stimmt?

...→ Ü373



a) $\frac{3a}{5b} \cdot \boxed{} = 1$

b) $\frac{3a}{5b} : \boxed{} = 1$

Relationszeichen

Sie geben an, in welchem Verhältnis (lat.: Relation) Terme zueinander stehen.

Gleichheitszeichen =

Beispiel:

$a = b$

(„a ist gleich b.“)

Ungleichheitszeichen $\neq$

Beispiel:

$a \neq b$

(„a ist ungleich b.“)

Kleiner-Zeichen <

Beispiel:

$a < b$

(„a ist kleiner als b.“)

Größer-Zeichen >

Beispiel:

$a > b$

(„a ist größer als b.“)

E7 Verbindung der Rechenarten

Auch beim Rechnen mit Termen gelten die bereits bekannten **Vorrangregeln** für das Rechnen mit Zahlen.

RK 374 Vereinfache so weit wie möglich.

a) $10x - 5 \cdot (x + 2)$

b) $7y + (2y - 4) \cdot 3$

c) $(3z + 4) \cdot 2 - 5z + 6$

d) $(b - 6) \cdot 4 - b + 20$

e) $12a + 2 \cdot (4a - 1)$

f) $6c - (c - 2) \cdot 5$

...→ Ü374

RK 375 Vereinfache so weit wie möglich.

a) $5a^2 - (a + 2) \cdot 3a$

b) $(6p + 4) : 2 - p + p^2$

c) $3z^2 - 2z + (z^2 + 4) \cdot 5$

d) $e^2 - 5e + (2e - 1) \cdot 3e + 4$

e) $u^3 + 6u^2 - (u + 2) \cdot 4 - u^2$

f) $2k^2 - (5 + k) \cdot k + 2k - 3$

...→ Ü375

RK 376 Wende die Binomischen Formeln an und vereinfache so weit wie möglich.

a) $(b - 4)^2 + b^2 - 3$

b) $(x + y)^2 - xy + y^2$

c) $(c + d) \cdot (c - d) + d^2$

d) $(a - b)^2 \cdot 3$

e) $(x + y)^2 \cdot 2$

f) $(a - 1)^2 \cdot 4$

g) $(e + f) \cdot (e - f) \cdot 5$

h) $(a + b)^2 + (2a)^2$

i) $(x + 3)^2 + (x - 1) \cdot 4$

...→ Ü376

RK 377 Vereinfache so weit wie möglich.

a) $\frac{x}{3} + \frac{x+1}{3} \cdot 2$

b) $\frac{3y}{5} \cdot \frac{3}{4} - \frac{7y}{20}$

c) $\frac{3z}{8} + \frac{z}{4} : 2$

d) $\frac{a}{6} + \frac{2a}{6} \cdot 4$

e) $\frac{7b}{5} : 2 - \frac{3b}{10}$

f) $\frac{c}{4} + \frac{3c}{4} \cdot 5$

g) $\frac{3m}{4} : 2 - \frac{m}{8}$

h) $\frac{6n}{7} + \frac{4n}{7} \cdot 4$

i) $\frac{5p}{6} - \frac{p}{2} : 3$

...→ Ü377

RK 378 Vereinfache so weit wie möglich.

a) $\frac{2x}{5} + \frac{x+2}{10} \cdot 3$

b) $\left(\frac{3x}{4} - \frac{x}{8}\right) \cdot \frac{4}{3}$

c) $\frac{x}{2} - \left(\frac{3x}{8} - \frac{x}{4}\right) \cdot 2$

d) $\left(\frac{x+2}{6} + \frac{x}{3}\right) : \frac{2}{3}$

e) $4 \cdot \left(x - \frac{3x}{4}\right) - \frac{x}{2}$

f) $\left(\frac{x}{3} + 3\right) : 2 - \frac{x}{6}$

g) $4x - 3 \cdot \left(x - \frac{x}{5}\right)$

h) $\frac{3x}{4} : \frac{3}{8} - \left(\frac{x}{4} + \frac{x}{2}\right) \cdot 2$

i) $\left(x - \frac{2x}{7}\right) : 2 + \frac{x}{7}$

...→ Ü378

MP RK 379 Vereinfache so weit wie möglich. Kreuze die richtige Lösung an.

a) $\frac{8y}{x} \cdot \left(\frac{x}{y} - 1\right) + \frac{y}{x}$

b) $\left(\frac{3x}{4y} + \frac{1}{x}\right) \cdot \frac{y}{2x} - \frac{2}{y}$

c) $\frac{4y^2}{x} - \frac{2y}{x} \cdot \left(\frac{1}{y} - \frac{y}{2}\right)$

d) $\left(\frac{x}{3y^2} - \frac{x^2}{6y}\right) : \frac{x}{9y} - \frac{9x}{3}$

e) $\frac{30}{xy} - \frac{10}{y} \cdot \left(\frac{3}{x} - \frac{y}{5}\right)$

Lösung: ☐ $8 - \frac{y}{x}$

Lösung: ☐ $\frac{x}{y}$

Lösung: ☐ $-\frac{3y}{4x^2}$

Lösung: ☐ $-\frac{9xy + 6}{2y}$

Lösung: ☐ $\frac{4}{xy}$

☐ $\frac{x+y}{8}$

☐ $\frac{3x^2}{2y^2}$

☐ $\frac{5y^2 - 2}{x}$

☐ $\frac{6+y}{y^2}$

☐ 2

...→ Ü379

Vorrangregeln

1. Klammern
2. Potenzen und Wurzeln
3. Punktrechnungen $\cdot$ und $:$
4. Strichrechnungen $+$ und $-$
5. von links nach rechts

Arbeite geduldig und konzentriert.



Nimm dir genug Platz!

$$\begin{array}{rcl} \frac{2}{x} \cdot \left(\frac{x}{6} - \frac{1}{2}\right) + \frac{4}{x} & = & \\ \frac{1}{x} \cdot \frac{x}{6} - \frac{2}{x} \cdot \frac{1}{2} + \frac{4}{x} & = & \\ \frac{1}{6} - \frac{1}{x} + \frac{4}{x} & = & \\ \frac{1}{6} + \frac{3}{x} & = & \frac{3}{x} + \frac{1}{6} \end{array}$$

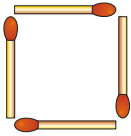
Schreib am besten jeden Rechenschritt in eine eigene Zeile.

E8 Zahlenfolgen

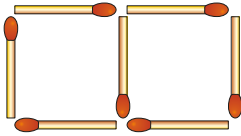
Eine **Zahlenfolge** ist eine Liste von Zahlen, die durch eine Regel verknüpft sind.

Wenn man die Regel kennt, nach der die Folge gebaut ist, kann man die Zahlen der Folge berechnen.

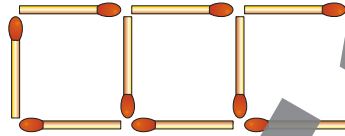
380 Die Abbildung zeigt eine Folge von Streichholzmustern.



$n = 1$



$n = 2$



$n = 3$

Die Anzahl S der benötigten Streichhölzer für n Quadrate kann man mit dieser Formel berechnen:

$$S = 3n + 1$$

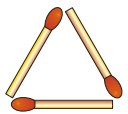
a) Erkläre die Formel.

b) Ergänze die Zahlen in der Tabelle.

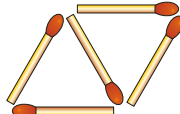
n	1	2	3	4	5	6	7	20
S	4							

c) Erstelle eine Skizze für $n = 7$ und vergleiche die Anzahl der Streichhölzer mit der berechneten Zahl in der Tabelle.

381 Die Abbildung zeigt eine Folge von Streichholzmustern.



$n = 1$



$n = 2$



$n = 3$

a) Welche Formel passt? Begründe. Wofür stehen S und n ?

☐ $S = 2n$

☐ $S = 3n$

☐ $S = 2n + 1$

b) Ergänze die Zahlen in der Tabelle.

Verwende die passende Formel.

n	1	2	3	4	5	6	7	20
S	3							

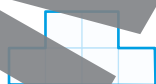
c) Erstelle eine Skizze für $n = 5$ und vergleiche die Anzahl der Streichhölzer mit der berechneten Zahl in der Tabelle.

⊕ Überlege dir selbst ein Streichholzmuster und finde eine Formel, mit der man die Anzahl der Streichhölzer berechnen kann.

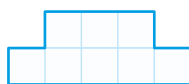
382 Die Abbildung zeigt eine Folge von Quadratmustern.



$n = 1$



$n = 2$

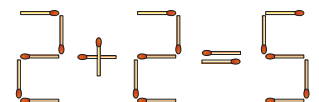


$n = 3$

a) Erstelle eine Tabelle für $n = 1$ bis $n = 10$ mit der jeweiligen Anzahl an Quadraten.

b) Finde eine Formel für die Berechnung der angegebenen Folge.

Streichholzrätsel



Welches Streichholz musst du umlegen, damit die Gleichung stimmt?

Ähnliche Rätsel mit unterschiedlichsten mathematischen Aufgaben zum Knobeln findest du im Internet.



CHECKPOINT

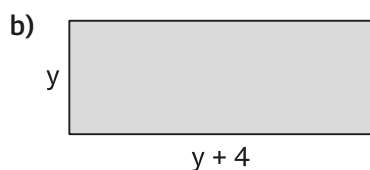
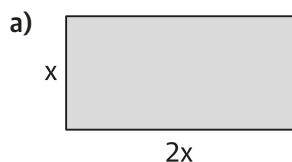
Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 383 Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $3x - (x + 2) - 5 + 2x + 3$

b) $a^2 - 3a - (5 - 2a^2) + a + 5$

RK 384 Gib jeweils eine Formel für den Umfang u und eine Formel für den Flächeninhalt A des Rechtecks an.



RK 385 Wende die Binomischen Formeln an.

a) $(a - 5)^2$

b) $(2b + 3)^2$

c) $(4c + 5) \cdot (4c - 5)$

RK 386 Wende die Binomischen Formeln rückwärts an.

a) $9x^2 - 4y^2$

b) $49 + 14z + z^2$

c) $a^2 - 4ab + 4b^2$

RK 387 Forme die Terme durch Ausmultiplizieren um.

a) $(x + 3) \cdot 2y$

b) $(a - 2b) \cdot 3a$

c) $(4z - 6) \cdot 2$

RK 388 Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $(a^2)^3$

b) $4b \cdot b - (b^2 - 3) \cdot 2$

c) $(3c - 2) \cdot c - (c^2 - 2)$

RK 389 Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $\frac{2x}{3} + \frac{x}{6}$

b) $\frac{3y}{4} \cdot 6$

c) $\frac{4z}{9} : 2$

d) $\frac{3a}{4} - \frac{5a}{8}$

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 390 Welchen Wert darf x jeweils nicht annehmen?

a) $\frac{x+3}{x}$

b) $\frac{x}{x+2}$

c) $\frac{2x-4}{x-1}$

MP 391 Ergänze die Rechnungen.

a) $u^4 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = u^5$

b) $6v^2 : \underline{\hspace{2cm}} = 2v^2$

c) $3w^3 : \underline{\hspace{2cm}} = 3$

RK 392 Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $\frac{x+3}{2y} - \frac{x-3}{2y}$

b) $\frac{x-2}{y} + \frac{x}{3y}$

c) $\frac{3}{3x} + \frac{x+1}{x^2}$



Die antike Darstellung „Anubis wiegt Herzen“ zeigt eine Waage, die Gerechtigkeit und Gleichheit symbolisiert.

Genau wie bei dieser Waage muss auch bei mathematischen Gleichungen stets ein Gleichgewicht bestehen:

Die linke Seite der Gleichung entspricht immer der rechten Seite.

Dieses Prinzip der Ausgewogenheit bildet die Grundlage für das Lösen von Gleichungen und ist ein zentraler Bestandteil der Mathematik.

MP 393 Bedeutung der Waage



- Welche Bedeutung haben Waagen im Alltag?
Finde Beispiele, wo man Waagen verwendet.
- Welche symbolische Bedeutung haben Waagen?
Suche nach Beispielen in verschiedenen Kulturen oder auch in der Gesetzgebung.
Wähle vertrauenswürdige Quellen.
- Überlege, wie das Prinzip der Waage auf mathematische Gleichungen angewendet wird.
Was bedeutet es, wenn man sagt: „Die linke Seite einer Gleichung muss immer gleich der rechten Seite sein“?
Formuliere eine eigene Erklärung in ein bis zwei Sätzen.

In diesem Kapitel vertiefst du das Umformen und Lösen von Gleichungen.

Anschließend setzt du dieses Wissen in der Geometrie und bei physikalischen Formeln ein. Zudem untersuchst du, wie Änderungen einzelner Variablen das

Ergebnis einer Formel beeinflussen.



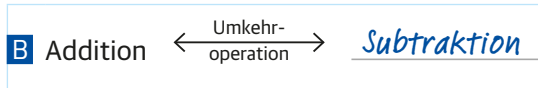
WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Rechenoperationen

Wie gut kannst du das noch?



DI 394 Finde jeweils die Umkehroperation.



a) Division

b) Quadrieren

RK DI 395 Finde die Rechnung und führe sie durch.

a) Addiere 37 und 15.

b) Dividiere 10 durch 5.

c) Berechne die Differenz von 35 und 10.

d) Berechne das Produkt von 18 und 2.

Längen- und Zeitmaße

Wie gut kannst du das noch?



RK 396 Beantworte die Fragen.

a) Wie viele Zentimeter hat ein Meter?

b) Wie viele Meter hat ein Kilometer?

c) Wie viele Millimeter hat ein Meter?

d) Wie viele Dezimeter hat ein halber Meter?

e) Wie viele Dezimeter haben 3 Meter?

f) Wie viele Dezimeter haben 0,1 Meter?

RK 397 Beantworte die Fragen.

a) Wie viele Minuten hat eine Stunde?

b) Wie viele Minuten hat eine Viertelstunde?

c) Wie viele Sekunden hat eine Stunde?

d) Wie viele Minuten haben 3 Stunden?

e) Wie viele Minuten haben 0,1 Stunden?

f) Wie viele Minuten haben 0,4 Stunden?

Variablen und Terme

Wie gut kannst du das noch?



RK 398 Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $4x + 3 - 2x + 5x^2 + 6$ b) $2 - x + x^2 + 3x - 8 + 4x^2 - 1$ c) $x^2 - 2x + x^2 - 8 - 3x - 7$

RK 399 Berechne den Wert der Unbekannten im Kopf.

a) $x + 6 = 10$

x =

d) $x + 6 = 34$

x =

g) $x - 8 = 18$

x =

j) $2x = 16$

x =

b) $x - 7 = 20$

x =

e) $4x = 20$

x =

h) $x : 3 = 30$

x =

k) $5x = 5$

x =

c) $x : 4 = 12$

x =

f) $x : 5 = 9$

x =

i) $x + 10 = 47$

x =

l) $x - 5 = 24$

x =

F1 Äquivalenzumformungen



Gleichungen löst du mittels **Äquivalenzumformungen**. Dabei machst du auf beiden Seiten das Gleiche. Du darfst auf beiden Seiten die gleiche Zahl bzw. Variable addieren oder subtrahieren sowie mit der gleichen Zahl bzw. Variablen (nur nicht 0) multiplizieren oder dividieren. Dadurch ändert sich die Lösung der Gleichung nicht.

- DI **400** Nina und Tina haben die Gleichung $6 - x = 13$ auf verschiedene Arten gelöst. Sind beide Lösungen richtig? Welcher Lösungsweg gefällt dir besser? Erkläre.



Nina:

$$\begin{array}{rcl} 6 - x & = & 13 \\ -6 & & \\ \hline -x & = & 7 \\ \cdot (-1) & & \\ \hline x & = & -7 \end{array}$$

Tina:

$$\begin{array}{rcl} 6 - x & = & 13 \\ +x & & \\ \hline 6 & = & 13 + x \\ \leftrightarrow & & \\ 13 + x & = & 6 \\ -13 & & \\ \hline x & = & -7 \end{array}$$

Gleichungen lösen mit Äquivalenzumformungen

1. Bringe alle Variablen auf die eine Seite, die Zahlen auf die andere Seite.
2. Vereinfache die Terme auf beiden Seiten. Tausche beide Seiten, wenn du willst ($\leftrightarrow$).
3. Berechne die Unbekannte.
4. Mit einer einfachen Probe kannst du schnell überprüfen, ob du richtig gerechnet hast.

- RK **401** Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.

- a) $10 - a = 4$ c) $5 - 2c = 13$ e) $9 - \frac{y}{4} = 7$
b) $3 - b = 20$ d) $1 - 10x = -9$ f) $2 - \frac{z}{3} = -3$

- RK **402** Berechne zuerst jeweils den Wert von x. Führe dann die Probe durch Einsetzen des berechneten Wertes durch.

B $5x - 4 = 11$

$$\begin{array}{rcl} 5x - 4 & = & 11 \\ +4 & & \\ \hline 5x & = & 15 \\ :5 & & \\ \hline x & = & 3 \end{array}$$

Probe:

$$\begin{array}{rcl} 5 \cdot 3 - 4 & = & 11 \\ 15 - 4 & = & 11 \\ 11 & = & 11 \quad \checkmark \end{array}$$

- a) $3x - 8 = 13$
b) $2x + 9 = 15$
c) $17 - x = 2$
d) $\frac{x}{3} - 2 = 4$
e) $8 + \frac{x}{2} = 13$
f) $3 - \frac{x}{4} = -2$

Rechne Schritt für Schritt.



- RK **403** Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.

- a) $3x - 5 = x + 3$ d) $x - 10 = \frac{x}{2} - 4$ g) $4x + 3 = x + 8$
b) $2y + 4 = 7 - y$ e) $2y + 4 = 2 - y$ h) $-3y - 2 = 11 - y$
c) $4z - 8 = 6z + 2$ f) $-z + 14 = 3z + 12$ i) $4z + 20 = z - 3$

- RK **404** Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.

- a) $4y - 2 = 7 + y$ d) $-b + 3 = 6b - 11$ g) $2s + s - 4 = 10 - \frac{s}{2}$
b) $p + 4 = 2p - 1$ e) $-3k + 4 = 9 - k + 1$ h) $v - 5 + 2v = 8 - 3v - 1$
c) $\frac{a}{2} - 3 = a - 5$ f) $\frac{m}{3} + 5 = 1 + m - 3$ i) $4 + 3u - 2 = u + 6 + 4u$

RK DI 405 Sonja hat die Aufgabe falsch gelöst.



Löse die Aufgabe selbst richtig und erkläre Sonja in einer Kurznachricht, worauf sie in Zukunft achten sollte.

$$\begin{array}{rcl} \frac{x}{2} - 3 & = & 7 \quad | \cdot 2 \\ x - 3 & = & 14 \quad | + 3 \\ \underline{x} & = & \underline{17} \end{array}$$



RK 406 Berechne jeweils den Wert von x.

B $\frac{x}{4} + \frac{x}{2} = 3$

$$\begin{array}{rcl} \frac{x}{4} + \frac{x}{2} & = & 3 \\ \frac{x}{4} + \frac{2x}{4} & = & 3 \\ \frac{3x}{4} & = & 3 \quad | \cdot 4 \\ 3x & = & 12 \quad | : 3 \\ \underline{x} & = & \underline{4} \end{array}$$

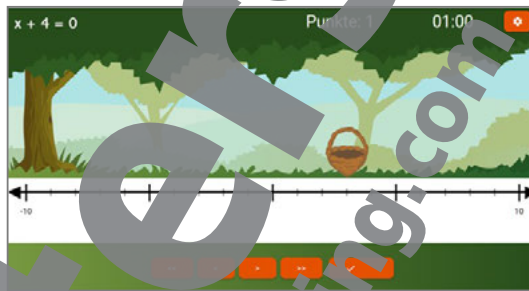
- a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 6$ f) $\frac{x}{2} - \frac{x}{7} = 15$
 b) $\frac{x}{3} - \frac{x}{6} = 2$ g) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 10$
 c) $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 4$ h) $\frac{x}{4} + \frac{x}{8} = 6$
 d) $\frac{x}{2} - \frac{x}{8} = 12$ i) $\frac{x}{5} + \frac{x}{2} = 7$
 e) $\frac{x}{5} + \frac{x}{3} = 8$ j) $\frac{2x}{5} + \frac{x}{10} = 6$

RK DI 407 SPIEL: Zahlengerade-Spiel



Das Programm zeigt eine Gleichung mit der Unbekannten x. Berechne den Wert von x und du weißt, wo der nächste Apfel fallen wird.

→ Dieses Spiel + Arbeitsblatt findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: F.



Keine eindeutige Lösung

Nicht jede Gleichung lässt sich eindeutig lösen.

Keine Lösung

Nach der Umformung bleiben auf der rechten und linken Seite unterschiedliche Zahlen. Es gibt keine Lösung.

Beispiel:

$$\begin{array}{l} 4 \cdot (x + 1) = 4x - 1 \\ 4x + 4 = 4x - 1 \quad | - 4x \\ 4 = -1 \end{array}$$

Unendlich viele Lösungen

Nach der Umformung bleibt auf der rechten und linken Seite dieselbe Zahl. Jede reelle Zahl ist eine Lösung.

Beispiel:

$$\begin{array}{l} 2x + 6 = 2 \cdot (x + 3) \\ 2x + 6 = 2x + 6 \quad | - 2x \\ 6 = 6 \end{array}$$

RK DI 408 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten. Gibt es eine eindeutige Lösung?

- a) $3x = 2 \cdot (x + 5) + 1$ d) $5 \cdot (x + 1) - 3x = -2$ g) $\frac{1}{2} \cdot (2x + 4) = x - 1$
 b) $x + 2 \cdot (x + 1) = 11$ e) $2 \cdot (2x - 3) - 3x = -2$ h) $2 \cdot \left(\frac{x}{3} + 1\right) - x = 5$
 c) $2 \cdot (2x - 4) - x = 3x$ f) $3 \cdot (2x - 4) = 2 \cdot (3x - 6)$ i) $x + 2 \cdot \left(\frac{3x}{2} - 1\right) = 6$

RK DI 409 Vereinfache jeweils die Gleichung so weit wie möglich. Kreuze dann an, ob sie keine oder unendlich viele Lösungen hat.

- Lösungen:
 a) $3x^2 - 2x - 4 + 9x - x^2 = 2x^2 + 8x + 2 - x + 6$ ☐ keine ☐ unendlich viele
 b) $-2x - 5 + x^2 + 9x + 13 - 4x^2 = 7x + 9 - 3x^2 - 1$ ☐ keine ☐ unendlich viele
 c) $1 - x - 9 + 2x^2 + 4x - x^2 + 4 + x^2 - 3 + 3x$ ☐ keine ☐ unendlich viele

VB 410 Gegeben ist folgende Gleichung: $x = 2x$ 

Bernd behauptet, dass die Gleichung keine Lösung hat: „Es kann ja nicht etwas gleich groß sein wie sein Doppeltes!“

Finde eine Lösung für die Gleichung und erkläre Bernd in kurzen Worten, wo sein Denkfehler liegt.

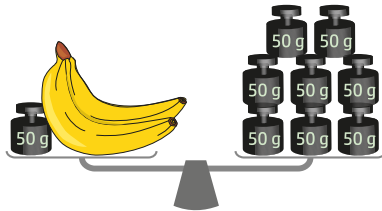
F2 Sachaufgaben

Überlege: Was ist gefragt, was wird gerechnet, wie lautet das Ergebnis?
Setze dann für Zahlen, die du nicht kennst, **Variablen** ein.

MP 411 Wie schwer ist eine Banane?

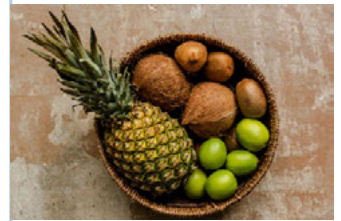


Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass beide Bananen gleich schwer sind.
Stell eine Gleichung auf und löse die Aufgabe.



DI 412 Welcher Text passt zu welcher Gleichung? Ordne jeweils die richtige Gleichung zu und löse die Aufgabe.

Text	Gleichung
Lisa kauft vier Ananas und bezahlt dafür 15,60 €. Wie viel kostet eine Ananas?	
Petra kauft Kiwis um 15,60 € und eine Kokosnuss um 4 €. Wie viel bezahlt sie?	
Vier Freunde teilen die Kosten für einen Einkauf. Das macht für jeden 15,60 €. Wie teuer war der Einkauf?	



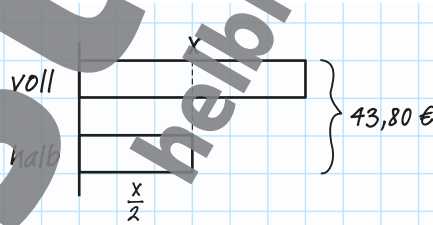
A $15,60 + 4 = x$

B $4 \cdot x = 15,60$

C $x : 4 = 15,60$

MP DI 413 Wie viel kostet das jeweilige Ticket?

- a) Frau Neuner kauft ein Zugticket zum Vollpreis und ein Zugticket zum Halbpreis.
Insgesamt bezahlt sie 43,80 €.
Stell mit Hilfe des Balkenmodells eine Gleichung auf und löse die Aufgabe.
- b) Herr Berger kauft Zugtickets für eine andere Strecke.
Er bezahlt für ein Vollpreis-Ticket und ein Halbpreis-Ticket insgesamt 65,10 €.
Zeichne ein Balkenmodell als Skizze und löse die Aufgabe.
- c) Frau Steiner kauft zwei Vollpreis-Tickets und drei Halbpreis-Tickets.
Sie bezahlt insgesamt 64,75 €.
Zeichne ein Balkenmodell als Skizze und löse die Aufgabe.



Balkenmodelle erstellen

1. Zeichne einen senkrechten Strich.
2. Verwende für jede Angabe eine Zeile.
3. Die Länge der Balken muss nicht genau sein, aber ...
 - gleich große Zahlen haben gleich lange Balken.
 - kleinere Zahlen haben kürzere Balken als größere Zahlen.

MP DI 414 Peter ist durch einen Nationalpark gewandert.

... → Ü414

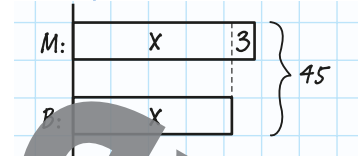


Sein Weg war insgesamt 70 Kilometer lang und dauerte drei Tage.
Er ging eine schöne Strecke am Montag und am Dienstag genau so weit.
Am Mittwoch wanderte er 5 km weniger.

- a) Wie viele Kilometer ist Peter am Montag gegangen?
- b) Erkläre, wie du die Aufgabe gelöst hast.

MP RK DI **415** Zeichne jeweils ein Balkenmodell, stell eine Gleichung auf und löse die Aufgabe. ...→ Ü415

- Bei einem Ausflug fahren 45 Buben und Mädchen mit. Die Zahl der Mädchen ist um 3 größer als die Zahl der Buben. Wie viele Mädchen sind bei dem Ausflug dabei?
- Auf einer Weide stehen Kühe und Kälber, insgesamt sind es 52 Tiere. Die Anzahl der Kühe ist dreimal so groß wie die der Kälber. Wie viele Kälber befinden sich auf der Weide?
- Auf einer Weide stehen Schafe und Lämmer, insgesamt sind es 38 Tiere. Die Anzahl der Schafe ist um 4 kleiner als die der Lämmer. Wie viele Lämmer befinden sich auf der Weide?
- Auf einem Fest sind Erwachsene und Kinder, insgesamt sind es 149 Personen. Die Anzahl der Erwachsenen ist um 37 größer als die der Kinder. Wie viele Kinder sind auf dem Fest?



MP RK DI **416** Finde jeweils eine passende Gleichung und löse dann die Aufgabe. ...→ Ü416

- Tamara kauft drei Paar Socken und ein T-Shirt. Sie bezahlt 32,40 €. Wie viel kostet ein Paar Socken, wenn das T-Shirt 18,90 € kostet?
- Jonas kauft zwei Notizbücher und eine Zeitschrift. Er bezahlt insgesamt 45,80 €. Wie viel kostet ein Buch, wenn die Zeitschrift 12,50 € kostet?
- Leila kauft vier Kugelschreiber und ein Tagebuch. Sie bezahlt insgesamt 27,60 €. Wie viel kostet ein Kugelschreiber, wenn das Tagebuch 15,20 € kostet?
- Pjotr bestellt eine Pizza und zwei Getränke. Seine Rechnung macht 24,10 € aus. Wie viel kostet ein Getränk, wenn die Pizza 14,90 € kostet?
- Efrem kauft fünf Blumenstöcke und eine Vase. Sie bezahlt insgesamt 108 €. Wie viel kostet ein Blumenstock, wenn die Vase 23,50 € kostet?
- Tomer kauft drei Kinotickets und eine Tüte Popcorn. Er bezahlt insgesamt 42,60 €. Wie viel kostet ein Kinoticket, wenn die Tüte Popcorn 7,50 € kostet?
- Sophie kauft sechs Postkarten und ein Buch. Sie gibt insgesamt 38,40 € aus. Wie viel kostet eine Postkarte, wenn das Buch 25,20 € kostet?

MP **417** Wie viele Menschen leben in allen drei Städten zusammen? ...→ Ü417

In A-Stadt wohnen 78 412 Menschen, in B-Stadt leben nur halb so viele. In C-Stadt leben um 6 804 Menschen mehr als in B-Stadt.

MP **418** Bevölkerungszahlen ...→ Ü418

In den Städten Alpha, Beta und Gamma leben insgesamt 2 112 615 Menschen. In Alpha wohnen dreimal so viele Menschen wie in Beta, in Gamma leben um 2 905 Menschen weniger als in Beta.

- Wie heißt die größte der drei Städte?
- Wie viele Einwohnerinnen und Einwohner haben die Städte jeweils?

MP RK DI **419** Gegeben ist folgende Gleichung: $2x + 35 = 150$...→ Ü419

- Erfinde eine Sachaufgabe zu dieser Gleichung.
- Löse die Aufgabe.
- Vergleiche mit anderen.

Gleichungen in Berufen

In vielen Berufen sind Gleichungen unverzichtbar. Als Tischler/in oder Bodenleger/in benötigt man sie etwa zur Berechnung von Materialbedarf und Flächen.

Auch in kaufmännischen Berufen und im Finanzwesen verwendet man sie zum Beispiel zur Kalkulation von Kosten und Analyse von Finanzdaten. Weiters nutzen auch Statistiker und Statistikerinnen Gleichungen zur Datenanalyse.

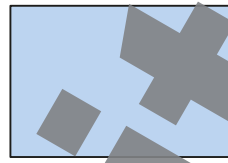
F3 Anwendung Geometrie

In der Geometrie beschreiben **Formeln** den Zusammenhang verschiedener Größen. Durch Umformen und Einsetzen bekannter Werte können unbekannte Größen berechnet werden.

RK 420 Die Formel für den Umfang eines Rechtecks lautet: $u = 2 \cdot (a + b)$...→ Ü410



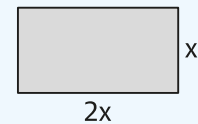
- a) Bestimme die Seitenlänge b.
 (1) Forme die Formel um: $b = \dots$
 (2) Berechne b für $u = 18,6 \text{ cm}$ und $a = 3,9 \text{ cm}$.
 (3) Berechne b für $u = 35,8 \text{ cm}$ und $a = 12,2 \text{ cm}$.
- b) Bestimme die Seitenlänge a.
 (1) Forme die Formel um: $a = \dots$
 (2) Berechne a für $u = 2,6 \text{ dm}$ und $b = 7 \text{ cm}$.
 (3) Berechne a für $u = 9,2 \text{ dm}$ und $b = 22 \text{ cm}$.



Veränderungen bei Formeln

Man muss genau überlegen, wie sich Änderungen bei Formeln auswirken.

Beispiel:
Wie ändern sich Umfang und Flächeninhalt, wenn man beim abgebildeten Rechteck x verdoppelt?



$$u_1 = 6x$$

$$u_2 = 6 \cdot (2x) = 2 \cdot 6x$$

$$= 2 \cdot u_1$$

Der Umfang wird verdoppelt.

$$A_1 = 2x^2$$

$$A_2 = 2 \cdot (2x)^2 = 2 \cdot 4x^2$$

$$= 4 \cdot 2x^2 = 4 \cdot A_1$$

Der Flächeninhalt wird vervierfacht.

DI 421 Gegeben ist ein Quadrat mit Seitenlänge a. Die Formeln zur Berechnung lauten: Flächeninhalt $A = a^2$ und Umfang $u = 4 \cdot a$



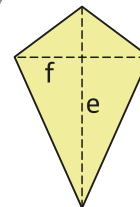
Wie ändern sich der Flächeninhalt und der Umfang, wenn man die Seitenlänge a ... a) verdoppelt? b) halbiert? c) verdreifacht?

RK 422 Gegeben ist ein Rechteck mit den Seitenlängen x und y. ...→ Ü422

- a) Stell eine Formel für den Umfang dieses Rechtecks auf: $u = \dots$
 b) Berechne die Seitenlänge y für $u = 16 \text{ cm}$ und $x = 5 \text{ cm}$.
 c) Berechne den Flächeninhalt A des Rechtecks für $u = 23,6 \text{ cm}$ und $y = 7,8 \text{ cm}$.

RK 423 Die Formel für den Flächeninhalt eines Deltoids lautet: $A = \frac{e \cdot f}{2}$...→ Ü423

- a) Bestimme die Länge der Diagonalen e.
 (1) Forme die Formel um: $e = \dots$
 (2) Berechne e für $A = 20 \text{ cm}^2$ und $f = 4 \text{ cm}$.
 (3) Berechne e für $A = 15 \text{ cm}^2$ und $f = 6 \text{ cm}$.



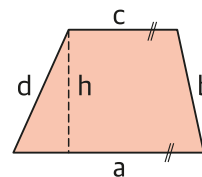
- b) Bestimme die Länge der Diagonalen f.
 (1) Forme die Formel um: $f = \dots$
 (2) Berechne f für $A = 14 \text{ cm}^2$ und $e = 7 \text{ cm}$.
 (3) Berechne f für $A = 52,7 \text{ cm}^2$ und $e = 8,5 \text{ cm}$.

- c) Wie ändert sich der Flächeninhalt, wenn man ...
 (1) e verdoppelt? (2) f verdoppelt? (3) e verdoppelt und f gleichzeitig halbiert?
 (2) f halbiert?



RK 424 Die Formel für den Flächeninhalt eines Trapezes lautet: $A = \frac{(a + c) \cdot h}{2}$...→ Ü424

- a) Bestimme die Höhe h.
 (1) Forme die Formel um: $h = \dots$
 (2) Berechne h für $A = 22,5 \text{ cm}^2$, $a = 7 \text{ cm}$ und $c = 3 \text{ cm}$.
 (3) Berechne h für $A = 62,5 \text{ cm}^2$, $a = 8,5 \text{ cm}$ und $c = 4 \text{ cm}$.
- b) Bestimme die Seitenlänge c.
 (1) Forme die Formel um: $c = \dots$
 (2) Berechne c für $A = 12 \text{ cm}^2$, $h = 3 \text{ cm}$ und $a = 6 \text{ cm}$.
 (3) Berechne c für $A = 69 \text{ cm}^2$, $h = 6 \text{ cm}$ und $a = 14 \text{ cm}$.



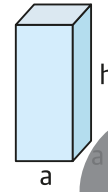
- c) Wie ändert sich der Flächeninhalt, wenn man ...
 (1) h verdreifacht? (2) h halbiert? (3) a und c gleichzeitig verdoppelt?



425 Die Formel für das Volumen eines Quaders mit quadratischer Grundfläche lautet: $V = a^2 \cdot h$

- a) Bestimme die Höhe h .
 (1) Forme um: $h = \dots$ (2) Berechne h für $V = 36 \text{ cm}^3$ und $a = 3 \text{ cm}$.
- b) Bestimme die Kantenlänge a .
 (1) Forme um: $a = \dots$ (2) Berechne a für $V = 20 \text{ cm}^3$ und $h = 5 \text{ cm}$.
- c) Wie ändert sich das Volumen, wenn man ...
 (1) a verdoppelt? (2) h verdreifacht? (3) h halbiert?

...→ Ü425



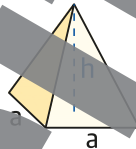
Hier muss ich bei manchen Umformungen die Wurzel ziehen.



426 Die Formel für das Volumen einer quadratischen Pyramide lautet: $V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$

- a) Bestimme die Höhe h .
 (1) Forme um: $h = \dots$
 (2) Berechne h für $V = 18 \text{ cm}^3$ und $a = 3 \text{ cm}$.
- b) Bestimme die Länge der Grundkante a .
 (1) Forme um: $a = \dots$ (2) Berechne a für $V = 90,25 \text{ cm}^3$ und $h = 12 \text{ cm}$.
- c) Wie ändert sich das Volumen, wenn man ...
 (1) h verdoppelt? (2) a halbiert? (3) a verdoppelt?

...→ Ü426



427 Die Formel für den Oberflächeninhalt eines Quaders lautet: $O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$

- a) Bestimme die Kantenlänge a .
 (1) Forme um: $a = \dots$
 (2) Berechne a für $O = 40 \text{ cm}^2$, $b = 3 \text{ cm}$ und $c = 2 \text{ cm}$.
- b) Bestimme die Kantenlänge b .
 (1) Forme um: $b = \dots$ (2) Berechne b für $O = 36 \text{ cm}^2$, $a = 4 \text{ cm}$ und $c = 3 \text{ cm}$.
- c) Wie ändert sich der Oberflächeninhalt, wenn man ...
 (1) alle Seitenlängen halbiert? (2) alle Seitenlängen verdoppelt?

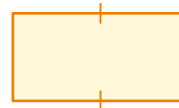
...→ Ü427



428 Gegeben ist ein Rechteck, das doppelt so lang wie breit ist.

...→ Ü428

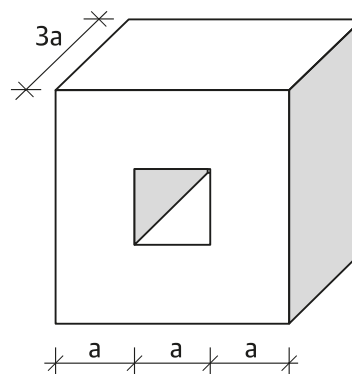
- a) Gib eine Formel für den Umfang dieses Rechtecks an.
 b) Berechne die Länge und die Breite dieses Rechtecks, wenn der Umfang 21 cm beträgt.



429 Oberfläche und Volumen

Aus einem Würfel wurde ein Quader herausgestanzt (siehe Abbildung).

- a) Finde eine Formel zur Berechnung des Oberflächeninhalts und des Volumens dieses Körpers und vereinfache sie so weit wie möglich.
- b) Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen für ...
 (1) $a = 5 \text{ cm}$. (2) $a = 7 \text{ cm}$.
- c) Wie verändert sich das Volumen, wenn man ...
 (1) a verdoppelt? (2) a halbiert?



$V = G \cdot h$
 $G \dots$ Grundfläche
 $h \dots$ Höhe



F4 Anwendung Geschwindigkeit



Die **Geschwindigkeit** gibt an, mit welchem **Tempo** und in welche Richtung sich ein Gegenstand bewegt. Wenn die Bewegungsrichtung in einer Situation egal oder fix vorgegeben ist, muss man die beiden Begriffe nicht unterscheiden. In diesem Lernschritt geht es vor allem um solche Bewegungen.

DI 430 Tempo und Geschwindigkeit in der Physik



Kreuze alle richtigen Antworten an.



a) Tempo und Geschwindigkeit sagen aus, ...
☐ warum ☐ wie schnell ☐ seit wann ☐ sich etwas bewegt

b) Als Maß für Tempo und Geschwindigkeit sind folgende Größen gebräuchlich:
☐ km/h ☐ m/s ☐ kg ☐ Minuten ☐ Knoten ☐ Kilowatt

c) Dieser Physiker hat Gesetze zur Bewegung formuliert:
☐ Isaac Newton ☐ W. A. Mozart ☐ Julius Caesar

DI 431 Die Formel zur Berechnung der mittleren Geschwindigkeit lautet:



mittlere Geschwindigkeit = $\frac{\text{zurückgelegter Weg}}{\text{dafür benötigte Zeit}}$ oder kurz: $v = \frac{s}{t}$

Wie ändert sich die mittlere Geschwindigkeit, wenn man ...

- a) in der gleichen Zeit einen doppelt so großen Weg zurücklegt:
 b) für den gleichen Weg doppelt so viel Zeit braucht?
 c) in der halben Zeit einen dreimal so langen Weg zurücklegt?
 Erkläre.

RK 432 Die Tabelle zeigt die Laufzeit der Tiere für die angegebenen Strecken. ... → Ü432

Berechne ihre mittlere Geschwindigkeit jeweils in m/s und in km/h.

	Weg	Zeit	mittlere Geschwindigkeit	
			in m/s	in km/h
Löwe	22 m	1 s	22	79,2
Pferd	50 m	4 s		
Windhund	360 m	20 s		
Delphin	270 m	15 s		
Mensch	100 m	10 s		
Blauwal	500 km	24 h		
Schwalbe	300 km	6 h		



Welches ist das schnellste Tier an Land? Wie schnell ist es?
 Wähle eine vertrauenswürdige Quelle für deine Recherche.

RK 433 Berechne jeweils die mittlere Geschwindigkeit. ... → Ü433

- a) Frau Berger fährt mit dem Bus zur Arbeit.
 Für die Strecke von 22 km benötigt sie 24 Minuten (= 0,4 Stunden).
 b) Ein Radfahrer legt eine Strecke von 12 km
 in 30 Minuten (= 0,5 Stunden) zurück.
 c) Ein Läufer braucht für eine Joggingrunde von 8 km
 genau 40 Minuten (= $\frac{2}{3}$ Stunden).
 d) Ein Zug fährt 180 km in 2 Stunden und 15 Minuten (= 2,25 Stunden).
 e) Ein Wanderer geht 6 km in 1 Stunde und 30 Minuten (= 1,5 Stunden).
 f) Ein Auto fährt 150 km in 1 Stunde und 40 Minuten (= $\frac{5}{3}$ Stunden).

Tempo und mittlere Geschwindigkeit v (englisch: velocity)

Das Tempo (im Alltag oft einfach Geschwindigkeit genannt) kannst du mit dieser Formel berechnen:

$$\text{Tempo} = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$$

$$\text{kurz: } v = \frac{s}{t}$$

Da die meisten Dinge sich nicht zu jedem Zeitpunkt mit der exakt gleichen Geschwindigkeit bewegen, liefert die Formel nur einen Durchschnittswert, die sogenannte **mittlere Geschwindigkeit**.

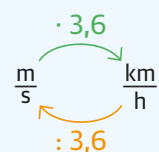
Einheiten

In der Physik rechnet man oft mit der Einheit „Meter pro Sekunde“ (m/s).

Im Alltag gibt man das Tempo meist in km/h („Stundenkilometern“) an.

Umrechnung:

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \triangleq 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$



MP RK 434 Herr Stadler braucht mit dem Auto 1,5 Stunden zur Arbeit. Dabei fährt er mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 72 km/h.

...→ Ü434

- Wie weit ist Herrn Stadlers Weg zur Arbeit?
- Wie hoch müsste die mittlere Geschwindigkeit sein, wenn Herr Stadler in 50 Minuten in der Arbeit sein wollte?

MP RK 435 Ein Fahrstuhl fährt mit einer mittleren Geschwindigkeit von 1,5 m/s. Berechne, wie lange der Fahrstuhl jeweils braucht.

...→ Ü435

- vom Erdgeschoss in den 3. Stock, Gesamthöhe: 12 Meter
- vom Erdgeschoss in den 8. Stock, Gesamthöhe: 32 Meter
- vom 8. Stock in den 3. Stock

MP RK 436 Einer der schnellsten Aufzüge der Welt ist in Taipeh (Taiwan). Er transportiert Personen mit einer mittleren Geschwindigkeit von 60,6 km/h rund 500 Meter in das oberste Stockwerk.

- Wie lange dauert die Fahrt in das oberste Stockwerk?
- Wie lange würde die Fahrt in das oberste Stockwerk mit einem gewöhnlichen Aufzug (1,5 m/s) dauern?

RK 437 Ulrich besucht mit seinem Onkel ein Formel-1-Rennen. Er stoppt die Zeit, die ein Auto für einen 600 m langen Streckenabschnitt braucht: 8,6 Sekunden. Berechne die mittlere Geschwindigkeit des Autos.

...→ Ü437

RK 438 Darian fährt mit dem Rad zur Schule. Für die 2 km lange Strecke benötigt er 10 Minuten. Berechne Darians Durchschnittsgeschwindigkeit.

...→ Ü438

RK 439 Lore braucht 12 Minuten zur Schule. Laut dem Fahrradcomputer beträgt ihre durchschnittliche Geschwindigkeit 15 km/h. Wie lang ist Lores Schulweg?

...→ Ü439

MP RK 440 Wie weit sind die Gewitter entfernt?

...→ Ü440

Gegeben ist jeweils die Zeit, die zwischen Blitz und Donner vergeht:

- 1 s
- 5 s
- 12 s

Die Schallgeschwindigkeit, mit der sich der Donner bewegt, beträgt 343 m/s. Die Lichtgeschwindigkeit ist um ein Vielfaches höher. Die Zeit, die das Licht des Blitzes bis zu uns braucht, ist daher praktisch null.

MP DI VB 441 Freier Fall

...→ Ü441

Rechne mit folgender Formel: $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$
Setze 9,81 für g ein. h ist die Höhe, aus der der Körper fällt.

- Ein Stein fällt aus einer Höhe von ...
(1) 10 Metern, (2) 15 Metern, (3) 25 Metern senkrecht auf die Erde.
Berechne die Geschwindigkeit beim Aufschlag am Boden jeweils in m/s und in km/h.
- Wie muss sich die Höhe verändern, damit sich die Geschwindigkeit beim Aufprall am Boden verdoppelt? Erkläre.

Ich forme die Formel $v = \frac{s}{t}$ auf die gesuchte Größe um.



Freier Fall

Wenn ein Körper fällt und wir alle anderen Einflüsse (wie z. B. Luftwiderstand) vernachlässigen können, reden wir vom „freien Fall“.

Es gelten diese Gesetze:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

h ... Fallhöhe [m]
 g ... Ortsfaktor (Maß für die Erdanziehungskraft)
 t ... Zeit [s]
 v ... (senkrechte) Geschwindigkeit beim Aufprall [m/s]

F5 Anwendung Kraft



Kräfte sind in der Natur die **Ursache für Bewegungsänderungen**. Wann immer etwas schneller, langsamer oder abgelenkt wird, steckt eine Kraft dahinter. In bestimmten Situationen lässt sich die **Kraft F** (englisch: „force“) mit einer einfachen Formel berechnen.

MP
DI
VB

442 Alles leichter auf dem Mond?



Der Ortsfaktor beträgt auf der Erde $g = 9,81 \text{ N/kg}$.

Da der Mond weniger Masse hat, ist sein Ortsfaktor nur $g_{\text{Mond}} = 1,62 \text{ N/kg}$.
Dadurch ist die Gewichtskraft auf dem Mond deutlich schwächer.

a) Ergänze die Zahlen in der Tabelle.

	Masse	Gewicht auf der Erde	Gewicht auf dem Mond
Mensch	80 kg		
Katze	4 kg		
Kleinwagen	1 t		
Schultasche		58,86 N	
Fahrrad			22,68 N
Moped		824,04 N	

- b) Der Ortsfaktor am Jupiter beträgt $g_{\text{Jupiter}} = 24,79 \text{ N/kg}$.
Kreuze die richtige Aussage an und begründe mit Hilfe der Formel.
Bei Kniebeugen auf dem Jupiter benötigt man im Vergleich zur Erde ...
☐ mehr Kraft. ☐ weniger Kraft.
- c) Nach welchem Physiker hat man die Maßeinheit der Kraft benannt?

DI

443 Masse und Gewicht: Wahr oder falsch? Kreuze an



Aussage	wahr	falsch
a) Die Masse eines Körpers ist auf Erde und Mond gleich.	☐	☐
b) Das Gewicht eines Körpers ist auf Erde und Mond gleich.	☐	☐
c) Der Zusammenhang zwischen Masse und Gewicht ist direkt proportional.	☐	☐

RK

444 Bernhard hebt drei Kisten mit unterschiedlichen Massen.

Berechne jeweils die Gewichtskraft F_G , die er zum Heben aufbringen muss.

- a) 12 kg b) 7 kg c) 26 kg

RK

445 Gegeben ist das Gewicht von Gegenständen an einem Kran.

Berechne jeweils die Masse des Gegenstands in Kilogramm.

- a) Palette Ziegel: 8 485,65 N c) Schalsteine: 10 987,2 N
b) Palette Zement: 14 224,5 N d) 10 Fenster: 1 765,8 N

RK

446 Der Mars-Rover Curiosity hat eine Masse von 899 kg.

- a) Berechne sein Gewicht auf der Erde.
b) Berechne sein Gewicht auf dem Mars ($g_{\text{Mars}} = 3,71 \text{ N/kg}$).
c) Wie viel Prozent seines Erdgewichts beträgt sein Gewicht auf dem Mars?



Suche nach Bildern dieses Gefährtes.

...→ Ü442

Gewicht F_G
(auch „Gewichtskraft“)

Alle Gegenstände werden aufgrund ihrer Masse von der Erde angezogen. Wie jede Kraft wird das Gewicht in der Einheit Newton (N) angegeben. Es ist direkt proportional zur Masse und hängt von dem Ort ab, an dem man sich befindet.

$$F_G = m \cdot g$$

m ... Masse des Objekts [kg]
 g ... Ortsfaktor [N/kg]
Auf der Erde gilt $g \approx 9,81 \text{ N/kg}$.
Andere Planeten haben einen anderen Ortsfaktor und ziehen dasselbe Objekt entsprechend stärker oder schwächer an.

Newton und der Apfel



Dem englischen Physiker Sir Isaac Newton (1643–1727) soll der Legende nach bei einem vom Baum fallenden Apfel die Idee zu den Gravitationsgesetzen gekommen sein.

MP 447 Gewicht eines Würfels.

Ein Würfel mit der Kantenlänge a besteht aus einem Material mit der Dichte ρ .

- Stell eine Formel auf, die die Masse m des Würfels in Abhängigkeit von a und ρ beschreibt.
Tipp: $V = a^3$ und $m = V \cdot \rho$
- Leite daraus eine Formel für das Gewicht F_G des Würfels her.
Tipp: $F_G = m \cdot g$
- Berechne das Gewicht eines Holzwürfels ($\rho = 0,52 \text{ g/cm}^3$) mit Kantenlänge 15 cm.
- Wie verändert sich die Gewichtskraft auf den Würfel, wenn ...
 - die Kantenlänge halbiert wird?
 - die Dichte des Materials verdoppelt wird?
 - sowohl die Kantenlänge als auch die Dichte verdoppelt werden?



MP 448 Ein Auto mit einer Masse von 1 200 kg fährt mit einer Geschwindigkeit von 72 km/h (= 20 m/s) durch eine Kurve mit einem Radius von 50 m.

- Berechne die Kraft, die notwendig ist, um das Auto in der Kurve zu halten.
- Beantworte die folgenden Fragen:
Wie verändert sich die benötigte Kraft F_{ZP} , wenn ...
 - die Geschwindigkeit v verdoppelt wird?
Tipp: v wird zu $(2v)$ in deiner Formel.
 - der Kurvenradius r verdreifacht wird?
Tipp: r wird zu $3r$ in deiner Formel.
 - die Masse m halbiert wird?
Tipp: m wird zu $\frac{m}{2}$ in deiner Formel.
- Welche Größe hat den größten Einfluss auf F_{ZP} ? Erkläre.
Tipp: Achte auf das Quadrat in der Formel.

→ Ü448

Zentripetalkraft F_{ZP}

Damit ein Körper eine Kurve macht, muss eine Kraft auf ihn einwirken. Dabei gilt:

$$F_{ZP} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

F_{ZP} ... Zentripetalkraft [N]

m ... Masse [kg]

v ... Geschwindigkeit des Körpers [m/s]

r ... Radius der Kurve [m]

Das Wort „zentripetal“ kommt aus dem Lateinischen und bedeutet „zum Zentrum strebend“.

MP 449 Ein Kind schwingt eine Kugel mit einer Masse von 0,5 kg an einer 1,2 m langen Schnur im Kreis, sodass die Kugel eine Geschwindigkeit von 3 m/s erreicht.

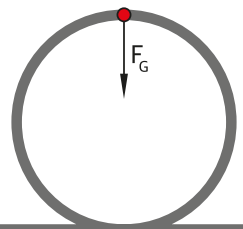
- Berechne die Zentripetalkraft, die auf die Kugel wirken muss, damit sie auf ihrer Kreisbahn bleibt.
- Wie verändert sich die benötigte Zentripetalkraft, wenn die Geschwindigkeit der Kugel verdoppelt wird? Erkläre anhand der Formel, ohne neu zu rechnen.
- Angenommen, die Schnur reißt plötzlich. In welche Richtung bewegt sich die Kugel danach? Erkläre.

...→ Ü449

MP 450 Mindestgeschwindigkeit für einen Looping

Ein Spielzeug-Rennwagen fährt auf einer Bahn durch einen Looping mit einem Radius von 0,5 m. Der Wagen wiegt 0,1 kg.

- Welche Mindestgeschwindigkeit muss der Wagen am höchsten Punkt des Loopings haben, damit er nicht herunterfällt?
Tipp: Damit der Wagen nicht von der Bahn fällt, muss die benötigte Zentripetalkraft mindestens gleich der Gewichtskraft sein.
- Hängt die benötigte Geschwindigkeit von der Masse des Wagens ab? Erkläre.
- Ergänze den Satz: Je größer der Radius des Loopings ist, desto _____ (größer / kleiner) muss die Geschwindigkeit des Wagens sein.



F6 Texträtsel



Man kann Gleichungen auch mit Worten beschreiben. Wenn man sie zurück in Gleichungen verwandelt, kann man diese leichter lösen.

RK
DI

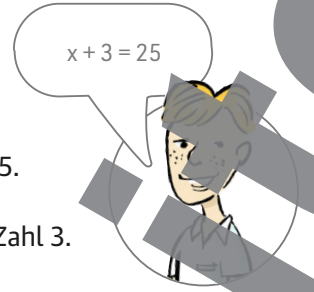
451 Übersetze die Rätsel von Philipp in Gleichungen und finde die beschriebenen Zahlen.



Ich denke mir eine Zahl.

- Wenn man zu meiner Zahl 3 dazuzählt, erhält man 25.
- Wenn man meine Zahl verdoppelt, ergibt das 48.
- Wenn man meine Zahl durch 4 teilt, erhält man die Zahl 3.
- Nimmt man 18 von meiner Zahl weg, bleiben 22.

$$x + 3 = 25$$



Tipps zum Lösen von Texträtseln

1. Verwende x anstatt „meine Zahl“ oder „eine Zahl“.

2. Rechenoperationen: Übersetze Worte in Rechnungen.

Beispiele:

das Doppelte der Zahl ... $2x$

das Dreifache der Zahl ... $3x$

ein Drittel der Zahl ... $\frac{x}{3}$

addiert man 4 ... $+ 4$

um 2 kleiner ... $- 2$

usw.

RK
DI

452 Finde die beschriebenen Zahlen mit Hilfe von Gleichungen.

→ Ü452

B Wenn man diese Zahl verdoppelt, ergibt das 48.

$2 \cdot x = 48$	$/ : 2$
$x = 24$	

- Zählt man zu dieser Zahl 15 dazu, erhält man 48.
- Teilt man diese Zahl durch 3, ergibt das 99.
- Das Achtfache dieser Zahl ist 104.
- Nimmt man von dieser Zahl 56 weg, so ergibt das -10.

RK
DI

453 Finde die beschriebenen Zahlen mit Hilfe von Gleichungen.

→ Ü453

- Zählt man zum Dreifachen einer Zahl 17 dazu, erhält man 29.
- Addiert man zum Doppelten einer Zahl die Hälfte dieser Zahl, ergibt das 25.
- Subtrahiert man vom Drittel einer Zahl die Zahl 6, erhält man die Zahl 7.
- Zählt man zum Doppelten einer Zahl 5 dazu, erhält man 32.
- Nimmt man vom Sechsfachen einer Zahl 10 weg, ergibt das 38.

RK
DI

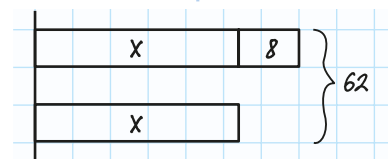
454 Finde die gesuchten Zahlen mit Hilfe von Gleichungen.

→ Ü454

Tipp: Zeichne Balkenmodelle, wenn es dir hilft.

- Die Summe zweier Zahlen beträgt 62. Dabei ist die erste Zahl um 8 größer als die zweite Zahl.
- Die Summe zweier Zahlen beträgt 75. Dabei ist die erste Zahl um 13 kleiner als die zweite Zahl.
- Die Summe zweier Zahlen beträgt 54. Dabei ist die erste Zahl doppelt so groß wie die zweite Zahl.
- Die Summe zweier Zahlen beträgt 100. Die Differenz dieser Zahlen ist 20.
- Die erste Zahl ist um 15 größer als die zweite Zahl. Die Summe der beiden Zahlen beträgt 107.
- Die Summe von drei Zahlen beträgt 100. Dabei ist die erste Zahl halb so groß wie die zweite Zahl. Die dritte Zahl ist um 8 größer als die erste Zahl.

⊕ Denk dir selbst drei ähnliche Rätsel aus und stell sie jemand anderem.



Ich radiere so oft, bis das Modell so ist, wie es sein soll.

MP
DI

455 Wie lautet die Zahl?



Multipliziert man die Differenz von einer Zahl und einem Drittel dieser Zahl mit 5, ergibt das gleich viel, wie wenn man zum Doppelten dieser Zahl 4 addiert.



CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 456 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.

a) $3x - 6 = 15$

b) $\frac{x}{3} + \frac{x}{6} = 12$

c) $2x - \frac{x}{3} = x + 8$

RK 457 Auf einem Bauernhof gibt es Kühe und Schweine. Insgesamt sind es 52 Tiere. Die Anzahl der Kühe ist um 8 kleiner als die der Schweine. Wie viele Schweine gibt es auf dem Bauernhof?

- a) Stell eine Gleichung auf, die zu der Aufgabe passt.
b) Löse die Aufgabe.

RK 458 Gegeben ist ein Rechteck (siehe Abbildung).



- a) Gib eine Formel für den Umfang u an.
b) Gib eine Formel für den Flächeninhalt A an.
c) Berechne u und A für $x = 7$ cm.

RK 459 Die Formel für den Flächeninhalt eines Dreiecks lautet: $A = \frac{c \cdot h_c}{2}$
a) Forme die Formel so um, dass man h_c berechnen kann: $h_c = \dots$
b) Berechne h_c für ein Dreieck mit $A = 14,4 \text{ cm}^2$ und $c = 9 \text{ cm}$.
c) Wie verändert sich der Flächeninhalt, wenn man gleichzeitig c verdoppelt und h_c halbiert?

RK 460 Leon fährt mit dem Zug eine Strecke von 28 km. Die Fahrt dauert 30 Minuten. Berechne die mittlere Geschwindigkeit des Zuges in km/h.

RK 461 Multipliziert man eine Zahl mit 6 und subtrahiert vom Ergebnis die Zahl 14, so erhält man 40. Wie lautet die Zahl?

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 462 Berechne jeweils den Wert der Unbekannten.

a) $3a^2 + 7 - 2a + 15 - 6 + 9a = 2 + a - a^2 + 6 - 3a + 1a^2 - 10$

b) $\frac{2x-4}{3} - \frac{x+5}{9} = 2$

RK 463 Herr Roth bezahlt für ein Winterservice und vier Winterreifen 329,50 €. Wie viel kostet ein Winterreifen, wenn das Service 49,90 € gekostet hat?

- a) Stell eine passende Gleichung auf. b) Löse die Aufgabe.

RK 464 Gegeben ist ein Rechteck mit Länge $3x$. Die Breite des Rechtecks ist um 2 kleiner als seine Länge.

- a) Gib eine Formel für den Umfang u an.
b) Gib eine Formel für den Flächeninhalt A an.
c) Berechne u und A für $x = 5$ cm.

RK 465 Wie lauten die drei Zahlen?

Die Summe von drei Zahlen beträgt 150.
Die erste Zahl ist dreimal so groß wie die zweite Zahl.
Die dritte Zahl ist um 15 größer als die zweite Zahl.



Stonehenge ist ein prähistorisches Monument in England, das aus großen, aufrechtstehenden Steinen besteht. Diese Steine sind in einem besonderen Muster angeordnet, was Stonehenge zu einem der bekanntesten Steinkreise der Welt macht. Die genaue Funktion der Anlage ist bis heute ungeklärt, doch viele vermuten, dass sie für astronomische Beobachtungen oder rituelle Zwecke genutzt wurde.

MP 466 Sesselkreis



Beim Bau von Stonehenge wurden große Steine im Kreis aufgestellt.

- Versucht in der Klasse, 12 Sessel in einem Kreis aufzustellen.
Der Kreis soll so perfekt wie möglich werden. Wie könnt ihr hier vorgehen?
- Suche im Internet nach weiteren berühmten Steinkreisen wie dem von Stonehenge.
Wähle vertrauenswürdige Quellen.



In diesem Kapitel dreht sich alles um Kreise.

Du wirst nicht nur wiederholen, wie du Kreise konstruierst, sondern auch lernen, ihre Radien, Umfänge und Flächeninhalte zu berechnen.

Dabei begegnet dir die irrationale Zahl Pi, die eine zentrale Rolle bei der Berechnung von Umfang und Flächeninhalt spielt.



WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

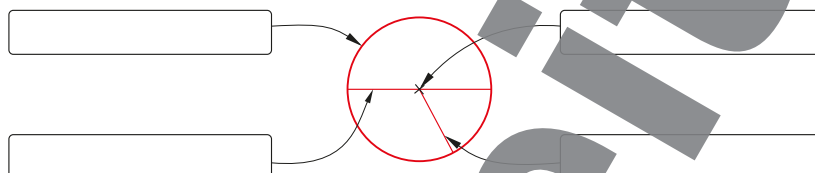
Kreis

Wie gut kannst du das noch?



DI 467 Schreib die Fachbegriffe in die richtigen Kästchen.

Kreislinie, Mittelpunkt, Radius, Durchmesser



RK 468 Ergänze die fehlenden Maßangaben in der Tabelle.

Radius r:	3 cm	7 cm	1,4 m			19 mm
Durchmesser d:	6 cm			30 cm	5,2 m	

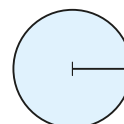
Winkel

Wie gut kannst du das noch?



DI 469 Schreib die Namen und die Winkelgrade zu den Bildern.

gestreckter Winkel / rechter Winkel / voller Winkel / 360° / 180° / 90°



RK 470 Konstruiere diese Winkel

a) 60°

b) 75°

c) 120°

d) 200°

Längen- und Flächenmaße

Wie gut kannst du das noch?



RK 471 Wandle diese Längenangaben um.

- a) 1,5 cm = _____ mm c) 320 mm = _____ cm e) 2 400 cm = _____ m
 b) 0,8 m = _____ cm d) 6,9 dm = _____ cm f) 190 cm = _____ m

RK 472 Wandle diese Flächenangaben um.

- a) 6 cm^2 = _____ mm^2 c) $3 700 \text{ cm}^2$ = _____ dm^2 e) $2,3 \text{ dm}^2$ = _____ cm^2
 b) 150 mm^2 = _____ cm^2 d) $0,65 \text{ m}^2$ = _____ dm^2 f) $0,1 \text{ cm}^2$ = _____ mm^2

G1 Konstruieren, Messen und Entdecken



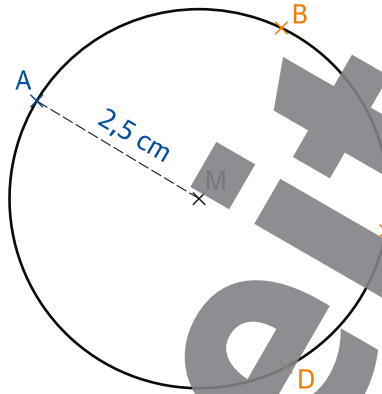
Der **Kreis** ist eine ebene Figur ohne Ecken. Man konstruiert ihn mit einem Zirkel.

RK 473 Punkte auf der Kreislinie

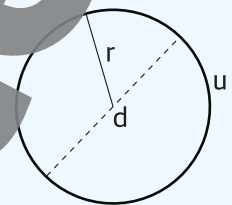


- Miss den Abstand der Punkte B, C und D zum Mittelpunkt M. Was fällt dir auf?
- Zeichne selbst zwei weitere Punkte E und F auf der Kreislinie ein und miss ihren Abstand zum Mittelpunkt. Was beobachtest du?
- Konstruiere einen Kreis mit Radius 6,3 cm. Zeichne auch dort vier beliebige Punkte auf der Kreislinie ein und bestimme ihren Abstand zum Mittelpunkt.
- Ergänze die fehlenden Wörter in dieser Definition:

Ein Kreis ist die Menge aller Punkte, die den _____ Abstand zu einem bestimmten Punkt, genannt _____, haben.



Begriffe



u ... Umfang

Länge der Kreislinie

r ... Radius

Abstand vom Mittelpunkt zur Kreislinie

d ... Durchmesser

Breite des Kreises

MP 474 Umfang und Durchmesser



- Berechne jeweils das Verhältnis von Umfang zu Durchmesser $\frac{u}{d}$. Runde auf eine Nachkommastelle.



Teller

$u = 83,3$ cm
 $d = 26,5$ cm

$$\frac{u}{d} \approx \underline{\hspace{2cm}}$$



Münze

$u = 31$ mm
 $d = 26$ mm

$$\frac{u}{d} \approx \underline{\hspace{2cm}}$$



Pool

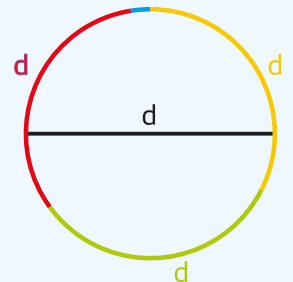
$u = 9,4$ m
 $d = 3$ m

$$\frac{u}{d} \approx \underline{\hspace{2cm}}$$

- Was fällt dir auf?
- Miss auch selbst Umfang und Durchmesser bei zwei anderen kreisrunden Gegenständen (z. B. Topf oder Rad eines Fahrrads) und berechne das Verhältnis $u : d$. Was beobachtest du?

Umfang eines Kreises

Der Umfang eines Kreises ist etwas mehr als dreimal so lang wie sein Durchmesser.



Kreiszahl π

Bei jedem Kreis ergibt das Verhältnis von Umfang u zu Durchmesser d dieselbe Zahl:

$$\frac{u}{d} = \pi$$

Diese sogenannte Kreiszahl π („Pi“) ist irrational (nichtrational).

DI 475 Die Kreiszahl π



Das genaue Verhältnis zwischen Umfang und Durchmesser beschreibt die Kreiszahl π („Pi“). π ist eine irrationale Zahl, hat also unendlich viele Nachkommastellen.



- Suche nach so vielen Stellen wie möglich und trage sie hier ein. Wähle eine vertrauenswürdige Quelle.

$\pi = 3,14$ _____

- Übe das Zeichen π . Fahre nach und schreib selbst.

$\pi \pi \pi \pi \pi \pi$ _____

RK 476 Berechne jeweils die fehlende Größe.

...→ Ü476

	B	a)	b)	c)	d)
Radius:	3 cm	7 cm	2,4 cm		
Durchmesser:	6 cm			10 m	15 cm

RK 477 Konstruiere diese Kreise.

...→ Ü477



Tipp: Diese Aufgabe kannst du auf Papier oder mit GeoGebra lösen.

- a) $r = 4 \text{ cm}$ b) $r = 5,2 \text{ cm}$ c) $d = 7 \text{ cm}$ d) $d = 8,4 \text{ cm}$

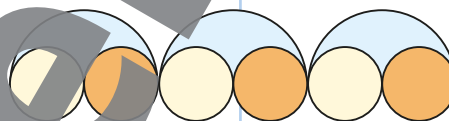
Experimentiere in GeoGebra zu Kreiskonstruktionen.

→ Eine entsprechende Datei + Arbeitsblatt findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: G.

MP RK 478 Konstruiere das abgebildete Muster.

...→ Ü478

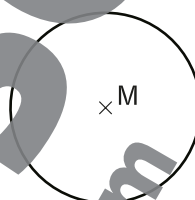
Der Radius jedes gelben bzw. orangen Kreises beträgt 1,5 cm



MP DI 479 Gegeben ist der Kreis rechts.



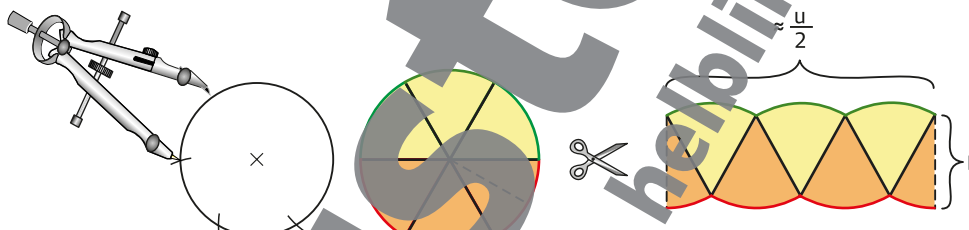
Zeichne in deinem Heft einen Kreis, dessen Umfang genau doppelt so groß ist. Beschreibe, wie du vorgegangen bist.



MP RK DI 480 Flächeninhalt bestimmen



- a) Larissa hat einen Kreis in acht Teile zerschnitten und neu zusammengelegt. Damit ist näherungsweise ein Rechteck entstanden. Wie könnte Larissa nun den Flächeninhalt des Kreises bestimmen?



- b) Konstruiere selbst einen Kreis mit Radius 5 cm und schneide ihn aus. Zerschneide ihn dann ebenfalls in eine gerade Anzahl von Stücken und lege die Stücke zu einem „Rechteck“ zusammen. Bestimme näherungsweise seinen Flächeninhalt.

Hinweis: Deine Lösung sollte zwischen 75 cm^2 und 80 cm^2 betragen.

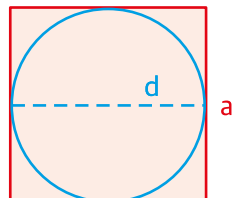
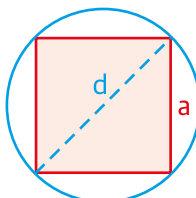
Tipp: In je mehr Sektoren du den Kreis aufteilst, desto ähnlicher wird die Form einem Rechteck.

- c) Für den Flächeninhalt des Rechtecks gilt näherungsweise: $A = r \cdot \frac{u}{2}$. Setze für u ein, indem du den Zusammenhang zwischen u und d (bzw. zwischen u und r) nutzt, und vereinfache den Ausdruck.

MP RK 481 Wie groß sind die beiden Quadrate?



Der Durchmesser des Kreises beträgt jeweils 6 cm. Berechne Seitenlänge und Flächeninhalt der beiden Quadrate.



G2 Umfang und Flächeninhalt

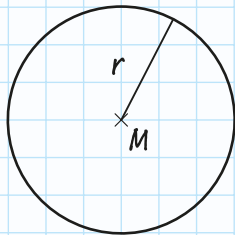


Kennt man den Radius oder den Durchmesser eines Kreises, kann man seinen **Umfang** und seinen **Flächeninhalt** mit Hilfe von π einfach berechnen.

- RK 482 **Konstruiere jeweils den angegebenen Kreis.**
 Berechne dann den Flächeninhalt und den Umfang des Kreises.
 Runde sinnvoll.



B r = 1,5 cm



$$r = 1,5 \text{ cm}$$

$$A = r^2 \cdot \pi = 1,5^2 \cdot \pi$$

$$A \approx 7,07 \text{ cm}^2$$

$$u = 2 \cdot r \cdot \pi = 2 \cdot 1,5 \cdot \pi$$

$$u \approx 9,4 \text{ cm}$$

- a) r = 3 cm
 b) r = 4,5 cm
 c) r = 3,8 cm
 d) d = 8 cm
 e) d = 11 cm
 f) d = 9,4 cm

**Berechnung
mit dem Radius**

$$u = 2 \cdot r \cdot \pi$$

$$A = r^2 \cdot \pi$$

**Berechnung mit
dem Durchmesser**

$$u = d \cdot \pi$$

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

- RK 483 **Pizzeria Bella verkauft Pizza in drei verschiedenen Größen.**

DI

VB



	Mini	Regular	Large
Durchmesser	10 cm	20 cm	25 cm
Preis	4,50 €	10 €	14,50 €

- a) Berechne den Flächeninhalt jeder Pizza.
 b) Bernd hat großen Hunger und überlegt, ob er eine Large-Pizza oder eine Mini- und eine Regular-Pizza bestellen soll. Was würdest du ihm raten?
 c) Peter sagt: „Statt einer Regular-Pizza kaufe ich lieber zwei Mini-Pizzas. Da habe ich gleich viel zu essen und einen Euro gespart!“ Was sagst du dazu?



- RK 484 **Berechne jeweils den Umfang und den Flächeninhalt des Kreises.** ...→ Ü484

Der Radius des Kreises beträgt ...

- a) 3 cm. b) 16 mm. c) 5,3 cm. d) 35,4 m.

- RK 485 **Berechne jeweils den Umfang und den Flächeninhalt des Kreises.** ...→ Ü485

Der Durchmesser des Kreises beträgt ...

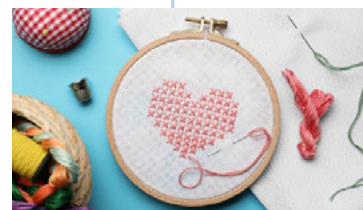
- a) 4 cm. b) 56 mm. c) 7,2 cm. d) 14,8 m.

- RK 486 **Stickrahmen** ...→ Ü486

Der Durchmesser eines kreisförmigen Stickrahmens beträgt ...

- a) 17 cm. b) 19 cm. c) 25 cm.

Berechne Radius, Umfang und Flächeninhalt dieses Stickrahmens.



Sobald man mit π rechnet, gibt es unendlich viele Kommastellen. Runde also sinnvoll.



RK 487 Gegeben ist der Umfang u eines Kreises. ...→ Ü487

- a) Forme die Formel für den Umfang um: $r = \dots$
 b) Berechne jeweils den Radius und den Durchmesser des Kreises für $u = \dots$
 (1) 27,3 cm. (2) 15,4 cm. (3) 6,8 m. (4) 518 mm.

RK 488 Gegeben ist der Flächeninhalt A eines Kreises. ...→ Ü488

- a) Forme die Formel für den Flächeninhalt um: $r = \dots$
 b) Berechne jeweils den Radius und den Durchmesser des Kreises für $A = \dots$
 (1) 20 cm². (2) 16,2 cm². (3) 4,5 m². (4) 615 mm².

RK 489 Maria geht einmal um einen kreisförmigen Teich herum. ...→ Ü489

Der Weg ist 27 Meter lang.
 Welchen Durchmesser hat der Teich?

RK 490 Baumstämme ...→ Ü490

- a) Der Durchmesser eines Baumstamms beträgt 43 cm.
 Wie groß ist sein Umfang?
 b) Der Umfang eines Baumstamms beträgt 2,26 m.
 Wie groß ist sein Durchmesser?



RK 491 Ergänze die fehlenden Angaben. ...→ Ü491

	r	d	u	A
a)			11 cm	
b)				36 cm ²
c)	0,5 m			
d)				19 m ²
e)	7 mm			
f)			2 m	
g)				15 cm ²
h)		8,2 m		

Berechnung des Radius bei gegebenem Umfang oder Flächeninhalt:

$$r = \frac{u}{2 \cdot \pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

MP 492 Welche Strecke legt das Rad zurück? ...→ Ü492

Ein Rad mit einem Durchmesser von 56 cm wird genau fünf Umdrehungen lang auf dem Boden gerollt.
 Bestimme den Weg.



DI 493 Wie ändert sich der Umfang eines Kreises, wenn man seinen Radius halbiert? ...→ Ü493

Erkläre.

DI 494 Wie ändert sich der Flächeninhalt eines Kreises, wenn man seinen Radius verdoppelt? ...→ Ü494

Erkläre.

MP VB 495 Menschenkreis

14 Personen bilden einen Kreis. Der Abstand zwischen der linken und rechten Hand einer Person beträgt im Schnitt 1,5 m.

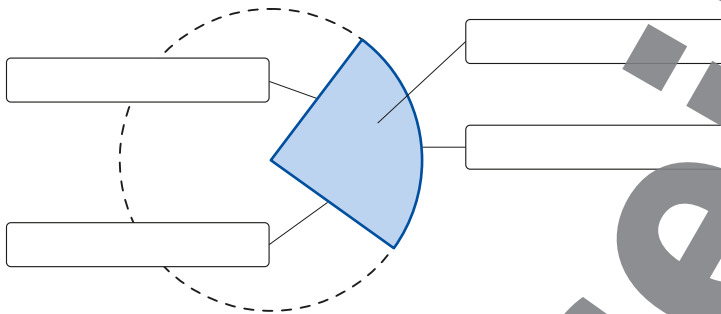
- a) Wie weit stehen zwei gegenüberliegende Personen auseinander?
 b) Viktor berichtet: „Ich war einmal bei so einem Kreis dabei, da war die Person mir gegenüber etwa 50 Meter entfernt.“
 Wie viele Menschen waren ungefähr beteiligt?
 c) Könnte ein Kreis aus eurer Klasse in eurem Klassenraum Platz finden?



G3 Halbkreis, Viertelkreis und Achtelkreis

Die **Flächenberechnung** von Halb-, Viertel- oder Achtelkreisen ist einfach: Bestimme zunächst den Flächeninhalt des gesamten Kreises und teile ihn dann entsprechend durch 2, 4 oder 8. Die **Berechnung des Umfangs** erfolgt ähnlich, jedoch musst du zwei Radien zur Länge des Kreisbogens addieren.

DI 496 Die Skizze zeigt einen Viertelkreis.

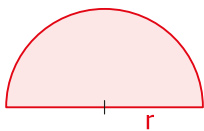


- a) Beschrifte die Felder mit „Radius r“, „Kreisbogen b“ oder „Kreissektor“.
- b) Welche dieser Formeln zur Berechnung des Flächeninhalts des Viertelkreises ist korrekt? Kreuze an und erkläre.
- ☐ $A = (r^2 \cdot \pi) : 2$ ☐ $A = (r^2 \cdot \pi) : 10$ ☐ $A = (r^2 \cdot \pi) : 4$
- c) Welche dieser Formeln zur Berechnung des Umfangs des Viertelkreises ist korrekt? Kreuze an und erkläre.
- ☐ $u = (2r \cdot \pi) : 4$ ☐ $u = (2r \cdot \pi) : 4 + 2r$

DI 497 Finde Formeln zur Berechnung dieser Figuren.



- a) Halbkreis
 $A = ?$
 $u = ?$



- b) Achtelkreis
 $A = ?$
 $u = ?$



RK 498 Berechne jeweils den Umfang und den Flächeninhalt der Figur.

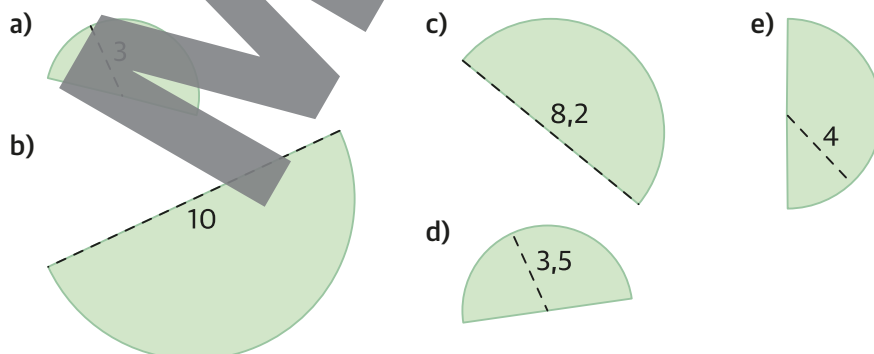
...→ Ü498

- | | |
|--|--|
| a) Halbkreis mit $r = 4 \text{ cm}$ | f) Viertelkreis mit $d = 7 \text{ cm}$ |
| b) Achtelkreis mit $d = 3 \text{ m}$ | g) Halbkreis mit $d = 2,8 \text{ dm}$ |
| c) Viertelkreis mit $r = 6,7 \text{ cm}$ | h) Achtelkreis mit $r = 5,3 \text{ m}$ |
| d) Achtelkreis mit $r = 5,9 \text{ cm}$ | i) Halbkreis mit $r = 87 \text{ mm}$ |
| e) Halbkreis mit $d = 3,6 \text{ dm}$ | j) Viertelkreis mit $r = 115 \text{ mm}$ |

RK 499 Berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt des Halbkreises.

...→ Ü499

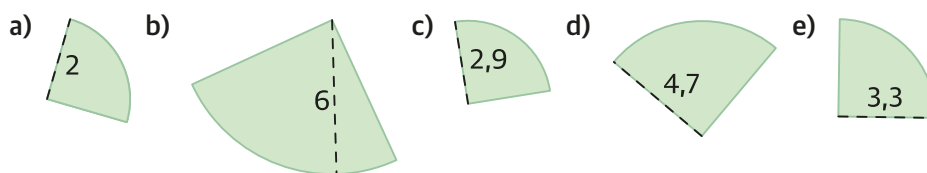
Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben.



RK 500 Berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt des Viertelkreises.

...→ Ü500

Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben.

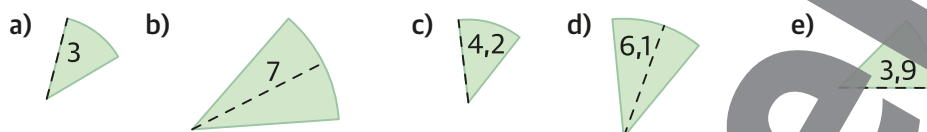


- ⊕ Konstruiere einen Viertelkreis mit selbstgewähltem Radius und berechne seinen Umfang und Flächeninhalt.

RK 501 Berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt des Achtelkreises.

...→ Ü501

Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben.



- ⊕ Konstruiere einen Achtelkreis mit selbstgewähltem Radius und berechne seinen Umfang und Flächeninhalt.

RK 502 Eine Möbeltischlerei fertigt Tischplatten in Halbkreis- und Viertelkreisformen. Berechne jeweils den Flächeninhalt der Tischplatte.

...→ Ü502

- a) Tisch in Halbkreisform: Durchmesser 75 cm
 b) Tisch in Viertelkreisform: Radius 42 cm
 c) Tisch in Halbkreisform: Durchmesser 1,2 m
 d) Tisch in Viertelkreisform: Radius 0,5 m



RK 503 Man kennt die Flächeninhalte dieser Figuren. Berechne jeweils die gesuchte Größe.

...→ Ü503

- | | | |
|---|--|--|
| a) Halbkreis
$A = 35 \text{ cm}^2$
$r = ?$ | c) Achtelkreis
$A = 27 \text{ cm}^2$
$d = ?$ | e) Viertelkreis
$A = 7 \text{ cm}^2$
$u = ?$ |
| b) Viertelkreis
$A = 20 \text{ cm}^2$
$d = ?$ | d) Halbkreis
$A = 15 \text{ cm}^2$
$u = ?$ | f) Achtelkreis
$A = 92 \text{ mm}^2$
$d = ?$ |

- ⊕ Denk dir selbst drei ähnliche Aufgaben aus und löse sie.

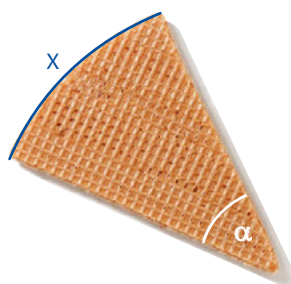
Nutze die Formeln und forme sie um.



MP RK DI 504 Eine Eiswaffel hat die Form eines Achtelkreises (siehe Bild).

Karim hat den oberen Rand der Waffel (x) abgemessen. Er ist 3,8 cm lang.

- a) Berechne den Umfang der Waffel.
 b) Berechne den Flächeninhalt der Waffel.
 c) Wie groß ist der Winkel α ? Erkläre.
 Hinweis: Ein voller Kreis hat 360° .
 d) Wie könnte Karim die Länge von x gemessen haben?



Beruf:

Tischlerin, Tischler

In einer Möbeltischlerei gestaltest und baust du Möbel wie Tische oder Sessel. Du planst die Möbel am Computer und bearbeitest das Holz mit Maschinen und Werkzeugen. Fertigkeiten wie handwerkliches Geschick, technisches Verständnis, Genauigkeit und Kreativität sind dabei besonders wichtig.

G4 Zusammengesetzte Figuren



Der **Umfang** einer Figur entspricht der Gesamtlänge ihres Randes. Enthält die Figur eine Aussparung oder ein Loch, setzt sich ihr Umfang aus der Länge des äußeren Randes und der Länge der Ränder der Aussparungen zusammen.

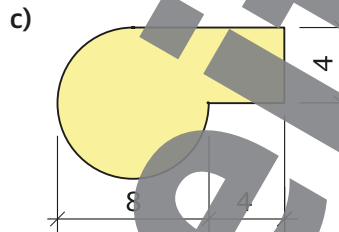
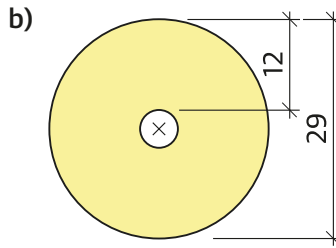
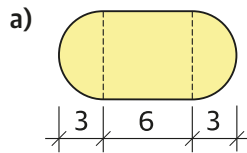
Den **Flächeninhalt** erhält man durch Addition oder Subtraktion der Teilflächen.

MP
D1

505

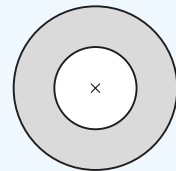
Berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt der eingefärbten Figur.

Erkläre, wie du vorgegangen bist. Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben.



Kreising

Eine Figur, die von einem Außen- und einem Innenkreis begrenzt wird, nennt man Kreising. Dabei haben die begrenzenden Kreise den gleichen Mittelpunkt. Man nennt solche Kreise „konzentrisch“.



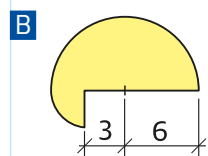
RK

506

Berechne jeweils den Flächeninhalt.

Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben.

→ Ü506



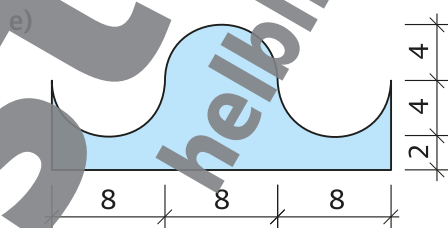
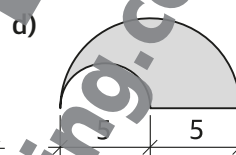
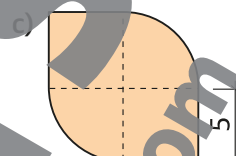
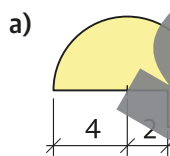
$$A = A_1 + A_2$$

$$A_1 \dots \text{Halbkreis, } r = 6 \text{ cm}$$

$$A_2 \dots \text{Viertelkreis, } r = 3 \text{ cm}$$

$$A = \frac{6^2 \cdot \pi}{2} + \frac{3^2 \cdot \pi}{4}$$

$$A \approx 63,62 \text{ cm}^2$$



RK

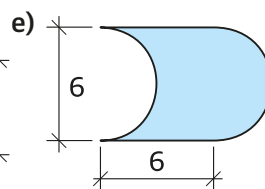
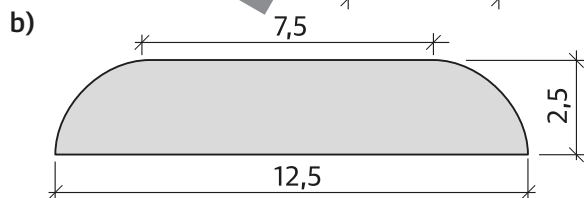
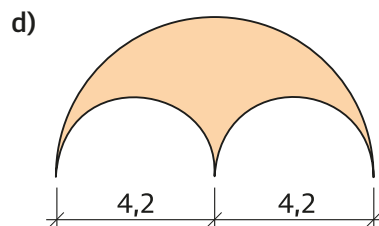
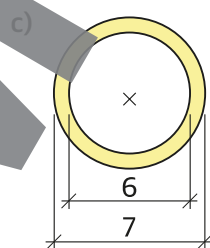
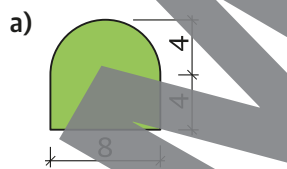
507

Konstruiere diese Figuren in deinem Heft.

Berechne dann jeweils Umfang und Flächeninhalt.

Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben.

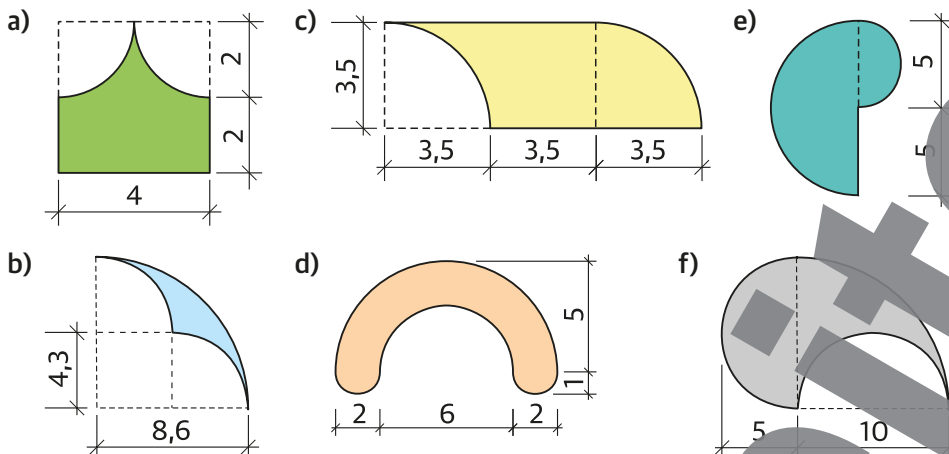
→ Ü507



MP RK **508** Berechne jeweils den Umfang und den Flächeninhalt der Figur.

→ Ü508

Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben.



- ⊕ Denk dir selbst eine ähnliche Figur aus. Konstruiere sie und berechne ihren Umfang und ihren Flächeninhalt.

MP RK **509** Eine Zielscheibe hat farbige Ringe (siehe Bild).

Jeder Ring ist 7 cm breit, der Durchmesser des gelben Kreises beträgt 14 cm.

- Berechne den Durchmesser der gesamten Zielscheibe.
- Berechne den Flächeninhalt des blauen Rings.
- Ist der Flächeninhalt des weißen Rings größer als der Flächeninhalt der gelben, roten und blauen Fläche zusammen?



MP DI **510** Yin und Yang



Berechne den Flächeninhalt der schwarz eingefärbten Fläche. Gibt es einen Trick? Erkläre, wie du vorgegangen bist.

Durchmesser: großer Kreis: 8 cm
kleine Kreise: 1 cm



Recherchiere: Was bedeutet das Zeichen Yin und Yang? Woher stammt es? Wähle eine vertrauenswürdige Quelle.

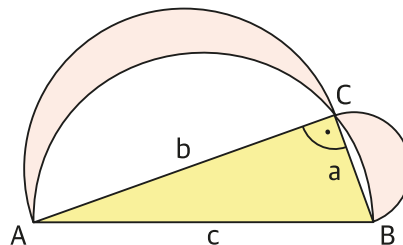


MP **511** Die Möndchen des Hippokrates



Die zwei Möndchen haben zusammen den gleichen Flächeninhalt wie das Dreieck.

- Berechne die Flächeninhalte für $a = 3$ cm, $b = 4$ cm und $c = 5$ cm und zeige damit, dass diese Aussage stimmt.
- Experimentiere in GeoGebra zu den Möndchen des Hippokrates.



→ Eine entsprechende Datei findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: G.

Ich sehe drei Halbkreise.



Nach wem sind die Möndchen des Hippokrates benannt? Suche Informationen zu Leben und Schaffen dieser Person. Wähle eine vertrauenswürdige Quelle.

G5 Gemischte Aufgaben

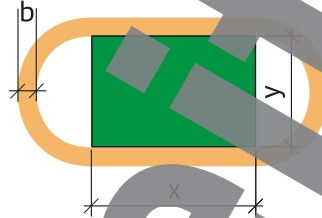
In diesen Aufgaben erkunden wir den Kreis und seine Teile sowie deren Anwendung in Alltagsgegenständen und geometrischen Formen unserer Umwelt.

MP RK 512 Eine Laufbahn führt um einen Fußballplatz.



Sie besteht aus zwei geraden Abschnitten, die durch Halbkreise verbunden sind. An der Innenseite ist die Laufbahn 400 m lang.

- Berechne die Länge der geraden Seite x , wenn $y = 55$ m ist.
- Berechne die Länge der Außenseite der Laufbahn, wenn $b = 8$ m ist.
- Berechne den Flächeninhalt der Laufbahn.



Die Leichtathletik-Laufbahn wird für verschiedene Laufdisziplinen genutzt. Auf dem geraden Teil werden kurze Sprints (z. B. 100-m-Lauf, 110-m-Hürdenlauf) ausgetragen. Bei langen Läufen (z. B. 400-m-Lauf, 800-m-Lauf) sind die Startblöcke wegen der gerundeten Bahn versetzt.

MP RK 513 Die Tanzfläche einer Disco wird mit Wachs eingelassen.

Der Radius der kreisförmigen Tanzfläche beträgt 4,5 Meter.

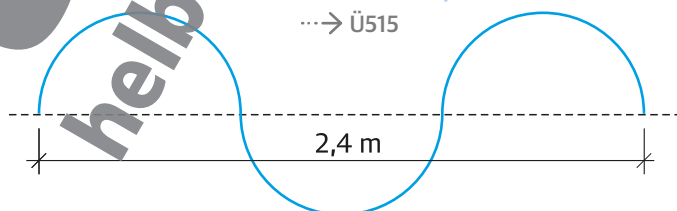
- Wie viele Quadratmeter hat die Tanzfläche?
- Wie viele Dosen Wachs muss man kaufen, wenn eine Dose für 5 m² Boden reicht?
- Wie viel kostet das Wachs, wenn eine Dose 24,90 € kostet?

MP RK 514 Die Firma Magic Mirror produziert verschiedene Spiegel.

Das Modell Schneewittchen ist kreisrund und hat einen Durchmesser von 21 cm.

- Berechne die Spiegelfläche in Quadratzentimetern.
- Welchen Durchmesser hätte ein runder Spiegel, dessen Spiegelfläche siebenmal so groß ist?

MP RK 515 Ein Seil wurde so auf den Boden gelegt, dass es drei Halbkreise bildet (siehe Skizze). Berechne die Länge des Seils.



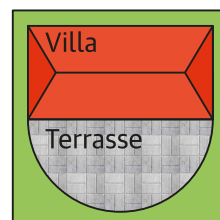
MP RK 516 In einem Park gibt es zwei verschiedene Blumenbeete.

Das rechteckige Beet misst 10 m × 2,5 m, das kreisrunde Beet hat einen Durchmesser von 6 Metern.

- Welches der beiden Beete ist größer?
- Beide Beete werden eingezäunt. Welches Beet braucht mehr Zaun?

MP RK 517 Eine Villa ist 25 m lang und 8 m breit. Ihre Terrasse ist halbkreisförmig (siehe Skizze).

→ Ü517



- Berechne den Flächeninhalt der Terrasse.
- Die Terrasse bekommt neue Steinplatten. Berechne den Preis für die Platten, wenn sie pro m² 49,90 € kosten.



Das Wiener Riesenrad

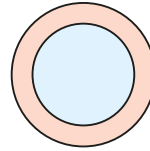
Das Wiener Riesenrad wurde 1897 zur Feier des 50. Thronjubiläums Kaiser Franz Josephs I. errichtet. Zur damaligen Zeit war es eines der größten Riesenräder der Welt.

MP RK 518 Eine Gondel am Wiener Riesenrad legt bei jeder Umdrehung 191,51 m zurück. Berechne den Durchmesser des Riesenrads.

→ Ü518

- MP RK 519 Um einen kreisrunden Teich mit einem Durchmesser von 6,5 m wird ein 1,5 m breiter Weg angelegt (siehe Skizze). Der Weg wird zu beiden Seiten mit Steinen eingefasst.

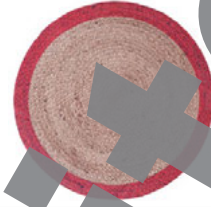
- Berechne den Flächeninhalt des Weges.
- Berechne die Länge der Einfassung.



...→ Ü519

- MP 520 Der braune Teil des abgebildeten Teppichs ist 2 m^2 groß.

- Welchen Flächeninhalt hat der rote Teil des Teppichs, wenn dieser 18 cm breit ist?
- Welchen Durchmesser hat der gesamte Teppich?



Da braucht man mehrere Rechenschritte.

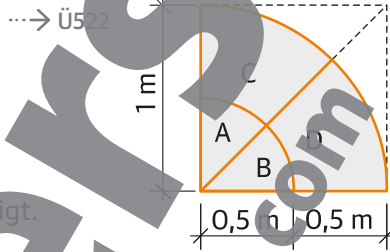


- MP 521 Wie viele volle Umdrehungen müssen die Räder der Fahrzeuge jeweils ...→ Ü521 machen, um eine Strecke von mindestens 10 Metern zurückzulegen?

- Fahrrad: $d = 56 \text{ cm}$
- Scooter: $d = 12 \text{ cm}$
- Rollstuhl: $d = 50 \text{ cm}$
- Einrad: $d = 41 \text{ cm}$

- MP 522 Das Fenster über einer Tür besteht aus vier einzelnen Scheiben A, B, C und D.

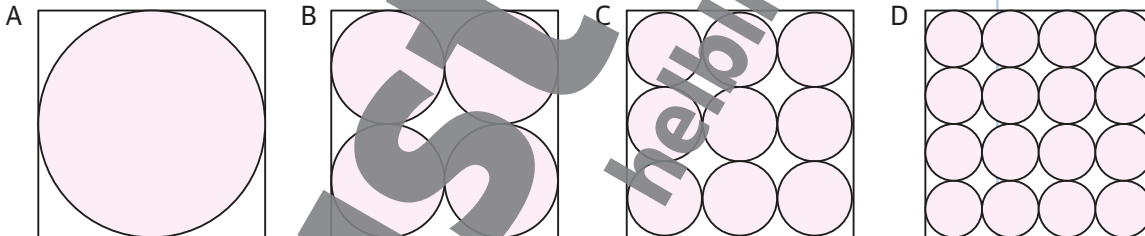
Das Fenster hat die Form eines Viertelkreises und ist 1 m breit sowie 1 m hoch (siehe Skizze). Berechne den Flächeninhalt jeder Scheibe, wenn man die Breite des Rahmens vernachlässigt.



...→ Ü522

- MP VB 523 In welchem dieser Quadrate ist die eingefärbte Fläche am größten? Begründe.

...→ Ü523



- MP DI 524 Der Minutenzeiger einer Kirchturmuhr ist 56 cm lang (gemessen vom Mittelpunkt der Uhr bis zum Rand).

- Wie lang ist der Weg, den die Spitze des Zeigers jeden Tag zurücklegt?
- Wie oft am Tag überholt der Minutenzeiger den Stundenzeiger? Erkläre deine Überlegungen.



- MP DI 525 Fermi-Aufgabe: Wie viele Menschen haben im Mittelkreis eines Fußballfeldes Platz?

- Löse die Aufgabe, indem du im ersten Schritt alle Zahlen, die du nicht kennst, mit dekadischen Einheiten (1, 10, 100, 1 000 ...) abschätzt.
- Versuche im zweiten Schritt, die Aufgabe genauer zu lösen.
- Vergleiche deine Überlegungen und Lösungen mit anderen.

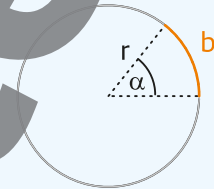
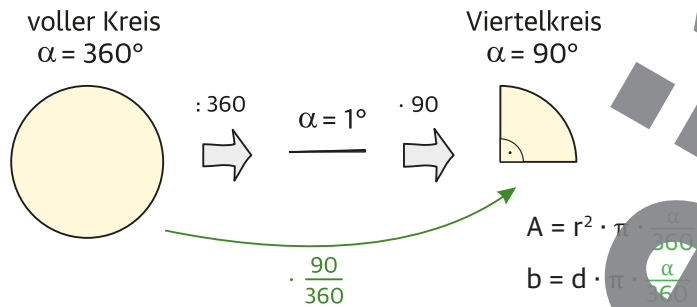


G6 Kreissektor



Ein **Kreissektor** ist ein Abschnitt eines Kreises, der von zwei Radien und dem dazwischenliegenden Kreisbogen begrenzt wird. Der **Zentriwinkel** α ist der Winkel zwischen den beiden Radien des Kreissektors und bestimmt die Größe des Sektors.

DI **526** Erkläre anhand der Skizze die Formeln für den Kreissektor A und den Kreisbogen b.



Flächeninhalt des Kreissektors

Je kleiner der Zentriwinkel α des Sektors ist, desto kleiner ist der Flächeninhalt des Kreissektors.

$$A_{\text{Sektor}} = A_{\text{Kreis}} \cdot \frac{\alpha}{360}$$

$$A_{\text{Sektor}} = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

Kreisbogen

Als Kreisbogen bezeichnet man einen Ausschnitt der Kreislinie.

$$b = u_{\text{Kreis}} \cdot \frac{\alpha}{360}$$

Umfang des Kreissektors

Der Umfang besteht aus dem Kreisbogen und zweimal dem Radius des Kreises.

$$u_{\text{Sektor}} = b + 2r$$

RK **527** Berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt des Kreissektors. → Ü527

B

$r = 62 \text{ mm}$

$A = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360} = 62^2 \cdot \pi \cdot \frac{35}{360}$

$A \approx 1174,08 \text{ mm}^2$

$b = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360} = 2 \cdot 62 \cdot \pi \cdot \frac{35}{360}$

$b \approx 37,87 \text{ mm}$

$u = 2 \cdot r + b \approx 2 \cdot 62 + 37,87$

$u \approx 161,87 \text{ mm}$

a) $r = 2,8 \text{ cm}$, $\alpha = 27^\circ$

b) $r = 52 \text{ mm}$, $\alpha = 23^\circ$

c) $r = 59 \text{ mm}$, $\alpha = 50^\circ$

d) $r = 1,4 \text{ cm}$, $\alpha = 165^\circ$

e) $r = 2 \text{ m}$, $\alpha = 325^\circ$

f) $r = 2,9 \text{ cm}$, $\alpha = 312^\circ$

RK **528** Der Radius eines Kreissektors beträgt 3,8 cm. Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Kreissektors, wenn sein Zentriwinkel a) 114° , b) 85° , c) 230° beträgt. → Ü528

RK **529** Der Flächeninhalt eines Kreissektors beträgt 25 cm^2 . Berechne den Radius des Kreissektors, wenn der Zentriwinkel a) $\alpha = 75^\circ$, b) $\alpha = 30^\circ$, c) $\alpha = 165^\circ$ beträgt. → Ü529

MP VB **530** Gleich lang → Ü530



Bei welchem Zentriwinkel α sind der Radius r und die Bogenlänge b eines Kreissektors gleich lang?
Tipp: Arbeite mit der Formel für den Kreisbogen.



CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

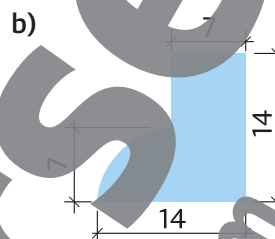
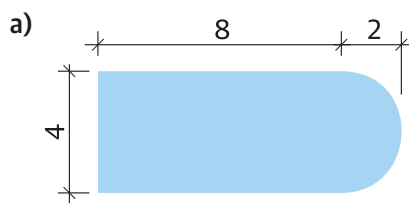
- RK 531 Ein kreisförmiger Teller hat einen Durchmesser von 12,6 cm.
Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Tellers.

- RK 532 Der Umfang eines Kreises beträgt 25 cm.
Berechne den Durchmesser und den Radius dieses Kreises.

- RK 533 Eine kreisförmige Tischplatte hat einen Flächeninhalt von $7\,240\text{ cm}^2$.
Berechne den Radius und den Durchmesser dieses Tisches.

- RK 534 Gegeben ist ein Viertelkreis mit Radius 6,4 m.
Berechne den Umfang und den Flächeninhalt dieses Viertelkreises.

- RK 535 Berechne jeweils den Flächeninhalt der Figur.
Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben.



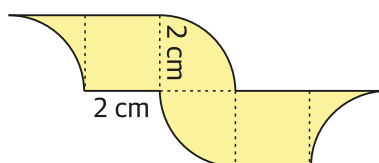
Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

- DI 536 Der Radius eines Kreises wird halbiert.
Wie ändert sich ... a) der Umfang b) der Flächeninhalt
dieses Kreises? Erkläre.

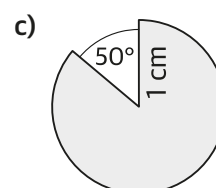
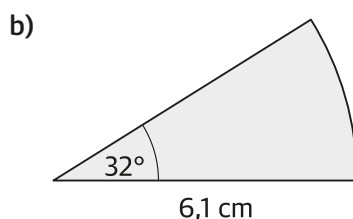
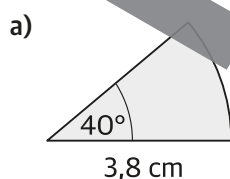
- RK 537 Die Standard-Pizza in Pietros Pizzeria hat den Durchmesser 20 cm.
Eine Double-Pizza hat den doppelten Flächeninhalt.
Berechne den Durchmesser einer Double-Pizza.

- MP RK 538 Ein Schild hat die Form eines Halbkreises mit Flächeninhalt $0,7\text{ m}^2$.
Berechne die Seitenlänge eines quadratischen Schildes,
dessen Umfang gleich groß ist wie der Umfang des halbkreisförmigen Schildes.

- MP RK 539 Berechne den Flächeninhalt der abgebildeten symmetrischen Figur.



- RK 540 Berechne jeweils Umfang und Flächeninhalt des Kreissektors.





Das Sammeln von Daten ist ein wichtiges Instrument, um mehr über unsere Umwelt herauszufinden. Seit 1967 erfasst der International Waterbird Census (IWC) weltweit die Bestände überwinternder Wasservögel – in Österreich werden die Zählungen von BirdLife Österreich organisiert. Die Daten zeigen dann, welche Vogelarten besonders bedroht sind, und man kann Naturschutzmaßnahmen gezielt planen.

MP 541 Vögel in Österreich



a) Der „Vogel des Jahres 2025“ ist die Krickente.

Suche nach diesem Vogel auf www.birdlife.at. Gilt dieser Vogel als bedroht?

b) Welcher Vogel ist heuer „Vogel des Jahres“?



c) Suche nach drei weiteren Vogelarten, die dich interessieren, und finde heraus, ob sie aktuell bedroht sind oder nicht.



In diesem Kapitel wiederholst du die wichtigsten Kenngrößen, um Daten zu beschreiben, zum Beispiel den Mittelwert.

Du gibst Häufigkeiten mit absoluten Zahlen und auch in Prozent an und stellst sie in Diagrammen dar. Schließlich lernst du Kreuztabellen kennen, die dir dabei helfen können, Zusammenhänge in Daten zu entdecken.



WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Statistische Kenngrößen

Wie gut kannst du das noch?



DI 542 Was bedeuten die Fachbegriffe?

Ordne die Beschreibungen richtig zu.

Fachbegriff	Beschreibung
Maximum	A kleinster Wert
Minimum	B größter Wert
Spannweite	C Durchschnittswert
Mittelwert	D Differenz zwischen größtem und kleinstem Wert

DI 543 Kreuze an: Wahr oder falsch?

Die Aussagen beziehen sich auf die folgende Datenreihe: 1 | 2 | 3 | 2 | 1

	wahr	falsch
a) Das Minimum der Datenreihe ist 1.	☐	☐
b) Der Mittelwert der Datenreihe ist 3.	☐	☐
c) Die Datenreihe besteht aus 5 Zahlen.	☐	☐
d) Die Spannweite der Datenreihe beträgt 2.	☐	☐

DI 544 Wie geht der Satz weiter? Kreuze an.

Je größer die Spannweite einer Datenreihe ist, ...

- ☐ desto weiter liegen die Zahlen auseinander.
☐ desto näher liegen die Zahlen beisammen.

Prozentrechnung

Wie gut kannst du das noch?



RK 545 Berechne die Prozentanteile im Kopf.

- a) 10 % von 420 = _____ b) 20 % von 60 = _____ c) 1 % von 690 = _____

RK 546 Berechne jeweils den Prozentsatz.

8 von 16
$p = \frac{A}{G} \cdot 100 = \frac{8}{16} \cdot 100 = 50\%$

- a) 10 von 50
b) 7 von 40
c) 13,8 von 150

Formel: $p = \frac{A}{G} \cdot 100$
p ... Prozentsatz
A ... Anteil
G ... Grundwert



H1 Statistische Kenngrößen



Daten sind Werte (Zahlen, Merkmale ...), die zu einem Thema gesammelt wurden. Mit **Kenngrößen** wie dem Mittelwert oder der Spannweite kann man Aussagen über Daten treffen.

DI VB 547 Durchschnittsgröße



In einer Schulklasse mit 25 Schülerinnen und Schülern beträgt die Durchschnittsgröße (Mittelwert $\bar{x}$) 160 cm.

a) Wahr oder falsch? Kreuze an und begründe jeweils deine Entscheidung.

Aussage	wahr	falsch
(1) Falls jemand in dieser Klasse 161 cm groß ist, muss es auch jemanden geben, der 159 cm groß ist.	☐	☐
(2) Die meisten Kinder müssen 160 cm groß sein.	☐	☐
(3) Die Hälfte der Kinder muss kleiner als 160 cm sein, die andere Hälfte größer.	☐	☐
(4) Stellt man die Kinder in einer Reihe der Größe nach auf, ist das mittlere genau 160 cm groß.	☐	☐

b) Welche der Aussagen würden stimmen, wenn der Median $z = 160$ cm wäre?

DI VB 548 „Nicht jede Datenreihe besitzt einen eindeutigen Modalwert.“



Erkläre, was diese Aussage bedeutet. Gib dann ein Beispiel einer Datenreihe an, die mehrere Modalwerte besitzt.

RK 549 Bestimme die statistischen Kenngrößen.

... → Ü549

B Datenreihe: 8 | 3 | 9 | 4

Kenngrößen:	Minimum	Maximum	Spannweite	Mittelwert
	3	9	6	6

a) Datenreihe: 6 | 8 | 15 | 20 | 4

Kenngrößen:	Minimum	Maximum	Spannweite	Mittelwert

b) Datenreihe: 0 | -2 | -8 | 13 | -4 | 13 | 2 | 10

Kenngrößen:	Minimum	Maximum	Spannweite	Mittelwert

c) Datenreihe: 3,7 | 1,5 | 5,2 | 3,4

Kenngrößen:	Minimum	Maximum	Spannweite	Mittelwert

RK 550 Bestimme jeweils den Mittelwert, den Median und den Modalwert der angegebenen Datenreihe.

... → Ü550

a) 1 | 2 | 2 | 3 | 4

d) -2 | 1 | 4

b) 7 | 7 | 9 | 10 | 11 | 13

e) -9 | -6 | -15 | 5 | 20

c) 3,32 | 3,35 | 3,42 | 3,60 | 3,95 | 4,05

f) 3 | -7 | 10 | 16 | -2

⊕ Erfinde selbst drei Datenreihen und bestimme jeweils die Kenngrößen.

Wichtige Kenngrößen einer Datenreihe

Folgende Kenngrößen können auf unterschiedliche Weise einen Eindruck davon geben, bei welchem Wert sich ein großer Teil der Daten befindet:

1) Mittelwert $\bar{x}$

= der Durchschnittswert, also die Summe aller Werte dividiert durch die Anzahl der Werte

2) Median z

= der Zentralwert, also die mittlere Zahl, wenn man alle Werte der Größe nach sortiert (bei gerader Anzahl von Daten der Mittelwert der beiden mittleren Zahlen)

3) Modus m

= der Modalwert, also der Wert, der am häufigsten vorkommt

Beispiel:

Werte: 2 | 7 | 8 | 9 | 9

$$\bar{x} = \frac{2 + 7 + 8 + 9 + 9}{5} = 7$$

$$z = 8$$

$$m = 9$$

MP 551 Tabellenkalkulationsprogramm



Erstelle eine Tabelle, wie rechts dargestellt.
Verwende folgende Funktionen: ZUFALLSBEREICH,
MITTELWERT, MEDIAN, MODALWERT, MAX, MIN
→ Diese Datei findest du in der e-zone, PLUS! Band 4,
Technologie: H.

	A	B	C	D	E	F
2	Datenreihe:	31	31	37	27	50
3						
4	Mittelwert:	35,2				
5	Median:	31				
6	Modus:	31				
7	Spannweite:	19				

MP RK 552 In einer Stadt wird an zehn aufeinanderfolgenden Tagen gemessen, wie viel °C die Lufttemperatur am Nachmittag beträgt.



Tipp: Diese Aufgabe kannst du auch mit einer Tabellenkalkulation lösen.

18,5 | 20,2 | 19,8 | 21,0 | 22,3 | 19,1 | 18,9 | 20,2 | 21,7 | 19,5

- Wie hoch ist die durchschnittliche Lufttemperatur?
- Wie groß ist der Unterschied zwischen höchster und niedrigster Temperatur?
- Welche Temperatur liegt genau in der Mitte, wenn du alle Werte der Größe nach ordnest?
- Welcher Wert ist der häufigste?

⊕ Führe selbst Messungen der Lufttemperatur durch und beantworte die Fragen a)-d) für deine Daten.

MP RK 553 Eine Sportlehrerin misst die Weitsprung-Ergebnisse von dreizehn Schülerinnen (Längen in Metern).



Tipp: Diese Aufgabe kannst du auch mit einer Tabellenkalkulation lösen.

3,25 | 2,80 | 3,10 | 3,45 | 2,90 | 3,05 | 3,60 | 3,10 | 2,95 | 3,30 | 3,20 | 3,50 | 3,15

- Wie groß ist die durchschnittliche Sprungweite?
- Wie groß ist der Unterschied zwischen kleinster und größter Sprungweite?
- Welche Sprungweite liegt genau in der Mitte, wenn du alle Werte der Größe nach ordnest?
- Welcher Wert ist der häufigste?

⊕ Führe selbst Messungen beim Weitsprung in deiner Klasse durch und beantworte die Fragen a)-d) für deine Daten.

MP VB 554 Peter hat eine Datenreihe mit vier Zahlen aufgeschrieben. Er sagt: „Das Maximum ist 35, die Spannweite beträgt 7.“



- Kann man aus dieser Aussage das Minimum herleiten? Wenn ja, bestimme es. Wenn nein, begründe, warum nicht.
- Kann man aus dieser Aussage den Mittelwert herleiten? Wenn ja, bestimme ihn. Wenn nein, begründe, warum nicht.

MP VB 555 Finde eine Datenreihe, bei der der Mittelwert besser als der Median wiedergibt, wo sich ein großer Teil der Daten befindet. Erkläre.

MP VB 556 Fünf Zahlen



- Denk dir eine Datenreihe mit fünf unterschiedlichen Zahlen aus, deren Mittelwert gleich 10 ist. _____
- Wie ändert sich der Mittelwert deiner Datenreihe aus a), wenn du jede der Zahlen mit 3 multiplizierst? Begründe, ohne zu rechnen.
- Denk dir eine weitere Datenreihe mit fünf unterschiedlichen Zahlen aus. Der Mittelwert soll wieder 10 sein, der Median soll 9 sein. _____

Daten und Statistik im Alltag

Statistik spielt in vielen Bereichen und Berufsfeldern eine große Rolle, etwa in der Wirtschaft, dem Gesundheitswesen oder der Politik. Das Sammeln und die Analyse von Daten sind wichtige Grundlagen, um Abläufe zu optimieren oder Entscheidungen zu treffen.

Datenanalysten z. B. werten Daten aus, um daraus Empfehlungen für ein Unternehmen herzuleiten. Risiko- und Finanzanalysten bestimmen auf Basis von Finanzdaten Trends und Risiken. In der Marktforschung werden mit Hilfe von Daten aus Umfragen Kunden-vorlieben ermittelt. Medizinisches Fachpersonal untersucht in klinischen Studien anhand von Daten die Wirksamkeit und Verträglichkeit von Medikamenten.

H2 Absolute und relative Häufigkeit



Die **absolute Häufigkeit** gibt an, wie oft ein bestimmtes Merkmal tatsächlich auftritt. Die **relative Häufigkeit** beschreibt, wie groß dessen Anteil an der Gesamtzahl aller Beobachtungen ist.

MP
RK
DI

557



Bei einer Umfrage haben 2 010 Personen angegeben, welche Maßnahmen sie selbst (sehr) häufig setzen, um die Umwelt zu schützen.

Quelle: IMAS 2021, gerundete Zahlen

a) Berechne jeweils den relativen Anteil in Prozent.

	absoluter Anteil	relativer Anteil
Trennung und Sortierung von Abfall	1 648	82 %
Stromverbrauch reduzieren	1 266	
Nutzung öffentlicher Verkehrsmittel	945	
auf Fleisch verzichten	603	

b) Kreuze an: Wahr oder falsch?

	wahr	falsch
Mehr als drei Viertel trennen den Müll.	☐	☐
Gut die Hälfte nutzt öffentliche Verkehrsmittel.	☐	☐
Rund ein Drittel verzichtet auf Fleisch.	☐	☐
Drei Viertel reduzieren den Stromverbrauch.	☐	☐



c) Macht zu den oben angegebenen Umweltschutzmaßnahmen eine Umfrage in eurer Klasse und haltet die Ergebnisse in einer Tabelle fest. Fallen euch weitere Maßnahmen ein, die ihr im Alltag umsetzen könnt?

DI

558

Lies die Aussagen und kreuze jeweils an, ob es sich bei der Angabe um eine absolute oder um eine relative Häufigkeit handelt. ...→ Ü558

	Aussage	absolut	relativ
a)	Toni hat Körbe geworfen. 12-mal hat er getroffen.	☐	☐
b)	75 % aller Mädchen einer Schule gaben an, gerne Sport zu treiben.	☐	☐
c)	Die Hälfte aller Kinder unserer Klasse hat Geschwister.	☐	☐
d)	3 Sessel unserer Klasse sind kaputt.	☐	☐

MP
RK

559

Die Tabelle zeigt Ergebnisse der EU-Wahl 2024 für Wählerinnen und Wähler bis 29 Jahre. Quelle: ORF/FORESIGHT/ISA

Insgesamt wurden 145 Personen zu ihrer Wahl befragt. Berechne jeweils den relativen Anteil der Stimmen in ganzen Prozent.

	Partei	Stimmen
B	DNA	4
a)	ÖVP	29
b)	FPÖ	28
c)	Grüne	17

DNA:

$$p = \frac{4}{145} \cdot 100 \approx \underline{3\%}$$

Rechne immer:
absolute Häufigkeit
durch Gesamtanzahl,
mal hundert.



Wofür stehen die Abkürzungen der Parteinamen jeweils?



Absolute Häufigkeit

Bei der absoluten Häufigkeit kennen wir die genaue Anzahl. Das Verhältnis dieser Anzahl zur Gesamtanzahl lässt sich daraus nicht direkt ablesen.

Beispiel:
In einer Mannschaft sind 5 Mädchen.

Relative Häufigkeit

Die relative Häufigkeit sagt aus, welchen Anteil etwas an der Gesamtheit ausmacht. Die genaue Anzahl ist daraus nicht direkt ersichtlich.

Beispiel:
In einer Mannschaft sind 80 % Mädchen.

Zusammenhang von absoluter und relativer Häufigkeit

$$p = \frac{A}{G} \cdot 100$$

G ... Gesamtanzahl
p ... relative Häufigkeit in % (Prozentsatz)
A ... absolute Häufigkeit (Anteil)

Diese Formel kennst du auch von der Prozentrechnung.

- MP RK **560** Die Tabelle zeigt die Ergebnisse einer Umfrage:
300 Schülerinnen und Schüler wurden am Ende der 4. Klasse befragt,
welche Schultypen sie für ihre weitere Ausbildung in Betracht ziehen.

Quelle: STATISTIK AUSTRIA, Schuljahr 2023/24, gerundete Zahlen

Allgemeinbildende höhere Schule (AHS)	21 %
Berufsschule in Kombination mit einer Lehre	27 %
Technisch-gewerbliche Schule	17 %
Kaufmännische Schule	11 %
Wirtschaftsberufliche Schule	7 %
Land- und forstwirtschaftliche Schule	4 %
Sozialberufliche, Pädagogische oder Schule im Gesundheitswesen	8 %

Berechne für jeden Schultyp, wie viele der Befragten ihn in Betracht ziehen. Gibt es einen Schultypen, der mehr als ein Drittel der Befragten interessiert?

B AHS: $300 \cdot \frac{21}{100} = 63$
Es sind 63 Personen.

- ⊕ Führe die Umfrage in deiner Klasse durch und halte die absoluten und relativen Häufigkeiten in einer Tabelle fest.

- RK **561** Berechne jeweils die absolute Häufigkeit. ...→ Ü561

- a) Gesamtanzahl = 300; relative Häufigkeit = 38 %
b) Gesamtanzahl = 450; relative Häufigkeit = 24 %
c) Gesamtanzahl = 1 200; relative Häufigkeit = 16 %
d) Gesamtanzahl = 750; relative Häufigkeit = 60 %

- RK **562** Ergänze die fehlenden Zahlen in der Tabelle. ...→ Ü562

	B	a)	b)	c)	d)
Gesamtanzahl:	200	300	160	4 200	
Anteil absolut:	100	60			54
Anteil relativ:	50 %		15 %	38 %	30 %

- RK **563** Bei einer Umfrage gaben 162 Personen an, dass sie alleine leben. Das entsprach 18 % der Befragten. Wie viele Personen wurden befragt?

- RK **564** Bei einer Verkehrskontrolle wurden bei rund 5 % der Autos Mängel festgestellt. Das waren 16 Fahrzeuge. Wie viele Autos wurden kontrolliert? ...→ Ü564

- MP VB **565** Die 4. Klassen der Bergschule und der Dorfschule haben bei einem Umweltquiz mitgemacht. ...→ Ü565



Aus der Bergschule haben 125 Jugendliche das Quiz bestanden, aus der Dorfschule waren es 242 Jugendliche. Welche der beiden Schulen war besser auf das Quiz vorbereitet? Begründe deine Entscheidung.

- VB **566** Was ist mehr? 10 Äpfel oder 10 % der Äpfel? Kann man diese Frage eindeutig beantworten? Begründe deine Entscheidung.



Wohin mit 14?

Nach der 4. Klasse kannst du eine Lehre beginnen oder eine weiterführende Schule besuchen. Die AHS bereitet dich auf die Matura und ein späteres Studium vor, die berufsbildenden Schulen legen ihren Schwerpunkt auf einen bestimmten Fachbereich. Welcher Ausbildungsweg zu dir passt, kannst du auf ausbildungskompass.at herausfinden. Mit karrierekompass.at/deine_interessen findest du Lehrberufe zu deinen Interessen.



Gertrude Mary Cox
(1900–1978)

Die amerikanische Mathematikerin beschäftigte sich mit experimenteller Statistik und Versuchsplanung. Sie gilt als „First Lady der Statistik“ und war die erste Frau, die in das International Statistical Institute aufgenommen wurde.

H3 Säulen- und Balkendiagramme



Säulen- und Balkendiagramme eignen sich besonders gut zur Darstellung von Häufigkeiten. Dabei bilden senkrechte Rechtecke in einem Diagramm Säulen, waagrechte Rechtecke hingegen Balken.

MP
DI
VB

567

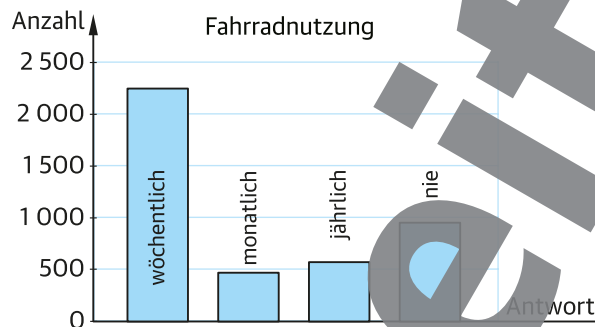
Wie oft nutzen Sie das Fahrrad für Ihren Weg zu Arbeit, Schule oder Ausbildung?

Quelle: VCÖ, 2024



Das Diagramm zeigt die absolute Häufigkeit der Antworten zu dieser Umfrage. Was kann man aus den Daten ablesen? Kreuze an und begründe.

- ☐ Eine klare Mehrheit nutzt das Rad oft.
- ☐ Eine klare Mehrheit nutzt das Rad nie.
- ☐ Die Antworten gehen stark auseinander.



Radfahren im Alltag

Mit dem Rad zur Schule zu fahren, fördert die Aufnahmebereitschaft und Konzentrationsfähigkeit. Es hält fit und gesund und spart vielleicht sogar Zeit. Nicht zuletzt ist das Radfahren klimafreundlich und trägt zu sauberer Luft und reduziertem Lärm bei.

MP
DI

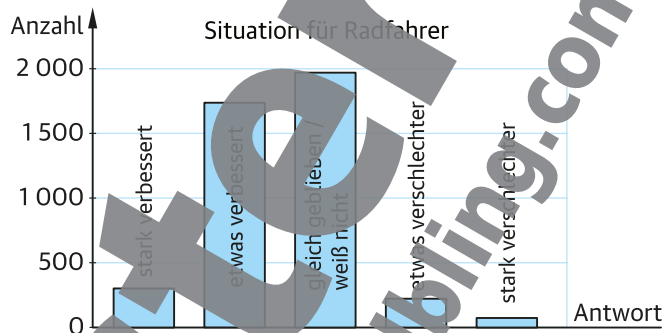
568

Wie hat sich in den vergangenen Jahren die Situation für das Radfahren in Ihrem Wohnort verändert?

Quelle: VCÖ



Das Diagramm zeigt die Antworten dieser Umfrage im Jahr 2024. Formuliere drei Aussagen, die man aus dem Diagramm ablesen kann.

MP
DI
VB

569

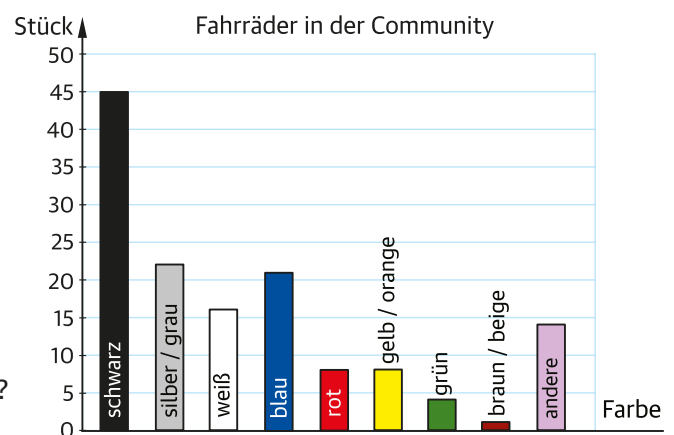
Auf Radforum.de wurde gefragt, welche Farben die Fahrer in der Community haben. Das Diagramm zeigt die Ergebnisse der Umfrage. ...→ Ü569

Quelle: Forumhelden, Stand April 2025



a) Vervollständige die Tabelle mit Hilfe des Diagramms.

Farbe:	schwarz	silber/grau		weiß	blau
Stück:					
Farbe:	rot	gelb/ orange	grün	braun/ beige	andere
Stück:					



b) Welche Farbe ist in der Community am beliebtesten?

c) Kaja behauptet:

„Blau ist eine unbeliebte Fahrradfarbe.“

Passt diese Behauptung zu den Daten im Diagramm? Begründe.

d) Was kann man über die Beliebtheit von braunen und grünen Fahrrädern sagen, wenn man das Diagramm betrachtet?

MP
RK
DI

570

Die Tabelle zeigt die Stückzahlen des Fahrradzubehörs, das von Mike's Bikes in der letzten Woche verkauft wurde.

→ Ü570

Helm	Sattel	Ständer	Klingel	Korb
60	0	25	45	15

- Stell die Zahlen in einem passenden Säulendiagramm dar.
- Was kann man an den Verkaufszahlen ablesen? Formuliere drei Aussagen.



MP
RK
DI

571

Die Tabelle zeigt die Anzahl der Fahrräder, die sich 2023 in Österreich besonders gut verkauft haben, geordnet nach Typ.

→ Ü571

Quelle: VSSÖ

Typ:	Faltrad	Transportfahrrad	Rennrad	Gravel-Bike
Stück:	8 027	5 060	12 377	15 918
Prozent:				

- Ergänze für jeden Typen den relativen Anteil an den verkauften Fahrrädern, gerundet auf ganze Prozent.
- Stell die Prozentzahlen in einem passenden Säulendiagramm dar.
- Was kann man an den absoluten oder relativen Verkaufszahlen ablesen? Formuliere drei Aussagen.

MP
RK
DI

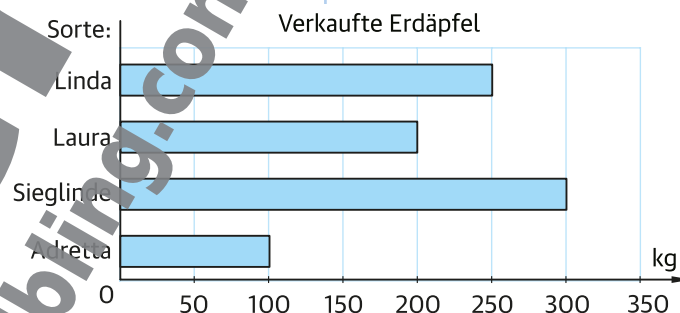
572

Das Balkendiagramm zeigt, wie viele Erdäpfel jeder Sorte vom Hubergut im letzten Monat verkauft wurden.

→ Ü572

- Vervollständige die Tabelle mit Hilfe des Diagramms.

Sorte:	Linda			
verkaufte Menge:	250 kg			



- Von welcher Sorte wurde am meisten verkauft?
- Ergänze den Satz: „Es wurden dreimal so viele ...“

MP
RK
DI

573

Die Tabelle zeigt die Zahl der Regentage in Tirol über eine Zeitspanne von 5 Jahren.

→ Ü573

Quelle: CCCA, Klimastatusberichte Österreich 2019-2023

2019	2020	2021	2022	2023
139	100	110	111	128

- Stell die Zahlen in einem Balkendiagramm dar.
- Berechne die durchschnittliche Zahl der Regentage pro Jahr in Tirol und zeichne sie als senkrechte Linie in deinem Diagramm ein.
- Vergleiche deinen Wert aus b) mit dem langjährigen Mittel für die Jahre 1961-1990 von 118,5 Regentagen pro Jahr.

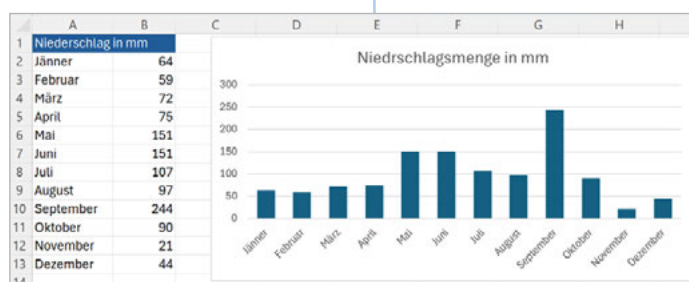
MP
RK
DI

574

Tabellenkalkulationsprogramm

Erstelle Säulen- und Balkendiagramme, indem du unter „Einfügen“ den passenden Diagrammtypen wählst. Verwende die Niederschlagsdaten aus dem aktuellen Klimastatusbericht auf klimafonds.gv.at.

→ Diese Datei findest du in der e-zone, PLUS! Band 4, Technologie: H.



H4 Kreisdiagramme

Kreisdiagramme eignen sich besonders gut, um relative Häufigkeiten als Anteile eines Ganzen darzustellen. Die Größe eines Kreissektors entspricht dabei dem prozentualen Anteil des zugehörigen Merkmals. Ein voller Kreis entspricht 100 %, ein halber Kreis 50 % und so weiter.

MP
DI

575

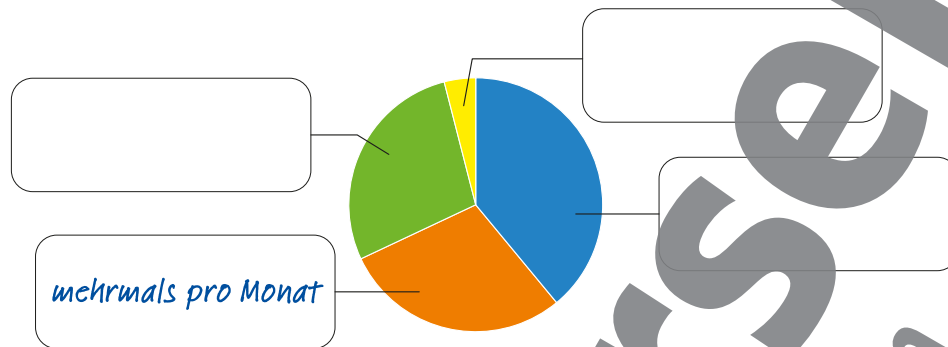
Wie häufig nutzt du künstliche Intelligenz (KI) beim Lernen oder in der Schule?



Auf diese Frage antworteten die befragten Personen wie folgt:
39 % mehrmals pro Woche, 29 % mehrmals pro Monat, 28 % seltener, 5 % nie

Quelle: Vodafone Stiftung Deutschland gGmbH, 2024

a) Beschrifte das zugehörige Kreisdiagramm.



b) Kreuze an: wahr oder falsch?

		wahr	falsch
(1)	Mehr als die Hälfte der Befragten nutzt KI wöchentlich.	☐	☐
(2)	Gut ein Fünftel der Befragten verwendet nie KI.	☐	☐
(3)	Etwa zwei Drittel nutzen KI öfter als einmal im Monat.	☐	☐



c) Macht diese Umfrage in eurer Klasse und stellt die Ergebnisse in einem Kreisdiagramm dar.

MP
DI

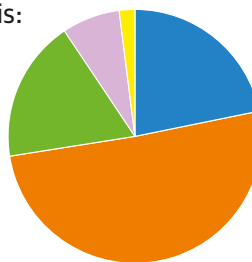
576

Zukünftige Auswirkungen des Klimawandels auf die Region

Quelle: Klima- und Energiefonds, Umweltbundesamt GmbH, 2023, ungefähre Zahlen

Eine Befragung von ca. 18 000 Österreicherinnen und Österreichern brachte folgendes Ergebnis:

- A 22%: nur negativ
- B 51%: mehr negativ
- C 18%: bleibt gleich
- D 7%: mehr positiv
- E 2%: nur positiv



a) Beschrifte die entsprechenden Anteile im Kreisdiagramm mit den zugehörigen Buchstaben.

b) Kreuze an: wahr oder falsch?

		wahr	falsch
(1)	Knapp die Hälfte der Befragten erwartet keine negativen Auswirkungen durch den Klimawandel.	☐	☐
(2)	Ein Großteil der Befragten befürchtet negative Folgen.	☐	☐
(3)	Etwa jeder Zwanzigste denkt, in Zukunft bleibt alles gleich.	☐	☐
(4)	Jeder Fünfzigste erwartet nur positive Auswirkungen.	☐	☐
(5)	Fast ein Viertel der Befragten sieht die Zukunft nur negativ.	☐	☐

Kreisdiagramme erstellen

1. Relative Häufigkeiten

Zuerst musst du alle Anteile in Prozent (prozentuelle Häufigkeit) kennen.

2. Berechnung des Winkels

Jeder Anteil wird durch einen Kreissektor dargestellt. Je mehr Prozent ein Anteil hat, desto größer ist der Winkel des Kreissektors.

$$100\% \triangleq 360^\circ$$

$$1\% \triangleq 3,6^\circ$$

Beispiel:

relativer Anteil: 17 %
Winkel:

$$17 \cdot 3,6^\circ = 61,2^\circ \approx 61^\circ$$



Unwetter

In den letzten Jahren haben Hochwasser verursachende Unwetter aufgrund des Klimawandels deutlich zugenommen, was schwerwiegende Folgen für Mensch und Umwelt mit sich bringt.

MP
RK
DI

577 Wie siehst du die derzeitige Situation in der Welt (Klima, Kriege ...)? ...→ Ü577

Quelle: ORF, 2025

Eine Befragung von österreichischen Jugendlichen zwischen 16 und 17 Jahren brachte folgendes Ergebnis:

- A** 56 %: macht mir Angst
- B** 35 %: war immer so, wird schon irgendwie weitergehen
- C** 9 %: beschäftigt mich nicht wirklich

- a) Wie viel Prozent der Befragten beschäftigt die derzeitige Weltsituation nicht oder glaubt, dass es schon irgendwie gutgehen wird?
- b) Stell die Ergebnisse der Umfrage in einem Kreisdiagramm dar.



Macht diese Umfrage in eurer Klasse und sprecht über die Ergebnisse und eure Sorgen.

MP
RK
DI

578 Wie stark fühlst du dich durch das belastet, was in der Schule von dir verlangt wird? ...→ Ü578

Quelle: WHO-HBSC-Survey 2021/22. BMSGPK, 2023, ungefähre Zahlen

Eine Befragung von knapp 2 500 österreichischen SchülerInnen und Schülern der 9. Schulstufe brachte folgendes Ergebnis:

- A** 13 %: überhaupt nicht
- B** 50 %: ein bisschen
- C** 24 %: ziemlich stark
- D** Rest: sehr stark

- a) Stell die Ergebnisse der Umfrage in einem Kreisdiagramm dar.
- b) Beschreibe die Ergebnisse der Umfrage in drei bis fünf Sätzen.

MP
RK
DI

579 Kosten für Haustiere in Österreich

Quelle: Spectra, 2022

Eine österreichweite Befragung zum Thema „Welche Kosten fallen pro Monat für Ihr Haustier an?“ erbrachte folgende Ergebnisse:

17 % bis zu 50 €; 23 % zwischen 50 € und 100 €; 31 % mehr als 100 €; Rest: kann ich nicht sagen

- a) Wie viel Prozent der Haushalte geben weniger als 100 € aus?
- b) Stell die Ergebnisse der Umfrage in einem Kreisdiagramm dar.

MP
RK
DI

580 Die Tabelle zeigt das Ergebnis einer Umfrage an der Nordschule. ...→ Ü580

Frage: „Wie viele Haustiere leben in deinem Haushalt?“

Antwort:	keine	1 Tier	2 Tiere	3 Tiere	mehr
Kinder:	105	72	60	23	5

- a) Stell die Zahlen in einem Kreisdiagramm dar.
- b) Beschreibe die Ergebnisse der Umfrage in drei bis fünf Sätzen.
- c) Verwende ein Tabellenkalkulationsprogramm und erstelle ein Kreisdiagramm zu den Werten der Tabelle, indem du unter „Einfügen“ den passenden Diagrammtypen wählst.
- d) Mach selbst eine Umfrage in deiner Klasse oder Schule und stell die Ergebnisse sowohl in einer Tabelle als auch in einem Kreisdiagramm dar.

Tipp: Verwende auch hierzu ein Tabellenkalkulationsprogramm.



Psychosoziale Gesundheit

Psychosoziale Gesundheit (Mental Health) bedeutet, sich wohlfühlen und mit dem Leben gut zurechtzukommen. Besonders wichtig ist dabei der Austausch in Familien und Freundschaften. Wenn du dich durch weltweite Krisen oder Probleme in der Schule belastet fühlst, kannst du dich mit deinen Sorgen auch an die Schulpsychologie wenden. Hilfe bieten zudem Beratungshotlines wie Rat auf Draht 147.

H5 Kreuztabellen

 **Kreuztabellen** sind Tabellen, in denen **Daten zu zwei Merkmalen kombiniert** dargestellt werden. Mit einer Kreuztabelle kann untersucht werden, ob es einen Zusammenhang zwischen ihnen geben könnte.

MP RK DI 581 Vorübung zu Kreuztabellen



- a) Ergänze die Zahlen in den gelben Feldern der Kreuztabelle. Erkläre für jede Zahl in einem gelben Feld, was sie bedeutet.

	Klasse 4a	Klasse 4b	gesamt
trägt keine Brille	20	10	
trägt eine Brille	5	10	
gesamt	25		

$$20 : 5 = 25$$

In den restlichen Spalten und Zeilen rechne ich genauso.



$$20 : 25 = 0,8$$

Das entspricht 80 %.

In den restlichen Spalten rechne ich genauso.

- b) Berechne in jeder Spalte die relativen Anteile passend zu den Zahlen aus a) und trage sie in folgender Kreuztabelle ein. Erkläre für jede Zahl in einem grünen Feld, was sie bedeutet.

	Klasse 4a	Klasse 4b	gesamt
trägt keine Brille	80 %		
trägt eine Brille			
gesamt	100 %	100 %	100 %

- c) Was lässt sich über die Verteilung von Personen mit und ohne Brille in den beiden Klassen sagen?

MP RK DI VB 582 Schlaf und Erfolg in der Schule



Schülerinnen und Schüler wurden gefragt, wie sie die letzten Nächte vor einer Mathematik-Schularbeit geschlafen haben. Außerdem wurden ihre Noten bei dieser Schularbeit erfasst.

- a) Ergänze die Gesamtanzahlen in den leeren Feldern der Kreuztabelle.

	gut geschlafen	schlecht geschlafen	gesamt
Note 1-3	121	75	
Note 4-5	23	18	
gesamt			

- b) Berechne in jeder Spalte die relativen Anteile in Prozent und trage sie in folgender Kreuztabelle ein. Runde auf ganze Prozentzahlen.

	gut geschlafen	schlecht geschlafen	gesamt
Note 1-3	84 %		
Note 4-5			
gesamt			

- c) Wie viel Prozent der Personen, die (1) gut geschlafen haben, (2) schlecht geschlafen haben, hatten eine Note von 4 bis 5?
 d) Vergleiche die Werte aus c) und begründe:
 Hängen Schlafqualität und die Leistungsfähigkeit zusammen?
 Kann man aus den Zahlen eine Einschätzung ableiten?

Muster erkennen

In der Mathematik beschreibt man Zusammenhänge zwischen Dingen in der Welt oft als „Muster“, um sie systematisch zu erfassen und Vorhersagen zu treffen.

Vorsicht!

Muster in Zahlen zeigen uns nur die Möglichkeit an, dass ein Zusammenhang bestehen kann. Ein Beweis für einen Zusammenhang sind sie aber nicht!



→ Eine Datei + Arbeitsblatt zu Kreuztabellen findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: H.

MP
RK
DI

583

Wie zufrieden bist du mit deiner Wohnsituation?

Quelle: ORF, 2025

Die Tabelle zeigt die Ergebnisse der Ö3-Jugendstudie 2025 unter 24 000 Personen zwischen 16 und 25 Jahren.

Alter:	16-17 Jahre	18-25 Jahre	gesamt
sehr	71%		57%
ziemlich		35%	32%
wenig	5%	10%	
gar nicht	1%	2%	2%
gesamt	100%		

- Ergänze die fehlenden Zahlen in der Kreuztabelle.
- Was kannst du aus den Daten ablesen? Findest du Tendenzen?

Viele Daten, wenige Daten

Je mehr Daten man zu einem Thema gesammelt hat, desto sicherer sind Tendenzen und Aussagen, die man daraus ableiten kann.

MP
RK
DI

584

Vertraust du den Religionsgemeinschaften?

Quelle: ORF, 2025

Die Tabelle zeigt die Ergebnisse der Ö3-Jugendstudie 2025 unter 24 000 Personen zwischen 16 und 25 Jahren für die Altersgruppe der 16- bis 17-Jährigen.

Geschlecht:	männlich	weiblich	divers	gesamt
sehr / ziemlich	52%		23%	
wenig / gar nicht		55%		51%
gesamt	100%			

- Ergänze die fehlenden Zahlen in der Kreuztabelle.
- Was kannst du aus den Daten ablesen? Findest du Tendenzen?

MP
RK
DI

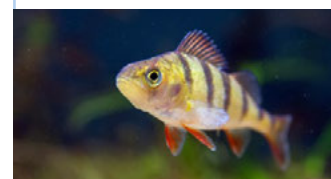
585

Barsche und Aale

Biologinnen und Biologen untersuchen, ob sich Barsche und Aale in einem See unterschiedlich verteilen. Dafür setzen sie spezielle Unterwasserkameras und Echolot-Messungen ein. Sie dokumentieren, wo sich 20 markierte Fische aufhalten: eher im Flachwasser (bis 3 m) oder im Tiefwasser (tiefer als 3 m).

Fisch	Barsch/ Aal	flach/ tief	Fisch	Barsch/ Aal	flach/ tief	Fisch	Barsch/ Aal	flach/ tief
#1	B	F	#8	B	T	#15	B	F
#2	A	T	#9	A	T	#16	A	T
#3	B	T	#10	A	T	#17	B	F
#4	B	F	#11	B	F	#18	A	T
#5	A	F	#12	A	T	#19	A	T
#6	A	T	#13	B	F	#20	B	F
#7	B	F	#14	A	F			

- Überführe diese Daten in eine Kreuztabelle.
Trage die absoluten Häufigkeiten ein.
- Wie viel Prozent der (1) Barsche, (2) Aale halten sich häufiger im Flachwasser auf?
- Gibt es eine Tendenz, die man aus diesen Daten ableiten kann?



Flussbarsch



Europäischer Aal

	B	A	ges.
F			
T			
ges.			

H6 Kreuztabellen – Vertiefung

Aussagen auf Basis von Daten sind nur so gut wie die Daten selbst. Eine unzureichende oder verzerrte Datenbasis kann leicht zu falschen Schlussfolgerungen führen.

MP
RK
DI
VB

586 Sport und Übergewicht



Von den 20 Schülerinnen und Schülern einer Klasse wurde erhoben, ob sie regelmäßig Sport treiben (S) und ob sie Übergewicht haben (Ü):

	S	Ü
Person 1	-	✓
Person 2	-	-
Person 3	✓	✓
Person 4	-	✓
Person 5	✓	-
Person 6	✓	✓
Person 7	-	-

	S	Ü
Person 8	-	-
Person 9	✓	-
Person 10	-	-
Person 11	✓	-
Person 12	-	-
Person 13	✓	-
Person 14	-	✓

	S	Ü
Person 15	✓	-
Person 16	-	-
Person 17	-	-
Person 18	✓	✓
Person 19	-	✓
Person 20	✓	-

- Überführe diese Daten in eine Kreuztabelle. Beschrifte die Spalten mit „treibt Sport“, „treibt keinen Sport“ und „gesamt“ und die Zeilen mit „Übergewicht“, „kein Übergewicht“ und „gesamt“. Trage die absoluten Häufigkeiten ein.
- Wie viel Prozent der Personen, die Sport treiben, sind übergewichtig?
- Wie viel Prozent der Personen, die keinen Sport treiben, sind übergewichtig?
- Gibt es eine Tendenz, die man aus diesen Daten ableiten kann?
- Überlege und erkläre: Warum sind die Ergebnisse dieser Befragung nur bedingt für allgemeine Aussagen (z. B. über die ganze Schule) geeignet?

MP
RK
DI
VB

587 Haben Linkshänder mehr Haustiere?

→ Ü587



Eine Umfrage in der 4a-Klasse brachte folgende Ergebnisse:

	linkshändig	rechtshändig	gesamt
Haustier	4	5	
kein Haustier	1	10	
gesamt			

- Ergänze die Gesamtanzahlen in den leeren Feldern der Kreuztabelle.
- Erstelle eine Kreuztabelle mit den relativen Häufigkeiten in Prozent.
- Was kannst du aus den Daten ablesen? Findest du Tendenzen?
- Haben Jugendliche, weil sie linkshändig sind, mehr Haustiere?
Kann man aus den Daten eine allgemeine Aussage ableiten?
Warum? Warum nicht? Erkläre.

MP
RK
DI
VB

588 Große Schuhe = besser in Mathematik?



In einer Gemeinde haben alle 4 319 Personen denselben Mathematik-Test gemacht.

Zusätzlich wurde die Schuhgröße jeder Person notiert.

Das Ergebnis war eindeutig: Personen mit größeren Schuhgrößen erzielten im Durchschnitt 15,3 Punkte mehr als solche mit kleineren Schuhgrößen.

Machen große Füße also klüger – oder steckt vielleicht etwas anderes dahinter? Stell eine Vermutung auf.

Größe der Stichprobe

Für die Beurteilung von Daten ist es immer wichtig zu wissen, ob viele Menschen befragt wurden oder nur wenige.
Je mehr, desto besser.

Repräsentativer Querschnitt

Gerade bei Umfragen ist es auch wichtig zu wissen, wie unterschiedlich die befragten Menschen sind. Zum Beispiel haben Kindergartenkinder andere Freizeitgewohnheiten als Lehrlinge.

Echter Zusammenhang – oder steckt etwas Drittes dahinter?

Im Sommer wird mehr Eis gegessen – und auch mehr Klimaanlage laufen. Aber: Nicht das Eis sorgt für eingeschaltete Klimaanlage oder umgekehrt. Beide Phänomene hängen mit einem dritten Faktor zusammen – der Hitze.



CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 589 Gestern sind im örtlichen Krankenhaus fünf Babys zur Welt gekommen. Sie wogen 2,85 kg, 3,20 kg, 3,10 kg, 4,05 kg und 3,90 kg. Bestimme Spannweite, Mittelwert und Median.

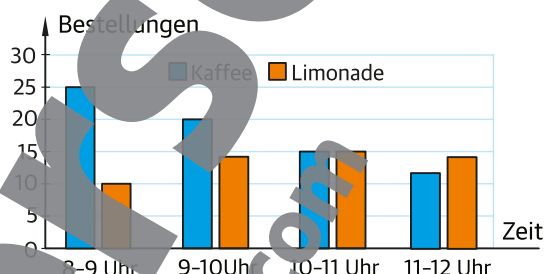
RK 590 Lieblingsfrüchte

In einer Schule wurden die Lieblingsfrüchte von 40 Kindern abgefragt. 16 Kinder mögen am liebsten Äpfel, 10 Kinder bevorzugen Bananen, 8 Kinder lieben Erdbeeren und 6 Kinder essen am liebsten Trauben. Wie groß ist die relative Häufigkeit der Kinder, die Äpfel am liebsten mögen?

RK 591 In einer Klasse mit 25 Kindern haben 32 % bei der letzten Schularbeit mit „Sehr gut“ abgeschnitten. Wie viele waren das in absoluten Zahlen?

MP DI 592 Das Diagramm zeigt an, wie oft in einem Kaffeehaus Kaffee und Limonade bestellt wurden.

- Beschreibe, wie sich die Kaffeebestellungen im Laufe des Vormittags entwickelt haben.
- In welchem Zeitraum wurde mehr Limonade als Kaffee bestellt?
- Wurde insgesamt mehr Kaffee oder mehr Limonade bestellt?



Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK DI 593 Eine Umfrage zu Lieblingssportarten hat Folgendes ergeben: 27 % Schwimmen, 30 % Fußball, 20 % Radfahren, 12 % Tennis, 11 % Laufen. Stell die Daten in einem Kreisdiagramm dar.

MP DI 594 Die Mitglieder einer Klasse haben sich an einem Mathematik-Rätsel versucht.

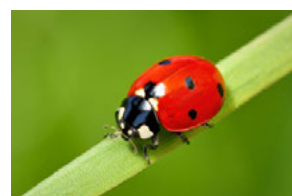


25 % der Mädchen konnten das Rätsel lösen, bei den Burschen schaffte es jeder Vierte. Haben die Mädchen oder die Burschen besser abgeschnitten? Begründe.

MP RK DI 595 Biologinnen und Biologen haben die Anzahl der Punkte von Marienkäfern untersucht.

	jünger als 6 Monate	älter als 6 Monate	gesamt
höchstens 10 Punkte	42	67	
mehr als 10 Punkte	35	56	
gesamt			

- Ergänze die Gesamtanzahlen in den leeren Feldern der Kreuztabelle.
- Wie viel Prozent der jüngeren Marienkäfer haben mehr als 10 Punkte?
- Wie viel Prozent der älteren Marienkäfer haben mehr als 10 Punkte?
- Vergleiche die Werte aus b) und c).
Hängt die Zahl der Punkte vom Alter der Käfer ab?
Erkläre anhand der Daten aus der Tabelle.



Funktionen



Damit ein Heißluftballon steigt, muss die Luft im Inneren erhitzt werden. Der Zusammenhang zwischen Temperatur und Auftrieb ist nicht zufällig – man kann ihn mit einer mathematischen Funktion beschreiben.

MP
DI

596

So funktioniert ein Heißluftballon



Ergänze die fehlenden Wörter. Recherchiere im Internet, falls nötig.



- Warme Luft steigt, weil sie _____ (dichter / weniger dicht) als kalte Luft ist.
- Um zu steigen, muss man die Luft im Ballon _____ (erwärmen / abkühlen).
- Je heißer die Luft im Ballon ist, desto _____ (langsamer / schneller) steigt er.
- Das Gewicht von Ballon, Korb und Passagieren zieht nach _____ (oben / unten), die _____ Kraft (Auftriebs / Reibungs / Magnet) der erhitzten Luft nach oben.
- Wenn die Auftriebskraft _____ (größer als / kleiner als / gleich groß wie) die Gewichtskraft ist, dann schwebt der Ballon in der Luft.
- Wenn die Luft im Ballon abkühlt, wird sie _____ (dichter / weniger dicht) und der Ballon beginnt zu sinken.

In diesem Kapitel lernst du, wie man Zusammenhänge zwischen zwei Größen mit Hilfe von Funktionen beschreibt und darstellt.

Dabei erfährst du, was eine Funktion ist,

wie man sie in Tabellen, Gleichungen und Graphen darstellt

und welche besonderen Eigenschaften lineare Funktionen haben.

Außerdem wirst du den Nutzen solcher Modelle kritisch hinterfragen.



WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Rechnen mit Termen

Wie gut kannst du das noch?



RK 597 Berechne jeweils den Wert, den der Term für die angegebene Zahl annimmt.

a)	x	2	5	-1	-4	12
	3x	6				
b)	x	1	0	2	-2	6
	5x - 4					
c)	x	1	0	-1	10	-5
	7 - 2x					

Koordinatensystem

Wie gut kannst du das noch?



RK 598 Gegeben ist ein Koordinatensystem mit den Punkten A, B und C.

a) Gib die Koordinaten der Punkte an.

A (____ | ____), B (____ | ____), C (____ | ____)

b) Zeichne die folgenden Punkte in das Koordinatensystem ein.

D (4 | 9)

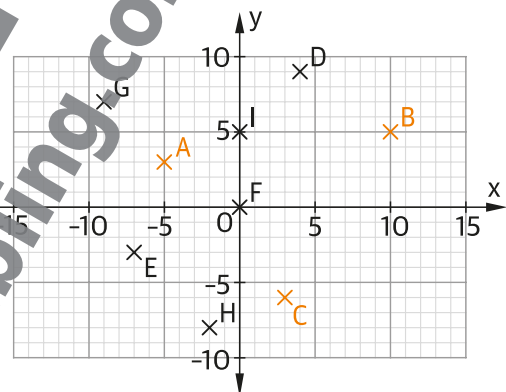
G (-9 | 7)

E (-7 | -3)

H (-2 | -8)

F (0 | 0)

I (0 | 5)



Direkt proportionale Zusammenhänge

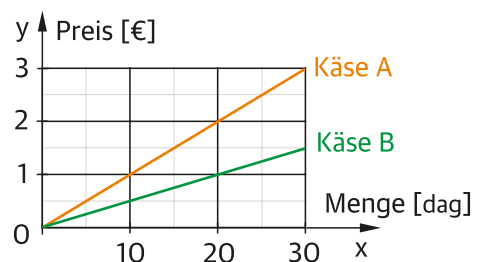
Wie gut kannst du das noch?



RK 599 Das Diagramm zeigt für zwei Sorten Käse den Zusammenhang zwischen der gekauften Menge und dem Preis.

- Welche Käsesorte ist teurer?
- Wie viel kosten 20 dag von Käse B?
- Wie viel kosten 15 dag von Käse A?
- Ergänze den Satz.

Je mehr Käse man kauft,
desto _____ Geld muss man bezahlen.



I1 Einführung

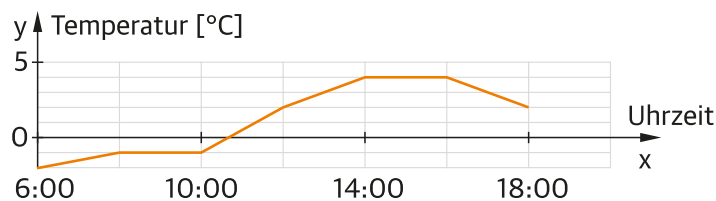
Funktionen beschreiben **Beziehungen** zwischen zwei Größen. Dabei gibt es **zu jedem Wert x** der einen Größe **genau einen Wert y** der anderen Größe. x nennt man dann die **unabhängige Variable**, y nennt man die **abhängige Variable**.

DI
VB

600



Der Graph zeigt den Verlauf der Lufttemperatur an einer Messstation im Laufe eines Wintertages.



a) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle.

Uhrzeit (x)	6:00	8:00	10:00	12:00	14:00	16:00	18:00
Temperatur in °C (y)	-2						

b) Kreuze an: Wahr oder falsch?

	wahr	falsch
Jeder Uhrzeit kann genau eine Temperatur zugeordnet werden.	☐	☐
Jeder Temperatur kann genau eine Uhrzeit zugeordnet werden.	☐	☐

c) Ergänze die mathematische Aussage.
Die Temperatur kann man als Funktion in Abhängigkeit von der Zeit betrachten, weil ...

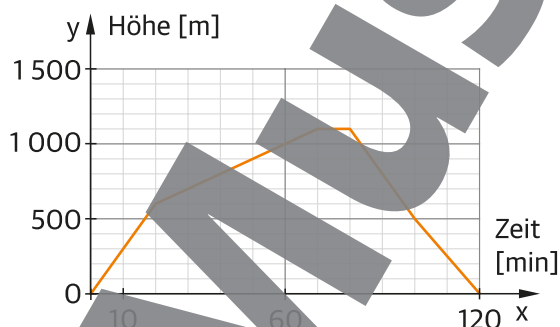
d) Ergänze die mathematische Aussage:
Die Zeit kann man nicht als Funktion in Abhängigkeit von der Temperatur betrachten, weil ...

DI
VB

601

Der Graph zeigt den Höhenverlauf einer Ballonfahrt.

...→ Ü601



- a) Wie hoch war der Ballon nach 10 Minuten?
 b) Wie lange hat die Ballonfahrt insgesamt gedauert?
 c) Kann man die Höhe als Funktion der Zeit betrachten? Erkläre.
 d) Kann man die Zeit als Funktion der Höhe betrachten? Erkläre.
 e) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle.

Zeit in min (x)	0	20	40	60	80	100	120
Höhe in m (y)							

Graph einer Funktion

Funktionen lassen sich übersichtlich in einem Koordinatensystem darstellen. Man spricht von dem Funktionsgraphen. Üblicherweise trägt man die unabhängige Größe (x) auf der waagrechten Achse auf.

Wertetabelle

In Wertetabellen schreibt man zu jedem x -Wert den zugeordneten y -Wert.

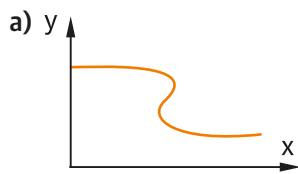
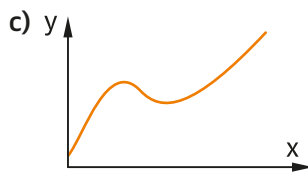
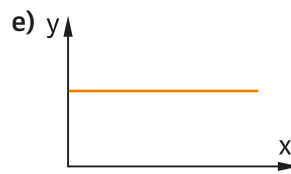
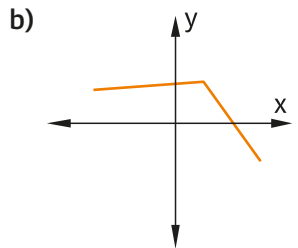
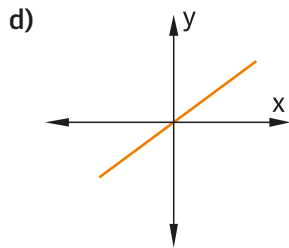
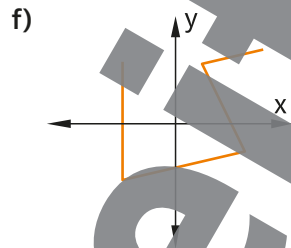
Sprechweise

Eine bestimmte Temperatur im Inneren des Heißluftballons hat eine bestimmte Auftriebskraft zur Folge. Man sagt: „Der Auftrieb ist eine Funktion in Abhängigkeit von der Temperatur.“ Oder kurz: „Der Auftrieb ist eine Funktion der Temperatur.“ Die zweite Sprechweise ist vor allem in Physik und Technik verbreitet.

DI VB 602 Handelt es sich um eine Funktion?

...→ Ü602

Betrachte die Graphen, kreuze an und begründe.

Funktion: ☐ ja ☐ neinFunktion: ☐ ja ☐ neinFunktion: ☐ ja ☐ neinFunktion: ☐ ja ☐ neinFunktion: ☐ ja ☐ neinFunktion: ☐ ja ☐ nein

Frage dich:
Gibt es zu
jedem x nur
ein y?



DI VB 603 Temperaturverlauf

Die Temperatur an einem Frühlingstag wurde zu verschiedenen Zeiten gemessen:

Uhrzeit (x)	6 Uhr	9 Uhr	12 Uhr	15 Uhr	18 Uhr	21 Uhr
Temperatur in °C (y)	8	12	18	22	17	12

- a) Erstelle einen Graphen: Zeichne die Werte in ein Koordinatensystem und verbinde die Punkte mit einer Linie.
b) Ist die Temperatur eine Funktion in Abhängigkeit von der Uhrzeit? Begründe mit Hilfe des Graphen.

DI VB 604 Verkehrszählung

Bei einer Verkehrszählung wurden für jedes vorbeifahrende Auto sowohl die Anzahl der Insassen (x) als auch die gefahrene Geschwindigkeit (y) erfasst.

Anzahl der Personen (x)	1	3	1	2	1	1
Geschwindigkeit in km/h (y)	45	52	52	48	46	57

- a) Ist die Geschwindigkeit eine Funktion in Abhängigkeit von der Personenzahl? Begründe mit Hilfe der Werte in der Tabelle.
b) Erstelle einen Graphen. Überprüfe anhand des Graphen, ob deine Antwort aus a) stimmt. Woran kannst du das erkennen?

DI VB 605 Taxi-Kosten

...→ Ü605

Ein Taxiunternehmen berechnet die Fahrtkosten abhängig von der gefahrenen Strecke.

Strecke in km (x)	0	1	2	3	4	5
Preis in € (y)	3,50	5,00	6,50	8,00	9,50	11,00

- a) Erstelle einen Graphen: Zeichne die Werte in ein Koordinatensystem und verbinde die Punkte mit einer Linie.
b) Sind die Kosten eine Funktion in Abhängigkeit von der Strecke? Begründe.



Gottfried Wilhelm Leibniz
(1646-1716)

Er verwendete 1673 als Erster den Begriff „Funktion“ in der Mathematik. Mit bedeutenden Beiträgen zur Philosophie und Mathematik gilt er als wahrer Universalgelehrter und Vordenker der Aufklärung.

12 Interpretation von Graphen



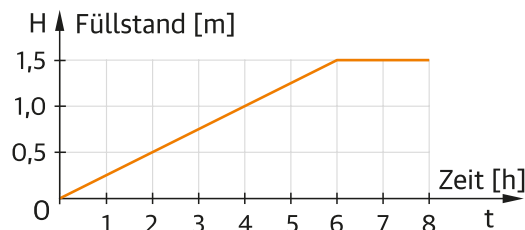
Zu Graphen kann man mathematische Aussagen treffen, z. B. „der Graph steigt“. Wenn man aber erklärt, was ein Graph über die Wirklichkeit aussagt, nennt man das „interpretieren“.

MP
DI
VB

606



Ein Swimmingpool wird mit Wasser gefüllt.
Der Graph zeigt den Wasserstand nach einer bestimmten Zeit.



- Zeigt der Graph eine Funktion? Begründe.
- Beschreibe den Graphen: Wo steigt er, fällt er oder ist waagrecht?

Interpretation:

- Welchen Wert hat der Graph an der Stelle $t = 4$ und was bedeutet das?
- Was könnte nach 6 Stunden passiert sein? Wie tief dürfte das Becken sein?

Man kann einzelne Bereiche beschreiben: „Von 0 bis 6 Stunden ...“

Wahl der Variablen

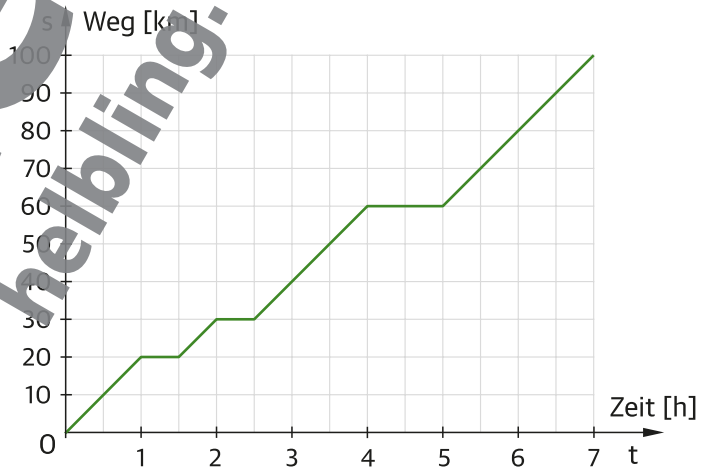
In Sachsituationen ist es sinnvoll, die Variablen passend zum Thema zu wählen. Die Zeit bezeichnet man oft mit t (engl. *time*), Strecken mit s oder d (engl. *distance*) und Höhen mit h .

MP
DI
VB

607

Eine Fähre fährt entlang einer Küste und hält an verschiedenen Orten.
Der Graph zeigt den Zusammenhang zwischen dem zurückgelegten Weg der Fähre und der Zeit.

- Zeigt der Graph eine Funktion? Begründe deine Entscheidung.
- Beschreibe den Graphen: Wo steigt er, fällt er oder ist waagrecht?
- Welchen Wert hat der Graph an der Stelle $t = 3,5$ und was bedeutet das?
- Was bedeutet es, wenn der Graph waagrecht ist?
- An wie vielen Orten ist die Fähre stehengeblieben?
- Wie schnell war sie zu Beginn unterwegs?
- Wie viele Kilometer hat die Fähre insgesamt zurückgelegt?

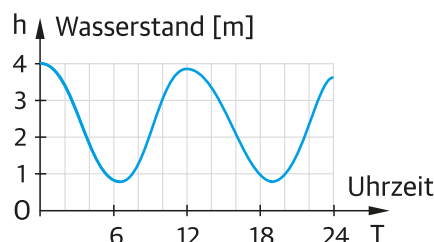
MP
DI
VB

608

Durch Ebbe und Flut schwankt der Wasserspiegel an Küsten.
Der Graph zeigt die Wasserhöhe an einem Hafen innerhalb eines Tages.

...→ Ü608

- Zeigt der Graph eine Funktion? Begründe.
- Beschreibe den Graphen: Wo steigt er oder fällt er?
- Welchen Wert hat der Graph an der Stelle $T = 18$ und was bedeutet das?
- Beschreibe, was man aus dem Graphen sonst noch ablesen kann.



Die Gezeiten

Durch die Gezeiten ändert sich der Wasserstand des Meeres an Küstenorten.

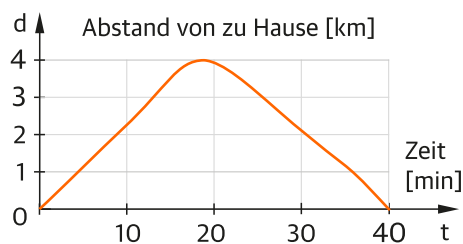
Bei Ebbe ist der Wasserstand niedrig und die Küste breiter. Bei Flut ist der Wasserstand hoch und die Küste schmaler.

Grund für die Gezeiten ist der Mond mit seiner Anziehungskraft.

MP DI VB 609 Petra geht laufen.

...→ Ü609

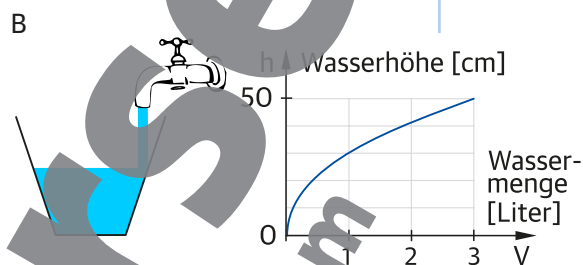
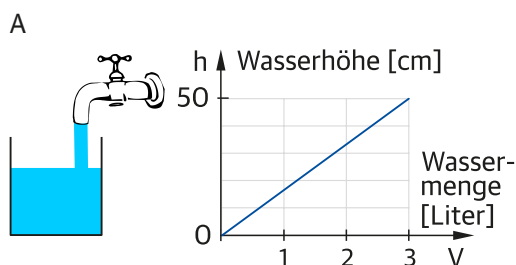
Der Graph zeigt Petras Abstand von zu Hause in Abhängigkeit von der Zeit.



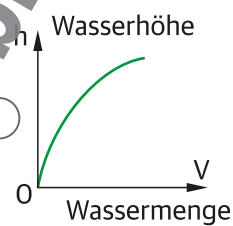
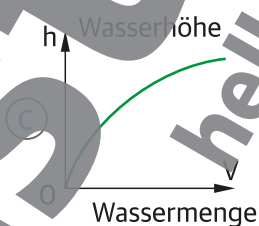
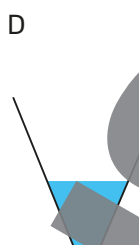
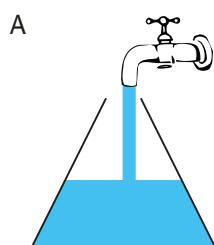
- Zeigt der Graph eine Funktion?
- Beschreibe den Graphen: Wo steigt er oder fällt er?
- Welchen Wert hat der Graph an der Stelle $t = 30$ und was bedeutet das?
- Wie weit ist Petra mindestens gelaufen?
- Beschreibe, was man aus dem Graphen sonst noch ablesen kann.

MP DI 610 Zwei unterschiedliche Gefäße werden mit Wasser gefüllt. Die Graphen beschreiben die Wasserhöhe im Gefäß in Abhängigkeit von der eingefüllten Wassermenge in Litern.

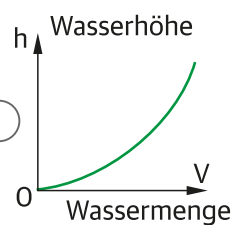
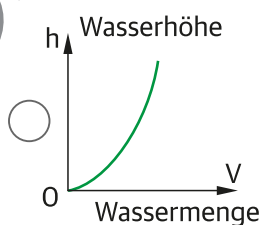
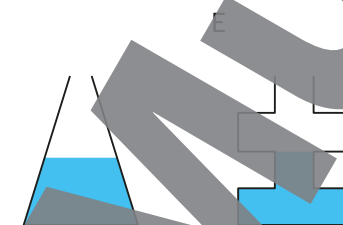
...→ Ü610



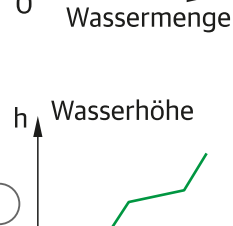
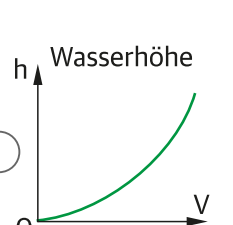
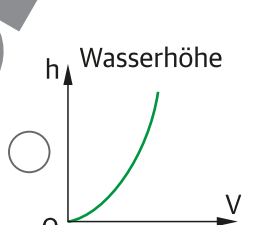
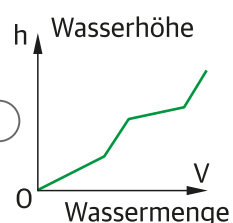
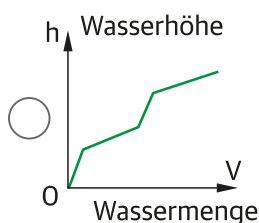
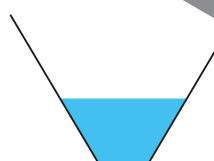
- Welchen Wert hat der Graph an der Stelle $V = 1$ bei Gefäß A?
- Welchen Wert hat der Graph an der Stelle $V = 1$ bei Gefäß B?
- Warum sehen die Graphen unterschiedlich aus? Erkläre.

MP DI 611 Ordne die Vasen den richtigen Graphen zu.


B



C


Trinkwasser

Es ist ein wertvoller Schatz unseres Planeten - unverzichtbar für das Leben und doch begrenzt. Jeder Tropfen zählt, daher sollten wir verantwortungsvoll damit umgehen.

I3 Funktionsgleichung



Bestimmte Funktionen kann man mit Hilfe einer Gleichung beschreiben. Man nennt sie Funktionsgleichung. Mit ihr kann man den Wert der Funktion an einer vorgegebenen Stelle leicht berechnen.

DI **612** Von welcher Variablen sind diese Funktionen jeweils abhängig?



Lies die Funktionsterme und schreib die Variable in die Klammer.

B $f(m) = 6 \cdot m - 4$

a) $f(\quad) = 7 \cdot p$

c) $f(\quad) = \frac{x}{4} + 24$

b) $f(\quad) = k^2 - 3$

d) $f(\quad) = a^2 + 3 \cdot a$

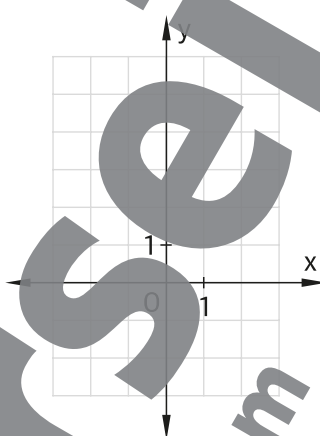
RK DI **613** Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^2 - 3$.

a) Ergänze die Beschreibung der Funktion:
Den Funktionswert berechnet man, indem man den Wert für x ... und dann ...

b) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle.

x	0	1	2	3	-1	-2	-3
$f(x)$							

c) Zeichne den zugehörigen Funktionsgraphen.
Verbinde dafür die Punkte zu einer Linie ohne Knicke.



DI **614** Ordne die Beschreibungen den Funktionsgleichungen zu. Verbinde. ... → Ü614

Beschreibung	Funktionsgleichung
Der Funktionswert ist um 4 größer als die eingesetzte Zahl.	$f(x) = 2 \cdot x$
Der Funktionswert ist das Doppelte der eingesetzten Zahl.	$f(x) = 3x - 4$
Die eingesetzte Zahl wird quadriert.	$f(x) = x + 4$
Der Funktionswert ist ein Viertel der eingesetzten Zahl.	$f(x) = x^2$
Der Funktionswert ist um 4 kleiner als das Dreifache der eingesetzten Zahl.	$f(x) = \frac{x}{4}$

DI **615** Gegeben ist eine Wertetabelle. Welche Funktionsgleichung passt dazu? ... → Ü615
Kreuze an und erkläre, wie du die Lösung gefunden hast.



a)

x	0	1	2	3
$f(x)$	4	6	8	10

- ☐ $f(x) = x + 4$
☐ $f(x) = 2x + 4$
☐ $f(x) = 4x - 4$

b)

x	5	10	15	20
$g(x)$	11	26	41	56

- ☐ $g(x) = x + 6$
☐ $g(x) = 2x + 1$
☐ $g(x) = 3x - 4$

c)

x	-2	-1	0	1
$h(x)$	4	1	0	1

- ☐ $h(x) = x^2$
☐ $h(x) = x + 6$
☐ $h(x) = (-3) \cdot x - 2$

d)

x	0,8	2,6	5,9	10,4
$p(x)$	3,2	10,4	23,6	41,6

- ☐ $p(x) = x + 2,4$
☐ $p(x) = 2x + 1,6$
☐ $p(x) = 4x$

Funktionsgleichung

Eine Funktionsgleichung beschreibt, wie sich eine Größe in Abhängigkeit von einer Variablen verändert.

Beispiel:

$$f(x) = 2 \cdot x$$

Man spricht:

„f von x ist 2 mal x.“

$f(x)$... **Funktionswert**
(abhängig von der Variablen x)

$2 \cdot x$... **Funktionsterm**

Funktionsterm

Ein Funktionsterm ist eine Rechenvorschrift, mit der man zu jedem Wert der Variablen den zugehörigen Funktionswert berechnen kann.

Funktionsgraph

Mit Hilfe der Funktionsgleichung kann man leicht den Graphen der Funktion erstellen. Auf der waagrechten Achse trägt man die unabhängige Größe x auf und auf der senkrechten Achse die zugehörigen Funktionswerte $y = f(x)$.

Oft gibt man Funktionen den Namen f . Bei mehreren Funktionen benutze ich für jede Funktion einen anderen Buchstaben.



DI 616 Experimente mit GeoGebra



- a) Welche Funktionsgleichung passt zu welchem Graphen?

$$f(x) = 3 - x$$

$$g(x) = \frac{x}{3} + 2$$

$$h(x) = x^2$$

Gib die Funktionsgleichungen in GeoGebra ein und ordne sie den dargestellten Graphen zu.

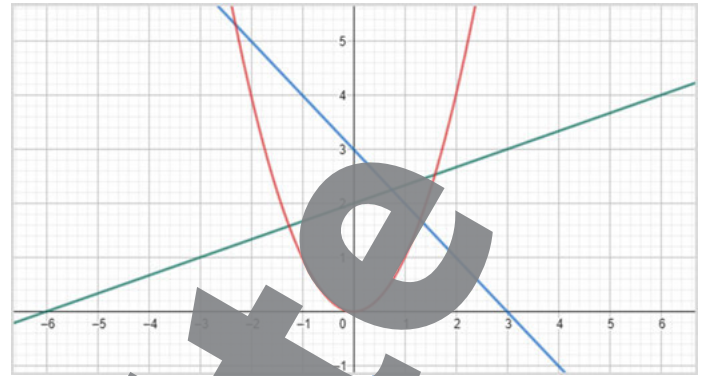
- b) Ändere die Funktionsterme und beobachte, wie sich die Graphen verändern.

(1) Ändere bei $f(x)$ die Zahl 3 auf 4, auf 1, auf -2 ...

(2) Ändere bei $g(x)$ die Zahl 3 auf 2, auf 1, auf 10 ...

(3) Ändere bei $h(x)$ die Zahl 2 auf 0,5, auf 0, auf -3 ...

- ⊕ Denk dir selbst Funktionsgleichungen aus und beschreibe ihre Graphen.



RK DI 617 Gegeben sind Beschreibungen von Funktionen. Finde jeweils den passenden Funktionsterm und ergänze dann die Zahlen in der Wertetabelle.

- a) Der Funktionswert ist um 1 kleiner als das Doppelte der eingesetzten Zahl.

Funktionsgleichung:

$f(x) =$

Wertetabelle:

x	0	1	5
f(x)			

- b) Der Funktionswert ist doppelt so groß wie das Quadrat der eingesetzten Zahl.

Funktionsgleichung:

$g(x) =$

Wertetabelle:

x	0	1	5
g(x)			

- c) Der Funktionswert ist um 10 größer als ein Fünftel der eingesetzten Zahl.

Funktionsgleichung:

$h(x) =$

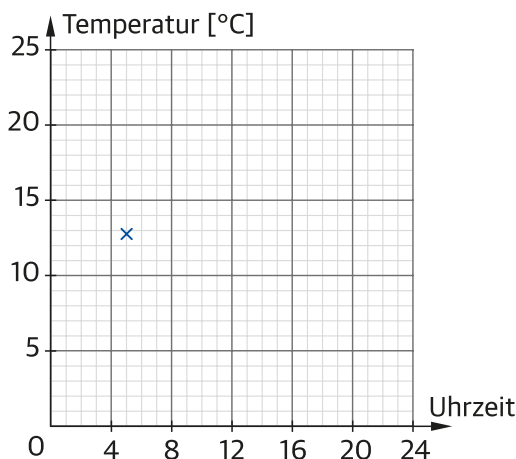
Wertetabelle:

x	0	1	5
h(x)			

MP RK DI 618 Amalia hat den Temperaturverlauf an einem Frühsommertag mit einer Funktion angenähert:

$$f(x) = 25 - \frac{(x - 12)^2}{4}$$

- a) Berechne die Werte für $x = 10$ Uhr, 12 Uhr, 14 Uhr, 16 Uhr und 20 Uhr und zeichne sie ein.
- b) Wie gut passt die Formel als Modell für die Temperatur?
- c) Gib die Formel in GeoGebra ein und ändere sie so, dass sie möglichst gut zum aktuellen Temperaturverlauf in deiner Stadt passt.



Modelle von der Wirklichkeit

Durch Angabe einer Funktionsgleichung erstellen wir ein Modell für einen realen Zusammenhang.

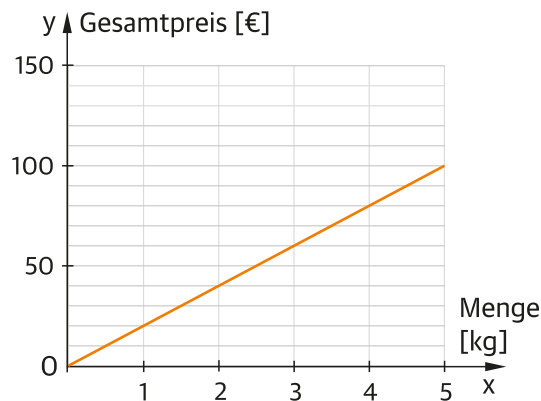
Auch wenn Modelle nie ganz exakt sind, helfen sie uns doch, Entwicklungen darzustellen, Zusammenhänge zu verstehen und Vorhersagen zu treffen.

14 Lineare Funktionen der Form $f(x) = k \cdot x$



Eine Funktion der Form $f(x) = k \cdot x$ nennt man auch **homogene lineare Funktion**. Homogen bedeutet, dass der **Funktionsgraph durch den Nullpunkt** geht. Linear bedeutet, dass der Graph der Funktion eine **Gerade** ist.

- MP 619 Das Diagramm zeigt den Zusammenhang zwischen der gekauften Menge Bio-Rindfleisch und dem Gesamtpreis.



- a) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle.

Menge x	Preis y
1 kg	20 €
2 kg	
4 kg	
1,5 kg	

Steigungs-koeffizient k

Diese Zahl gibt an, wie sich $f(x)$ verändert, wenn man x um 1 erhöht.

Zeichnet man einen Graphen, so gibt k die Steigung der Geraden an.

- b) Wie lautet die Funktionsgleichung? Setze den richtigen Wert für k ein.

$$f_1(x) = k \cdot x$$

$$f_1(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

- c) Was bedeutet das k in der Gleichung? Kreuze an.

☐ Gesamtpreis ☐ Preis pro kg

- d) Wie ändert sich der Graph, wenn man k vergrößert? Kreuze an.
Die Gerade wird ... ☐ steiler. ☐ flacher.

- e) Der Landwirt hebt den Preis auf 25 € pro Kilogramm an. Wie lautet die Funktionsgleichung jetzt?

$$f_2(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

- f) Zeichne den Graphen für die geänderte Funktion in das Diagramm oben ein. Vergleiche das Ergebnis mit deiner Aussage aus d).

Auch durch Nummerierung kann man Funktionen dem Namen nach unterscheiden.

Zu $f_1(x)$ sagt man dann „f eins von x“.



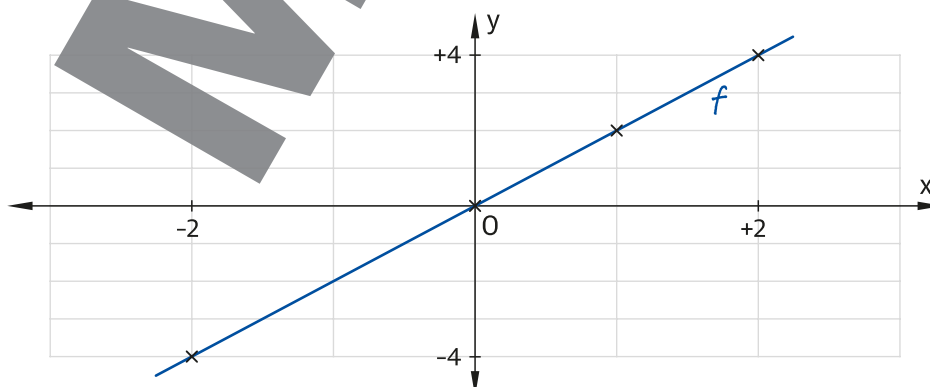
- RK 620 Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle für $f_1(x)$, $f_2(x)$ und $f_3(x)$ und zeichne ihre Funktionsgraphen in das Diagramm ein.

→ Ü620



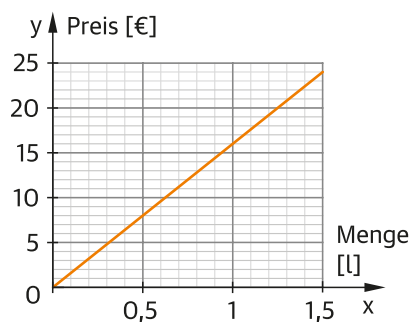
Wie hängt die Steigung des Graphen mit dem Faktor k zusammen?

	$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$	$x = -2$
B $f(x) = 2 \cdot x$	0	2	4	-4
a) $f_1(x) = 1 \cdot x$				
b) $f_2(x) = 0,5 \cdot x$				
c) $f_3(x) = (-1) \cdot x$				



- MP DI 621 Das Diagramm zeigt den Zusammenhang zwischen der gekauften Menge Olivenöl und dem Gesamtpreis.

...→ Ü621



a) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle.

x	1 l	0,5 l	1,5 l	0,25 l
y	16 €			

b) Wie lautet die Funktionsgleichung?
Setze den richtigen Wert für k ein.

$$f_1(x) = k \cdot x$$

$$f_1(x) =$$

c) Was bedeutet das k in der Gleichung? Kreuze an.

☐ Gesamtpreis ☐ Preis pro Liter

d) Wie ändert sich der Graph, wenn man k verkleinert? Kreuze an.
Die Gerade wird ... ☐ steiler. ☐ flacher.

e) Der Verkäufer senkt den Preis auf 12 € pro Liter.
Wie lautet die Funktionsgleichung jetzt?

$$f_2(x) =$$

f) Zeichne den Graphen für die geänderte Funktion in das Diagramm oben ein.
Vergleiche das Ergebnis mit deiner Aussage aus d).

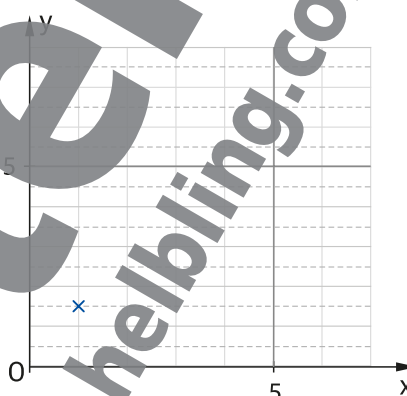
- RK DI 622 Gegeben ist die Funktion $f(x) = 1,5 \cdot x$.

...→ Ü622

a) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle.

x	1	2	3	5	0
f(x)	1,5				

b) Zeichne die Punkte der Wertetabelle in das Diagramm ein und verbinde sie zu einer Geraden.



⊕ Denk dir selbst eine Funktionsgleichung der Form $f(x) = k \cdot x$ aus und löse die Aufgabe für deine Funktion.

- MP DI 623 Gegeben sind die Wertetabellen von linearen Funktionen.

...→ Ü623

Ergänze die Werte in der Tabelle, finde jeweils die Funktionsgleichung und zeichne den passenden Graphen zur Funktion.

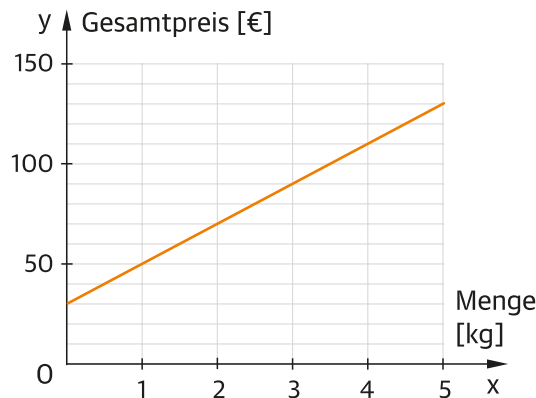
a)	x	0	1	2	3	5
	$f_1(x)$	0	3	6		
b)	x	0	1	2	3	5
	$f_2(x)$	0	0,8			
c)	x	0	1	2	3	5
	$f_3(x)$			-5,0		-12,5

15 Lineare Funktionen der Form $f(x) = k \cdot x + d$



Eine Funktion der Form $f(x) = k \cdot x + d$ nennt man auch **inhomogene lineare Funktion**. Inhomogen bedeutet, dass der Graph der Funktion nicht durch den Nullpunkt, sondern **durch den Punkt (0 | d)** geht.

- MP 624 Das Diagramm zeigt den Zusammenhang zwischen der gekauften Menge Bio-Rindfleisch und dem Gesamtpreis, wenn für die Zustellung 30 € verrechnet werden.



a) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle.

Menge x	Preis y
1 kg	50 €
2 kg	
4 kg	
1,5 kg	

$$f(x) = k \cdot x + d$$

$f(x)$... Funktionswert, abhängig von der Variablen x

k ... Steigungskoeffizient

d ... feste Größe

b) Wie lautet die Funktionsgleichung? Setze die richtigen Werte für k und d ein.

$$f_1(x) = k \cdot x + d$$

$$f_1(x) =$$

c) Was bedeutet das d in der Gleichung? Kreuze an.

☐ Zustellpreis

☐ Preis pro kg

d) Wie ändert sich der Graph, wenn man d verkleinert? Kreuze an. Die Gerade ...

☐ ändert ihre Steigung.

☐ verschiebt sich nach unten.

☐ verschiebt sich nach oben.

e) Der Landwirt senkt den Preis der Zustellkosten auf 10 €.

Wie lautet die Funktionsgleichung jetzt?

$$f_2(x) =$$

f) Zeichne den Graphen für die geänderte Funktion in das Diagramm oben ein. Vergleiche das Ergebnis mit deiner Aussage aus d).

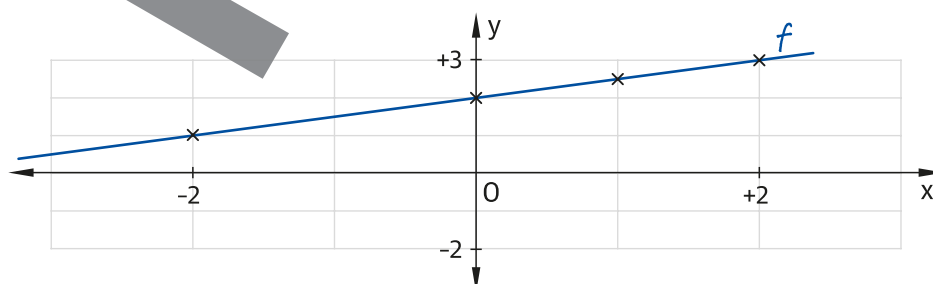
- RK 625 Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle für $f_1(x)$, $f_2(x)$ und $f_3(x)$ und zeichne ihre Funktionsgraphen in das Diagramm ein.

... → Ü625



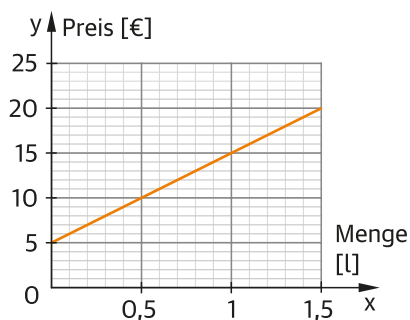
Wie hängt die Lage des Graphen mit der Größe d zusammen?

	x = 0	x = 1	x = 2	x = -2
B $f(x) = 0,5 \cdot x + 2$	2	2,5	3	1
a) $f_1(x) = 0,5 \cdot x + 1,5$				
b) $f_2(x) = 0,5 \cdot x + 0$				
c) $f_3(x) = 0,5 \cdot x + (-1)$				



- MP DI 626 Das Diagramm zeigt den Zusammenhang zwischen der gekauften Menge Olivenöl und dem Gesamtpreis, wenn für Verpackung und Versand 5 € verrechnet werden.

...→ Ü626



- a) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle.

x	0,5 l	1 l	1,5 l
y			

- b) Wie lautet die Funktionsgleichung?
Setze die richtigen Werte für k und d ein.

$$f_1(x) = k \cdot x + d$$

$$f_1(x) =$$

- c) Was bedeutet das d in der Gleichung? Kreuze an.

☐ Preis für Verpackung und Versand

☐ Preis pro Liter

- d) Wie ändert sich der Graph, wenn man d vergrößert? Kreuze an.

Die Gerade ...

☐ verschiebt sich nach oben.

☐ verschiebt sich nach unten.

☐ ändert ihre Lage nicht.

- e) Der Verkäufer erhöht den Preis für Verpackung und Versand auf 10 €.

Wie lautet die Funktionsgleichung jetzt?

$$f_1(x) =$$

- f) Zeichne den Graphen für die geänderte Funktion in das Diagramm oben ein.
Vergleiche das Ergebnis mit deiner Aussage aus d).

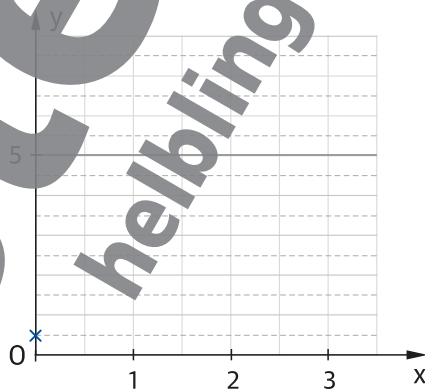
- RK DI 627 Gegeben ist die Funktion $f(x) = 2 \cdot x + 0,5$.

...→ Ü627

- a) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle.

x	0	1	2	2,5	3,5
f(x)	0,5				

- b) Zeichne die Punkte der Wertetabelle in das Diagramm ein und verbinde sie zu einer Geraden.



- ⊕ Denk dir selbst eine Funktionsgleichung der Form $f(x) = k \cdot x + d$ aus und löse die Aufgabe für deine Funktion.

- MP DI 628 Gegeben sind die Wertetabellen von linearen Funktionen.

...→ Ü628

Ergänze die Werte in der Tabelle, finde jeweils die Funktionsgleichung und zeichne den passenden Graphen zur Funktion.

a)	x	0	1	2	3	5
	$f_1(x)$	3	4	5		
b)	x	0	1	2	3	5
	$f_2(x)$	1	5			
c)	x	0	1	2	3	5
	$f_3(x)$			-1		5

16 Funktionsgraphen verstehen

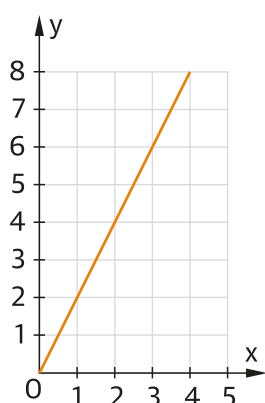


Die Steigung k gibt an, wie sich $f(x)$ verändert, wenn man x um 1 erhöht.
 d ist der Wert, den die Funktion bei $x = 0$ hat.

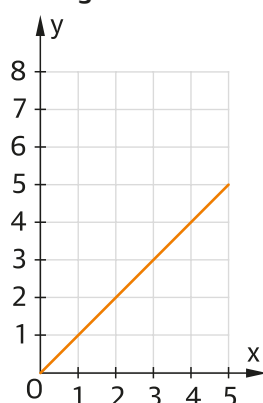
DI **629** Bestimme jeweils den Steigungskoeffizienten k und schreib die Funktionsgleichung an.



a)



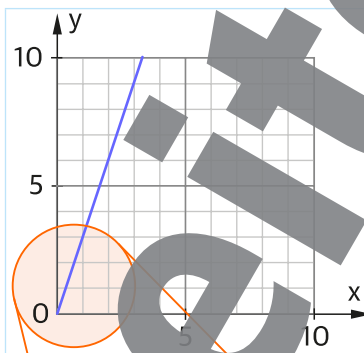
b)



B

$$k = 3$$

$$f(x) = 3 \cdot x$$



Der Graph steigt um 3 Kästchen pro Kästchen, das man nach rechts geht.
 Die Steigung ist somit 3.
 $f(x) = k \cdot x$
 $f(x) = 3 \cdot x$



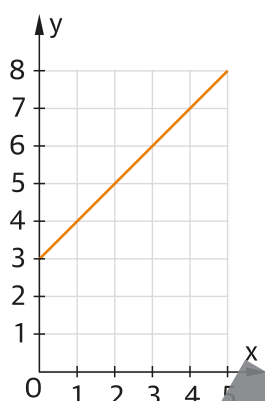
Der Punkt, an dem der Graph die y-Achse schneidet, sagt aus, wie groß d ist.
 $f(x) = k \cdot x + d$
 $f(x) = 2 \cdot x + 1$



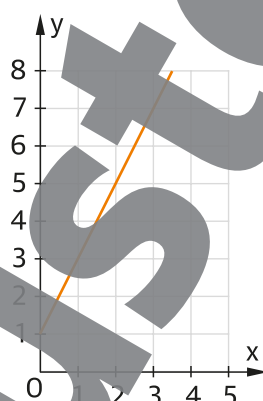
DI **630** Bestimme jeweils den Steigungskoeffizienten k und die feste Größe d und schreib die Funktionsgleichung an.



a)



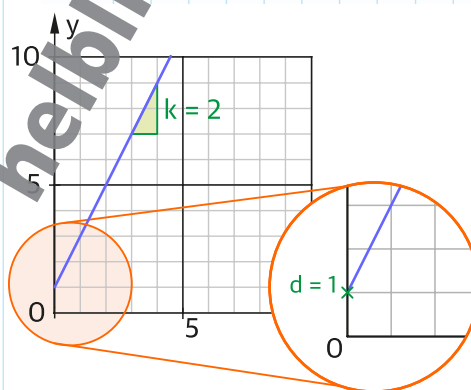
b)



B

$$k = 2; \quad d = 1$$

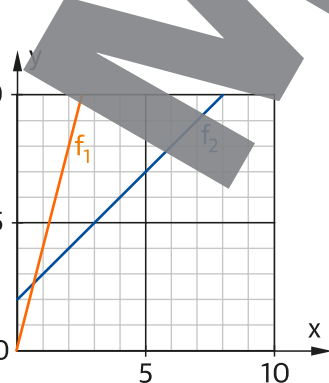
$$f(x) = 2 \cdot x + 1$$



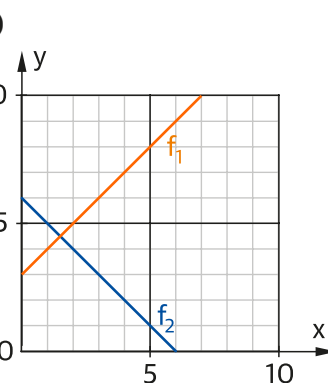
DI **631** Bestimme jeweils die Funktionsgleichungen von f_1 und f_2 .

...→ Ü631

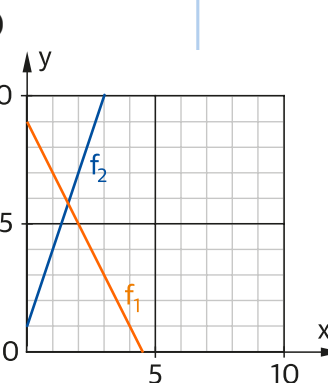
a)



b)



c)



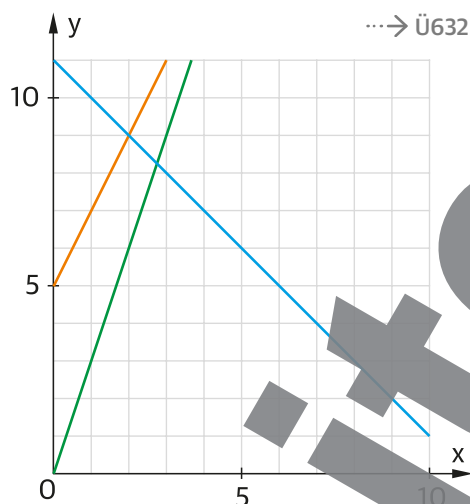
- DI **632** Welcher Graph gehört zu welcher Funktionsgleichung?

Beschrifte die Graphen mit f_1 , f_2 und f_3 .
Erkläre, wie du die Lösung gefunden hast.

$$f_1(x) = 2 \cdot x + 5$$

$$f_2(x) = (-1) \cdot x + 11$$

$$f_3(x) = 3 \cdot x$$



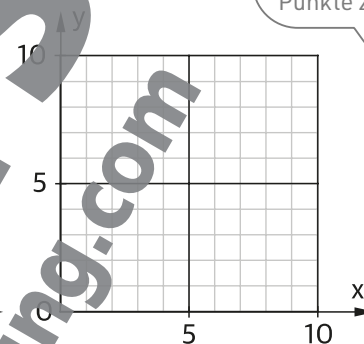
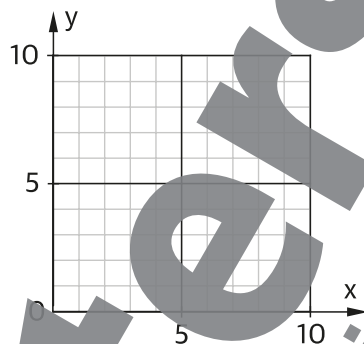
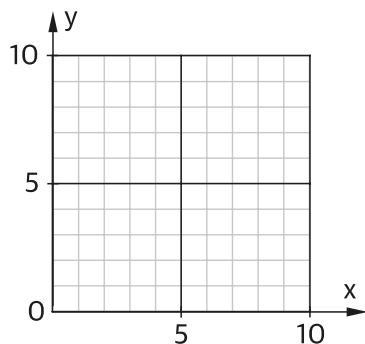
- RK DI **633** Zeichne die Graphen dieser Funktionen. ...→ Ü633

Nutze dein Wissen über k und d , um die Funktionsgraphen zu zeichnen.
So musst du keine Werte berechnen.

a) $f(x) = 2 \cdot x$

b) $f(x) = x + 4$

c) $f(x) = (-2) \cdot x + 8$



Zum Zeichnen einer Geraden genügt es, zwei Punkte zu kennen.

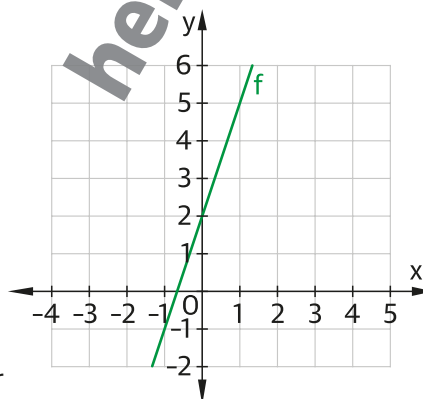


- MP DI **634** GeoGebra-Aufgabe: Darstellung von linearen Funktionen



Löse die Aufgaben zum abgebildeten Funktionsgraphen.

- Steigt oder fällt der Graph?
- Bestimme die feste Größe d , den Steigungskoeffizienten k und die Funktionsgleichung von f .
- Ändere die Funktion so, dass ihr Graph flacher wird.
- Ändere die Funktion so, dass sie homogen wird.



→ Diese Datei + Arbeitsblatt findest du in der e-zone, PLUS! Band 4, Technologie: I.

- DI **635** Wie verlaufen die Graphen der angegebenen Funktionen?
Kreuze an.



	steigt	fällt	waagrecht
a) $f_1(x) = (-3) \cdot x + 4$	☐	☐	☐
b) $f_2(x) = 5 \cdot x - 5$	☐	☐	☐
c) $f_3(x) = 0 \cdot x + 2$	☐	☐	☐

Konstante Funktion

Wenn $k = 0$ ist, hat die Funktion immer den gleichen Wert. Der Graph verläuft dann waagrecht.

17 Steigungsdreieck

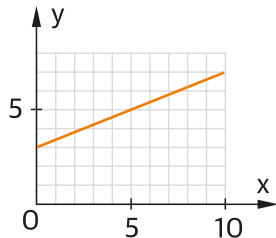


Oft ist es nicht ganz einfach, die Steigung mit nur einem Schritt von x zu bestimmen. Mit dem **Steigungsdreieck** können wir einen größeren Bereich auf der Geraden wählen, um k zu bestimmen.

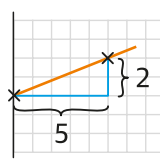
DI **636** Gegeben ist der Graph einer Funktion.



a) Erkläre, wie Luka die Steigung k bestimmt.



Ich suche mir zwei Rasterpunkte.



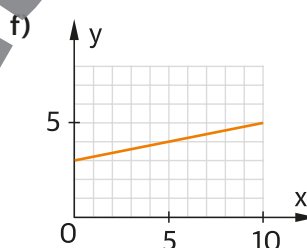
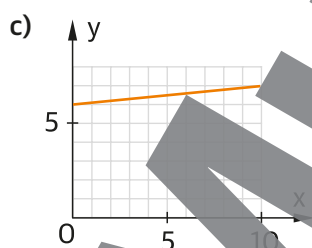
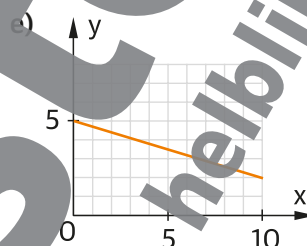
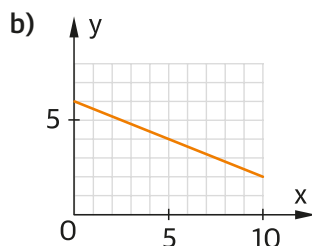
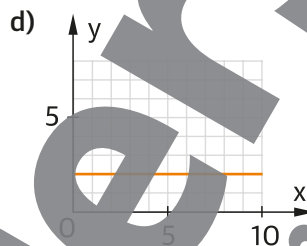
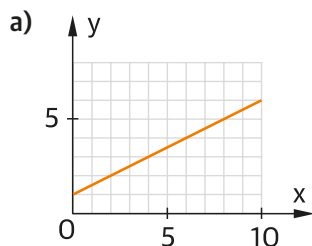
$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{5} = 0,4$$

b) Könnte man die Steigung auch anders bestimmen, zum Beispiel mit anderen Punkten? Begründe deine Entscheidung.

c) Finde die Funktionsgleichung zum angegebenen Graphen.

DI **637** Finde jeweils die Funktionsgleichung.

...→ Ü637



⊕ Zeichne in deinem Heft selbst drei Geraden in ein Koordinatensystem und finde ihre Funktionsgleichungen.

DI **638** Gegeben ist die Wertetabelle einer linearen Funktion.

...→ Ü638

x	-6	-3	0	3	6
$f(x)$	10	6	2	-2	-6

a) Zeichne den Graphen.

b) Bestimme die Funktionsgleichung.

Steigung berechnen

Die Steigung k des Graphen einer linearen Funktion ist das Verhältnis der Änderung des y -Wertes (Δy) zur Änderung des x -Wertes (Δx).

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Man spricht: „ k ist gleich Delta y durch Delta x .“

Negative Steigung

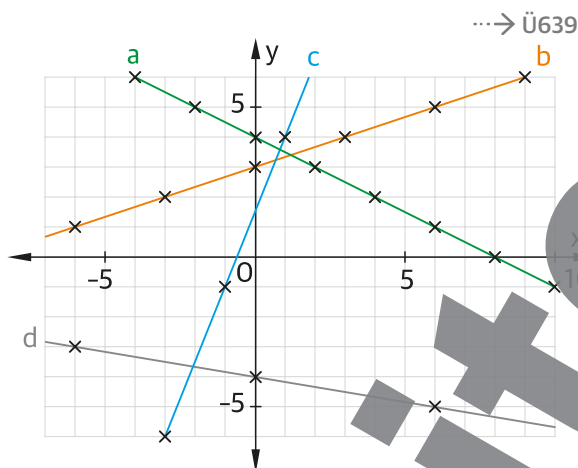
Wenn der y -Wert kleiner wird, wenn man entlang dem Graphen nach rechts geht, ist die Steigung negativ.

$$k = \frac{-1}{4} = -0,25$$

- DI **639** Bestimme für die angegebenen linearen Funktionen jeweils die Funktionsgleichung.

Hinweis:

Die eingezeichneten Punkte helfen dir festzustellen, wo die Geraden das Raster genau schneiden.



- DI **640** Zeichne jeweils eine Gerade mit der angegebenen Steigung k auf kariertes Papier.

a) $k = \frac{2}{3}$

Gehe 3 Kästchen nach rechts und 2 Kästchen nach oben.

b) $k = \frac{1}{2}$

d) $k = \frac{2}{5}$

c) $k = \frac{3}{4}$

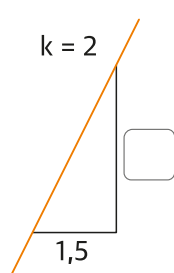
e) $k = -\frac{1}{3}$



- MP DI **641** Ergänze die Zahlen in den Kästchen.

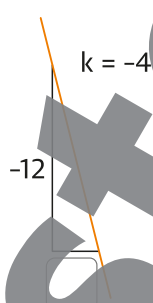
a)

$k = 2$



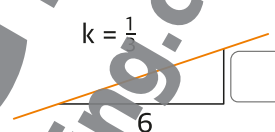
b)

$k = -4$



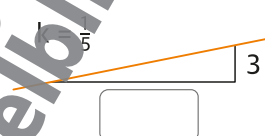
c)

$k = \frac{1}{6}$



d)

$k = \frac{1}{5}$



- DI **642** Kreuze an: wahr oder falsch?

...→ Ü642

- | | wahr | falsch |
|--|-----------------------|-----------------------|
| a) Ein Graph mit $k = 7$ steigt doppelt so schnell wie ein Graph mit $k = 3,5$. | ☐ | ☐ |
| b) Die Konstante d gibt an, ob ein Graph fällt oder steigt. | ☐ | ☐ |
| c) Zwei parallele Graphen haben die gleiche Steigung k , jedoch unterschiedliche Werte für d . | ☐ | ☐ |

- MP DI VB **643** Ist der Graph einer linearen Funktion immer eine Gerade?



- Zeichne den Graphen $f(x) = 2 \cdot x + 1$ im Bereich $x = 0$ bis $x = 3$.
- Nutze Steigungsdreiecke, um die Steigung an mehreren Stellen zu überprüfen.
- Ist die Steigung an allen Stellen gleich?
- Welche der Zahlen in $f(x) = 2 \cdot x + 1$ ist für die Steigung verantwortlich?
- Erkläre, warum bei einer Funktion der Form $f(x) = k \cdot x + d$ die Steigung an sämtlichen Punkten des Graphen gleich ist.
- Erkläre, warum eine Linie mit konstanter Steigung eine Gerade ist.

18 Anwendung

Wenn man eine Funktion verwendet, um eine reale Situation mathematisch zu beschreiben, spricht man vom **Modellieren**. Dabei ist es wichtig zu wissen, dass die berechneten Werte des Modells und die tatsächlichen Werte nur unter ganz bestimmten Voraussetzungen übereinstimmen.

MP
RK
VB

644 Marathonlauf



Ein Marathonläufer läuft die ersten Kilometer sehr gleichmäßig mit 12 km/h. Wir wählen: s ... zurückgelegter Weg in km; t ... gelaufene Zeit in Stunden

- a) Welche Funktionsgleichung $s(t)$ beschreibt den zurückgelegten Weg?
☐ $s(t) = t + 12$ ☐ $s(t) = 12 \cdot t$ ☐ $s(t) = 3 \cdot t + 4$
- b) Wie weit ist der Läufer nach 1,5 Stunden gelaufen?
- c) Nach etwa 2 Stunden wird der Läufer langsamer.
Ist das Modell einer linearen Funktion für die gesamte Strecke geeignet?

MP
RK
VB

645 Ein Wassertank wird mit einer konstanten Rate von 15 Litern pro Minute befüllt. Zu Beginn befinden sich 200 Liter im Tank.

→ Ü645

- a) Welche Funktionsgleichung $f(t)$ beschreibt den Füllstand des Tanks?
☐ $f(t) = 200 \cdot z + 15$ ☐ $f(t) = 15 \cdot z - 200$ ☐ $f(t) = 15 \cdot z + 200$
- b) Wie viel Wasser ist nach 8 Minuten im Tank?
- c) Wie lange dauert es, bis der Tank 500 Liter enthält?
- d) Ist das Modell einer linearen Funktion für die gesamte Befüllung geeignet?

MP
RK
VB

646 In einem Bergdorf sinkt die Temperatur während der Nacht um 2°C pro Stunde. Um 22:00 Uhr beträgt die Temperatur 6°C.

→ Ü646

- a) Welche Funktionsgleichung $T(z)$ beschreibt die Temperatur?
Hinweis: z steht für die seit 22:00 Uhr vergangene Zeit in Stunden.
☐ $T(z) = (-2) \cdot z + 6$ ☐ $T(z) = 6 \cdot z - 2$ ☐ $T(z) = 22 \cdot z + 6$
- b) Wie hoch ist die Temperatur um Mitternacht?
- c) Wann erreicht die Temperatur den Gefrierpunkt (0°C)?
- d) Ist das Modell einer linearen Funktion für die gesamte Nacht geeignet?
Welche Annahme müsste hier stimmen?

MP
RK
VB

647 Ein Online-Shop verkauft Trinkflaschen. Der Grundpreis beträgt 20 € pro Stück. Kauft man mehr als eine Flasche, wird ein Rabatt von 0,50 € pro zusätzlicher Flasche gewährt (d. h. für 1 Flasche zahlt man 20 €, für 2 Flaschen jeweils 19,50 €, für 3 Flaschen jeweils 19 € ...).

→ Ü647

- a) Welche Funktionsgleichung $P(n)$ beschreibt den Preis pro Flasche?
☐ $P(n) = (-0,5) \cdot n + 20$ ☐ $P(n) = (-0,5) \cdot (n - 1) + 20$
- b) Wie viel kostet eine Flasche, wenn man 8 Stück bestellt?
- c) Ab wie vielen Flaschen ist der Preis pro Stück unter 10 €?
- d) Ist das Modell einer linearen Funktion für beliebige viele Flaschen geeignet?

MP
RK
VB

648 Ein Fahrstuhl fährt mit konstanter Geschwindigkeit von 3 m/s nach oben. Er startet aus dem 2. Stockwerk auf 6 m Höhe über dem Boden.

- a) Erstelle eine Funktionsgleichung $h(t)$ für die Höhe über dem Boden (in Metern), auf der sich der Fahrstuhl nach t Sekunden befindet.
- b) Auf welcher Höhe befindet sich der Fahrstuhl nach 5 Sekunden?
- c) Auf einer Höhe von 30 m ist die Fahrt zu Ende – wie lange dauert das?
- d) Ist das Modell einer linearen Funktion für die Höhe über dem Boden geeignet?
Welche Annahme wurde hier getroffen? Ist sie realistisch?

Modellbildung

Ein mathematisches Modell liefert in den meisten Fällen eine vereinfachte Näherung, die den wesentlichen Zusammenhang erfasst, aber nicht jede Feinheit der Wirklichkeit abbildet.

Vorsicht!

Viele Dinge lassen sich nicht mit einfachen linearen Funktionen beschreiben. In der Realität gibt es oft Grenzen oder veränderte Bedingungen, die dazu führen, dass ein lineares Modell nur näherungsweise oder nur für einen bestimmten Bereich gültig ist.

Setze einfach mal in die Formeln ein, dann findest du heraus, welche passt!





CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

- DI VB 649 Zeigt der abgebildete Graph eine Funktion?
Begründe deine Entscheidung.



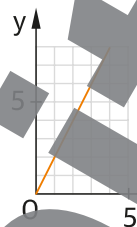
- DI 650 Gegeben ist der Graph einer linearen Funktion.

a) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle.

x	0	1	2	5
f(x)				

b) Wie lautet die Funktionsgleichung?

f(x) = _____



- DI 651 Gegeben ist die Wertetabelle einer linearen Funktion.

x	2	3	5	6
f(x)	4	4,5	5,5	6

a) Zeichne den Graphen.

b) Bestimme die Funktionsgleichung.

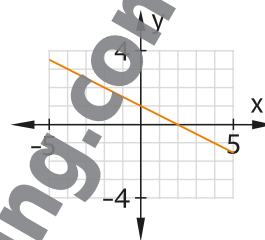
- DI 652 Gegeben ist der Graph einer linearen Funktion.

a) Ergänze die Zahlen in der Wertetabelle.

x	-4	-2	0	4
f(x)				

b) Wie lautet die Funktionsgleichung?

f(x) = _____



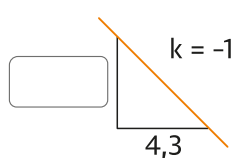
Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

- MP DI 653 Gegeben ist jeweils der Steigungskoeffizient der Geraden und eine Zahl des Steigungsdreiecks. Ergänze die fehlenden Zahlen in den Kästchen.

a) $k = \frac{1}{4}$



b)



- MP RK VB 654 Ein Wassertank wird mit einer konstanten Rate von 24 Litern pro Minute befüllt. Zu Beginn befinden sich 35 Liter im Tank.

a) Erstelle eine Funktionsgleichung $f(t)$ für den Füllstand des Tanks in Litern.

Hinweis: t steht für die Füllzeit in Minuten.

b) Wie viel Wasser ist nach 7 Minuten im Tank?

c) Wie lange dauert es, bis der Tank 500 Liter enthält?

d) Ist das Modell einer linearen Funktion für die gesamte Befüllung geeignet?



Prisma und Pyramide



Die Pyramiden von Gizeh sind beeindruckende Bauwerke des Altertums. Die alten Ägypter errichteten sie mit erstaunlicher Präzision – ganz ohne moderne Werkzeuge. Ihre Form ist kein Zufall: Die Pyramide hat eine stabile Struktur und lässt sich mit mathematischen Methoden genau beschreiben. Auch heute noch werden Pyramiden und Prismen in der Architektur und Technik genutzt.

RK 655 Pyramiden



a) Skizziere eine Pyramide im Schrägriss.

Gib an, wie viele Kanten, Ecken und Flächen deine Pyramide hat. Welche Kanten und Flächen gleichen sich, welche sind unterschiedlich?



b) Recherchiere im Internet. Wähle vertrauenswürdige Quellen.

- (1) Wie hoch ist die größte Pyramide in Gizeh und wann wurde sie in etwa gebaut?
- (2) Gibt es auch an anderen Orten der Erde Pyramiden, die mindestens 500 Jahre alt sind? Auf welchen Kontinenten findest du welche?

In diesem Kapitel wiederholst du die Berechnung von Volumen und Oberflächeninhalt verschiedener Körper.

Mit Hilfe des Lehrsatzes des Pythagoras kannst du nun auch Raumdiagonalen berechnen sowie den Oberflächeninhalt von Pyramiden.



WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

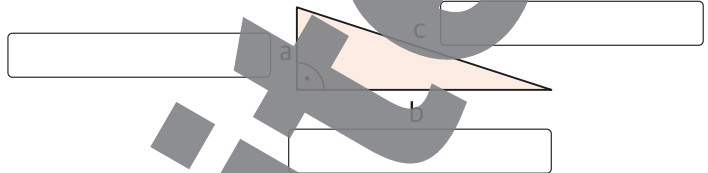
Der Satz des Pythagoras

Wie gut kannst du das noch?

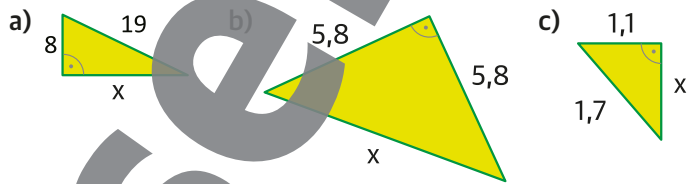


DI 656 Rechtwinkeliges Dreieck

- a) Beschrifte die Seiten mit „Kathete“, „Kathete“ und „Hypotenuse“.
b) Wie lautet der Lehrsatz des Pythagoras?

Ergänze die Formel. $a^2 + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 

RK 657 Berechne jeweils die fehlende Seite. Runde deine Ergebnisse auf Millimeter. Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben.



DI 658 Gib jeweils eine Formel zur Berechnung der unterstrichenen Seite an.



Wurzeln und Potenzen

Wie gut kannst du das noch?



RK 659 Berechne mit dem Taschenrechner.

- a) $28^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ c) $4,9^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ e) $\sqrt{341} = \underline{\hspace{2cm}}$ g) $\sqrt{1,69} = \underline{\hspace{2cm}}$
b) $905^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ d) $0,68^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ f) $\sqrt{10\,000} = \underline{\hspace{2cm}}$ h) $\sqrt{0,49} = \underline{\hspace{2cm}}$

RK 660 Berechne mit dem Taschenrechner.

- a) $7^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ c) $1,6^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ e) $\sqrt[3]{343} = \underline{\hspace{2cm}}$ g) $\sqrt[3]{140,608} = \underline{\hspace{2cm}}$
b) $15^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ d) $0,98^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ f) $\sqrt[3]{2\,197} = \underline{\hspace{2cm}}$ h) $\sqrt[3]{0,001} = \underline{\hspace{2cm}}$

Raummaße

Wie gut kannst du das noch?



MP DI 661 Welches Volumen haben die abgebildeten Gegenstände jeweils? Schätze und kreuze die passende Größe an.

- a) Spielwürfel

- ☐ 10 mm³
☐ 3 cm³
☐ 0,01 m³



- b) Kleiderschrank

- ☐ 1,5 m³
☐ 200 cm³
☐ 5,3 m³



- c) Milchpackung

- ☐ 50 cm³
☐ 0,2 m³
☐ 1 dm³



J1 Würfel und Quader



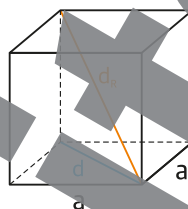
Würfel und Quader gehören zur Familie der Prismen.
Mit Hilfe des Satzes des Pythagoras lassen sich die Diagonalen dieser Körper berechnen.

RK 662 Diagonalen im Würfel



In der Skizze rechts sind eine Flächendiagonale d und eine Raumdiagonale d_R eingezeichnet.

- Gibt es weitere Diagonalen im Würfel, die eine andere Länge als d oder d_R haben?
- Stell jeweils eine Formel zur Berechnung von d und d_R in Abhängigkeit von der Kantenlänge a auf. Verwende den Satz des Pythagoras.
- Berechne d und d_R für $a = 2$ m.



Würfel

$$O = 6 \cdot a^2$$

$$V = a^3$$

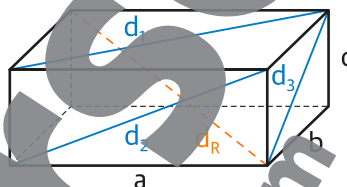
$$\text{Flächendiagonale: } d = a \cdot \sqrt{2}$$

$$\text{Raumdiagonale: } d_R = a \cdot \sqrt{3}$$

RK 663 Diagonalen im Quader



- Erkläre, warum die Flächendiagonalen d_1 bis d_3 im Quader unterschiedlich lang sein können.
- Stell jeweils eine Formel zur Berechnung von d_1 bis d_3 sowie d_R auf. Verwende den Satz des Pythagoras.
- Berechne die Längen aller Diagonalen für einen Quader mit $a = 5$ m, $b = 3$ m und $c = 2$ m.
- Ist es möglich, dass in einem Quader alle Flächendiagonalen gleich lang sind? Wenn ja, um welche Art von Quader handelt es sich dann?



Quader

$$O = 2 \cdot (ab + ac + bc)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Flächendiagonalen:

$$d_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$$

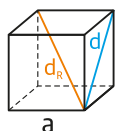
$$d_2 = \sqrt{a^2 + c^2}$$

$$d_3 = \sqrt{b^2 + c^2}$$

$$\text{Raumdiagonale: } d_R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

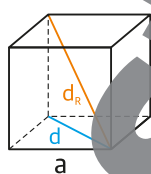
RK 664 Berechne jeweils die Länge der Flächendiagonale d und die Länge der Raumdiagonale d_R des Würfels. ...→ Ü664

a)



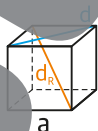
$$a = 4 \text{ cm}$$

b)



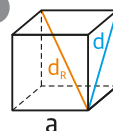
$$a = 7 \text{ cm}$$

c)



$$a = 2,6 \text{ cm}$$

d)



$$a = 4,5 \text{ cm}$$

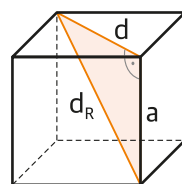
RK 665 In einen Würfel ist ein rechtwinkliges Dreieck eingeschrieben. Berechne für die angegebenen Kantenlängen der Würfel jeweils Umfang und Flächeninhalt des Dreiecks. ...→ Ü665

a) $a = 1$ cm

c) $a = 0,9$ cm

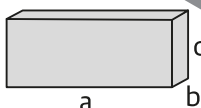
b) $a = 42,5$ cm

d) $a = 8,4$ cm



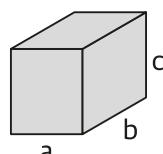
RK 666 Berechne jeweils die Längen aller Flächendiagonalen und die Länge der Raumdiagonale des Quaders. ...→ Ü666

a)



$$\begin{aligned} a &= 6 \text{ cm} \\ b &= 1 \text{ cm} \\ c &= 2 \text{ cm} \end{aligned}$$

b)



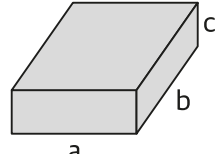
$$\begin{aligned} a &= 21 \text{ mm} \\ b &= 43 \text{ mm} \\ c &= 25 \text{ mm} \end{aligned}$$

c)



$$\begin{aligned} a &= 7,4 \text{ cm} \\ b &= 0,9 \text{ cm} \\ c &= 3,1 \text{ cm} \end{aligned}$$

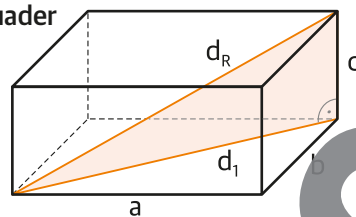
d)



$$\begin{aligned} a &= 6,3 \text{ dm} \\ b &= 12 \text{ dm} \\ c &= 2,2 \text{ dm} \end{aligned}$$

- RK 667 In einen Quader ist ein rechtwinkliges Dreieck eingeschrieben. Berechne für die angegebenen Kantenlängen der Quader jeweils Umfang und Flächeninhalt des Dreiecks.

- a) $a = 10 \text{ cm}$
 $b = 5 \text{ cm}$
 $c = 3 \text{ cm}$
- b) $a = 17,3 \text{ cm}$
 $b = 8,8 \text{ cm}$
 $c = 5,7 \text{ cm}$



- RK 668 Berechne jeweils den Oberflächeninhalt, das Volumen und die Länge der Raumdiagonale des Quaders.

- a) $a = 3 \text{ cm}$
 $b = 4 \text{ cm}$
 $c = 2 \text{ cm}$
- b) $a = 45 \text{ cm}$
 $b = 19 \text{ cm}$
 $c = 52 \text{ cm}$
- c) $a = 1,42 \text{ m}$
 $b = 2,05 \text{ m}$
 $c = 0,54 \text{ m}$

- RK 669 Umkehraufgaben beim Würfel

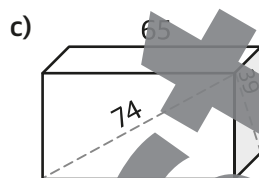
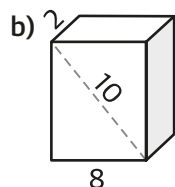
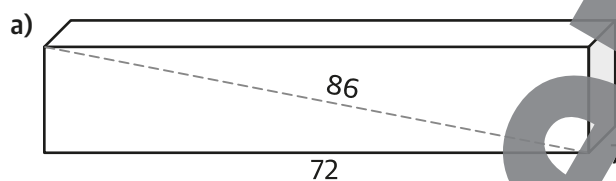
Berechne jeweils die fehlenden Größen.

- a) $d = 8 \text{ cm}$
 $a = ?$
 $O = ?$
- b) $d = 12,4 \text{ mm}$
 $a = ?$
 $V = ?$
- c) $d_R = 6 \text{ cm}$
 $a = ?$
 $d = ?$
- d) $d_R = 3,5 \text{ m}$
 $a = ?$
 $V = ?$

Schreib die Formeln an und forme sie um.

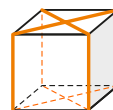


- RK 670 Berechne jeweils das Volumen des abgebildeten Quaders. Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben.



- MP RK 671 Geschenkbox

Ein Band wird um eine würfelförmige Geschenkbox gelegt (siehe Skizze). Wie lang ist das Band, wenn die Kantenlänge des Würfels a) 14 cm, b) 25 cm beträgt?



- VB 672 Ergänze den Satz. Erkläre.



Die Raumdiagonale ist immer _____ (kürzer / länger) als die längste Seite eines Quaders.

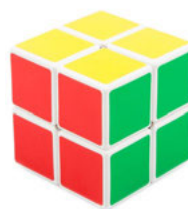
- MP VB 673 Zauberwürfel



Ein großer Würfel besteht aus 8 kleinen Würfeln (siehe Bild).

Gregor behauptet:
 „Die Oberfläche dieses Würfels ist halb so groß wie die Oberflächen der kleinen Würfel zusammen.“

Stimmt Gregors Behauptung? Begründe.
 Kannst du die Aussage prüfen, ohne zu rechnen?



Ernő Rubik
 (geb. am 13. 07. 1944)

Der ungarische Architekt erfand 1974 den Zauberwürfel, um das räumliche Denkvermögen seiner Studierenden zu trainieren. Schnell gewann der Rubik's Cube an Beliebtheit. Heute gibt es das Drehpuzzle in unzähligen Formen und Varianten.

J2 Quadratische Pyramide



Pyramiden mit quadratischer Grundfläche nennt man quadratische Pyramiden. Zeichnet man die Diagonalen der Grundfläche und die Höhen ein, entstehen viele rechtwinkelige Dreiecke. Mit dem Satz des Pythagoras kann man dann sehr viele Größen berechnen.

RK 674 Falte eine Pyramide.



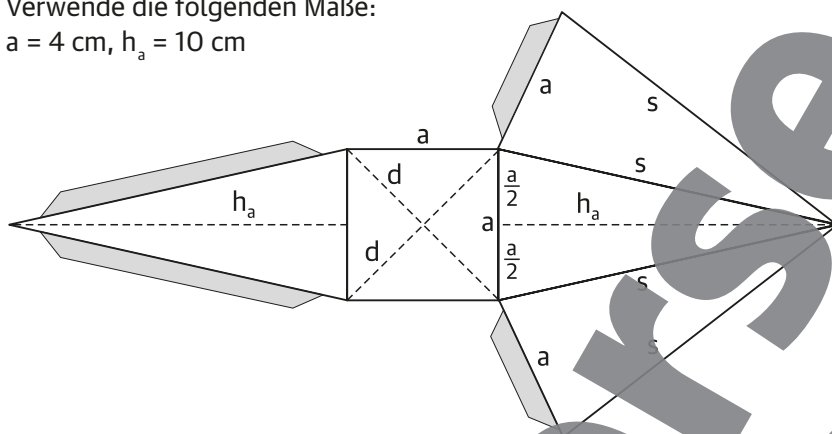
Hinweis: Eine Kopiervorlage findest du in der e-zone, PLUS! Band 4.

Sie wird dir bei den nächsten Aufgaben helfen.

Verwende ein DIN-A4-Blatt im Querformat und übertrage diese Faltvorlage. Verwende Schere und Klebstoff, um die Pyramide zu bauen.

Verwende die folgenden Maße:

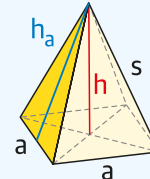
$a = 4 \text{ cm}$, $h_a = 10 \text{ cm}$



Volumen von quadratischen Pyramiden

Bei quadratischer Grundfläche gilt:

$$V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$$



Oberflächeninhalt von quadratischen Pyramiden

Die Oberfläche besteht aus der Grundfläche (= Quadrat) und dem Mantel (= vier gleichschenkelige Dreiecke).

$$O = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$$

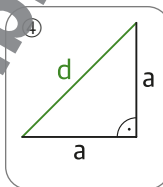
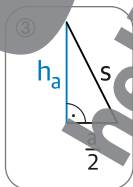
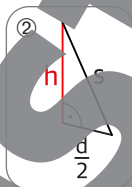
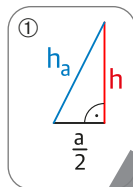
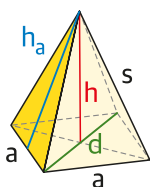
kurz:

$$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$$

DI 675 Rechtwinkelige Dreiecke in der Pyramide



Finde diese vier rechtwinkligen Dreiecke in der Abbildung der Pyramide und fahre sie dort mit dem Finger nach. Formuliere dann für jedes der Dreiecke den Satz des Pythagoras.



RK 676 Berechne jeweils den Oberflächeninhalt O und das Volumen V der quadratischen Pyramide.

...→ Ü676

Hinweis: Die Werte für h_a sind auf zwei Nachkommastellen genau.

- | | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|
| a) $a = 4 \text{ cm}$ | b) $a = 15 \text{ cm}$ | c) $a = 6,4 \text{ cm}$ | d) $a = 38 \text{ cm}$ |
| $h = 3 \text{ cm}$ | $h = 10 \text{ cm}$ | $h = 8,2 \text{ cm}$ | $h = 67 \text{ cm}$ |
| $h_a = 3,61 \text{ cm}$ | $h_a = 12,5 \text{ cm}$ | $h_a = 8,80 \text{ cm}$ | $h_a = 69,64 \text{ cm}$ |

MP RK 677 Im Innenhof des Louvre in Paris steht eine Glaspiramide mit quadratischer Grundfläche. Ihre dreieckigen Glaswände sind 35,42 Meter breit (a) und 27,96 Meter hoch (h_a).

a) Berechne den Flächeninhalt der Glaswände der Pyramide. Vernachlässige dabei die Fensterrahmen und den Eingang.

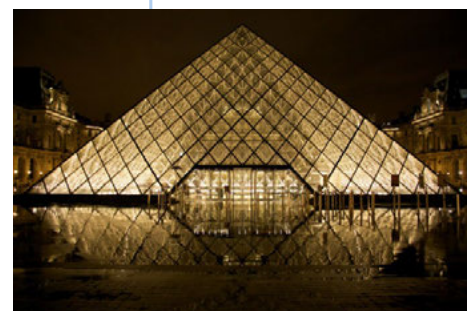


b) Der Louvre ist ein berühmtes Museum.

Was wird in diesem Museum gezeigt?

Recherchiere in einer vertrauenswürdigen Quelle und kreuze an:

- ☐ Kunst ☐ Dinosaurierskelette ☐ technische Erfindungen

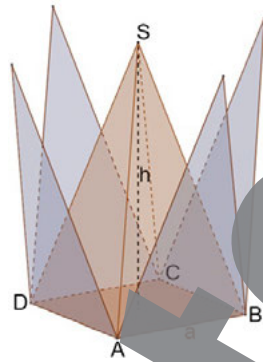


DI 678 Experimentiere mit dem Netz einer Pyramide.


Öffne die Datei und klappe mit Hilfe des Schiebereglers die Seitenflächen nach unten. Suche nach der Grundkante a und der Seitenkante s sowie den Höhen h und h_a in der Darstellung.

Wie verändern sich Oberflächeninhalt und Volumen, wenn du (1) a , (2) h , (3) h_a oder (4) s veränderst?

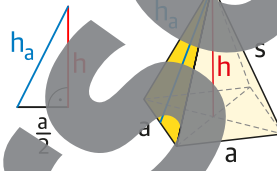
→ Diese Datei findest du in der e-zone, PLUS! Band 4, Technologie: J.


RK 679 Berechne die Höhe der Kerze.

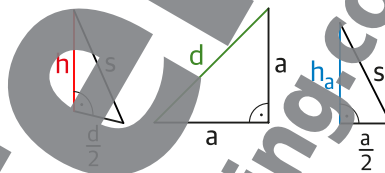
Eine Kerze hat die Form einer quadratischen Pyramide. Ihre Grundkante a ist 8 cm lang, ihr Volumen beträgt 192 cm^3 .

RK 680 Berechne jeweils den Oberflächeninhalt und das Volumen der quadratischen Pyramide.

- | | |
|---|---|
| a) $a = 7 \text{ cm}$
$h = 5 \text{ cm}$ | c) $h = 24,5 \text{ cm}$
$h_a = 28,1 \text{ cm}$ |
| b) $a = 4 \text{ cm}$
$h_a = 9 \text{ cm}$ | d) $h_a = 10,7 \text{ cm}$
$a = 16,2 \text{ cm}$ |


RK 681 Berechne jeweils den Oberflächeninhalt und das Volumen der quadratischen Pyramide.

- | | |
|---|---|
| a) $s = 15 \text{ cm}$
$h = 12 \text{ cm}$ | c) $s = 34,3 \text{ cm}$
$h = 16,9 \text{ cm}$ |
| b) $s = 7 \text{ cm}$
$h = 4 \text{ cm}$ | d) $s = 62,9 \text{ cm}$
$h = 25,1 \text{ cm}$ |


RK 682 Das Volumen einer quadratischen Pyramide beträgt 2400 cm^3 . Die Seite der Grundfläche ist 15 cm lang.

- Berechne die Höhe der Pyramide.
- Berechne den Oberflächeninhalt der Pyramide.

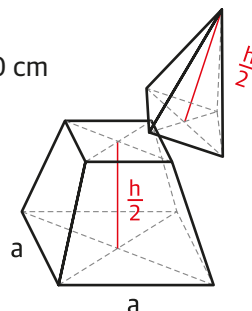
VB 683 Wahr oder falsch? Kreuze an und erkläre.


- Die Höhe h einer Pyramide ist immer größer als die Länge ihrer Seitenkante s .
☐ wahr ☐ falsch
- Halbiert man die Kantenlänge a der Grundfläche einer Pyramide, so halbiert sich auch ihr Volumen.
☐ wahr ☐ falsch

MP VB 684 Gerechzt geteilt?


Lisa hat eine Schokoladenpyramide mit $a = 6 \text{ cm}$ und $h = 10 \text{ cm}$ auf halber Höhe geteilt (siehe Skizze).

- Berechne das Volumen der beiden entstandenen Teile. Hat Lisa gerecht geteilt?
- Wie könnte man die Schokoladenpyramide gerecht in zwei Teile schneiden?



Berechne benötigte Größen mit dem Satz des Pythagoras.



Berechne zuerst d . Daraus kannst du a und danach h_a berechnen. Dann hast du alles, was du brauchst.

J3 Allgemeine Pyramide, Tetraeder

Die Grundfläche einer Pyramide muss kein Quadrat sein. Sie kann auch ein Rechteck oder ein anderes Vieleck sein. Die einfachste Form einer Pyramide ist der Tetraeder. Er hat nur 4 Ecken und alle seine Seitenflächen sind gleichseitige Dreiecke.

- RK 685 Gegeben ist eine Pyramide mit rechteckiger Grundfläche mit $a = 4 \text{ cm}$, $b = 2 \text{ cm}$ und $h = 5 \text{ cm}$.



Anna hat bereits einen Lösungsweg für die Berechnung des Oberflächeninhalts skizziert.

- a) Erkläre Annas Überlegungen.

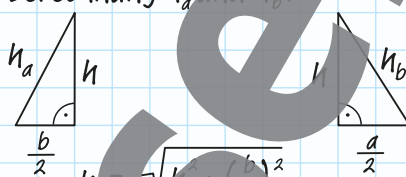
Skizze der Lösung:

$$O = G + M$$

Rechteck: $a \cdot b$

4 Dreiecke: $2 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2} + 2 \cdot \frac{b \cdot h_b}{2}$

Berechnung h_a und h_b :



- b) Berechne den Oberflächeninhalt der Pyramide.
c) Berechne das Volumen der Pyramide.

Volumen von allgemeinen Pyramiden

Bei beliebiger Grundfläche G gilt:

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

Die Berechnung des Volumens ist einfacher.

- RK 686 Berechne jeweils den Oberflächeninhalt und das Volumen der Pyramide mit rechteckiger Grundfläche. Ü686

- a) $a = 6 \text{ cm}$; $b = 7 \text{ cm}$; $h = 4 \text{ cm}$
b) $a = 5 \text{ cm}$; $b = 7,5 \text{ cm}$; $h = 6 \text{ cm}$
c) $a = 6,5 \text{ cm}$; $b = 4,5 \text{ cm}$; $h = 9 \text{ cm}$
d) $a = 3,5 \text{ cm}$; $b = 2 \text{ cm}$; $h = 1,8 \text{ cm}$

- RK 687 Berechne jeweils den Oberflächeninhalt und das Volumen der Pyramide mit rechteckiger Grundfläche. Ü687

- a) $a = 4 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $s = 12 \text{ cm}$
b) $a = 5 \text{ cm}$, $s = 6 \text{ cm}$, $h = 4,5 \text{ cm}$
c) $a = 3,5 \text{ cm}$, $b = 9 \text{ cm}$, $s = 12,5 \text{ cm}$

Oft helfen Skizzen.

- RK 688 Markus hat einen Würfel in der Form eines Tetraeders. Die Kantenlänge beträgt $1,5 \text{ cm}$.



- a) Wie viele Seitenflächen hat der Würfel?
b) Warum steht nicht nur eine Zahl auf jeder Seitenfläche?
c) Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen des Würfels.
Tipp: Verwende die Formeln aus dem Wissenskasten.

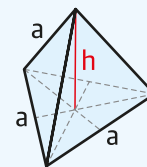


- MP 689 Berechne die gesuchten Größen dieser Tetraeder. Tipp: Verwende die Formeln aus dem Wissenskasten. ...→ Ü689

- a) $a = 6 \text{ cm}$, $O = ?$, $V = ?$
b) $O = 173 \text{ cm}^2$, $a = ?$, $V = ?$
c) $V = 5 \text{ cm}^3$, $a = ?$, $O = ?$
d) $a = 4,7 \text{ cm}$, $V = ?$, $h = ?$

Tetraeder

Ein Tetraeder besteht aus vier gleichseitigen Dreiecken.



Für den Oberflächeninhalt und das Volumen dieser Pyramide ergibt sich damit:

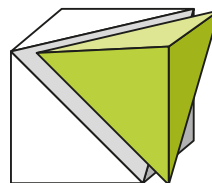
$$O = a^2 \cdot \sqrt{3}$$

$$V = \frac{a^3}{12} \cdot \sqrt{2}$$

- MP 690 Würfelschnitt



Von einem Würfel wurde eine Pyramide mit dreieckiger Grundfläche abgeschnitten. Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen der Pyramide, wenn die Kantenlänge des Würfels 8 cm beträgt.

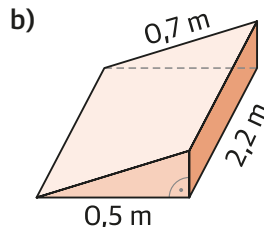
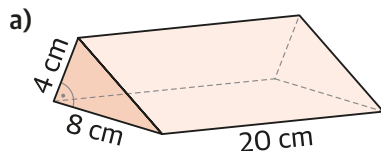


J4 Dreiseitiges Prisma, Masse



Ein Prisma ist ein Körper mit zwei deckungsgleichen, parallelen Flächen als Grund- und Deckfläche. Beim dreiseitigen Prisma sind Grund- und Deckfläche dreieckig. Die drei Seitenflächen sind Rechtecke.

- RK 691 Berechne jeweils das Volumen und die Masse des skizzierten Holzkeils. Die Dichte des Fichtenholzes beträgt $\rho = 0,47 \text{ g/cm}^3$.



Die Grundfläche ist ein rechtwinkeliges Dreieck.

Volumen von Prismen

Bei beliebiger Grundfläche G gilt:
 $V = G \cdot h$

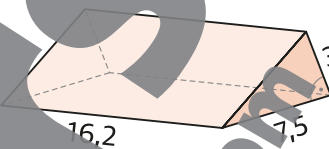
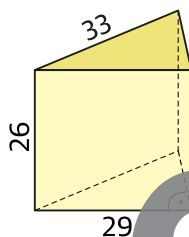
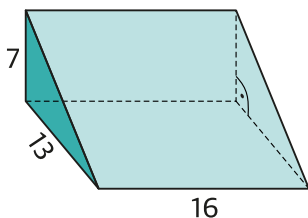
Masse berechnen

Die Masse m ergibt sich aus dem Volumen V und der Dichte ρ („rho“):

$$m = V \cdot \rho$$

- RK 692 Berechne jeweils das Volumen und die Masse des dreiseitigen Prismas. Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben. → Ü692

a) Stahl ($\rho = 7,9 \text{ g/cm}^3$) b) Gummi ($\rho = 0,95 \text{ g/cm}^3$) c) Marmor ($\rho = 2,7 \text{ g/cm}^3$)



- RK 693 Gegeben sind jeweils das Volumen und die Masse eines Körpers. Berechne seine Dichte und entscheide, aus welchem Material er ist. → Ü693

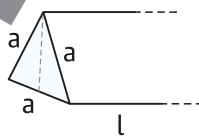
Material:	Gold	Blei	Messing	Eisen
Dichte $[\text{g/cm}^3]$:	19,3	11,3	8,7	7,9

- a) $V = 6,4 \text{ cm}^3$
 $m = 72,32 \text{ g}$ b) $V = 27,6 \text{ cm}^3$
 $m = 240,12 \text{ g}$ c) $V = 3,8 \text{ cm}^3$
 $m = 75,14 \text{ g}$ d) $V = 18,9 \text{ cm}^3$
 $m = 149,31 \text{ g}$

- RK 694 Die Grundfläche von Dreikant-Stangen hat die Form eines gleichseitigen Dreiecks. Berechne jeweils Volumen und Masse der Stange. → Ü694

Gleichseitiges Dreieck

Höhe: $h_a = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$

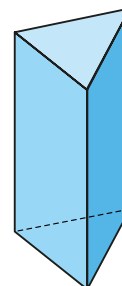


- a) Gusseisen: $\rho = 7,25 \text{ g/cm}^3$
 $a = 2,8 \text{ cm}; l = 1,5 \text{ m}$ b) Granit: $\rho = 2,8 \text{ g/cm}^3$
 $a = 4 \text{ cm}; l = 0,95 \text{ m}$

- MP DI VB 695 Milchpackung

Die Firma Design & Form soll eine neue Milchpackung für 0,5 Liter entwerfen. Der Entwurf sieht ein gleichseitiges Dreieck als Grundfläche vor (siehe Skizze).

- a) Finde passende Abmessungen (Grundkante und Höhe) für die Verpackung.
b) Gibt es verschiedene Lösungen? Erkläre.
c) Beschreibe, wie du beim Finden deiner Lösung vorgegangen bist.



Die Krone des Hieron

Der berühmte Mathematiker **Archimedes** half einst König Hieron festzustellen, ob eine geschenkte Krone aus Gold war oder nicht. Er löste die Aufgabe, indem er die Krone in Wasser tauchte und so ihr Volumen bestimmte. Dann wog er sie und bestimmte ihre Masse. Nun konnte er die Dichte berechnen und stellte fest, dass die Krone nicht aus reinem Gold bestand.

J5 Zusammengesetzte Körper

Zerlege einen zusammengesetzten Körper in einfache, bekannte Formen wie Würfel, Quader, dreiseitige Prismen oder Pyramiden und berechne deren Größen nacheinander.

MP RK **696** Im Reschensee in Südtirol steht der Kirchturm von Alt-Graun.



Er hat folgende Maße: Turmhöhe (ohne Dach): 22 m
Dachhöhe (ohne Kreuz): 9 m
quadratische Grundfläche: 6 m × 6 m

- Wie hoch ist der Turm insgesamt, wenn das Kreuz 3 m hoch ist?
- Aus welchen geometrischen Körpern besteht der Turm?
- Berechne das Volumen des Turms.
- Im Jahr 2009 wurde das Dach neu gedeckt.
Für wie viel Quadratmeter mussten Schindeln besorgt werden?
- Warum steht der Kirchturm im Wasser? Recherchiere in einer vertrauenswürdigen Quelle.

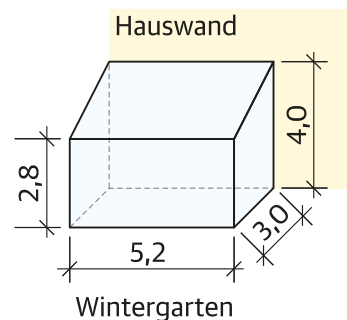


RK **697** An ein Haus wird ein Wintergarten angebaut.

Die Wände und das Dach sind aus Glas.
Hinweis: Alle Maße sind in m angegeben.

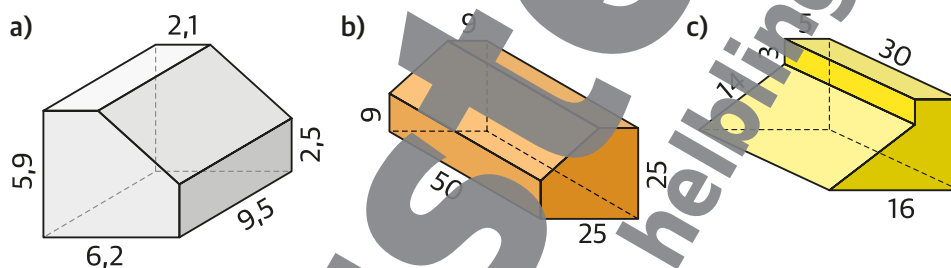
→ Ü697

- Berechne die Größe der verglasten Fläche.
- Berechne die Kosten für das Glas, wenn ein Quadratmeter 149,90 € kostet.
- Berechne das Volumen des Wintergartens.



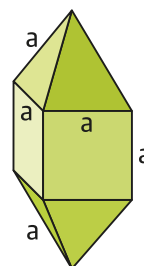
RK **698** Berechne jeweils den Oberflächeninhalt und das Volumen des Körpers. → Ü698

Hinweis: Alle Maße sind in m angegeben.



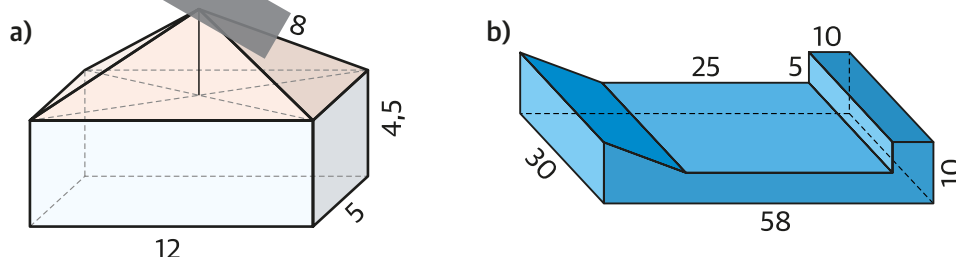
RK DI **699** Gegeben ist die skizzierte Figur.

- Aus welchen Körpern ist die Figur zusammengesetzt?
- Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen für $a = 4$ cm.
- Gib eine allgemeine Formel für das Volumen des Körpers an.
- Berechne die Masse der Figur für $a = 8$ cm und $\rho = 8,7$ g/cm³ (Messing).



RK **700** Berechne jeweils den Oberflächeninhalt und das Volumen des Körpers. → Ü700

Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben.



Tipps zur Berechnung

- Suche nach rechten Winkeln, um den Satz des Pythagoras anwenden zu können.
- Erstelle Teilskizzen und markiere bekannte Größen – das hilft beim Überblick.
- Überlege, ob es einfacher ist, den Körper zu ergänzen oder zu zerlegen.



CHECKPOINT

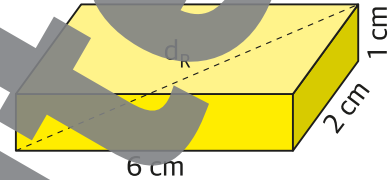
Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

- RK 701 Gegeben ist ein Würfel mit Kantenlänge $a = 5$ cm.
Berechne die Länge der Flächendiagonale d und die Länge der Raumdiagonale d_R .
Runde auf zwei Nachkommastellen.

- RK 702 Briefbeschwerer

Ein quaderförmiger Briefbeschwerer (siehe Skizze) besteht aus Messing (Dichte: $8,7 \text{ g/cm}^3$).
Berechne folgende Größen:

- a) Volumen V c) Masse m
b) Oberflächeninhalt O d) Länge der Raumdiagonale d_R



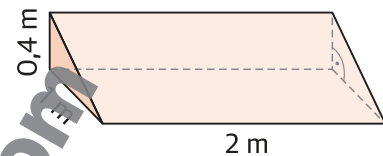
- RK 703 Berechne den Oberflächeninhalt O und das Volumen V dieser quadratischen Pyramide.
Hinweis: Der Wert von h_a ist auf zwei Nachkommastellen gerundet.

$a = 12$ cm; $h = 9$ cm; $h_a = 10,82$ cm

- RK 704 Rampe

Eine Rampe aus Holz (Dichte: 670 kg/m^3) hat die Form eines dreiseitigen Prismas (siehe Skizze).
Berechne folgende Größen:

- a) Volumen V
b) Oberflächeninhalt O
c) Masse m



Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

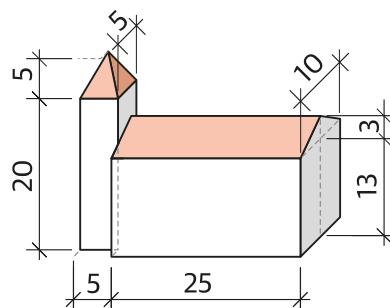
- RK 705 Das Volumen eines Würfels beträgt 15 Liter.
Hinweis: $1 \text{ Liter} = 1 \text{ dm}^3$
a) Berechne die Kantenlänge des Würfels. b) Berechne die Länge der Raumdiagonale.

- RK 706 Gegeben ist eine Pyramide mit quadratischer Grundfläche ($a = 2,5$ m) und Höhe $h = 4,5$ m.
Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen der Pyramide sowie die Länge der Seitenkante s .

- RK 707 Gegeben ist eine Pyramide mit rechteckiger Grundfläche:
 $a = 7,5$ cm; $b = 4,8$ cm; $h = 10$ cm
Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen dieser Pyramide.

- DI RK 708 Das Dach einer Kirche wird erneuert.
Hinweis: Alle Maße sind in m angegeben.

- a) Beschreibe das Gebäude mit Hilfe einfacher geometrischer Körper.
b) Berechne den Flächeninhalt des Dachs.
c) Berechne den Preis für die Dachziegel, wenn 1 Quadratmeter 59,90 € kostet.



K

Lineare Gleichungssysteme



Jede der beiden Aussagen des Verkäufers beschreibt eine Rechnung mit zwei unbekannten Preisen.

Solche Rechnungen nennt man lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten.

Mathematik hilft uns, solche Gleichungen systematisch zu lösen – egal, ob es um Backwaren, Handytarife oder Verkehrsplanung geht.

MP 709 Was kosten Semmel und Salzstangerl?



Zwei Kundinnen haben nacheinander folgende Bestellungen aufgegeben:

Kundin 1: 2 Semmeln und 1 Salzstangerl – das kostet 2,20 €.

Kundin 2: 1 Semmel und 2 Salzstangerln – das kostet 2,60 €.

a) Wie viel kostet eine Semmel? Wie viel kostet ein Salzstangerl?

Probiere verschiedene Preise aus und finde die Lösung.

b) Kann es auch andere Lösungen geben?

Vergleiche mit anderen.

In diesem Kapitel beschäftigst du dich mit

linearen Gleichungssystemen mit zwei Unbekannten.

Zunächst bestimmst du deren Lösungen grafisch,

ehe du auch rechnerische Lösungsverfahren kennen und nutzen lernst.

Schließlich wendest du Gleichungssysteme in Sachsituationen und in der Geometrie an.



WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Äquivalenzumformung

Wie gut kannst du das noch?



RK 710 Berechne zuerst jeweils den Wert der Unbekannten. Führe dann eine Probe durch.

a) $2x + 1 = 15$

c) $\frac{x}{4} + 5 = 7$

e) $23 = 7 - 2x$

b) $3 - x = 10$

d) $5 \cdot (x - 2) = 15$

f) $x - (6 - x) = 2$

RK 711 Forme jeweils so um, dass die Variable x durch die Variable y ausgedrückt wird.

B $4x + 3y = 12$

$$\begin{array}{rcl} 4x + 3y & = & 12 \\ -3y & & -3y \\ \hline 4x & = & 12 - 3y \quad | :4 \\ \hline x & = & \frac{12 - 3y}{4} \end{array}$$

a) $8x + 2y = 10$

e) $\frac{x}{3} - 2 = 2y$

b) $2x - y = 4$

f) $3y - \frac{x}{2} = 5$

c) $15 - x = y + 3$

g) $2x + 4y = 6$

d) $5y - 4 = 8x$

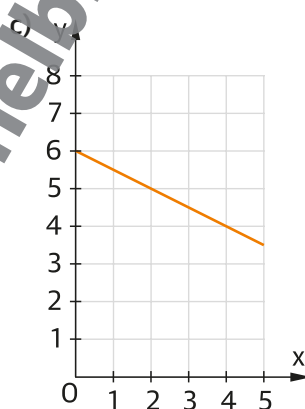
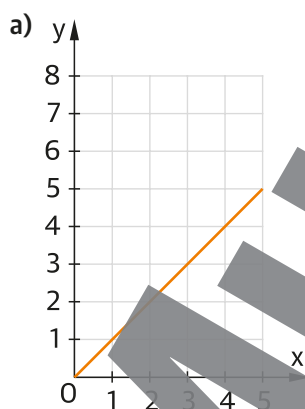
h) $\frac{y}{2} - \frac{2x}{3} = 0$

Lineare Funktionen

Wie gut kannst du das noch?



RK 712 Bestimme jeweils die Funktionsgleichung.



RK 713 Erstelle ein Koordinatensystem mit $-5 \leq x \leq 5$ und $-5 \leq y \leq 5$. Zeichne dann die Graphen der angegebenen Funktionen ein.

a) $y = x + 1$

b) $y = 2x - 5$

c) $y = 4 - x$

d) $y = 0,5 \cdot x$

DI 714 Wie nennt man k in der Gleichung $f(x) = k \cdot x + d$? Kreuze an.

☐ Steigungskoeffizient

☐ Funktionswert

☐ Kehrwert

K1 Gleichung mit zwei Unbekannten



Bei einer Gleichung mit zwei Unbekannten ist die **Lösung** nicht eine Zahl, sondern ein **Zahlenpaar**. Es besteht aus einer Zahl für die erste Unbekannte und einer Zahl für die zweite Unbekannte.

MP
DI
VB

715

$$2x + 3y = 24$$

Gibt es mehr als eine Lösung?



a) Finde verschiedene Lösungen (x|y) für die Gleichung.

Trage die Lösungspaare in die Tabelle ein und mach auch die Probe.

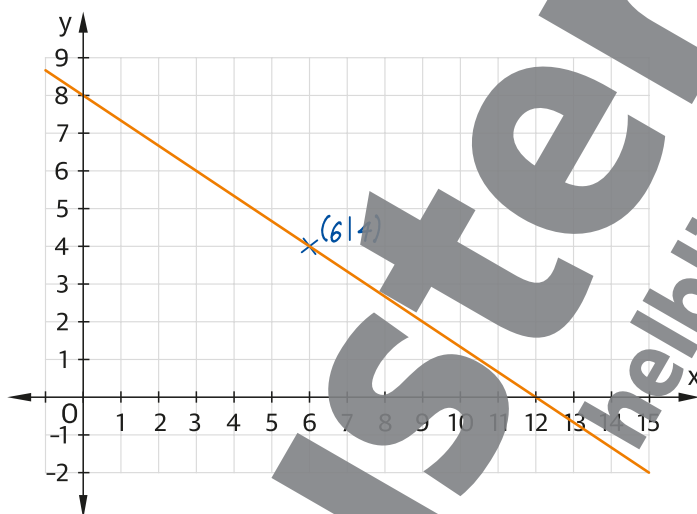
Hinweis: x und y müssen keine natürlichen Zahlen sein.

Dezimalzahlen, negative Zahlen ... alles ist hier erlaubt.

	x	y	(x y)	Probe für $2x + 3y = 24$
B Lösung 1	6	4	(6 4)	$2 \cdot 6 + 3 \cdot 4 = 24 \checkmark$
Lösung 2				
Lösung 3				
Lösung 4				

b) Gäbe es noch mehr Lösungen? Erkläre.

c) Zeichne deine Lösungspaare als Punkte im Koordinatensystem ein, wenn sich die Punkte im abgebildeten Ausschnitt befinden. Was fällt dir auf?



d) Wähle einen Punkt auf der Geraden, den du noch nicht eingezeichnet hast.

Lies die Koordinaten ab und prüfe, ob sie ein Lösungspaar der Gleichung sind.

Lösungspaar

$$(x|y) = (6|4)$$

Im Beispiel bilden $x = 6$ und $y = 4$ zusammen eine Lösung.

RK
DI

716

Lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten und Funktionsgraphen



a) Gib folgende Gleichungen in GeoGebra ein:

$$2x + 3y = 24$$

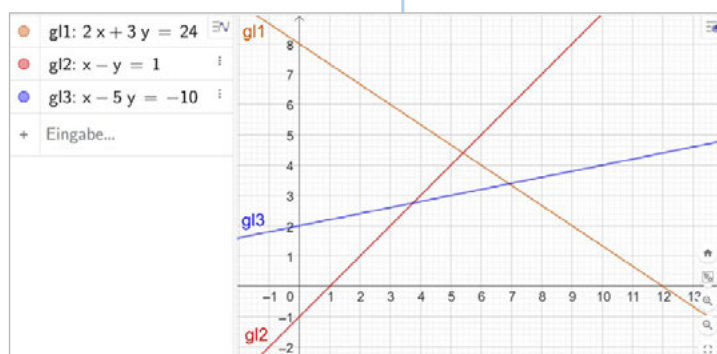
$$x - y = 1$$

$$x - 5y = -10$$

b) Ändere die Zahlen und beobachte, wie sich die Geraden ändern.

c) Forme jede Gleichung in die gewohnte Form einer Funktion um: $y = \dots$

d) Vergleiche die Geraden mit deinem Wissen über lineare Funktionen aus Kapitel I.



→ Diese Datei + Arbeitsblatt findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: K.

MP
DI
VB

717 Sparschwein



In einem Kaffeehaus gibt es ein Sparschwein für Trinkgeld.
Es wird jeden Tag ausgeleert.
Heute haben zwei Kunden Münzen eingeworfen.
Wir beschreiben diese Situation mit der Gleichung $x + y = 5$.

- Was könnten die Variablen x und y in unserem Beispiel bedeuten?
- Finde drei verschiedene Lösungen für die Gleichung.
- Zeichne ein Koordinatensystem (x -Achse von 0 bis 8, y -Achse von -3 bis +5) und zeichne deine drei Lösungen als Punkte ein.
Verbinde die Punkte durch eine Gerade.
- Petra schlägt die Lösung $(6 | -1)$ vor.
Ist die Lösung mathematisch korrekt und erfüllt die Gleichung?
Macht die Lösung im Beispiel des Sparschweins Sinn?
Was würde das bedeuten? Erkläre.

RK

718 Sind die angegebenen Zahlenpaare Lösungen der Gleichungen? ... → Ü718
Kreuze jeweils alle Lösungen an.

- | | | |
|-----------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| a) $x - y = 4$ | b) $x + 4y = 10$ | c) $3x - 2y = 0$ |
| ☐ (10 8) | ☐ (2 2) | ☐ (7 10) |
| ☐ (4 0) | ☐ (3 3) | ☐ (0 -3) |
| ☐ (0 4) | ☐ (6 1) | ☐ (4 6) |
| ☐ (5,9 1,9) | ☐ (-2 3) | ☐ (0 0) |

RK
DI

719 Lösungen finden und einzeichnen ... → Ü719

Gegeben ist jeweils eine Gleichung mit zwei Unbekannten.

- $x + 2y = 10$
 - $3x - 4y = 0$
 - $2x + 10y = 20$
- Finde drei verschiedene Lösungen zu der Gleichung.
 - Zeichne ein Koordinatensystem (Maße passend zu deinen Lösungen).
Trage deine Lösungen im Koordinatensystem als Punkte ein und verbinde sie zu einer Geraden.
Tipp: Du kannst die Geraden der Aufgaben a), b) und c) ins gleiche Koordinatensystem zeichnen. Beschrifte sie dann.
 - Finde eine vierte Lösung für die Gleichung durch Ablesen eines Punktes auf der Geraden.

MP

720 Strauße und Zebras ... → Ü720

In einem Zoo sind Strauße und Zebras im selben Gehege.
Mario möchte wissen, wie viele Strauße und Zebras insgesamt im Gehege sind.
Die Tierpflegerin antwortet mit einem Rätsel:
„Insgesamt sind jedenfalls 38 Beine im Gehege.“

- Finde eine Gleichung, um die Zahl der Beine zu berechnen, wenn x die Anzahl der Strauße und y die Anzahl der Zebras angibt.
- Wie viele Strauße und Zebras könnten im Gehege sein?
- Gibt es mehr als eine mögliche Lösung?
Wenn ja, finde alle Möglichkeiten.

RK
DI721 Gegeben ist folgende Gleichung: $x - 2y = 0$

Ergänze diese Sätze, sodass die Gleichung erfüllt ist.

- Wenn $x = 100$ ist, hat y den Wert ...
- y ist immer ... so groß wie x .
- Wenn x negativ ist, dann ist y ...

Lösungsmenge

Alle möglichen Lösungspaare zusammen bilden die sogenannte Lösungsmenge L . Die Lösungsmenge einer linearen Gleichung mit zwei Unbekannten enthält **unendlich viele Zahlenpaare**. Zeichnet man sie als Punkte in einem Koordinatensystem ein, ergibt sich eine **Gerade**. Jeder Punkt entspricht einer Lösung.



Zoos haben viele Aufgaben

Sie dienen der Bildung, dem Artenschutz und oft auch der Forschung.

K2 Lineare Gleichungssysteme – Lösungsfälle

Hat man zum selben Sachverhalt **zwei lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten**, sucht man Zahlenpaare, die beide Gleichungen erfüllen. Oft gibt es **genau eine** Lösung, in manchen Fällen aber auch **keine** oder sogar **unendlich viele Lösungen** – je nachdem wie die zugehörigen Geraden zueinander liegen.

RK
DI
VB

722

Gegeben ist folgendes Gleichungssystem:

I: $x + 2y = 10$

II: $x - y = 4$



a) Finde zu jeder der beiden Gleichungen drei Lösungspaare.

Trage sie in die Tabelle ein.

Tipp: Wähle einfache Werte für x oder y und berechne den jeweils anderen.

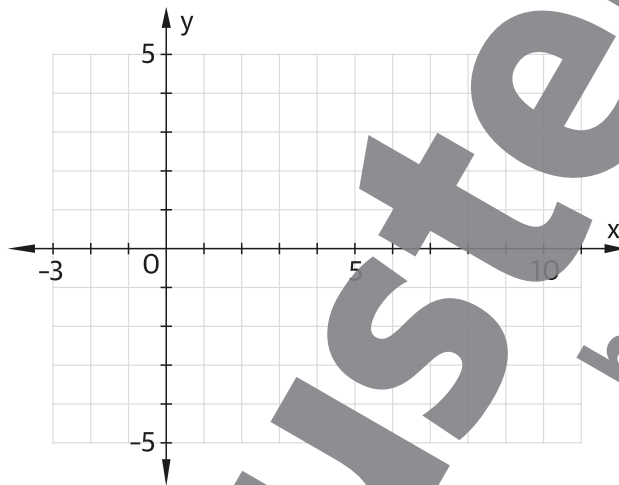
Achte darauf, dass sie innerhalb des Koordinatensystems bei b) liegen.

erfüllt I: $x + 2y = 10$			
Punkt	x	y	$(x y)$
Punkt 1	0	5	(0 5)
Punkt 2			
Punkt 3			

erfüllt II: $x - y = 4$			
Punkt	x	y	$(x y)$
Punkt 1	0	-4	(0 -4)
Punkt 2			
Punkt 3			

b) Übertrage die Punkte aus a) in das Koordinatensystem.

Zeichne zu Gleichung I eine blaue Gerade, zu Gleichung II eine grüne Gerade.



c) Lies die Koordinaten des Schnittpunkts der beiden Geraden ab.
Prüfe durch Einsetzen: Erfüllt das Zahlenpaar beide Gleichungen?

d) Überlege:

Warum beschreibt der Schnittpunkt die einzige Lösung des Gleichungssystems?

Warum kann kein anderer Punkt auf den Geraden eine Lösung für beide Gleichungen gleichzeitig liefern? Erkläre.

e) Gib die Lösungsmenge L für dieses Gleichungssystem an: $L = \{ \quad \}$

f) Wiederhole die Aufgaben a), b), c) und e) für das folgende Gleichungssystem. Arbeite in deinem Heft.

I: $\frac{x}{2} + y = 2$

II: $x - y = 1$

Gleichungssystem

Ein Gleichungssystem besteht aus zwei Gleichungen, die sich auf denselben Zusammenhang beziehen.

Man sucht ein Zahlenpaar, das beide Gleichungen gleichzeitig erfüllt.

Um zu zeigen, dass die Gleichungen zusammengehören, bezeichnen wir sie mit römischen Zahlen:

I: erste Gleichung

II: zweite Gleichung

Genau eine Lösung

Die Lösungsmenge L eines Gleichungssystems besteht aus allen Lösungen, die die Lösungsmengen der einzelnen Gleichungen gemeinsam haben. Oft ist das genau ein Zahlenpaar.

Beispiel:

Man schreibt:

$$L = \{(4|0)\}$$

Man spricht:

„Die Lösungsmenge L enthält den Punkt 4, 0.“

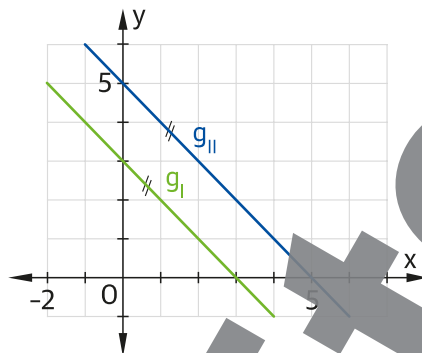
DI VB **723** Untersuche folgende Gleichungssysteme.



a) I: $x + y = 3$
II: $x + y = 5$

Die zugehörigen Geraden sind im Koordinatensystem eingezeichnet.

- (1) Gibt es ein Zahlenpaar $(x|y)$, für das beide Gleichungen erfüllt sind? Erkläre.
- (2) Gib die Lösungsmenge für dieses Gleichungssystem an.



b) I: $x + y = 4$
II: $2x + 2y = 8$

- (1) Zeichne ein Koordinatensystem mit den Geraden zu diesen Gleichungen.
- (2) Gibt es ein Zahlenpaar $(x|y)$, für das beide Gleichungen erfüllt sind? Erkläre.
- (3) Beschreibe die Lösungsmenge in Worten. Wie viele Lösungen gibt es?
- (4) Gib die Lösungsmenge für dieses Gleichungssystem mathematisch an.

Keine Lösung

Gibt es kein Zahlenpaar, das beide Gleichungen erfüllt, ist die Lösungsmenge eine **leere Menge**. Sie enthält keine Elemente.

Man schreibt:
 $L = \{ \}$

Man spricht:
„L ist leer.“

RK DI **724** Untersuche folgende Gleichungssysteme. → Ü724

System A

I: $x + y = 6$
II: $x - y = 2$

System C

I: $x + 2y = 5$
II: $2x + 4y = 10$

System B

I: $x + 2y = 9$
II: $x + 2y = 4$

System D

I: $x - y = 3$
II: $x + y = 3$

- a) Finde jeweils zwei Lösungspaare für Gleichung I und Gleichung II. Trage sie in eine Tabelle ein.
- b) Erstelle für jedes Gleichungssystem ein eigenes Koordinatensystem. Zeichne die Punkte aus a) ein und verbinde sie zu zwei Geraden.
- c) Bestimme jeweils den Schnittpunkt der Geraden (falls vorhanden).
- d) Beschreibe für jedes System die Lösungsmenge in Worten. Gibt es genau eine Lösung, keine Lösung oder unendlich viele Lösungen?
- e) Gib die Lösungsmenge jeweils mathematisch an.



- f) Gib die Gleichungssysteme in GeoGebra ein und vergleiche die Geraden mit deinen Geraden aus b).

Unendlich viele Lösungen

Wenn alle Lösungen von Gleichung I auch Lösungen von Gleichung II sind, schreibst du:

$$L = L_I = L_{II}$$

RK DI **725** Finde jeweils eine passende zweite Gleichung. → Ü725



a) I: $2x - y = 0$ Das Gleichungssystem soll
II: ? genau ein Lösungspaar haben.

b) I: $x + 2y = 6$ Das Gleichungssystem soll
II: ? kein Lösungspaar haben.

c) I: $\frac{x}{2} - y = 3$ Das Gleichungssystem soll
II: ? unendlich viele Lösungspaare haben.



Gibt es jeweils verschiedene Möglichkeiten für die zweite Gleichung? Erkläre. Vergleiche dann mit anderen.

K3 Grafisches Lösungsverfahren



Die Lösungsmenge eines Gleichungssystems kann man grafisch bestimmen, indem man die **Geraden** zu den beiden Gleichungen in ein Koordinatensystem zeichnet. Dazu bringt man die Gleichungen am besten vorher in die Form $y = \dots$, damit sie leichter gezeichnet werden können.

RK
DI

726 Gegeben ist folgendes Gleichungssystem:



I: $x + y = 3$

II: $y - x = 1$

- a) Bringe auch Gleichung II in die Form $y = \dots$

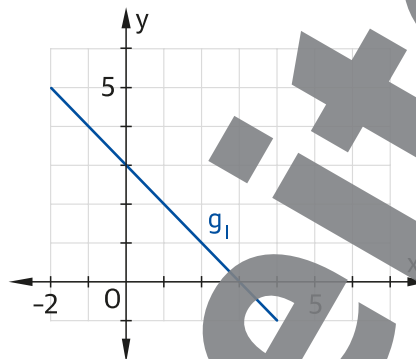
I: $y = -x + 3$

II: $y = \dots$

- b) Zeichne die Gerade zu Gleichung II in Orange in das Koordinatensystem.

- c) Markiere den Schnittpunkt und

bestimme die Lösungsmenge. $L = \dots$



Es gibt drei Möglichkeiten, wie die Lösungsmenge L aussehen kann:

1) Ein Schnittpunkt
Dieser Punkt liefert die einzige Lösung.
Beispiel:
 $L = \{(3 | 4)\}$

2) Kein Schnittpunkt
 g_I und g_{II} verlaufen parallel. Es gibt keine Lösung.
 $L = \{ \}$... leere Menge

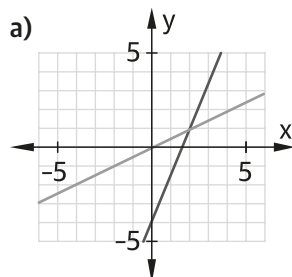
3) Alle Punkte auf beiden Geraden
Es gilt: $g_I = g_{II}$.
Es gibt unendlich viele Lösungen.
 $L = L_I = L_{II}$

RK
DI

727 In ein Koordinatensystem sind jeweils die zwei Geraden zu einem linearen Gleichungssystems eingezeichnet.

... → Ü727

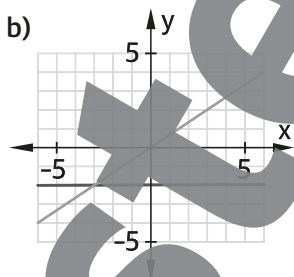
Ziehe die Gerade zu Gleichung I blau und jene zu Gleichung II orange nach. Markiere den Schnittpunkt und gib die Lösungsmenge an.



I: $y = 2,5 \cdot x - 4$

II: $y = 0,5 \cdot x$

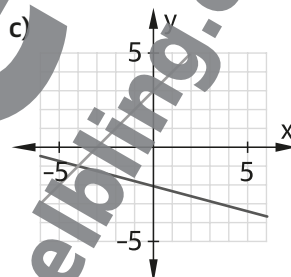
$L = \dots$



I: $y = -2$

II: $y = \frac{2}{3} \cdot x$

$L = \dots$



I: $y = -2 - \frac{x}{4}$

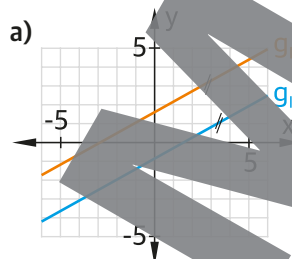
II: $y = x + 3$

$L = \dots$

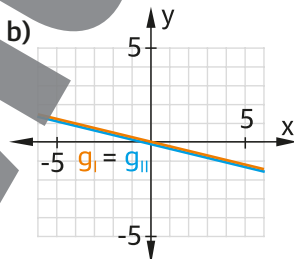
RK
DI

728 Gib die Lösungsmengen der dargestellten Gleichungssysteme an.

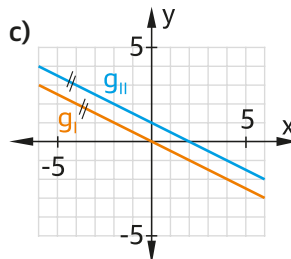
... → Ü728



$L = \dots$



$L = \dots$



$L = \dots$

DI
VB

729 Stell den Satz richtig. Kreuze an und erkläre.



Wenn die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems genau ein Zahlenpaar enthält, bedeutet das, dass die Geraden zu den beiden Gleichungen ...

☐ parallel ☐ nicht parallel ☐ zueinander liegen.

730 Finde jeweils die Lösungsmenge des Gleichungssystems mit Hilfe des grafischen Lösungsverfahrens.

...→ Ü730

Hinweis: Zeichne jeweils ein Koordinatensystem mit $-5 \leq x \leq 5$ und $-5 \leq y \leq 5$.

- a) I: $y = x - 2$ b) I: $y = \frac{x}{2} + 1$ c) I: $y = 3 \cdot x - 6$ d) I: $y = -x - 1$
 II: $y = 2 - x$ II: $y = 2 \cdot x - 2$ II: $y = \frac{2}{3} \cdot x + 1$ II: $y = \frac{x}{2} + 2$

Für die Probe setze ich die Koordinaten des Schnittpunkts in beide Gleichungen ein und schaue, ob sie beide Gleichungen erfüllen.

731 Finde jeweils die Lösungsmenge des Gleichungssystems mit Hilfe des grafischen Lösungsverfahrens und mach eine Probe.

...→ Ü731

Tipp: Diese Aufgabe kannst du auf Papier oder in GeoGebra lösen.

- a) I: $y = x + 2$ b) I: $y = 0,5x$ c) I: $y = \frac{x}{2} + 1$ d) I: $y = 2$
 II: $y = -x - 2$ II: $y = 2x - 3$ II: $y = 4 - x$ II: $y = 1 - \frac{x}{3}$

732 Finde jeweils die Lösungsmenge des Gleichungssystems mit Hilfe des grafischen Lösungsverfahrens.

...→ Ü732

Hinweis: Zeichne jeweils in ein Koordinatensystem mit $-2 \leq x \leq +5$ und $-2 \leq y \leq +5$.

Tipp: Diese Aufgabe kannst du auf Papier oder in GeoGebra lösen.

- a) I: $2x + y = 5$ c) I: $2x + 1 = y$ e) I: $x + y = 1$
 II: $y = x + 2$ II: $2y = 4x - 6$ II: $2x - 5 = y$
 b) I: $y = -x + 4$ d) I: $y + 1 = \frac{x}{2}$ f) I: $y = -x + 2$
 II: $y + 5 = 2x$ II: $y + x = 5$ II: $x + y = 2$

Achtung:

Es kann auch die leere Menge als Lösungsmenge herauskommen.

733 Wie viele Lösungen gibt es?

...→ Ü733

Die folgenden Gleichungssysteme sind bereits in der Form $y = \dots$ gegeben. Überlege, wie viele Lösungen das jeweilige Gleichungssystem hat, ohne die Geraden zu zeichnen. Erkläre.

Tipp: Achte auf die Steigungskoeffizienten k und festen Größen d der Funktionsgleichungen.

- a) I: $y = 2x + 3$ c) I: $y = x - 6$ e) I: $y = 5x + 3$
 II: $y = 2x - 1$ II: $y = 3x - 6$ II: $y = 3 + 5x$

Lösungen:

- ☐ eine
☐ keine
☐ unendlich viele

Lösungen:

- ☐ eine
☐ keine
☐ unendlich viele

Lösungen:

- ☐ eine
☐ keine
☐ unendlich viele

- b) I: $y = 0,5x + 2$ d) I: $y = \frac{x}{2} - 1$ f) I: $y = 9 - x$
 II: $y = 2x + 0,5$ II: $y = \frac{x}{2} + 1$ II: $y = x - 9$

Lösungen:

- ☐ eine
☐ keine
☐ unendlich viele

Lösungen:

- ☐ eine
☐ keine
☐ unendlich viele

Lösungen:

- ☐ eine
☐ keine
☐ unendlich viele

- ⊕ Finde selbst jeweils ein Gleichungssystem, das genau eine Lösung, keine Lösung bzw. unendlich viele Lösungen hat.

Funktionsgleichung linearer Funktionen im Koordinatensystem:

$$y = k \cdot x + d$$

k ... Steigungskoeffizient
 d ... feste Größe

K4 Einsetzungsverfahren



Ein Gleichungssystem kann man auch **rechnerisch** lösen. Beim **Einsetzungsverfahren** formt man eine der beiden Gleichungen so um, dass eine Variable alleinsteht. Diesen Ausdruck setzt man dann in die andere Gleichung ein und erhält eine Gleichung mit nur einer Variablen, die man lösen kann.

734 Finde jeweils die Lösungsmenge des Gleichungssystems mit Hilfe des Einsetzungsverfahrens und mach eine Probe.



B I: $3y = 2x + 1$
II: $x = y + 5$

I: $3y = 2x + 1$

II: $x = y + 5$

a) I: $3y = 2x - 4$
II: $x = y + 2$

b) I: $y = x + 1$
II: $x + 2y = 11$

c) I: $5y - 3x = -2$
II: $x = y - 1$

d) I: $2x + y = 8$
II: $y = x - 7$

in I: $3y = 2 \cdot (y + 5) + 1$

$3y = 2y + 10 + 1 \quad / -2y$

$y = 11$

in II: $x = y + 5 = 11 + 5 = 16$

$L = \{(16 | 11)\}$

Probe:
Setze $x = 16$
und $y = 11$ in
beide Gleichungen
ein – stimmen sie?



Einsetzungsverfahren

1. Bringe eine der beiden Gleichungen in die Form $x = \dots$ oder $y = \dots$

I: $y + 1 = 2x$

II: $x - y = 4$

→ I: $y = 2x - 1$

2. Setze den rechten Term in die andere Gleichung ein.

→ II: $x - (2x - 1) = 4$

3. Löse die entstandene Gleichung.

→ II: $x - 2x + 1 = 4$
 $-x + 1 = 4$

$x = -3$

4. Berechne den Wert der anderen Unbekannten durch Einsetzen des gefundenen Wertes.

→ I: $y = 2x - 1$
 $y = 2 \cdot (-3) - 1$
 $y = -7$

5. Schreib die Lösungsmenge an.
 $L = \{(-3 | -7)\}$

Keine Lösung

Am Ende von Schritt 3 stehen auf der rechten und linken Seite unterschiedliche Zahlen.

Unendlich viele Lösungen

Am Ende von Schritt 3 steht auf der rechten und linken Seite dieselbe Zahl.

735 Wende jeweils das Einsetzungsverfahren an und betrachte dein Ergebnis. Was lässt sich über die Lösungsmenge aussagen? Prüfe deine Vermutung durch grafisches Lösen des Gleichungssystems.



a) I: $2x - y = 3$
II: $y = 2x$

b) I: $3x + 3y = 6$
II: $x = 2 - y$

736 Finde jeweils die Lösungsmenge des Gleichungssystems mit Hilfe des Einsetzungsverfahrens. Mach eine Probe. ...→ Ü736

a) I: $2x = y - 4$
II: $y = x - 2$

b) I: $3x - 2 = y$
II: $x = 3y + 6$

c) I: $x - 2y = 6$
II: $y = \frac{x}{4} - 4$

737 Forme jeweils eine Gleichung um und löse das Gleichungssystem dann mit Hilfe des Einsetzungsverfahrens. ...→ Ü737

a) I: $2x + 3y = 12$
II: $x - y = 1$

c) I: $x + \frac{y}{3} = 5$
II: $2x - y = 5$

e) I: $3x + 2y = 8$
II: $x + \frac{y}{2} = 3$

b) I: $\frac{x}{2} + y = 6$
II: $3x - y = 1$

d) I: $4x + y = -3$
II: $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 2$

f) I: $x + y = 7$
II: $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 5$

738 Silvija hat die Aufgabe leider falsch gelöst.



I: $3x - y = 4$ II: $y = x + 2$

- a) Löse die Aufgabe selbst richtig.
b) Schreib Silvija in einer Kurznachricht, worauf sie in Zukunft achten soll.

I: $3x - y = 4$
 $3x - x + 2 = 4$
 $2x = 2$
 $x = 1$

II: $y = x + 2$
 $y = 3$

$L = \{(1 | 3)\}$ *f*

K5 Gleichsetzungsverfahren



Wenn beide Gleichungen bereits nach derselben Variablen (z.B. y) aufgelöst sind, kann man die rechten Seiten direkt **gleichsetzen**. So entsteht eine Gleichung mit nur einer Variablen.

739 Finde jeweils die Lösungsmenge des Gleichungssystems mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens.



B I: $y = 5x - 4$ II: $y = x + 2$

I: $y = 5x - 4$	$5x - 4 = x + 2$	$/ -x; +4$	$y = x + 2$
II: $y = x + 2$	$4x = 6$	$/ :4$	$= 1,5 + 2$
	$x = \frac{6}{4} = 1,5$		$= 3,5$
			$L = \{(1,5 3,5)\}$

a) I: $y = 2x + 2$
II: $y = x + 5$

b) I: $y = 8 - x$
II: $y = 3x - 2$

c) I: $y = 9 - 4x$
II: $y = x - 1$

740 Finde jeweils die Lösungsmenge des Gleichungssystems mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens. Mach eine Probe.

...→ Ü740

a) I: $y = 3x - 4$
II: $y = x + 2$

c) I: $y = \frac{x}{2} + 4$
II: $y = 3x - 6$

e) I: $y = 1 - \frac{x}{4}$
II: $y = \frac{x}{2} - 8$

b) I: $y = 4 - x$
II: $y = x - 2$

d) I: $y = \frac{x}{2} - 3$
II: $y = x + 6$

f) I: $y = 2x$
II: $y = x - 1$

741 Gegeben ist das folgende Gleichungssystem:



I: $y = 3x + 2$ Marie behauptet:
II: $y = 3x + 1$ „Man sieht gleich, dass es da keine Lösung gibt.“

- Zeichne die zugehörigen Geraden g_I und g_{II} und zeige, dass Marie recht hat und es tatsächlich keine Lösung gibt.
- Wie hat Marie das auf einen Blick gesehen? Erkläre.
- Zeige auch mit dem Gleichsetzungsverfahren, dass es keine Lösung gibt.



742 Forme jeweils eine Gleichung um und löse das Gleichungssystem dann mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens.

...→ Ü742

Hinweis: Es können auch keine oder unendlich viele Lösungen auftreten.

a) I: $2y - x = 3$
II: $x = 4 + y$

c) I: $5 - 2x = -2y$
II: $y = x - 2$

e) I: $4x + 3y = 1$
II: $y = 2x - 1$

b) I: $x = y + 1$
II: $x + y = 5$

d) I: $4x + 2y = 0$
II: $\frac{3}{2}y + 2 = x$

f) I: $y = 3x - 1$
II: $6x = 2y + 2$

743 Gleichungssysteme verändern

...→ Ü743



Setze Zahlen ein, sodass das jeweilige Gleichungssystem ...
(1) keine Lösung hat. (2) unendlich viele Lösungen hat.

a) I: $y = 2x + 3$

b) I: $y = 8 - \frac{x}{3}$

II: $y = \underline{\hspace{1cm}}x + \underline{\hspace{1cm}}$

II: $3y = \underline{\hspace{1cm}} - x$

Gleichsetzungsverfahren

1. Bringe beide Gleichungen in die Form $y = \dots$ (oder $x = \dots$).

I: $y = 2x$

II: $x - y = -3$

→ II: $y = x + 3$

2. Setze die rechten Seiten der beiden Gleichungen gleich.

$2x = x + 3$

3. Löse die entstandene Gleichung.

$2x = x + 3 \quad | -x$
 $x = 3$

4. Berechne den Wert der anderen Variablen durch Einsetzen des gefundenen Wertes.

→ I: $y = 2 \cdot 3 = 6$

5. Schreib die Lösungsmenge an.
 $L = \{(3 | 6)\}$

K6 Eliminationsverfahren



Beim **Eliminationsverfahren** addiert oder subtrahiert man die beiden Gleichungen bzw. Vielfache davon, sodass eine Variable wegfällt.

MP
DI
VB

744 Warum darf man Gleichungen addieren?



- a) Zwei Gleichungen wurden addiert, indem die linken Seiten zusammengezählt wurden und die rechten Seiten zusammengezählt wurden. Erkläre, warum die entstandene Gleichung unten wieder eine gültige Gleichung ist.
- b) Erstelle selbst ein ähnliches Beispiel mit anderen Zahlen und prüfe, ob auch hier die Addition erlaubt ist.

$$\text{I: } 28 + 16 = 44$$

$$\text{II: } 0,9 - 0,2 = 0,7$$

$$\begin{array}{r} (28 + 16) = (44) \\ + \quad \quad \quad + \\ (0,9 - 0,2) = (0,7) \end{array}$$

Eliminationsverfahren

1. Nur, falls notwendig:
Multipliziere jede der Gleichungen mit einem Faktor, sodass sich bei der Addition oder Subtraktion der beiden Gleichungen eine Variable aufhebt.

$$\text{I: } 4x - 2y = 40 \quad | \cdot 3$$

$$\text{II: } 3x + 3y = 30 \quad | \cdot 2$$

$$\rightarrow \text{I: } 12x - 6y = 120$$

$$\text{II: } 6x + 6y = 60$$

2. Addiere oder subtrahiere die Gleichungen.

$$\begin{array}{r} \text{I: } 12x - 6y = 120 \\ \text{II: } 6x + 6y = 60 \end{array} \quad \Bigg\} +$$

$$\text{I + II: } 18x = 180$$

3. Löse die entstandene Gleichung.

$$18x = 180 \quad | : 18$$

$$x = 10$$

4. Berechne den Wert der anderen Variablen durch Einsetzen des gefundenen Wertes.

$$\rightarrow \text{I: } 4 \cdot 10 - 2y = 40$$

$$y = 0$$

5. Schreib die Lösungsmenge an.
 $L = \{(10 | 0)\}$

MP
RK

745 Addiere oder subtrahiere die Gleichungen, sodass du eine Gleichung erhältst, in der nur mehr eine der beiden Variablen enthalten ist.

$$\begin{array}{r} \text{B I: } 3x + y = 8 \\ \text{II: } 2x - y = 2 \end{array} \quad \Bigg\} +$$

$$5x = 10$$

$$\text{c) I: } x + 4y = 2$$

$$\text{II: } x + y = 4$$

$$\text{a) I: } 2x - y = 5$$

$$\text{II: } x + y = 4$$

$$\text{d) I: } 3x + 2y = 1$$

$$\text{II: } x - 2y = 3$$

$$\text{b) I: } 3x + 2y = 1$$

$$\text{II: } x + 2y = 3$$

$$\text{e) I: } y = 2x - 3$$

$$\text{II: } y = x + 1$$

Eine Variable wird eliminiert



RK

746 Finde jeweils die Lösungsmenge des Gleichungssystems mit Hilfe des Eliminationsverfahrens. Mach eine Probe.

... → Ü746

$$\text{a) I: } x + 2y = 6$$

$$\text{II: } 3x - 2y = 2$$

$$\text{c) I: } 4x - y = 5$$

$$\text{II: } x + y = 5$$

$$\text{e) I: } 2y - 3x = 9$$

$$\text{II: } 3x + y = 3$$

$$\text{b) I: } 2x + y = 15$$

$$\text{II: } x + y = 12$$

$$\text{d) I: } 5x + 4y = 16$$

$$\text{II: } 5x - 2y = 12$$

$$\text{f) I: } -3x - 10y = 5$$

$$\text{II: } 3x + 8y = 9$$

RK

747 Finde jeweils die Lösungsmenge des Gleichungssystems mit Hilfe des Eliminationsverfahrens.

... → Ü747

$$\text{a) I: } y - 2x = 10$$

$$\text{II: } 2y + x = 3$$

$$\text{d) I: } 5 - x = 2y$$

$$\text{II: } 3x - y = 1$$

$$\text{b) I: } y + 3 = \frac{x}{2}$$

$$\text{II: } 4y - 2 = -5x$$

$$\text{e) I: } 2x - y = 3$$

$$\text{II: } 2y = x - 1$$

$$\text{c) I: } 2x + 3 = 3y$$

$$\text{II: } x - 1 = y$$

$$\text{f) I: } x + 4 = 3y$$

$$\text{II: } 5x = -y$$

Hier musst du eine Gleichung zuerst mit der passenden Zahl multiplizieren, bevor du eine Variable eliminieren kannst.



K7 Lösungsverfahren passend anwenden

Grundsätzlich kann man jedes lineare Gleichungssystem mit allen drei rechnerischen Verfahren lösen. Oft aber ist eines davon besonders einfach anzuwenden. Daher lohnt es sich, geschickt zu wählen.

RK
DI

748

Kai hat mit dem Lösen einer Aufgabe begonnen.



a) Welches Lösungsverfahren hat Kai gewählt?

b) Rechne die Aufgabe mit Kais gewählter Methode fertig.

c) Tom sagt: „Da wäre ein anderes Verfahren aber schneller gewesen.“ Welches Verfahren meint Tom?

d) Löse die Aufgabe mit Toms Methode. Vergleiche das Ergebnis und den Rechenaufwand mit Kais Methode.

$$\text{I: } x + y = 13$$

$$\text{II: } x = y + 7$$

$$\text{II: } x - y = 7$$

$$\text{in I: } y + 7 + y = 13$$

$$2y + 7 = 13$$

...

Rechnerische Lösungsverfahren

Bei vielen Gleichungssystemen bietet sich eines der Verfahren besonders an.

Einsetzungsverfahren

Eine der Gleichungen ist in der Form $y = \dots$ oder $x = \dots$

Gleichsetzungsverfahren

Beide Gleichungen sind in der Form $y = \dots$ oder $x = \dots$

Eliminationsverfahren

Eine der beiden Variablen hat in beiden Gleichungen den (bis auf das Vorzeichen) selben Koeffizienten, zum Beispiel $+3x$ und $+3x$ oder $+2y$ und $-2y$.

RK
DI

749

Gib jeweils an, welches Lösungsverfahren dir am geschicktesten erscheint. Löse die Aufgabe dann mit dieser Methode.

...→ Ü749

a) I: $y = 5 - 5x$

d) I: $12x - 4y = -2$

II: $4x - 7y = -9$

II: $12x - 10y = 7$

b) I: $2x - 8y = 0$

e) I: $y = 3x - 1$

II: $5x + 8y = 14$

II: $y = x + 3$

c) I: $x = 2y - 3$

f) I: $2x = 5y + 2$

II: $x = y + 4$

II: $y + 4 = x$

Je weniger Rechenschritte ich machen muss, desto weniger Fehler können passieren.

RK
DI

750

Gib jeweils an, welches Lösungsverfahren dir am geschicktesten erscheint. Löse die Aufgabe dann mit dieser Methode.

...→ Ü750

a) I: $y = -\frac{2}{3}x + 4$

b) I: $y = \frac{x}{2} - 5$

c) I: $\frac{x}{2} + y = -3$

II: $2x + y = 1$

II: $y = -\frac{3x}{4} + 1$

II: $\frac{3x}{2} - y = 5$

MP
RK
DI

751

Gleichung erfinden

...→ Ü751

Stell die zweite Gleichung jeweils so auf, dass das Gleichungssystem mit dem angegebenen Lösungsverfahren einfach zu lösen ist. Löse es dann.

Einsetzungsverfahren

I: $2x + y = 12$

II: _____

Gleichsetzungsverfahren

I: $y = x - 1$

II: _____

Eliminationsverfahren

I: $3x - 2y = 1$

II: _____

Es müssen keine ganzen Zahlen für x und y herauskommen.

RK
DI
VB

752

Grafisch versus rechnerisch

Löse das Gleichungssystem zuerst grafisch. Löse es danach erneut mit einem rechnerischen Verfahren deiner Wahl.

I: $y = \frac{x}{3} - 1$

II: $y = 2 - x$

Welcher Lösungsweg ist ...

a) leichter nachzuvollziehen?

b) schneller?

c) genauer?

Erkläre und vergleiche mit anderen.

K8 Textaufgaben



Wenn **Gleichungen als Texte** gegeben sind, übersetze Wörter in **mathematische Operationen**. Zum Beispiel wird „Summe“ zu plus (+), „Produkt“ zu mal ($\cdot$), „Differenz“ zu minus ($-$) und so weiter. Setze dann x für „eine Zahl“ und y für „eine andere Zahl“ ein und stell die Gleichungen auf.

DI **753** Ordne den angegebenen Texten die entsprechenden Terme zu.



Text	Term
das Doppelte einer Zahl	$2x$
die Summe von zwei Zahlen	$x + y$
eine Zahl addiert zum Doppelten einer anderen Zahl	$x + 2y$
das Zweifache einer Zahl minus eine andere Zahl	$2x - y$
die Hälfte einer Zahl	$\frac{x}{2}$
die Differenz zweier Zahlen	$x - y$

Term	Text
A $x + 2y$	eine Zahl addiert zum Doppelten einer anderen Zahl
B $2x$	das Doppelte einer Zahl
C $2x - y$	das Zweifache einer Zahl minus eine andere Zahl
D $x + y$	die Summe von zwei Zahlen
E $x - y$	die Differenz zweier Zahlen
F $\frac{x}{2}$	die Hälfte einer Zahl

Texte in Terme übersetzen

Beispiele:

„Eine Zahl ist um 3 größer als eine andere Zahl.“
 $\rightarrow x = y + 3$

„Eine Zahl ist doppelt so groß wie eine andere Zahl.“
 $\rightarrow x = 2y$

„Das Dreifache einer Zahl und das Fünffache einer anderen Zahl ergeben addiert 11.“
 $\rightarrow 3x + 5y = 11$

RK DI **754** Wie lauten die Zahlen?



Stell jeweils ein Gleichungssystem mit zwei Gleichungen auf und löse es.

- a) I: Die Differenz zweier Zahlen ist 4.
 II: Die Summe dieser Zahlen beträgt 26.
- b) I: Das Dreifache einer Zahl ist um 2 größer als eine andere Zahl.
 II: Addiert man die Zahlen, erhält man 10.

Die erste Gleichung ist einfach:
 $x - y = 4$



RK DI **755** Wie lauten die Zahlen?
 Löse die Aufgaben mit Hilfe von Gleichungssystemen.

... $\rightarrow$ Ü755

- a) I: Die Summe zweier Zahlen lautet 45.
 II: Die erste Zahl ist um 5 größer als die zweite Zahl.
- b) I: Die erste Zahl ist dreimal so groß wie die zweite Zahl.
 II: Die Differenz der beiden Zahlen beträgt 6.
- c) I: Zählt man zu einer Zahl das Doppelte einer zweiten Zahl dazu, erhält man 15.
 II: Die erste Zahl ist um 5 kleiner als das Dreifache der zweiten Zahl.
- d) I: Addiert man zur ersten Zahl das Vierfache der zweiten Zahl, ergibt das 20.
 II: Die Differenz der beiden Zahlen ist gleich 5.

MP DI **756** Elvira denkt sich zwei Zahlen aus.

... $\rightarrow$ Ü756

Die erste Zahl ist so groß, wie wenn man die zweite Zahl halbiert und noch sechs dazuzählt. Man kann auch sagen, dass die erste Zahl doppelt so groß ist wie die zweite Zahl. Wie lauten Elviras Zahlen?

DI **757** Beschreibe diese Gleichungssysteme als Texträtsel.

... $\rightarrow$ Ü757

- a) I: $x - y = 3$
 II: $x = 2y$
- b) I: $x + y = 21$
 II: $x - y = 3$
- c) I: $2x - 1 = y$
 II: $x + y = 14$

K9 Anwendung im Alltag



In vielen **Alltagssituationen** kannst du mit Gleichungssystemen rechnen. Überlege dir, welche Größen unbekannt sind, benenne sie z. B. mit x und y und formuliere aus dem Sachtext passende Gleichungen.

758 Löse die Aufgaben zum Zoo mit Hilfe von Gleichungssystemen.



Berechne jeweils die Anzahl der Tiere.

- a) Im Gehege für die Zebras (x) sind auch die Giraffen (y) untergebracht. Insgesamt sind 20 Tiere im Gehege. Es sind dreimal so viele Zebras im Gehege wie Giraffen.
- b) Die Steinböcke (x) und die Gämsen (y) teilen sich ein felsiges Gehege. Insgesamt sind 45 Tiere im Gehege. Es sind 17 Gämsen mehr im Gehege als Steinböcke.
- c) Bei den Geiern (x) sind auch die Adler (y) untergebracht. Es gibt 7 Geier mehr als Adler. Insgesamt sind es 19 Tiere.

$$I: x + y = 20$$

$$II: x = 3 \cdot y$$

Vorgehensweise beim Lösen von Sachaufgaben

Les den Text in kleinen Abschnitten. Zahlen, deren Wert du noch nicht kennst, benennst du mit Variablen. Stell Gleichungen dazu auf.

Wenn in einem Text zwei unbekannte Zahlen vorkommen, benötigst du auch zwei Gleichungen, um ihre Werte berechnen zu können.

759 Ein Zoo hält insgesamt 625 Tiere.

...→ Ü759

Darunter sind viermal so viele Pflanzenfresser (x) wie Raubtiere (y).

$$I: x + y = 625$$

Formuliere eine passende zweite Gleichung und berechne die Anzahl der Pflanzenfresser und Raubtiere.

II: ?

760 Berechne die Futtermenge für einen Seehund bzw. einen Seelöwen.

...→ Ü760

Ein Seehund braucht x kg, ein Seelöwe braucht y kg Fisch pro Tag. Nino füttert vier Seehunde und zwei Seelöwen und benötigt dafür 24 kg Fisch. Ein Seelöwe bekommt um 3 kg mehr als ein Seehund.

761 Berechne den Preis für ein Heft bzw. einen Stift.

...→ Ü761

Ein Heft kostet x € und ein Stift kostet y €. Mia bezahlt für drei Hefte und zwei Stifte 10,10 €. Ina bezahlt für ein Heft und vier Stifte 10,70 €.

762 Um wie viel kostet die Erwachsenenkarte mehr als die Kinderkarte?

...→ Ü762

Zwei Erwachsenenkarten und zwei Kinderkarten für den Vergnügungspark kosten 99,60 €. Eine Erwachsenenkarte und drei Kinderkarten kosten 89,60 €.

763 Stell jeweils ein Gleichungssystem mit zwei Gleichungen auf und finde heraus, wie alt die angegebenen Personen sind.

- a) I: Hanna und Miriam sind zusammen 30 Jahre alt.
II: Hanna ist um 8 Jahre älter als Miriam.
- b) I: Thomas ist dreimal so alt wie sein Sohn Hans.
II: Zusammen sind Thomas und Hans 48 Jahre alt.

⊕ Erfinde selbst ein „Altersrätsel“ und lass es jemanden lösen.



764 Wie alt ist Herr Meier jetzt?

...→ Ü764



Vor zwei Jahren war Herr Meier siebenmal so alt wie seine Tochter. In drei Jahren wird er viermal so alt wie seine Tochter sein.



Beruf: Tierpflegerin, Tierpfleger

Du arbeitest z. B. im Tiergarten, in einer Tierklinik oder einem wissenschaftlichen Versuchslabor. Dort kümmerst du dich um Pflege, Fütterung und Gesunderhaltung der Tiere. Du musst u. a. die richtige Zusammensetzung und Menge der Futtermittel berechnen können. Tierliebe ist eine Grundvoraussetzung.

K10 Anwendung in der Geometrie

Nutze bei diesen Aufgaben auch dein **geometrisches Vorwissen**, um passende Gleichungen aufzustellen. Zum Beispiel kennst du die Formel zur Berechnung des Umfangs eines Rechtecks.

MP RK **765** Berechne die Längen der Seiten a und b dieser Rechtecke mit Hilfe von Gleichungssystemen.



- a) I: Der Umfang eines Rechtecks beträgt 30 cm.
II: Seite a ist um 1 cm kürzer als Seite b .
- b) I: Der Umfang eines Rechtecks beträgt 36 cm.
II: Seite a ist um 8 cm länger als Seite b .
- c) I: Ein Rechteck ist dreimal so lang wie breit.
II: Sein Umfang beträgt 32 cm.

So gehst du vor:

Überlege dir zu jeder Aussage, wie du sie als einfache Gleichung mit zwei Variablen schreiben kannst.

Löse dann das Gleichungssystem mit einer der bekannten Methoden.

RK **766** Berechne jeweils die Länge und die Breite des Rahmens. ...→ Ü766

- a) Ein rechteckiger Bilderrahmen ist 3 cm länger als er breit ist. Sein Umfang beträgt 50 cm.
- b) Der Umfang eines rechteckigen Bilderrahmens beträgt 210 cm. Er ist doppelt so lang wie breit.
- c) Die Einrahmung eines Spiegels ist rechteckig und hat eine Gesamtlänge von 1,5 m. Der Rahmen ist 15 cm höher als er breit ist.
- d) Eine rechteckige Tafel wird eingerahmt. Die Breite ist um 40 cm kürzer als die Länge. Der Umfang der Tafel beträgt 5 m 20 cm.

MP RK **767** Rechteckiges Hühnergehege ...→ Ü767

Eine rechteckige Wiesenfläche soll mit einem Zaun zu einem Hühnergehege eingefasst werden. Die Breite ist halb so groß wie die Länge. Der Umfang beträgt 18 m.

- a) Wie groß sind die Seitenlängen der rechteckigen Wiesenfläche?
- b) Wie viel kostet der Zaun, wenn ein Meter 2,90 € kostet?



MP **768** Vom Rechteck zum Quadrat ...→ Ü768

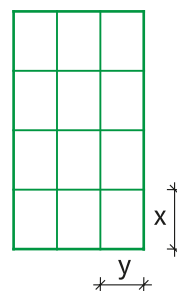


Der Umfang eines Rechtecks beträgt 56 cm. Würde man die Länge des Rechtecks um 2 cm kürzen und die Breite um 4 cm erhöhen, ergäbe das ein Quadrat. Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks.

MP **769** Gitter aus Stäben



Gegeben ist das abgebildete Rechteck-Gitter aus Stäben. Der Umfang des Gitters beträgt 192 cm. Die Gesamtlänge aller Stäbe zusammen beträgt 420 cm. Berechne die Längen x und y der verschiedenen Stäbe.





CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 770 Sind die angegebenen Zahlenpaare Lösungen der Gleichung $3x - y = 2$?

Kreuze die Lösungen an: ☐ (4|10) ☐ (2|4) ☐ (1|0) ☐ (0|-2)

RK 771 Löse das Gleichungssystem mit Hilfe des grafischen Lösungsverfahrens.

$$\text{I: } y = x - 2$$

$$\text{II: } y = \frac{x}{2} + 0,5$$

RK 772 Löse das Gleichungssystem mit Hilfe des Einsetzungsverfahrens.

$$\text{I: } 3x + y = 4$$

$$\text{II: } y = x + 2$$

RK 773 Löse das Gleichungssystem mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens.

$$\text{I: } y = 4x - 3$$

$$\text{II: } y = 2 - x$$

RK 774 Löse das Gleichungssystem mit Hilfe des Eliminationsverfahrens.

$$\text{I: } 3y = 4 - 2x$$

$$\text{II: } y = 4 + 2x$$

RK 775 Wie lauten Fatimas Zahlen?

Fatima denkt sich zwei Zahlen.

Die Summe der beiden Zahlen beträgt 6.

Zieht man vom Doppelten der ersten Zahl die zweite Zahl ab, erhält man 5.

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

RK 776 Gib jeweils an, welches Lösungsverfahren dir am geschicktesten erscheint. Löse das Gleichungssystem dann nach dieser Methode.

a) I: $2y - 2x = 5$

II: $y + 2x = 4$

b) I: $y = 10 - 2x$

II: $y = x + 1$

RK 777 Bestimme die Lösungsmenge dieses Gleichungssystems.

I: $3x + 5 = 2y$

II: $4y = 11 + 6x$

MP RK 778 Am Souvenirstand gibt es Postkarten und Bleistifte.

Olaf kauft fünf Postkarten und einen Bleistift und bezahlt dafür 10,90 €.

Pepe bezahlt 13,40 € für drei Postkarten und zwei Bleistifte.

Wie viel bezahlt Hanna für einen Bleistift und zwei Postkarten?

RK 779 Berechne die Länge und Breite des Rechtecks.

Der Umfang des Rechtecks beträgt 30,6 cm.

Die Breite ist nur halb so lang wie die Länge.

MP RK 780 Münzen



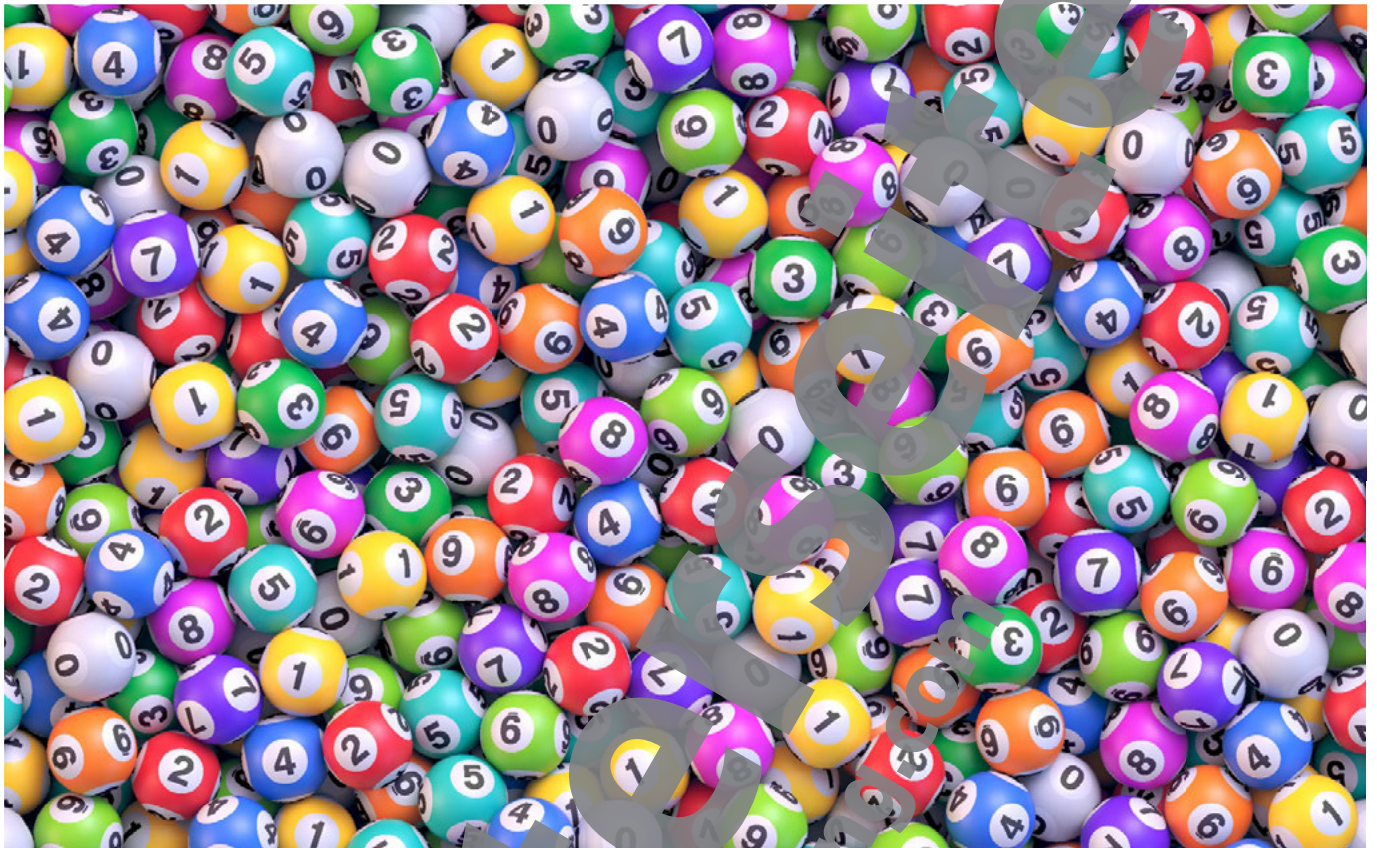
Peter sammelt 5-Cent- und 50-Cent-Münzen.

Er hat schon 30 Münzen gesammelt, ihr Wert beträgt 7,80 €.

Wie viele Münzen jeder Sorte besitzt Peter?



Wahrscheinlichkeit



Viele Ereignisse sind zufällig, zum Beispiel eine Ziehung beim Lotto.

Die Zahlen für die nächste Ziehung vorherzusagen, ist unmöglich.

Man kann jedoch die Wahrscheinlichkeiten für 3, 4, 5 oder 6 richtige Zahlen berechnen.
So ist es der Lottogesellschaft möglich sicherzustellen, dass sie langfristig Gewinn macht.

MP 781 6 aus 45



Die Wahrscheinlichkeit, mit einem Tipp einen Lotto-Sechser zu treffen, beträgt ungefähr 1 zu 8 Millionen (ganz exakt $1 : 8\,145\,060$). Das ist in etwa so wahrscheinlich, wie zu erraten, welche Person in ganz Österreich als Nächstes Schluckauf bekommen wird.

- a) Vergleiche die Gewinnchance beim Lotto mit anderen zufälligen und sehr seltenen Ereignissen in deinem Leben.
- b) Warum denkst du, spielen trotz der extrem niedrigen Gewinnchancen so viele Menschen Lotto?

In diesem Kapitel wiederholst du die Berechnung einfacher Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten, z. B. mit Würfel oder Glücksrad.

Du vertiefst den Einsatz von Baumdiagrammen und wendest sie vor allem auch an, um Wahrscheinlichkeiten bei zweistufigen Zufallsexperimenten zu berechnen.



WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Wahrscheinlichkeit

Wie gut kannst du das noch?



DI 782 Begriffe

a) Ordne die Begriffe den prozentuellen Wahrscheinlichkeiten zu.

A	sehr wahrscheinlich
B	unmöglich
C	sicher
D	möglich
E	unwahrscheinlich

	50%
	100%
	10%
	90%
	0%



b) Finde zu jedem Begriff/jeder Wahrscheinlichkeit eine Aussage aus deinem Alltag.

B sehr wahrscheinlich: Morgen komme ich pünktlich zur Schule

Prozent, relative Anteile

Wie gut kannst du das noch?



RK 783 Schreib jede Zahl in den verschiedenen Darstellungsarten.

	Dezimal- zahl	Bruch- zahl	Prozent- zahl
B	0,72	$\frac{72}{100}$	72%
a)	0,19		
b)		$\frac{36}{100}$	
c)			9%
d)	0,62		
e)		$\frac{5}{100}$	
f)			84%

	Dezimal- zahl	Bruch- zahl	Prozent- zahl
B	0,2	$\frac{2}{10}$	20%
g)	0,9		
h)		$\frac{3}{10}$	
i)			50%
j)	0,7		
k)		$\frac{1}{10}$	
l)			60%

RK 784 Berechne die Anteile.

B 15% von 60
 $60 \cdot 0,15 = 9$

a) 25% von 140

c) 12% von 3 000

e) 90% von 380

b) 40% von 860

d) 36% von 18 500

f) 7% von 64 000

L1 Wahrscheinlichkeit berechnen



Experimente, bei denen alle Ereignisse mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten, nennt man **Laplace-Versuche**. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ereignis E eintritt, berechnet man dann mit folgender Formel:

$$\text{Wahrscheinlichkeit } P(E) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Fälle für E}}{\text{Anzahl der möglichen Fälle}}$$

MP
RK

785 Zahlenkarten



In einer Schachtel sind zehn Karten mit den Zahlen von 1 bis 10. Stell dir vor, du ziehst eine dieser Karten mit geschlossenen Augen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, eine Karte mit ...

B der Zahl 7 zu ziehen?

$$P(\text{Zahl } 7) = \frac{1}{10} = 0,1 \hat{=} 10\%$$

- der Zahl 5 zu ziehen?
- einer geraden Zahl zu ziehen?
- einer Zahl größer als 8 zu ziehen?
- einer Zahl kleiner als 5 zu ziehen?
- einer Primzahl zu ziehen?
- einer negativen Zahl zu ziehen?
- einer Zahl der 3er-Reihe zu ziehen?

⊕ Denk dir selbst noch drei Fragen aus und berechne die Wahrscheinlichkeiten.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10



Laplace-Versuche

So nennt man Zufallsversuche, bei denen alle einzelnen Ereignisse gleich wahrscheinlich sind.

Beispiel:
das Werfen eines fairen Würfels mit den Augenzahlen 1 bis 6

Wahrscheinlichkeit P(E)

P kommt vom lateinischen „probabilitas“ (vgl. engl.: probability) und bedeutet Wahrscheinlichkeit.

E steht für das Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit angegeben wird.

Die Wahrscheinlichkeit drückt unsere Erwartung aus, dass dieses Ereignis eintritt.

RK

786 Buchstabenkarten

In einer Schachtel sind zehn Karten mit den Buchstaben des Wortes MATHEMATIK. Stell dir vor, du ziehst eine dieser Karten mit geschlossenen Augen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, ...

- ein M zu ziehen?
- ein E zu ziehen?
- ein X zu ziehen?
- ein K zu ziehen?
- einen Selbstlaut zu ziehen?
- einen Mitlaut zu ziehen?
- ein T oder ein M zu ziehen?
- irgendetwas, nur kein M zu ziehen?

⊕ Denk dir selbst noch drei Fragen aus und berechne die Wahrscheinlichkeiten.

M A T H E M A T I K

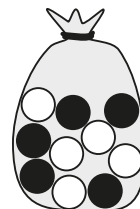
RK

787 Kugel ziehen

In einen Stoffbeutel werden schwarze und weiße Kugeln gegeben. Berechne jeweils die Wahrscheinlichkeit, mit der man die angegebene Farbe zieht. Gib die Ergebnisse in Prozent an und runde auf eine Nachkommastelle.

- 10 weiße, 5 schwarze Kugeln
 $P(\text{weiß}) = ?$
- 8 weiße, 13 schwarze Kugeln
 $P(\text{schwarz}) = ?$
- 25 weiße, 10 schwarze Kugeln
 $P(\text{schwarz}) = ?$
- 4 weiße, 32 schwarze Kugeln
 $P(\text{schwarz}) = ?$
- 125 weiße, 86 schwarze Kugeln
 $P(\text{weiß}) = ?$
- 308 weiße, 476 schwarze Kugeln
 $P(\text{schwarz}) = ?$

⊕ Denk dir selbst noch drei solche Aufgaben aus und löse sie.



RK 788 6-seitiger Würfel

...→ Ü788

Petra wirft einen 6-seitigen Würfel.
Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit,
dass ihre Zahl ...



- a) genau 2 ist? c) gerade ist?
b) größer als 4 ist? d) kleiner als 6 ist?

RK 789 Bernd kauft eine Packung mit Bonbons.

...→ Ü789

Von den insgesamt 45 Bonbons sind 15 mit Geschmack Zitrone,
10 mit Orange, 8 mit Himbeere und der Rest mit Waldbeere.
Bernd nimmt, ohne hinzusehen, ein Bonbon aus der Packung.
Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass er ...

- a) ein Bonbon mit Zitronengeschmack zieht?
b) ein Bonbon mit Waldbeergeschmack zieht?
c) kein Bonbon mit Orangengeschmack zieht?

$$P(E) = \frac{\text{günstig}}{\text{möglich}}$$

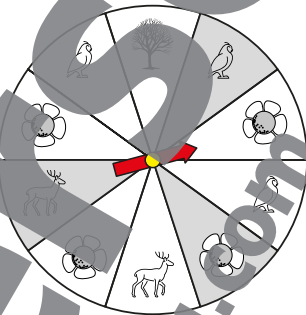


RK 790 Glücksrad

...→ Ü790

Beim Wald- und Wiesenfest kann man
am abgebildeten Glücksrad drehen.
Berechne die Wahrscheinlichkeiten
für folgende Ergebnisse:

- a) Eule e) graues Feld
b) Blume f) weißes Feld
c) Baum g) Blume auf weißem Feld
d) Hirsch h) irgendein Tier



MP 791 Geheimzahl

...→ Ü791

Katharina denkt sich eine Zahl zwischen 1 und 20.
Loretta soll diese Zahl erraten.
Folgende Tipps gibt Katharina noch:

- Meine Zahl ist nicht ohne Rest durch 5 teilbar.
- Meine Zahl ist keine Primzahl.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit höchstensfalls,
dass Loretta die Zahl beim ersten Versuch errät?

⊕ Erfinde eine ähnliche Aufgabe und löse sie.

DI VB 792 Gestalte ein Glücksrad.

Die Wahrscheinlichkeiten bei deinem Glücksrad sollen
für die Farben wie folgt verteilt sein:

Rot: 50% Gelb: 12,5%

Blau: 25% Grün: 12,5%

Tipp: Ein ganzer Kreis hat 360°.

Gibt es verschiedene Möglichkeiten,
ein solches Glücksrad zu gestalten?

MP 793 Kugeln ziehen

...→ Ü793



Paul hat einen Beutel mit weißen und schwarzen Kugeln.
Er weiß: Es sind 12 weiße Kugeln im Beutel, und
die Wahrscheinlichkeit, eine weiße Kugel zu ziehen, beträgt 60%.
Wie viele schwarze Kugeln sind im Beutel?



Andrei N. Kolmogorow
(1903-1987)

Der russische
Mathematiker schuf mit
seinem Lehrbuch
*Grundbegriffe der
Wahrscheinlichkeits-
rechnung* (1933) ein
Standardwerk auf
diesem Gebiet. Darin
schaffte er es, die
verschiedenen Ansätze
seiner Zeit auf eine
einheitliche mathema-
tische Basis zu stellen.

L2 Wiederholung Baumdiagramme



Baumdiagramme sind Skizzen, mit deren Hilfe man einfache Abzählaufgaben lösen und die Anzahl der Möglichkeiten darstellen kann. Sie beginnen üblicherweise mit einem **Knoten**, der sich dann über **Äste** weiter aufteilt. Die Äste werden meist mit den **relativen Häufigkeiten** in Dezimaldarstellung beschriftet.

MP
RK

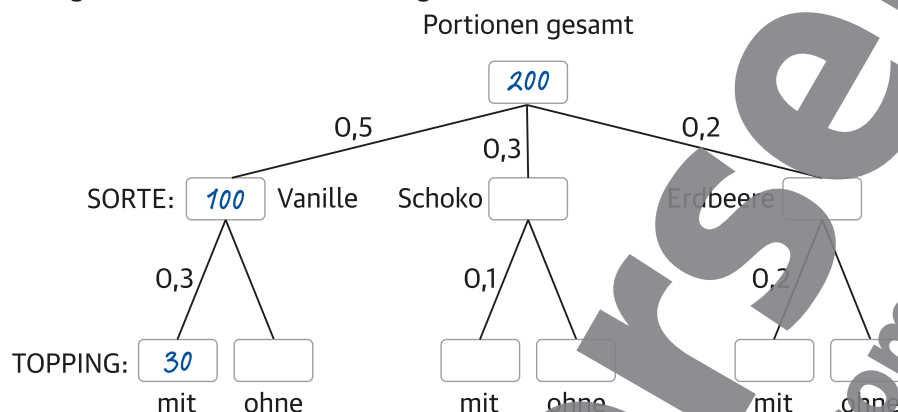
794

Eiscreme



Der Tutto-Bene-Eisladen bietet drei Sorten Eis an, die man mit oder ohne Topping bestellen kann. Heute wurden 200 Portionen Eis verkauft. Wie viele es von jeder Sorte waren, sieht man im Baumdiagramm.

a) Ergänze die Zahlen im Baumdiagramm.



b) Wie viele Portionen Erdbeereis wurden heute verkauft?

c) Wie viele Portionen Schokoeis mit Topping wurden heute verkauft?

d) Wie viele Portionen Vanilleeis ohne Topping wurden heute verkauft?

Wahrscheinlichkeit:

Du triffst zufällig jemanden, der heute bei Tutto Bene Eiscreme gekauft hat. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese Person ...

e) ein Schokoeis bestellt hat?

f) ein Vanilleeis mit Topping bestellt hat?

g) ein Erdbeereis ohne Topping bestellt hat?

Auch hier ist die Wahrscheinlichkeit einfach zu berechnen: Zahl der beschriebenen Bestellungen dividiert durch Zahl aller Bestellungen.

MP
RK

795

Schul-Shirts

... → Ü795

Eine Schule verkauft zu ihrem 100-jährigen Bestehen bedruckte Schul-Shirts. Es gibt Langarm- und Kurzarm-Shirts, jeweils in weiß oder schwarz. Insgesamt wurden bereits 150 Schul-Shirts verkauft.

a) Ergänze die Zahlen im Diagramm.

b) Wie viele schwarze Kurzarm-Shirts wurden bisher verkauft?

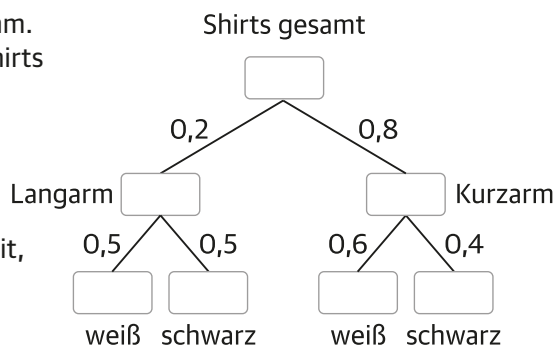
Wahrscheinlichkeit:

Du triffst zufällig jemanden mit einem Schul-Shirt.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Shirt ...

c) weiß mit kurzen Ärmeln ist?

d) schwarz mit langen Ärmeln ist?



Wahrscheinlichkeit aus Daten abschätzen

Man kann abschätzen, wie wahrscheinlich zukünftige Ereignisse sind, indem man erhebt, wie oft sie in der Vergangenheit passiert sind. Die **relative Häufigkeit** des Ereignisses in der Vergangenheit verwenden wir als **Schätzung der Wahrscheinlichkeit** für das Eintreten des Ereignisses in der Zukunft.



Bedruckte Hoodies und T-Shirts

Der Trend, Schul- oder Uni-Logos auf Kleidung zu drucken, kommt aus den USA und ist fast 100 Jahre alt. Ursprünglich wurden die Shirts für Sportteams gemacht – heute tragen sie viele als Zeichen der Zugehörigkeit.

796 Masern im Kindergarten

...→ Ü796

In einem Kindergarten mit 140 Kindern sind die Masern ausgebrochen. Rund 86 % der Kinder waren geimpft. Die restlichen 14 % waren ungeimpft. Von den geimpften Kindern sind rund 3 % erkrankt, 97 % sind nicht erkrankt. Von den ungeimpften Kindern sind rund 90 % erkrankt, 10 % sind nicht erkrankt.

- Zeichne ein Baumdiagramm.
- Wie viele ungeimpfte Kinder sind erkrankt?

Wahrscheinlichkeit:

Du triffst zufällig ein Kind, das in diesen Kindergarten geht. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieses Kind ...

- geimpft war und nicht erkrankt ist?
- nicht geimpft war und nicht erkrankt ist?

Ich schreibe die relativen Häufigkeiten als Dezimalzahlen, also 0,86 statt 86 %.

Die Anzahl der Kinder muss eine ganze Zahl sein. Meine Ergebnisse runde ich entsprechend.

Masern

Masern sind eine hoch ansteckende Krankheit, die durch Viren hervorgerufen wird. Sie kann unter anderem für kleine Kinder sehr gefährlich werden. Es gibt jedoch eine zweifache Impfung, die einen sehr hohen Schutz bietet.

797 Kopfhörer

...→ Ü797

Der Super-Sound-Shop hat am Wochenende eröffnet und tolle Angebote für zwei Arten von Kopfhörern geboten: In-Ear-Kopfhörer und Bügelkopfhörer. Beide Modelle gab es in den Farben Weiß, Schwarz und Rot. Es wurden 360 Kopfhörer verkauft, davon 60 % In-Ears und 40 % mit Bügel. Von den verkauften In-Ears waren rund 50 % weiß, 30 % schwarz und 20 % rot. Von den Bügelkopfhörern waren rund 35 % weiß, 40 % schwarz und 25 % rot.

- Zeichne ein Baumdiagramm.
- Wie viele weiße In-Ear-Kopfhörer wurden verkauft?
- Wie viele rote Bügelkopfhörer wurden verkauft?

Wahrscheinlichkeit:

Du triffst zufällig jemanden, der sich Kopfhörer im Angebot gekauft hat. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Kopfhörer ...

- schwarze In-Ear-Kopfhörer sind?
- weiße Bügelkopfhörer sind?
- rot sind?

798 Schulrucksäcke

...→ Ü798

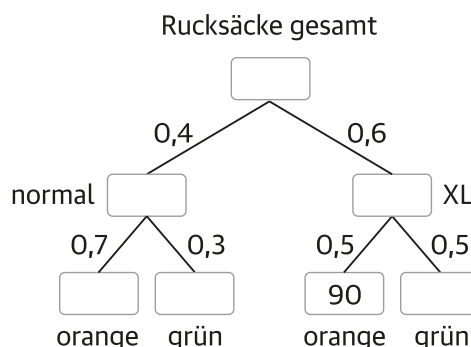
Ein Geschäft verkauft Schulrucksäcke in zwei Größen (normal und XL) und zwei Farben (orange und grün).

- Ergänze die fehlenden Zahlen im Baumdiagramm.

Wahrscheinlichkeit:

Du triffst zufällig jemanden, der dort einen Rucksack gekauft hat. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Rucksack ...

- XL und grün ist?
- orange ist?



L3 Baumdiagramme bei Zufallsexperimenten



Baumdiagramme sind ein anschauliches Werkzeug, um **mehrstufige Zufallsexperimente** übersichtlich darzustellen. Dabei ist es hilfreich, zu jedem Ast im Baum die Wahrscheinlichkeit einzutragen.

RK
DI

799

Wahrscheinlichkeiten als Bruchzahlen schreiben

Ergänze jeweils die Wahrscheinlichkeiten in der Tabelle. Schreib sie als Bruchzahlen.



- a) Wenn man einen 6-seitigen Würfel wirft, sind die sechs möglichen Ereignisse alle gleich wahrscheinlich.

Ereignis E	1	2	3	4	5	6
Wahrscheinlichkeit P(E)	$\frac{1}{6}$					

- b) Beim Münzwurf sind die beiden möglichen Ereignisse „Kopf“ und „Zahl“ gleich wahrscheinlich.

Ereignis E	Kopf	Zahl
Wahrscheinlichkeit P(E)		

- c) Finde auch für diese Ereignisse bei einem 6-seitigen Würfel die Wahrscheinlichkeiten in gekürzter Form.

Ereignis E	3 oder 5	gerade	keine 6	größer als 2
Wahrscheinlichkeit P(E)	$\frac{1}{3}$			

Wahrscheinlichkeit als Bruchzahl

Meist ist die Bruchzahl recht einfach zu finden.

Es gilt:

$$P(E) = \frac{\text{günstig}}{\text{möglich}}$$

Also kann man im Zähler die Anzahl der günstigen Ereignisse eintragen und im Nenner die Gesamtzahl der möglichen Ereignisse. Am besten kürzt man noch so weit wie möglich.

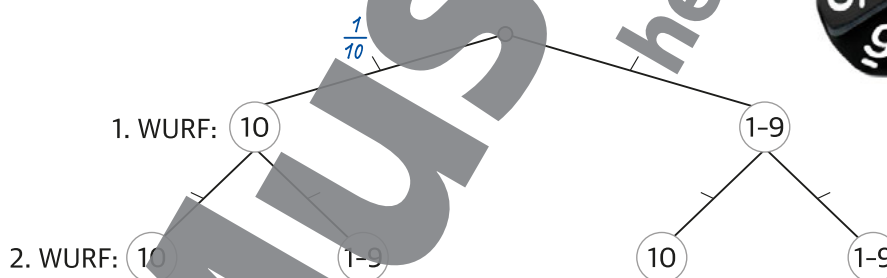
RK
DI

800

10er würfeln



Bei einem Spiel darf man zweimal mit einem 10-seitigen Würfel würfeln. Würfelt man zwei 10er, bekommt man den Hauptpreis. Würfelt man keinen einzigen 10er, gibt es einen Trostpreis.

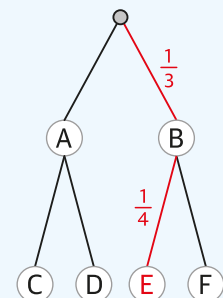


- a) Ergänze die Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm.
- b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit P(H) für den Hauptpreis:
Man würfelt beide Male einen 10er.
- c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit P(T) für den Trostpreis:
Man würfelt beide Male keinen 10er.
- d) Was denkst du über die Gewinnmöglichkeiten?
Ist es leicht, den Hauptpreis oder den Trostpreis zu gewinnen?
Interpretiere die berechneten Wahrscheinlichkeiten.

- ⊕ Erfinde selbst ein ähnliches Spiel und gib die Wahrscheinlichkeiten für den Hauptpreis und den Trostpreis an.

Produktregel

Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ergibt sich durch die **Multiplikation der Astwahrscheinlichkeiten** entlang eines Pfades.



$$P(E) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$$

$$P(E) = \frac{1}{12} = 0,08\bar{3}$$

$$P(E) \approx 8,3\%$$

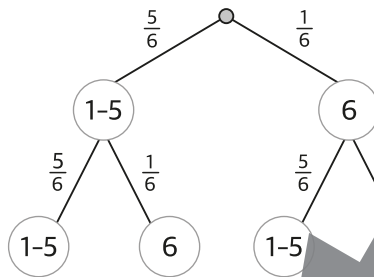
801 Sechser würfeln

→ Ü801

Bei einem Spiel darf man zweimal mit einem 6-seitigen Würfel würfeln.

Tipp: Das Baumdiagramm hilft dir bei der Lösung.

- a) Marko möchte zwei Sechser würfeln.
 (1) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit dafür in Prozent?
 (2) Wie einfach ist die Aufgabe für Marko?
☐ einfach ☐ schwierig ☐ unmöglich
- b) Tanja möchte bei beiden Würfeln keinen Sechser würfeln.
 (1) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit dafür in Prozent?
 (2) Wie einfach ist die Aufgabe für Tanja?
☐ einfach ☐ schwierig ☐ unmöglich



Verzweigungsregel

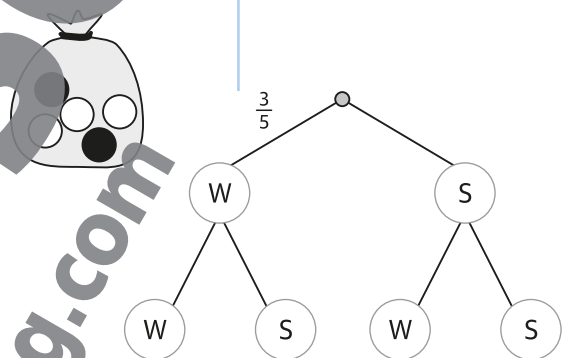
An jedem Verzweigungspunkt gilt: Die Summe aller Wahrscheinlichkeiten der verzweigenden Äste ist gleich 1. Eine Wahrscheinlichkeit von 1 bedeutet "sicher". Und dass es bei irgendeinem der Wege nach unten weitergehen muss, ist ja sicher.

802 Murmeln ziehen

→ Ü802

In einem Beutel sind 3 weiße und 2 schwarze Murmeln. Hanna zieht eine Murmel mit verbundenen Augen, legt sie zurück in den Beutel und zieht dann ein zweites Mal.

- a) Ergänze die Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm.
 b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Hanna ...
 (1) zwei weiße Murmeln zieht, $P(W, W)$.
 (2) zwei schwarze Murmeln zieht, $P(S, S)$.
 c) Was ist wahrscheinlicher: zwei weiße oder zwei schwarze Murmeln?

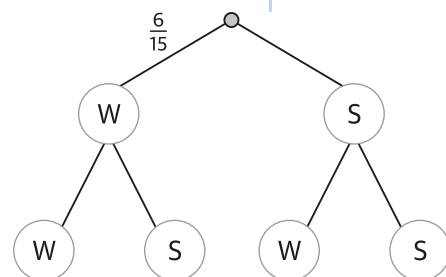


803 Murmeln ziehen

→ Ü803

In einem Beutel sind 6 weiße und 9 schwarze Murmeln. Lorin zieht eine Murmel mit verbundenen Augen, legt sie zurück in den Beutel und zieht dann ein zweites Mal.

- a) Ergänze die Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm.
 b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Lorin ...
 (1) zwei weiße Murmeln zieht, $P(W, W)$.
 (2) zwei schwarze Murmeln zieht, $P(S, S)$.
 c) Was ist wahrscheinlicher: zwei weiße oder zwei schwarze Murmeln?

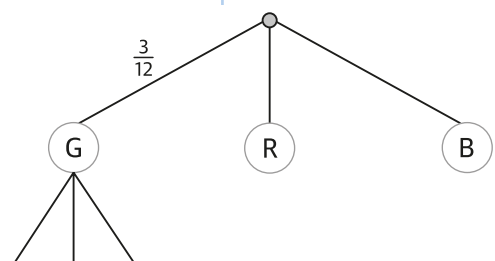
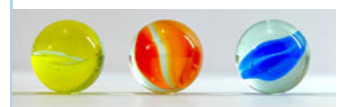


804 Murmeln ziehen, drei Farben

→ Ü804

In einem Beutel sind 3 gelbe, 5 rote und 4 blaue Murmeln. Peter zieht eine Murmel mit verbundenen Augen, legt sie zurück in den Beutel und zieht dann ein zweites Mal.

- a) Zeichne das abgebildete Baumdiagramm fertig.
 b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Peter
 (1) zwei gelbe, (2) zwei rote bzw. (3) zwei blaue Murmeln zieht.
 c) Stehen die Chancen, zwei rote Murmeln zu ziehen, eher hoch oder eher niedrig?



L4 Summenregel



Wenn sich ein gewünschtes Ereignis aus **mehreren Pfaden im Baumdiagramm** zusammensetzt, muss man die **Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade addieren**.

MP
DT

805 Kopf oder Zahl?



Eine Münze wird zweimal geworfen.

- Zeichne das Baumdiagramm fertig.
- Bestimme mit Hilfe des Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:

B zweimal Kopf, $P(K, K)$

$$P(K, K) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

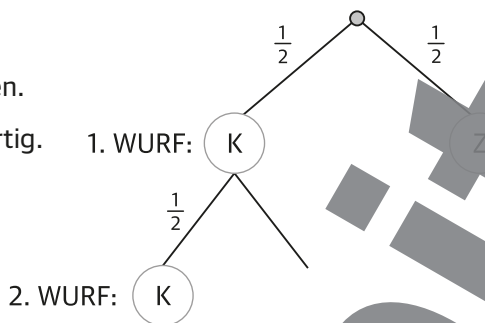
$$= 0,25 \hat{=} 25\%$$

- Führe den Versuch selbst durch.

Mach 20-Mal zwei Münzwürfe und schreib mit, wie oft du

(1) Kopf und Kopf, (2) Zahl und Zahl, (3) Kopf und Zahl geworfen hast.

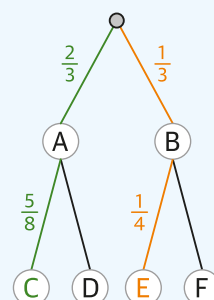
Wie gut passt dein Ergebnis zu den berechneten Wahrscheinlichkeiten?



- (1) zweimal Zahl, $P(Z, Z)$
 (2) einmal Kopf und einmal Zahl (Reihenfolge egal), $P(K, Z \text{ oder } Z, K)$

Summenregel

Für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit mehrerer Ereignisse werden die einzelnen **Wahrscheinlichkeiten der Pfade addiert**.



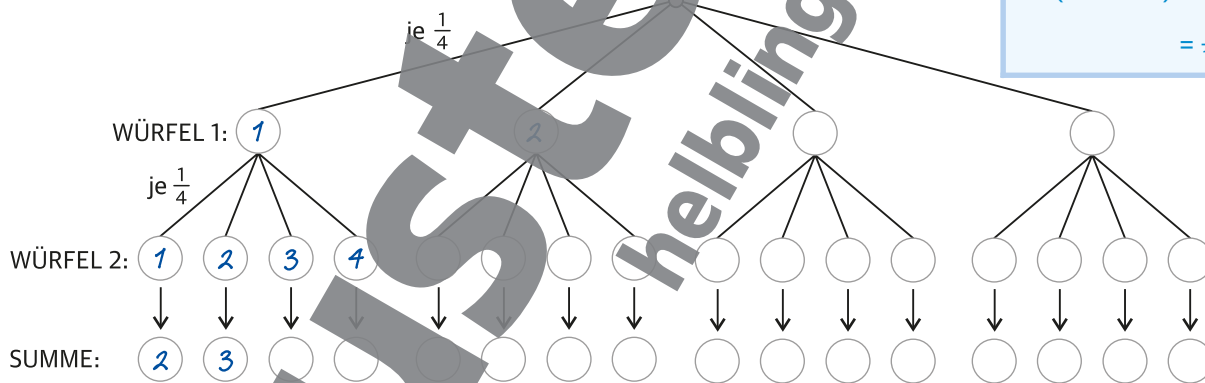
$$P(C) = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

$$P(E) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$P(C \text{ oder } E) = \frac{5}{12} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

MP
RK

806 Zwei 4-seitige Würfel werden geworfen und die Würfelzahlen addiert



- Ergänze die Würfelzahlen und Summen im Baumdiagramm.
- Berechne die Wahrscheinlichkeiten, diese Summen zu erreichen:
 (1) 2 (2) 8 (3) 5 (4) 7
- Auf welches Ergebnis würdest du wetten? Erkläre.
- Berechne die Wahrscheinlichkeit, eine Summe
 (1) größer als 6, (2) kleiner als 4 zu erreichen.
- Experimentiere mit zwei 4-seitigen Würfeln oder einer Tabellenkalkulation.



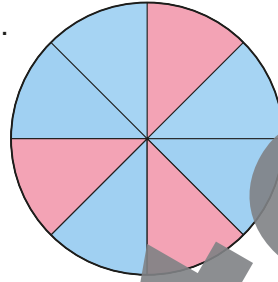
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	4-seitige Würfel										
2											
3	Versuch:	#1	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8	#9	#10
4	Würfel 1:	4	2	2	2	2	3	2	1	2	4
5	Würfel 2:	3	2	3	4	1	3	1	1	2	3
6	SUMME:	7	4	5	6	3	6	3	2	4	7

→ Diese Datei findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie L.

RK 807 Glücksrad

...→ Ü807

Ein Glücksrad hat acht gleich große Felder (siehe Skizze). Fünf davon sind blau, die anderen drei sind rot. Bei einem Spiel darf man zweimal drehen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass man ...



- a) mindestens einmal blau dreht?
- b) mindestens einmal rot dreht?
- c) jede Farbe genau einmal dreht?

RK 808 6er würfeln

...→ Ü808

Petra wirft zwei 6-seitige Würfel. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie ...



- a) zwei 6er würfelt?
- b) genau einen 6er würfelt?
- c) keinen 6er würfelt?

MP RK 809 Wahrscheinlichkeiten beim Freiwurf

...→ Ü809

Eine Basketballspielerin wird gefoult und erhält zwei Freiwürfe. In der Vergangenheit hat sie zwei Drittel ihrer Freiwürfe getroffen und ein Drittel verworfen. Schätze ab: Wie wahrscheinlich ist es, dass die Spielerin ...

- a) beide Freiwürfe trifft?
- b) beide Freiwürfe verwirft?
- c) bei einem Freiwurf trifft und beim anderen nicht (Reihenfolge egal)?



MP RK 810 Dritter Satz beim Tennis

...→ Ü810

Beim Tennis muss man zwei Sätze gewinnen, um das Match für sich zu entscheiden. Von den vergangenen Begegnungen zweier Spieler weiß man, dass Spieler A 42 % der Sätze gegen Spieler B gewinnt. Schätze ab: Wie wahrscheinlich ist es, dass ...

- a) Spieler A beide Sätze gewinnt?
- b) Spieler A beide Sätze verliert?
- c) Jeder Spieler einen Satz gewinnt (Reihenfolge egal) und zur Entscheidung ein dritter Satz gespielt werden muss?

MP RK 811 Schachpartie

...→ Ü811

Maja spielt mit ihrem Vater regelmäßig Schach. Von den letzten 50 Partien hat sie 20 gewonnen und 25 verloren. 5 endeten mit Remis (= unentschieden). Heute spielen die beiden zwei Partien. Schätze ab: Wie wahrscheinlich ist es, dass ...

- a) Maja beide Partien gewinnt?
- b) genau eine Partie Remis ausgeht?
- c) Maja mindestens eine Partie verliert?

VB 812 Gleich wahrscheinlich?

...→ Ü812



Milena würfelt dreimal hintereinander mit einem 6-seitigen Würfel. Sie sagt: „Die Wahrscheinlichkeit, dass ich mindestens einen 6er würfle, ist gleich hoch wie die Wahrscheinlichkeit, dass ich gar keinen 6er würfle.“ Hat sie recht? Erkläre.

Wahrscheinlichkeiten im Sport

Im Sport können Erfahrungswerte und Statistiken von vergangenen Ergebnissen helfen, den Ausgang zukünftiger Ereignisse abzuschätzen. Trainer und Trainerinnen entwickeln auf dieser Grundlage Strategien. Wettunternehmen nutzen die Zahlen, um Wettquoten zu berechnen, bei denen sie selbst genug verdienen.

L5 Interpretation

Die Berechnung von prozentuellen Wahrscheinlichkeiten hilft, Unsicherheiten besser einzuschätzen. Sie ermöglichen es, Alltagssituationen realistisch zu bewerten und fundierte Entscheidungen zu treffen.

MP
DI
VB

813 Welches Spiel wählst du?



Bei Glücksrad A beträgt die Gewinnwahrscheinlichkeit ein Viertel, also 25 %.
Bei Glücksrad B gewinnst du mit einer Wahrscheinlichkeit von einem Sechstel, also rund 17 %.
Du darfst nun wählen: Einmal bei Glücksrad A drehen oder zweimal bei Glücksrad B drehen.

- Wo stehen deine Chancen auf einen Gewinn besser? Erkläre.
- Wie könnten die Glücksräder A und B aussehen? Zeichne sie.

MP
DI
VB

814 Bei einem Glücksrad ist die Chance auf Gelb 1 : 8.

... → Ü814

Jonas sagt: „Dann kommt Gelb einmal sicher, wenn ich 8-mal drehe.“
Stimmt das? Erkläre.

DI
VB

815 Wahr oder falsch? Kreuze an und erkläre.

... → Ü815



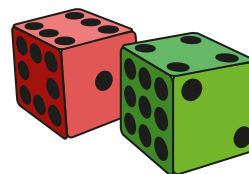
	wahr	falsch
a) Wenn etwas zu 90 % wahrscheinlich ist, passiert es sicher.	☐	☐
b) Wenn ich einen 6-seitigen Würfel 6-mal werfe, kommt jede Zahl genau einmal.	☐	☐
c) Eine Wahrscheinlichkeit kann niemals größer als 1 sein.	☐	☐
d) Wenn man 1 000-mal einen 6-seitigen Würfel wirft, muss mindestens einmal ein 6er dabei gewesen sein.	☐	☐
e) Wenn man drei 6er hintereinander würfelt, kann man unmöglich noch einen 6er würfeln.	☐	☐
f) Die Wahrscheinlichkeit, mindestens einen 6er zu würfeln ist höher, je öfter man würfeln darf.	☐	☐

MP
RK
DI

816 Welchen Würfel würdest du wählen?



Bei einem Spiel für zwei Personen gibt es zwei seltsame Würfel.
Der grüne Würfel hat die Augenzahlen 2, 2, 4, 4, 9, 9.
Der rote Würfel hat die Augenzahlen 1, 1, 6, 6, 8, 8.
Jede Person bekommt einen Würfel und wirft ihn einmal.
Die Person mit der höheren Punktezahl gewinnt.



- Welchen der beiden Würfel würdest du wählen?
- Zeichne ein Baumdiagramm, um die möglichen Ergebnisse eines Spiels darzustellen.
- Bestimme die Wahrscheinlichkeit, mit der jeder Würfel gewinnt.

MP

817 SPIEL: Die kleinste Zahl gewinnt – wenn sie einzigartig ist!



- Jede Person aus der Klasse wählt eine Zahl zwischen 1 und 100 und schreibt sie geheim auf.
- Anschließend werden alle Zahlen von 1 weg der Reihe nach genannt.
- Zahlen, die mehrfach vorkommen, scheiden aus.
- Es gewinnt die Person mit der kleinsten Zahl, die nur einmal genannt wurde.



Vor rund 400 Jahren

im 17. Jahrhundert begründeten die Mathematiker **Blaise Pascal** und **Pierre de Fermat** die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Sie machten sich Gedanken über die Gewinnchancen beim Glücksspiel. Ihre Briefe dazu sind bis heute erhalten.



CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

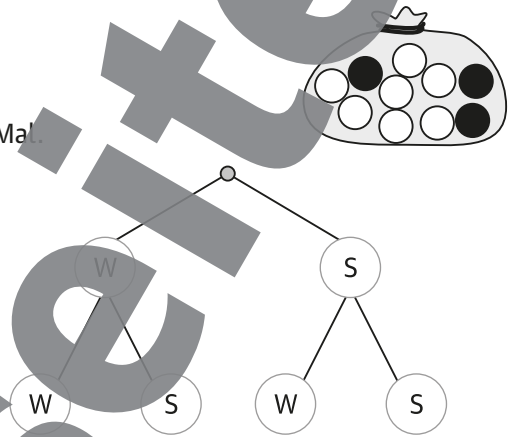
RK 818 Petra wirft einen 6-seitigen Würfel.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie die Zahl 5 würfelt?
Gib die Wahrscheinlichkeit ... a) als Bruchzahl an. b) in Prozent an.

RK 819 Kugeln ziehen

In einem Beutel sind 7 weiße und 3 schwarze Kugeln.
Lisa zieht eine Kugel mit verbundenen Augen,
legt sie zurück in den Beutel und zieht dann ein zweites Mal.

- Ergänze die Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm.
- Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Lisa ...
 - zwei weiße Kugeln zieht, $P(W, W)$.
 - zwei schwarze Kugeln zieht, $P(S, S)$.
- Was ist wahrscheinlicher:
zwei weiße oder zwei schwarze Kugeln?



MP RK 820 Mit oder ohne Regenschirm?

Udo hat an einem regnerischen Tag beobachtet,
dass 75 % der vorbeikommenden Menschen einen Regenschirm tragen.
Er wettet nun mit einem Freund, dass die nächsten beiden Personen,
die vorbeikommen, einen Schirm haben werden.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er die Wette gewinnt?

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

MP 821 Geheimzahl

Edwina denkt sich eine Zahl zwischen 10 und 20.
Kurt soll diese Zahl erraten.

Folgende Tipps gibt Edwina noch:

- Meine Zahl ist ungerade.
 - Meine Zahl ist nicht ohne Rest durch 3 teilbar.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit höchstensfalls,
dass Kurt die Zahl beim ersten Versuch errät?
 - Wie groß wäre die Wahrscheinlichkeit, wenn der zweite Tipp so lauten würde:
„Meine Zahl ist ohne Rest durch 3 teilbar.“

MP RK 822 Sportcamp

Bei einem Sportcamp haben sich 40 % der Jugendlichen für Fußball angemeldet,
35 % für Tennis und 25 % für Schwimmen.

Stell dir vor, du fragst zwei zufällige Jugendliche bei diesem Camp,
wofür sie sich angemeldet haben.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ...

- beide sich für die gleiche Sportart angemeldet haben?
- die beiden sich für verschiedene Sportarten angemeldet haben?

M Zylinder und Kegel



Leuchttürme sind oft annähernd zylinderförmig gebaut, weil diese Form stabil und widerstandsfähig gegen Wind und Wetter ist.
Auch Kegel finden sich in der Architektur, vor allem bei Dächern runder Gebäude.
Diese Körper begegnen uns überall und können mit mathematischen Formeln exakt beschrieben werden.

MP
RK

823

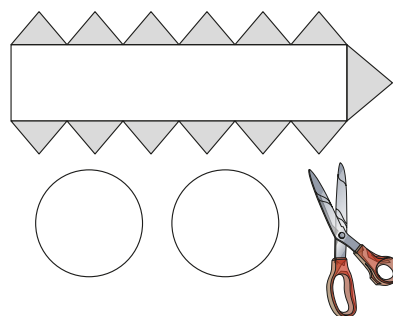
Zylinder und Kegel



- a) Bastle einen Zylinder, wie in der Skizze dargestellt. Konstruiere die Teile auf festem Zeichenpapier mit folgenden Maßen:
Radius Kreis: 3,5 cm
Rechteck des Mantels: Länge 22 cm und Breite 5 cm
Die grauen Klebelaschen machst du 1 bis 2 cm hoch.



- b) Suche nach Zylindern und Kegeln in deiner Umwelt oder im Internet.



In diesem Kapitel lernst du, das Volumen, den Oberflächeninhalt und die Masse von Zylindern und Kegeln zu berechnen.

Dabei helfen dir deine Vorkenntnisse zum Kreis, dem Prisma, der Pyramide und dem Lehrsatz des Pythagoras.

Für Umkehraufgaben wendest du deine Kenntnisse zum Umformen von Gleichungen an.



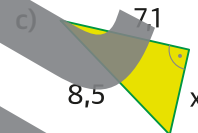
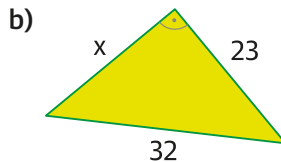
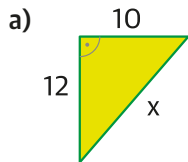
WARM-UP Zeige, was du bereits kannst!

Der Satz des Pythagoras

Wie gut kannst du das noch?



- RK 824 Berechne jeweils die fehlende Seitenlänge. Runde auf Millimeter.
Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben.



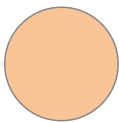
Kreis

Wie gut kannst du das noch?

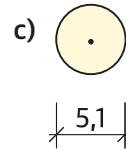
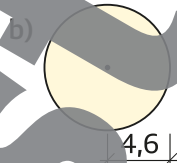
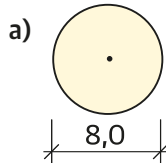


- DI 825 Was ist jeweils markiert?

Ordne die Begriffe „Radius“, „Durchmesser“, „Umfang“ und „Flächeninhalt“ den Darstellungen zu.



- RK 826 Berechne jeweils den Umfang und den Flächeninhalt des Kreises.
Runde auf zwei Nachkommastellen.
Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben.



- RK 827 Der Flächeninhalt eines Kreises beträgt 20 cm^2 .
Berechne den Radius und den Durchmesser dieses Kreises.

Raummaße

Wie gut kannst du das noch?



- RK 828 Wandle in Liter um.

B $3\,000 \text{ cm}^3 = 3 \text{ l}$

- a) $500 \text{ cm}^3 =$ _____
b) $90 \text{ cm}^3 =$ _____

- c) $1\,200 \text{ cm}^3 =$ _____
d) $35\,000 \text{ cm}^3 =$ _____
e) $4\,832 \text{ cm}^3 =$ _____

Ein Liter ist ein Kubikdezimeter,
also der Inhalt eines Würfels mit
1 dm Kantenlänge.

- RK 829 Wandle in Kubikzentimeter um.

- a) $1 \text{ l} =$ _____ c) $\frac{1}{2} \text{ l} =$ _____ e) $0,216 \text{ l} =$ _____
b) $2,3 \text{ l} =$ _____ d) $\frac{1}{4} \text{ l} =$ _____ f) $67,4 \text{ l} =$ _____



M1 Zylinder



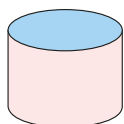
Ein **Zylinder** hat, genau wie ein Prisma, zwei parallele, deckungsgleiche Flächen als Grund- und Deckfläche. Beim Zylinder sind diese Flächen Kreise. Man nennt ihn auch **Drehzylinder**, weil er entsteht, wenn man wie bei einer Drehtür ein Rechteck um eine seiner Seiten dreht.

RK 830 Oberflächeninhalt berechnen

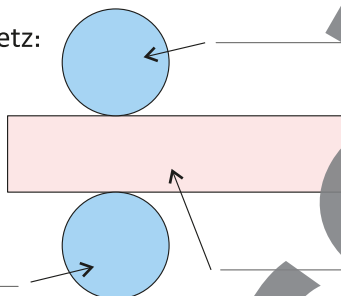


Das Bild zeigt einen Drehzylinder mit Radius d und Höhe h und das dazugehörige Netz.

Drehzylinder:



Netz:



- Aus welchen drei ebenen Figuren setzt sich das Netz zusammen?
- Beschrifte sie mit „Grundfläche“, „Deckfläche“ und „Mantel“.
- Finde für jede dieser Figuren eine Formel für den Flächeninhalt.
- Setze nun die Formel für den Flächeninhalt der gesamten Oberfläche des Zylinders zusammen. Vergleiche sie mit der Formel im Wissenskasten.
- Berechne den Oberflächeninhalt eines Zylinders mit $h = 2 \text{ cm}$ und $r = 3 \text{ cm}$.
- Experimentiere in GeoGebra mit dem Netz eines Zylinders. Ändere den Radius bzw. die Höhe und beschreibe deine Beobachtungen. → Diese Datei findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie M.



RK 831 Volumen und Masse berechnen

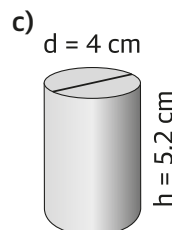
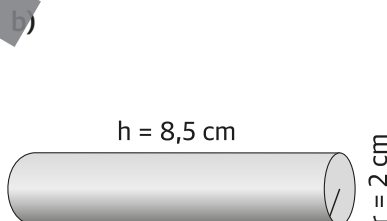
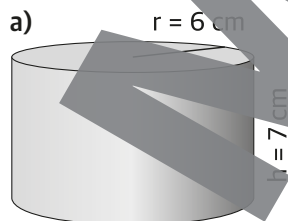


Wie beim Prisma gilt auch beim Drehzylinder: Volumen ist gleich Grundflächeninhalt mal Höhe, $V = G \cdot h$.

- Setze für G die Flächeninhaltsformel für den Kreis ein und vergleiche dein Ergebnis mit der Formel im Wissenskasten.
- Berechne das Volumen eines Zylinders mit $r = 3 \text{ cm}$ und $h = 7 \text{ cm}$.
- Berechne die Masse dieses Zylinders, wenn er aus Holz besteht (Dichte $\rho = 0,48 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$). Rechne mit der Formel $m = V \cdot \rho$.

RK 832 Berechne jeweils Oberflächeninhalt O und Volumen V des abgebildeten Zylinders.

...→ Ü832



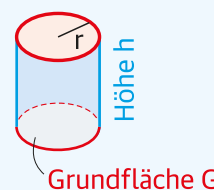
RK 833 Berechne jeweils Oberflächeninhalt O und Volumen V des Zylinders.

...→ Ü833

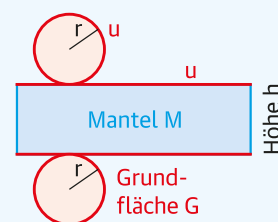
- | | | | |
|---|---|---|---|
| a) $r = 2 \text{ cm}$
$h = 6 \text{ cm}$ | b) $d = 7 \text{ cm}$
$h = 1,5 \text{ cm}$ | c) $r = 0,9 \text{ m}$
$h = 1,3 \text{ m}$ | d) $d = 42 \text{ mm}$
$h = 87 \text{ mm}$ |
|---|---|---|---|

Zylinder

Die Grund- und Deckfläche eines Zylinders (G) bilden zwei gleich große Kreise.



Den Mantel (M) eines Zylinders bildet ein Rechteck.



Wie beim Prisma gilt allgemein:

$$V = G \cdot h$$

$$O = 2 \cdot G + M$$

Formeln mit Radius:

$$O = 2r^2\pi + 2r\pi h$$

$$V = r^2\pi h$$

Formeln mit Durchmesser:

$$O = \frac{d^2}{2}\pi + d\pi h$$

$$V = \frac{d^2}{4}\pi h$$

RK 834 Die CanCan Company Inc. stellt verschiedene Dosen her.

...→ Ü834

Berechne jeweils, wie viel in eine Dose hineinpasst (Volumen) und wie viel Blech für jede der Dosen benötigt wird (Oberflächeninhalt).

Hinweis: Vernachlässige bei deiner Berechnung Rillen und Verschlüsse.

a) $d = 12 \text{ cm}$
 $h = 10 \text{ cm}$



b) $d = 6 \text{ cm}$
 $h = 14 \text{ cm}$



c) $d = 12 \text{ cm}$
 $h = 4 \text{ cm}$


RK 835 Wie schwer sind diese zylinderförmigen Bausteine?

...→ Ü835

Die Bausteine bestehen aus Buchenholz ($\rho = 0,68 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$).

	a)	b)	c)	d)
Durchmesser	3 cm	2 cm	1,5 cm	4 cm
Höhe	3 cm	4 cm	5 cm	1 cm


MP RK 836 Zylinderförmiger Kübel

...→ Ü836

Ein zylinderförmiger Kübel ist bis ganz oben mit Wasser gefüllt. Der Durchmesser des Kübels beträgt 25 cm, die Höhe ist 0,5 m. Der leere Kübel wiegt 20 kg.

- Wie viele Liter Wasser sind im Kübel?
- Wie schwer ist der gefüllte Kübel?

Hinweis: Die Dichte von Wasser beträgt 1 g/cm^3 bzw. 1 kg/dm^3 .

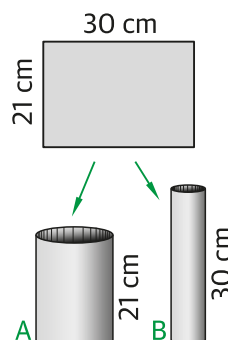
DI 837 Wahr oder falsch? Kreuze an und erkläre.


	wahr	falsch
a) Wenn man den Radius eines Zylinders verdoppelt, verdoppelt sich auch sein Volumen.	☐	☐
b) Ein Zylinder mit einer Höhe von 10 cm und einem Radius von 5 cm hat denselben Oberflächeninhalt wie ein Zylinder mit einer Höhe von 5 cm und einem Radius von 10 cm.	☐	☐
c) Wenn man die Höhe eines Zylinders verdreifacht, verdreifacht sich auch sein Volumen.	☐	☐
d) Die Oberfläche eines Zylinders besteht aus zwei Kreisen und einem Rechteck.	☐	☐

VB 838 Papierzylinder


Aus einem rechteckigen Blatt Papier kann man auf zwei Arten den Mantel eines Zylinders bilden (siehe Abbildung).

- Haben die Mantelflächen bei beiden Zylindern denselben Flächeninhalt? Begründe.
- Haben beide Zylinder das gleiche Volumen? Begründe.


Volumina im Alltag


Im Alltag verwendet man bei Flüssigkeiten meist Liter als Maß.

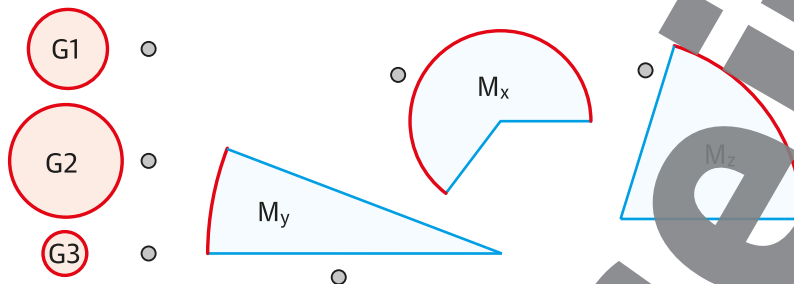
Es gilt: $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$

M2 Kegel

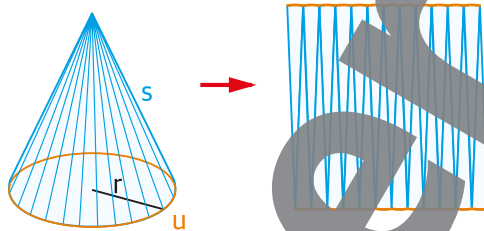


Ein **Kegel** hat, ähnlich wie eine Pyramide, eine Grundfläche und eine Spitze. Beim Kegel ist die Grundfläche ein Kreis. Man nennt ihn auch **Drehkegel**, weil er entsteht, wenn man wie bei einer Drehtür ein rechtwinkeliges Dreieck um eine seiner Katheten dreht.

- DI **839** Die Netze von drei Kegeln sind zerlegt.
Ordne jeder Grundfläche den passenden Mantel zu.
Erkläre, wie du dabei vorgegangen bist.



- RK DI **840** Berechnung des Oberflächeninhalts eines Kegels: $O = G + M$



- Erkläre die Formel zur Berechnung des Mantels eines Kegels, $M = r \cdot \pi \cdot s$, anhand der dargestellten Skizze.
- Setze nun die Formel für den Flächeninhalt der gesamten Oberfläche eines Kegels zusammen. Vergleiche sie mit der Formel im Wissenskasten.
- Berechne den Oberflächeninhalt eines Kegels mit $r = 5 \text{ cm}$ und $h = 10 \text{ cm}$.
- Nutze GeoGebra zum Experimentieren mit dem Netz eines Kegels.
→ Eine entsprechende Datei findest du in der e-zone PLUS! Band 4, Technologie: M.

- RK **841** Volumen und Masse berechnen

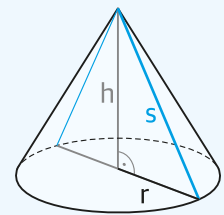


Wie bei der Pyramide gilt auch beim Drehkegel:
Volumen ist gleich Grundflächeninhalt mal Höhe geteilt durch drei, $V = \frac{G \cdot h}{3}$.

- Setze für G die Flächeninhaltsformel für den Kreis ein und vergleiche dein Ergebnis mit der Formel im Wissenskasten.
- Berechne das Volumen eines Kegels mit $r = 4 \text{ cm}$ und $h = 9 \text{ cm}$.
- Berechne die Masse dieses Kegels, wenn er aus Edelstahl besteht (Dichte $\rho = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$).
Rechne mit der Formel $m = V \cdot \rho$.

Kegel

Die Grundfläche (G) ist beim Kegel ein Kreis, der Mantel (M) ist ein Kreissektor.



Wie bei der Pyramide gilt allgemein:

$$O = G + M$$

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

Formeln mit Radius:

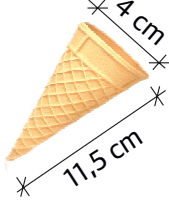
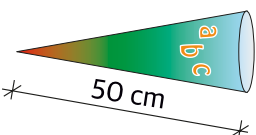
$$O = r^2 \pi + r \pi s$$

$$V = \frac{r^2 \pi h}{3}$$

RK 842 Berechne jeweils Oberflächeninhalt O und Volumen V des Kegels. ...→ Ü842

- a) $r = 3 \text{ cm}$ b) $r = 4 \text{ cm}$ c) $d = 10 \text{ cm}$ d) $h = 7,3 \text{ cm}$
 $s = 6 \text{ cm}$ $h = 4 \text{ cm}$ $h = 6,5 \text{ cm}$ $s = 11,5 \text{ cm}$

RK 843 Berechne jeweils den Flächeninhalt der Außenfläche (Mantel). ...→ Ü843

- a)  Eistüte
 b)  Schultüte
 c)  vietnamesischer Hut

r , s und h bilden ein rechtwinkeliges Dreieck. Du kannst also mit dem **Satz von Pythagoras** arbeiten.



RK 844 Berechne die Massen dieser kegelförmigen Senklote ($\rho_{\text{Blei}} = 11,34 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$). ...→ Ü844

- a) $h = 5 \text{ cm}$ b) $h = 7 \text{ cm}$ c) $h = 6 \text{ cm}$
 $d = 3,5 \text{ cm}$ $d = 3,8 \text{ cm}$ $s = 7 \text{ cm}$

RK 845 Berechne jeweils das Volumen und die Masse der angegebenen kegelförmigen Kerze ($\rho_{\text{Wachs}} = 0,95 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$). ...→ Ü845

$$r = 12 \text{ cm} : 2 = 6 \text{ cm}$$

$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3} = \frac{6^2 \cdot \pi \cdot 17}{3}$$

$$V \approx 640,88 \text{ cm}^3$$

$$m = V \cdot \rho \approx 640,88 \cdot 0,95$$

$$m \approx 608,84 \text{ g}$$

B Breite: 12 cm
Höhe: 17 cm

- a) Breite: 10 cm
Höhe: 9 cm
 b) Breite: 8 cm
Höhe: 14 cm
 c) Breite: 6,5 cm
Höhe: 9,5 cm



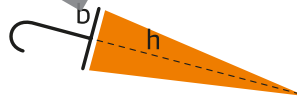
Senklot

Ein Senklot ist ein Werkzeug, das etwa im Bauwesen verwendet wird, um Vertikalen zu bestimmen. Das Lot besteht aus einem schweren, meist kegelförmigen Metallkörper, der an einer Schnur befestigt ist. Durch das Gewicht verläuft diese exakt senkrecht zum Boden.

MP RK 846 Eine Firma produziert zwei verschiedene, kegelförmige Arten von Schokoschirmen. ...→ Ü846

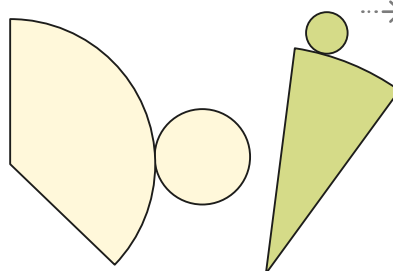
Modell A: Höhe $h = 10 \text{ cm}$, Breite $b = 2 \text{ cm}$
 Modell B: Höhe $h = 6 \text{ cm}$, Breite $b = 3 \text{ cm}$

- a) Welcher Schirm hat mehr Schokolade?
 b) Gib den Unterschied in Gramm an ($\rho_{\text{Schokolade}} = 1,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$).



DI VB 847 Vergleiche den gelben und den grünen Kegel anhand ihrer Netze. ...→ Ü847

- a) Welcher der beiden Kegel hat die größere Grundfläche? Begründe.
 b) Welcher der beiden Kegel ist höher? Begründe.



MP VB 848 Sabine behauptet: ...→ Ü848



„Beim Kegel ist die Mantellinie s stets länger als die Höhe h .“
 Hat Sabine recht? Begründe deine Entscheidung.

M3 Umkehraufgaben

Manchmal kennt man das Volumen eines Zylinders oder Kegels, aber nicht alle Maße. Dann muss man die **Formeln umformen**, um fehlende Größen wie Höhe oder Radius zu berechnen.

MP
RK

- 849** Das zylindrische Silo in der Abbildung fasst 120 m^3 Futtermittel. Sein Durchmesser beträgt 4 Meter.



- Berechne die Höhe des Silos.
Tipp: Arbeite mit der Formel $V = G \cdot h$.
- Wie hoch müsste ein Silo sein, das bei gleichem Durchmesser doppelt so viel Futtermittel fasst?



Grünfutter-Silo

Zylinder:
 $V = r^2 \cdot \pi \cdot h$

Kegel:
 $= \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$

MP
RK

- 850** Ein Sandkegel in einer Kiesgrube hat einen Durchmesser von 14 Metern. Der Sandkegel besteht aus 257 m^3 Sand.



- Berechne die Höhe des Sandkegels.
Tipp: Arbeite mit der Formel $V = \frac{G \cdot h}{3}$.
- Aus wie viel Kubikmetern Sand besteht ein Kegel, dessen Durchmesser nur halb so groß ist, bei gleicher Höhe?



Kiesgrube

RK

- 851** Von einer zylinderförmigen Regentonne kennt man das Fassungsvermögen und die Breite (oder d). Berechne jeweils die Höhe der Tonne.
Tipp: 1 Liter = 1 dm^3 , am besten rechnest du alles in Dezimeter um.

- | | |
|--|--|
| a) $V = 300 \text{ Liter}$; $r = 35 \text{ cm}$ | c) $V = 200 \text{ Liter}$; $d = 55 \text{ cm}$ |
| b) $V = 63 \text{ Liter}$; $r = 0,2 \text{ m}$ | d) $V = 120 \text{ Liter}$; $d = 0,5 \text{ m}$ |

RK

- 852** Berechne jeweils den Radius des Zylinders. ...→ Ü852

- | | |
|---|---|
| a) $h = 6,4 \text{ cm}$; $V = 80 \text{ cm}^3$ | c) $h = 5 \text{ cm}$; $V = 141 \text{ cm}^3$ |
| b) $h = 7 \text{ cm}$; $V = 352 \text{ cm}^3$ | d) $h = 4,8 \text{ cm}$; $V = 3\,744 \text{ cm}^3$ |

RK

- 853** Peter schenkt $0,2 \text{ Liter}$ Orangensaft in ein Glas ein. Der Saft steht darin 12 cm hoch (siehe Abbildung). ...→ Ü853

- Berechne den Durchmesser des Glases.
- Welchen Durchmesser müsste das Glas haben, damit der Saft halb so hoch steht?



RK

- 854** Berechne jeweils die gesuchte Größe des Kegels. ...→ Ü854

- | | |
|---|--|
| a) $r = 2 \text{ cm}$; $V = 21 \text{ cm}^3$; $h = ?$ | d) $h = 9 \text{ cm}$; $V = 236 \text{ cm}^3$; $d = ?$ |
| b) $h = 8 \text{ cm}$; $V = 134 \text{ cm}^3$; $r = ?$ | e) $d = 6 \text{ cm}$; $V = 66 \text{ cm}^3$; $h = ?$ |
| c) $V = 377 \text{ cm}^3$; $d = 12 \text{ cm}$; $h = ?$ | f) $V = 1\,102 \text{ cm}^3$; $h = 13 \text{ cm}$; $r = ?$ |

- ⊕ Denk dir selbst drei weitere Aufgaben aus und löse sie.

Bei Umkehraufgaben kannst du die bekannten Formeln verwenden, musst sie aber so umformen, dass die gesuchte Größe allein auf der linken Seite steht.

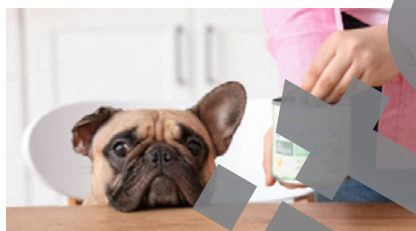


MP RK 855 Die Firma Wau-Wau-Würstchen produziert Hundefutter in Dosen.

...→ Ü855

Die Dosen bekommen Etiketten, die sie seitlich komplett umschließen. Die Futtermenge (Volumen V) und der Durchmesser d der Dosen sind jeweils vorgegeben. Berechne zu jeder Dose, wie viel Fläche auf den Etiketten für die Produktinformationen zur Verfügung steht.

- 400-g-Dose „Wau-Wau“
 $V = 400 \text{ cm}^3$; $d = 8 \text{ cm}$
- 800-g-Dose „Wau-Wau-Big“
 $V = 790 \text{ cm}^3$; $d = 9 \text{ cm}$
- 250-g-Dose „Wau-Wau-Mini“
 $V = 250 \text{ cm}^3$; $d = 8 \text{ cm}$


Beruf: Industrial Designerin/Designer

Du gestaltest Güter, die vorgegebene Bedingungen erfüllen müssen. Dabei spielen geometrische Formen und Berechnungen eine entscheidende Rolle. Ausbildungsmöglichkeiten gibt es in der BHS oder an Fachhochschulen und Universitäten.

RK 856 Kiesgrube

...→ Ü856

In einer Kiesgrube sind rund 700 m^3 weißer Kies gelagert. Die gesamte Menge ist zu einem Kegel aufgeschüttet. Berechne den Durchmesser des Kegels, wenn die Höhe 7 Meter beträgt.

MP RK 857 Vom Kegel zum Würfel

Eine 10 cm hohe, kegelförmige Kerze mit 5 cm Durchmesser wird eingeschmolzen. Aus dem Wachs wird ein Würfel gegossen. Welche Kantenlänge hat der Würfel?

MP RK 858 Pyramide und Kegel

...→ Ü858

Gegeben ist eine quadratische Pyramide mit Kantenlänge $a = 5 \text{ cm}$ und Höhe $h = 8 \text{ cm}$. Welchen Durchmesser muss ein Kegel haben, dessen Höhe und Volumen gleich groß wie jene der Pyramide sind?

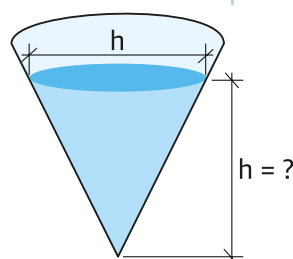
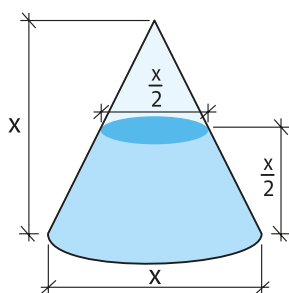
MP RK 859 Herr Berger füllt seinen Swimmingpool, dessen Durchmesser 3 Meter beträgt (siehe Abbildung)

...→ Ü859

- Wie hoch steht das Wasser, nachdem Herr Berger 1 000 Liter Wasser eingefüllt hat?
- Das Wasser soll am Ende 1,2 Meter hoch im Pool stehen. Wie viele Liter Wasser müssen noch eingelassen werden?
- Ein Liter Wasser wiegt rund 1 kg. Vergleiche die Masse des eingelassenen Wassers mit der Masse eines Autos (rund 1 500 kg). Was stellst du fest?


MP DI 860 Wasser im Kegel


Ein kegelförmiges Gefäß ist zur Hälfte mit Wasser gefüllt (siehe Skizze). Wie hoch steht das Wasser, wenn man das Gefäß auf den Kopf stellt? Beschreibe, wie du die Aufgabe gelöst hast.



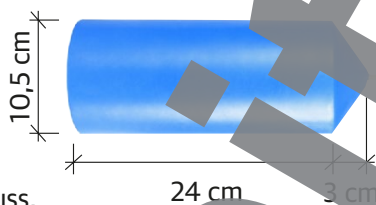
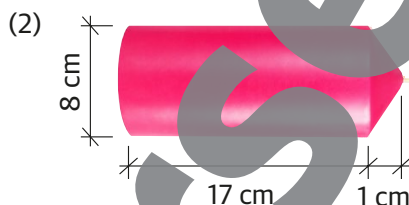
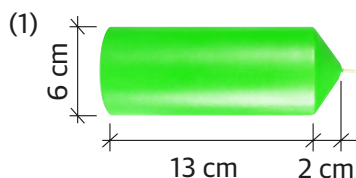
M4 Zusammengesetzte Körper

Zerlege zusammengesetzte Körper in einfache Grundformen wie Zylinder und Kegel.
Berechne dann Oberflächeninhalt oder Volumen jedes einzelnen Körpers mit der passenden Formel und addiere oder subtrahiere die Ergebnisse – je nach Zusammensetzung des Körpers.

861 Eine Kerze hat die Form eines Zylinders mit aufgesetztem Kegel.



- Berechne das Volumen der blauen Kerze.
- Wie schwer ist die blaue Kerze?
Die Dichte von Wachs beträgt $0,95 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.
- Berechne den Oberflächeninhalt der blauen Kerze.
Erkläre, worauf man hier besonders achten muss.
- Berechne Volumen und Oberflächeninhalt auch für ähnliche Kerzen mit folgenden Abmessungen:



Vorsicht bei der Berechnung des Oberflächeninhalts! Schau genau, welche Flächen wirklich an der Oberfläche liegen.



862 Wie schwer sind die angegebenen Buntstifte, wenn der Durchmesser jeweils 8 mm misst?

Hinweis: Verwende $\rho_{\text{Holz}} = 0,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ und vernachlässige die Mine.

	a)	b)	c)
Gesamtlänge	17 cm	12 cm	8 cm
Länge der Spitze	1,6 cm	1,3 cm	1,8 cm

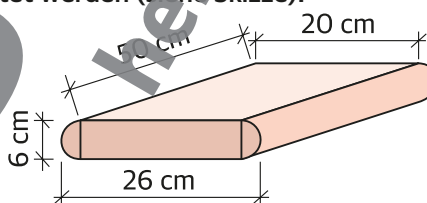


→ Ü862

863 Ein Sprungbrett kann näherungsweise als Quader mit zwei angelegten Halbzylindern betrachtet werden (siehe Skizze).



- Berechne sein Volumen.
- Berechne seinen Oberflächeninhalt.
- Wie ändert sich das Volumen, wenn man die Länge (50 cm) verdoppelt? Erkläre.



→ Ü863

864 Die Abbildung rechts zeigt eine Sanduhr.

→ Ü864

- Mit welchen Körpern kann man die Sanduhr näherungsweise beschreiben?
- Berechne das ungefähre Volumen der Sanduhr.
- Berechne den ungefähren Oberflächeninhalt der Sanduhr.



865 Fermi-Aufgabe:
Wie viele Quadratmeter Plane hat dieses Zirkuszelt?



- Rechne mit ganz grob geschätzten Zahlen, möglichst nur dekadischen Einheiten (1, 10, 100, 1000 ...).
- Schätze die Maße, die du brauchst, nun genauer ab und rechne noch einmal.
- Vergleiche deine beiden Ergebnisse.





CHECKPOINT

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

DI 866 Kreuze an: Welche Form hat der Mantel eines Zylinders bzw. Kegels?

- Zylinder: ☐ Rechteck ☐ Kreissektor ☐ Dreieck ☐ Kreis
 Kegel: ☐ Rechteck ☐ Kreissektor ☐ Dreieck ☐ Kreis

RK 867 LKW-Tank

Der Tank eines LKWs ist zylinderförmig.
 Wie viele Liter fasst der 9 Meter lange Tank,
 wenn sein Durchmesser 2,5 Meter beträgt?



RK 868 Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen eines Kegels mit ...

- a) 7,5 cm Radius und 10 cm Höhe.
 b) Mantellinie $s = 16$ cm und Durchmesser $d = 20$ cm.

MP RK 869 Die Firma Entspann dich! produziert Nackenrollen.
 Diese Polster bestehen innen aus Schaumstoff
 und werden außen mit Frotteestoff überzogen.

Berechne jeweils, wie viel Schaumstoff (Volumen)
 und wie viel Frotteestoff (Oberflächeninhalt)
 für die angegebene Nackenrolle benötigt werden.

- a) Länge der Rolle: 40 cm, Durchmesser: 15 cm
 b) Länge der Rolle: 55 cm, Durchmesser: 16 cm



RK 870 Berechne jeweils die Höhe h des Körpers.

- a) Zylinder: $V = 250 \text{ cm}^3$; $d = 6$ cm
 b) Kegel: $V = 400 \text{ cm}^3$; $r = 5$ cm

Wie gut kannst du das jetzt? 😞 😐 😊 😄

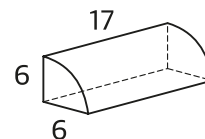
RK VB 871 Eine zylinderförmige Dose ist 3 cm hoch. Ihr Volumen beträgt 150 cm^3 .

- a) Berechne den Durchmesser der Dose.
 b) Wie hoch muss eine kegelförmige Dose sein,
 die denselben Durchmesser und dasselbe Volumen hat?
 Begründe, ohne zu rechnen.

RK DI 872 Gegeben ist ein Werkstück aus Holz (siehe Skizze).

Hinweis: Alle Maße sind in cm angegeben.

- a) Beschreibe die Form des Körpers.
 b) Berechne seinen Oberflächeninhalt und sein Volumen.



MP RK 873 Betrachte die Boje in der Abbildung.

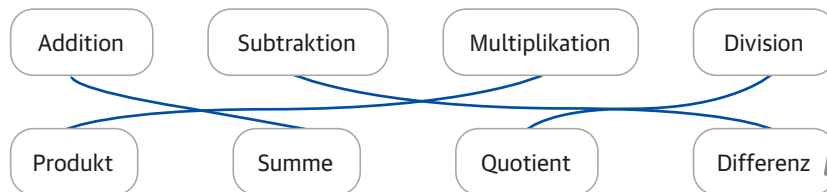
Berechne den Oberflächeninhalt
 und das Volumen dieser Boje.
 Der Durchmesser beträgt 75 cm,
 der Abstand von Spitze zu Spitze beträgt 1,15 Meter.



Kapitel A

- 002 a) z.B.: 15 | 16 | 22 d) z.B.: $\frac{2}{3} | \frac{3}{4} | \frac{9}{10}$ g) z.B.: 7 111 | 3 520 | 6 400
 b) z.B.: -9 | -6 | -1 e) z.B.: 2 | 50 | 82
 c) z.B.: 8,1 | 8,42 | 8,999 f) z.B.: 11 | 17 | 23

003



004 von links nach rechts: Strahl, Gerade, Strecke

- 005 a) 45° b) 90° c) 20° d) 150°

Kapitel B

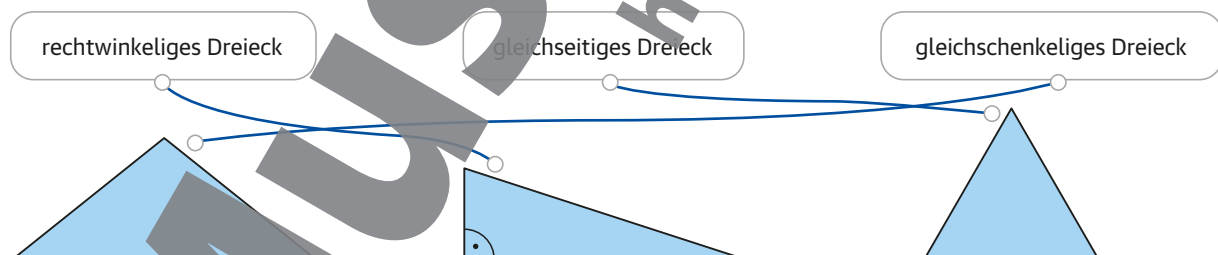
- 106 a) 9 b) 730
 c) z.B.: Eine Zahl besteht aus einer oder mehreren Ziffern. 120 ist beispielsweise eine Zahl, die aus den Ziffern 0, 1 und 2 besteht. Wörter bestehen aus Buchstaben. Im Vergleich entsprechen Zahlen Wörtern und Ziffern Buchstaben.
 107 a) kleinste Zahl: 457; größte Zahl: 754 b) kleinste Zahl: 205; größte Zahl: 520
 108 a) 7 b) 9 c) 16 d) 95 e) 34 f) 0
 109 a) B b) 10 c) A: 8, 10, 27; B: 3 10
 110 a) $3^2 = 9$ b) $8^2 = 64$ c) $10^2 = 100$ d) $15^2 = 225$ e) $16,3^2 = 265,69$ f) $0,8^2 = 0,64$

Kapitel C

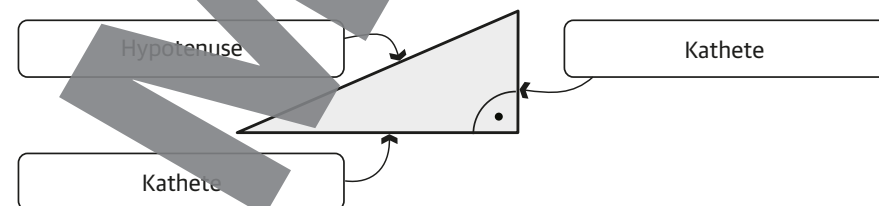
- 173 a) $\sqrt{169} = 13$ c) $\sqrt{1\,225} = 35$ e) $\sqrt{287\,296} = 536$
 b) $\sqrt{3\,844} = 62$ d) $\sqrt{6\,084} = 78$ f) $\sqrt{368\,449} = 607$
 174 a = 3,2 cm; u = 12,8 cm
 175 a) $3^5 = 243$ c) $9^4 = 6\,561$ e) $9,7^4 = 8\,852,9281$
 b) $25^2 = 625$ d) $12^5 = 248\,832$ f) $6,2^3 = 238,328$
 176 a) $6^6 = 46\,656$ b) $8^6 = 262\,144$ c) $17^7 = 410\,338\,673$ d) $4,3^8 = 116\,882,00277601$
 177 a) $18^6 = 34\,012\,224$ b) $30^6 = 900$ c) $10^4 = 10\,000$ d) $160^3 = 4\,096\,000$
 178 a) O = 54 cm²; V = 27 cm³ c) O = 230,64 cm²; V = 238,28 cm³
 b) O = 294 cm²; V = 343 cm³ d) O = 3,84 m²; V = 0,512 m³

Kapitel D

229



230



- 231 a) A = 23,4 cm² b) A = 30,66 cm² c) A = 21,39 cm²

232

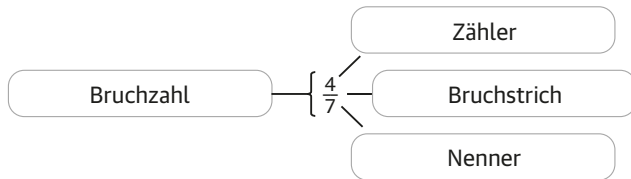
a	5	8	4	6	9	2	10	3
a ²	25	64	16	36	81	4	100	9

233

- a) x = 7,07 b) y = 28,28 c) z = 4,88 d) m = 11,37 e) n = 67,82

Kapitel E

315



316

a) $\frac{5}{2}$

b) $\frac{12}{7}$

c) $\frac{4}{x}$

d) $\frac{b}{a}$

317

a) $\frac{7}{8}$

c) $\frac{3}{8}$

e) $\frac{34}{35}$

g) $\frac{5}{12}$

i) $\frac{25}{12}$

b) $\frac{11}{12}$

d) $\frac{5}{12}$

f) $\frac{29}{30}$

h) $\frac{1}{20}$

j) $\frac{13}{12}$

318

a) $\frac{3}{10}$

b) $\frac{10}{21}$

c) $\frac{3}{20}$

d) $\frac{1}{3}$

e) $\frac{3}{28}$

319

a) $\frac{3}{4}$

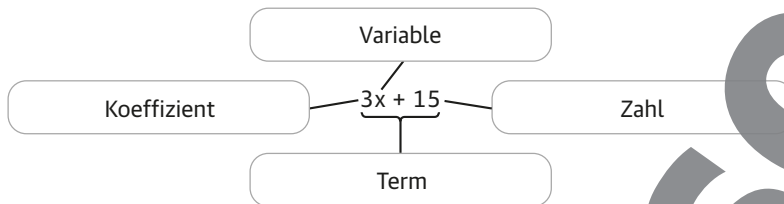
b) $\frac{9}{5}$

c) $\frac{7}{6}$

d) $\frac{15}{16}$

e) $\frac{4}{5}$

320



321

a) 1

b) 13

c) 10

d) 28

e) 70

f) 5

g) 4

h) 4

Kapitel F

394

a) Multiplikation

b) Wurzel ziehen

395

a) $37 + 15 = 52$

b) $10 : 5 = 2$

c) $35 - 10 = 25$

d) $18 \cdot 2 = 36$

396

a) 100

b) 1 000

c) 1 000

d) 5

e) 30

f) 1

397

a) 60

b) 15

c) 3 600

d) 180

e) 6

f) 24

398

a) $5x^2 + 2x + 9$

b) $5x^2 + 2x - 7$

c) $2x^2 - 5x - 15$

399

a) $x = 4$

c) $x = 48$

e) $x = 5$

g) $x = 26$

i) $x = 37$

k) $x = 1$

b) $x = 27$

d) $x = 28$

f) $x = 45$

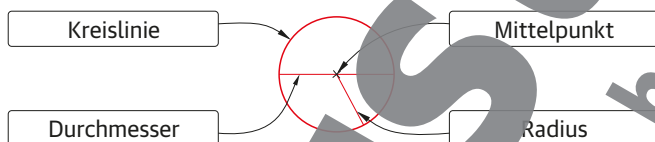
h) $x = 90$

j) $x = 8$

l) $x = 29$

Kapitel G

467



468

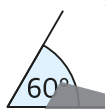
Radius r:	3 cm	7 cm	1,4 m	15 cm	2,6 m	19 mm
Durchmesser d:	6 cm	14 cm	2,8 m	30 cm	5,2 m	38 mm

469

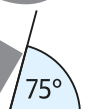
von links nach rechts: rechter Winkel, 90°; gestreckter Winkel, 180°; voller Winkel, 360°

470

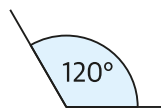
a)



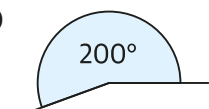
b)



c)



d)



471

a) 15

b) 80

c) 32

d) 69

e) 24

f) 1,9

472

a) 600

b) 1,5

c) 37

d) 65

e) 230

f) 10

Kapitel H

542

von oben nach unten: B A D C

543

a) wahr

b) falsch

c) wahr

d) wahr

544

Je größer die Spannweite einer Datenreihe ist, desto weiter liegen die Zahlen auseinander.

545

a) 42

b) 12

c) 6,9

546

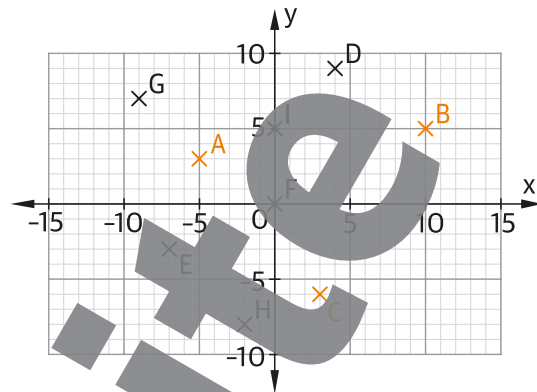
a) 20 %

b) 17,5 %

c) 9,2 %

Kapitel I

- 597 a) 15; -3; -12; 36 b) 1; -4; 6; -14; 26 c) 5; 7; 9; -13; 17
 598 a) A (-5|3), B (10|5), C (3|-6) b)



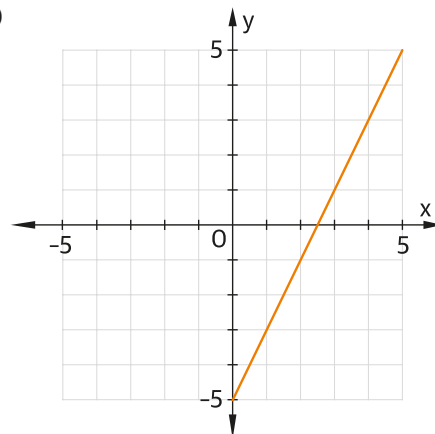
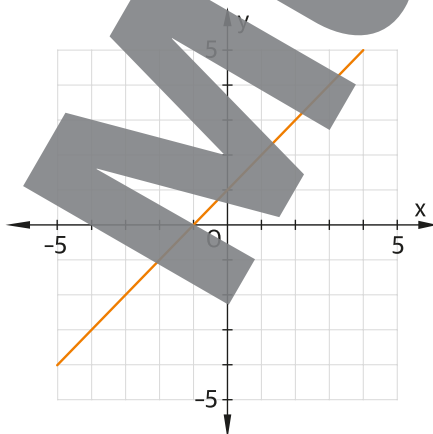
- 599 a) Käsesorte A ist teurer. b) 1 € c) 1,50 € d) mehr

Kapitel J

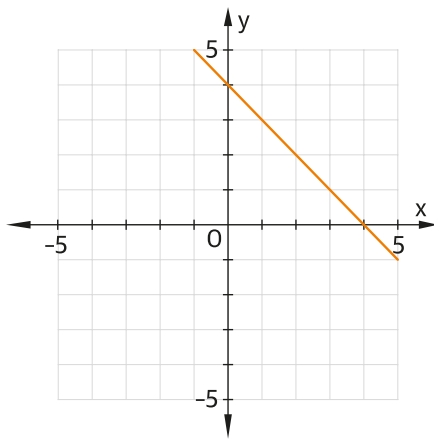
- 656 a) b) $a^2 + b^2 = c^2$
 657 a) $x = 17,2 \text{ cm}$ b) $x = 8,2 \text{ cm}$ c) $x = 1,3 \text{ cm}$
 658 a) $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ b) $n = \sqrt{o^2 - m^2}$ c) $w = \sqrt{u^2 + v^2}$ d) $z = \sqrt{x^2 - y^2}$
 659 a) 784 b) 819 025 c) 24,01 d) 0,4624 e) 29 f) 140 g) 1,3 h) 0,7
 660 a) 343 b) 3 375 c) 4,096 d) 0,941192 e) 7 f) 11 g) 5,2 h) 0,1
 661 a) 3 cm^3 b) $1,5 \text{ m}^3$ c) 1 dm^3

Kapitel K

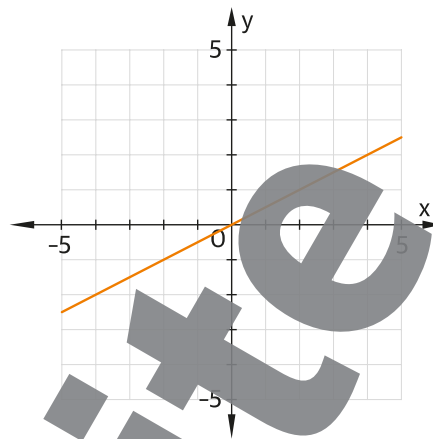
- 710 a) $x = 7$
 Probe: $2 \cdot 7 + 1 = 15$
 $15 = 15 \checkmark$
 b) $x = -7$
 Probe: $3 - (-7) = 10$
 $10 = 10 \checkmark$
 c) $x = 8$
 Probe: $\frac{8}{4} + 5 = 7$
 $7 = 7 \checkmark$
 d) $x = 5$
 Probe: $5 \cdot (5 - 2) = 15$
 $15 = 15 \checkmark$
 e) $x = -8$
 Probe: $23 = 7 - 2 \cdot (-8)$
 $23 = 23 \checkmark$
 f) $x = 4$
 Probe: $4 - (6 - 4) = 2$
 $2 = 2 \checkmark$
 711 a) $x = \frac{5-y}{4}$ c) $x = 12 - y$ e) $x = 6y + 6$ g) $x = 3 - 2y$
 b) $x = \frac{4+y}{2}$ d) $x = \frac{5y-4}{8}$ f) $x = 6y - 10$ h) $x = \frac{3y}{4}$
 712 a) $f(x) = x$ b) $f(x) = 2x + 3$ c) $f(x) = -\frac{1}{2}x + 6$
 713 a)



c)



d)



714 Steigungskoeffizient

Kapitel L

782 a) von oben nach unten: D C E A B b) individuelle Lösungen

783

	Dezimalzahl	Bruchzahl	Prozentzahl
a)	0,19	$\frac{19}{100}$	19%
b)	0,36	$\frac{36}{100}$	36%
c)	0,09	$\frac{9}{100}$	9%
d)	0,62	$\frac{62}{100}$	62%
e)	0,05	$\frac{5}{100}$	5%
f)	0,84	$\frac{84}{100}$	84%

	Dezimalzahl	Bruchzahl	Prozentzahl
g)	0,9	$\frac{9}{10}$	90%
h)	0,3	$\frac{3}{10}$	30%
i)	0,5	$\frac{5}{10}$	50%
j)	0,7	$\frac{7}{10}$	70%
k)	0,1	$\frac{1}{10}$	10%
l)	0,6	$\frac{6}{10}$	60%

784 a) 35 b) 344 c) 360 d) 6 660 e) 342 f) 4 480

Kapitel M

824 a) $x = 15,6$ cm

b) $x = 22,2$ cm

c) $x = 4,7$ cm

825 von links nach rechts: Flächeninhalt, Radius, Durchmesser, Umfang

826 a) $u = 25,13$ cm; $A = 50,27$ cm²

b) $u = 28,90$ cm; $A = 60,48$ cm²

c) $u = 16,02$ cm; $A = 20,43$ cm²

827 $r = 2,52$ cm; $d = 5,05$ cm

828 a) 0,5 l

b) 0,09 l

c) 1,2 l

d) 35 l

e) 4,832 l

829 a) 1 000 cm³

b) 2 300 cm³

c) 500 cm³

d) 250 cm³

e) 216 cm³

f) 67 400 cm³

Kapitel A

- 093 a) 11 b) 24 c) 5 d) 8
 094 Sie würden ca. 9 Stunden brauchen.
 095 Anita spart 72,90 €.
 096 Die Zinsen betragen 1.125 €.
 097 $u = 22 \text{ dm}$
 098 $O = 337,5 \text{ m}^2$; $V = 421,88 \text{ m}^3$
 099 a) $V = 866,67 \text{ cm}^3$ b) $m = 606,67 \text{ g}$
 100 a) $x_{\min} = 18$ b) $x_{\max} = 36$ c) $\bar{x} = 24$ d) $z = 21$
 101 a) $x = 4$ b) $y = 8$ c) $z = 12$
 102 a) $u = 4x \text{ cm}$ b) $A = (x^2 - 4) \text{ cm}^2$
 103 $x = 17,5$
 104 6

Kapitel B

- 164 a) $-5 > -8$ b) $|+3| = |-3|$ c) $0 < |-8|$ d) $-0,99 < 0,98$
 165
 166 a) $0,7$ b) $15,214$ c) $9,27$ d) $36,06132$
 167 a) 3,5 b) 7,1 c) 10,4 d) 4,9
 168 a) 6,32 b) 9,59 c) 6,2 d) 3,99 e) 79,33 f) 46
 169 a) $4 \in \mathbb{Z}$ b) $7 \in \mathbb{N}$ c) $0,3 \notin \mathbb{Z}$ d) $0,18 \in \mathbb{Q}$
 e) $-\frac{1}{4} \in \mathbb{Q}$ f) $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$ g) $\sqrt{16} \in \mathbb{N}$ h) $-214 \in \mathbb{R}$
 170 a) z. B.: $z = 35$ b) z. B.: $z = 7$ c) z. B.: $z = 95$ d) z. B.: $z = 1,8$
 171 wahr; z. B.: $x = 4, y = 2$ ($x : y = 2 \in \mathbb{N}$)
 wahr; z. B.: $y = 0, x = 1$ ($y : x = 0$)
 wahr; z. B.: $x = 5, y = 3$ ($x - y = 2 > 0$)
 falsch; z. B.: $x = 2, y = -1$ ($x + y = 1 < 3 = x - y$)

Kapitel C

- 219 a) 6,325 b) 28,914 c) 2,466 d) 19,000
 220 a) 12 b) 70 c) 72 d) 2 e) 5 f) 2 g) 9 h) 8
 221 a) Eine Seite dieses Gartens ist 27,93 Meter lang.
 b) Der Umfang beträgt ca. 111,72 Meter.
 c) Das Einzäunen kostet ca. 1 253,50 €.
 222 a) $a = 26 \text{ cm}$ b) $O = 4 056 \text{ cm}^2$
 223 $a = 18,17 \text{ cm}$
 224 a) 700 b) 692,8
 225 a) $2 \cdot \sqrt{7}$ b) $6 \cdot \sqrt{2}$ c) $3 \cdot \sqrt{10}$ d) $10 \cdot \sqrt{5}$
 226 a) $2 < \sqrt[3]{19} < 3$ b) $1 < \sqrt[3]{2} < 2$ c) $10 < \sqrt[3]{1 005} < 11$
 d) $4 < \sqrt[3]{68} < 5$ e) $5 < \sqrt[3]{150} < 6$ f) $9 < \sqrt[3]{999} < 10$
 227 $a = 3,8 \text{ cm}$

Kapitel D

- 305 a) $k^2 + g^2 = t^2$ b) nicht rechtwinkelig, weil $6^2 + 4^2 = 52$, aber $7^2 = 49$
 306 a) 17 m b) 5 m c) 28,8 m
 307 $a = 3,18 \text{ cm}$; $u = 12,73 \text{ cm}$; $A = 10,125 \text{ cm}^2$
 308 Der Tisch ist etwa 90 cm breit.
 309 a) 14 cm b) Raute
 310 $h_c = 4,8 \text{ cm}$
 311 a) wahr b) falsch c) falsch d) wahr
 312 Die Punkte A und B sind in etwa 14,07 m voneinander entfernt.
 313 $h = 2 \text{ cm}$

Kapitel E

- 383 a) $4x - 4$
 384 a) $u = 6x$; $A = 2x^2$
 385 a) $a^2 - 10a + 25$
 386 a) $(3x + 2y) \cdot (3x - 2y)$
 387 a) $2xy + 6y$
 388 a) a^6
 389 a) $\frac{5x}{6}$
 390 a) $x \neq 0$
 391 a) u
 392 a) $\frac{3}{y}$
- b) $3a^2 - 2a$
 b) $u = 4y + 8$; $A = y^2 + 4y$
 b) $4b^2 + 12b + 9$
 b) $(7 + z)^2$
 b) $3a^2 - 6ab$
 b) $2b^2 + 6$
 b) $\frac{9y}{2}$
 b) $x \neq -2$
 b) 3
 b) $\frac{4x - 6}{3y}$
- c) $16c^2 - 25$
 c) $(a - 2b)^2$
 c) $8z - 12$
 c) $2c^2 - 2c + 2$
 c) $\frac{2z}{9}$
 c) $x \neq 1$
 c) w^3
 c) $\frac{2x + 1}{x^2}$

Kapitel F

- 456 a) $x = 7$
 457 a) $2x - 8 = 52$
 b) $x = 30$
 Es gibt 30 Schweine auf dem Bauernhof.
 458 a) $u(x) = 10x$
 459 a) $h_c = \frac{2 \cdot A}{c}$
 460 56 km/h
 461 Die Zahl lautet 9.
 462 a) $a = -2$
 463 a) $49,90 + 4x = 329,50$
 b) $x = 69,90$
 Ein Winterreifen kostet 69,90 €.
 464 a) $u(x) = 12x - 4$
 465 Die drei Zahlen lauten 81, 27 und 42.
- b) $x = 24$
 c) $x = 12$
 b) $A(x) = 4x^2$
 b) $h_c = 3,2$ cm
 c) $u(7) = 70$ cm; $A(7) = 196$ cm²
 c) Er bleibt gleich.
 b) $x = 7$
 c) $u(5) = 56$ cm; $A(5) = 195$ cm²

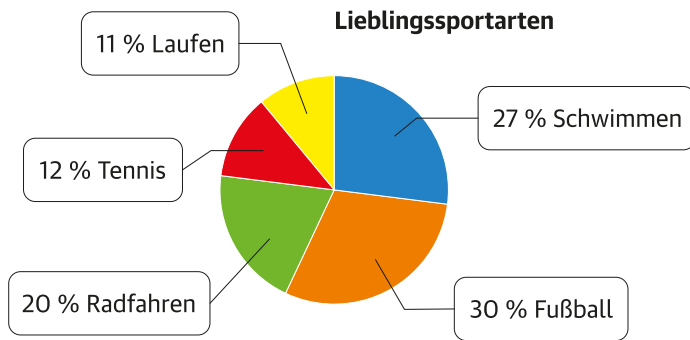
Kapitel G

- 531 $u = 39,58$ cm; $A = 124,69$ cm²
 532 $d = 7,96$ cm; $r = 3,98$ cm
 533 $r = 48$ cm; $d = 96$ cm
 534 $u = 22,85$ m; $A = 32,17$ m²
 535 a) $A = 38,28$ cm²
 b) $A = 136,48$ cm²
 536 a) Der Umfang wird halbiert. z. B.: $u_1 = 2 \cdot r \cdot \pi$
 $u_2 = 2 \cdot \frac{r}{2} \cdot \pi = \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot r \cdot \pi) = \frac{1}{2} \cdot u_1$
 b) Der Flächeninhalt wird geviertelt. z. B.: $A_1 = r^2 \cdot \pi$
 $A_2 = \left(\frac{r}{2}\right)^2 \cdot \pi = \frac{1}{4} \cdot (r^2 \cdot \pi) = \frac{1}{4} \cdot A_1$
 537 $d = 28$ cm (ungefähr)
 538 $a = 0,86$ m
 539 $A = 16$ cm²
 540 a) $u = 10,25$ cm; $A = 5,04$ cm²
 b) $u = 15,61$ cm; $A = 10,39$ cm²
 c) $u = 7,41$ cm; $A = 2,71$ cm²

Kapitel H

- 589 Spannweite: 1,20 kg; Mittelwert: 3,42 kg; Median: 3,20 kg
 590 Die relative Häufigkeit der Kinder, die Äpfel am liebsten mögen, beträgt 40%.
 591 Das waren 8 Kinder.
 592 a) z. B.: Im Laufe des Vormittags ist die Zahl der Kaffeebestellungen kontinuierlich gesunken.
 b) Zwischen 11 und 12 Uhr wurde mehr Limonade als Kaffee bestellt.
 c) Insgesamt wurde mehr Kaffee bestellt.

593



594

Die Mädchen und Burschen haben gleich gut abgeschnitten, denn „25 %“ ergibt dasselbe wie „jeder Vierte“.

595

	jünger als 6 Monate	älter als 6 Monate	gesamt
höchstens 10 Punkte	42	67	109
mehr als 10 Punkte	35	56	91
gesamt	77	123	200

- b) Ungefähr 45,5 % der jüngeren Marienkäfer haben mehr als 10 Punkte.
 c) Ungefähr 45,5 % der älteren Marienkäfer haben mehr als 10 Punkte.
 d) z. B.: Ob ein Käfer mehr oder weniger als 10 Punkte hat, scheint unabhängig vom Alter zu sein. Sowohl unter den älteren als auch unter den jüngeren haben in etwa 45,5 % der Käfer mehr als 10 Punkte und 55,5 % der Käfer weniger als 10 Punkte.

Kapitel I

649

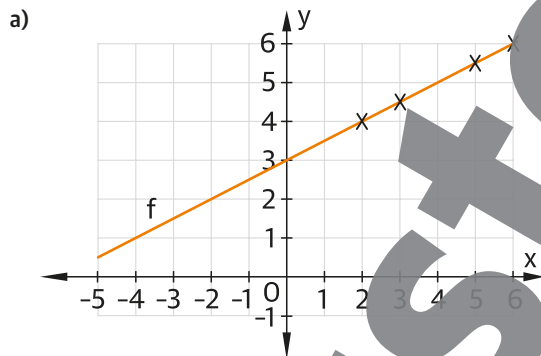
Nein, denn manchen x-Werten werden zwei oder drei y-Werte zugeordnet.

650

x	0	1	2	5
f(x)	0	2	4	10

b) $f(x) = 2x$

651



b) $f(x) = 0,5 \cdot x + 3$

652

x	-4	-2	0	4
f(x)	3	2	1	-1

b) $f(x) = -0,5 \cdot x + 1$

653

a) 1,5 b) -4,3

654

- a) $f(t) = 24 \cdot t + 35$
 b) Nach 7 Minuten sind 203 Liter Wasser im Tank.
 c) Es dauert 19,375 Minuten.
 d) z. B.: Ja, der Füllstand steigt mit einer konstanten Rate an. Das beschreibt man mit einer linearen Funktion.

Kapitel J

701

$d = 7,07 \text{ cm}$; $d_R = 8,66 \text{ cm}$

702

a) $V = 12 \text{ cm}^3$ b) $O = 40 \text{ cm}^2$ c) $m = 104,4 \text{ g}$ d) $d_R = 6,40 \text{ cm}$

703

$O = 403,68 \text{ cm}^2$; $V = 432 \text{ cm}^3$

704

a) $V = 0,4 \text{ m}^3$ b) $O = 5,35 \text{ m}^2$ c) $m = 268 \text{ kg}$

705

a) $a = 2,47 \text{ dm}$ b) $d_R = 4,27 \text{ dm}$

706

$O = 29,60 \text{ m}^2$; $V = 9,375 \text{ m}^3$; $s = 4,83 \text{ m}$

707

$O = 164,39 \text{ cm}^2$; $V = 120 \text{ cm}^3$

- 708** a) Das Gebäude setzt sich zusammen aus zwei Quadern, einer quadratischen Pyramide und einem dreiseitigen Prisma.
b) $347,45 \text{ m}^2$
c) $20\,812,26 \text{ €}$

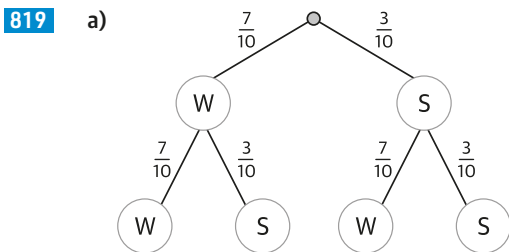
Kapitel K

- 770** $(4|10), (2|4), (0|-2)$
771 $L = \{(5|3)\}$
772 $L = \{(0,5|2,5)\}$
773 $L = \{(1|1)\}$
774 $L = \{(-1|2)\}$
775 Fatimas Zahlen sind beide 3.
776 a) Eliminationsverfahren; $L = \{(0,5|3)\}$
777 $L = \{\}$
778 Hanna bezahlt $7,30 \text{ €}$.
779 Länge: $10,2 \text{ cm}$; Breite: $5,1 \text{ cm}$
780 Peter besitzt 16 5-Cent-Münzen und 14 50-Cent-Münzen.

b) Gleichsetzungsverfahren; $L = \{(3|4)\}$

Kapitel L

- 818** a) $\frac{1}{6}$ b) $16,6\%$



- b) (1) $P(W, W) = \frac{49}{100} \triangleq 49\%$ (2) $P(S, S) = \frac{9}{100} \triangleq 9\%$
c) Es ist wahrscheinlicher, zwei weiße Kugeln zu ziehen.

820 Die Wahrscheinlichkeit, dass er die Wette gewinnt, ist $0,5625 \triangleq 56,25\%$

821 a) Die Wahrscheinlichkeit ist $\frac{1}{4} \triangleq 25\%$.

b) Die Wahrscheinlichkeit wäre $1 \triangleq 100\%$.

822 a) Die Wahrscheinlichkeit ist $0,345 \triangleq 34,5\%$.

b) Die Wahrscheinlichkeit ist $0,655 \triangleq 65,5\%$.

Kapitel M

866 Zylinder: Rechteck; Kegel: Kreissektor

867 Der Tank fasst ungefähr $44\,180 \text{ Liter}$.

868 a) $O = 471,24 \text{ cm}^2$; $V = 589,05 \text{ cm}^3$

b) $O = 816,81 \text{ cm}^2$; $V = 1\,307,95 \text{ cm}^3$

869 a) Es werden ungefähr $7\,069 \text{ cm}^3$ Schaumstoff und ungefähr $2\,238 \text{ cm}^2$ Stoff benötigt.

b) Es werden ungefähr $11\,058 \text{ cm}^3$ Schaumstoff und ungefähr $3\,167 \text{ cm}^2$ Stoff benötigt.

870 a) $h = 8,84 \text{ cm}$

b) $h = 15,28 \text{ cm}$

871 a) $d = 7,98 \text{ cm}$

b) Sie muss dreimal so hoch sein

$$V_{\text{Zylinder}} = r^2 \pi h, V_{\text{Kegel}} = \frac{r^2 \pi h}{3}$$

Bei gleichem Radius muss die Höhe dreimal so groß sein, um das gleiche Volumen zu erhalten.

872 a) Bei dem Körper handelt es sich um einen Zylinder, der entlang dem Radius geviertelt wurde.

Man kann auch sagen, er ist ein Prisma mit einem Viertelkreis als Grundfläche.

b) $O = 420,77 \text{ cm}^2$; $V = 480,66 \text{ cm}^3$

873 $O = 16\,174,72 \text{ cm}^2$; $V = 169\,351,48 \text{ cm}^3$

A

absolute Häufigkeit 112
 Achtelkreis 100
 Anteil
 – absolute Häufigkeit 112
 – Prozente 12
 – relativer 112
 Archimedes 147
 Ausmultiplizieren 21, 70–71, 72

B

Balkendiagramm 114
 Balkenmodelle 84, 92
 Basis
 – Potenzen 9, 68
 – Dreiecke 58
 Baumdiagramm 170, 172
 Berufe
 – am Theater 10
 – Ausbildungs- und Karriere-
 kompass 113
 – Bäckerin, Bäcker 13
 – Baustatikerin,
 Baustatiker 62
 – Facharbeiterin/Facharbeiter
 Feldgemüsebau 32
 – Industrial Designerin/
 Designer 185
 – Landschaftsgärtnerin,
 Landschaftsgärtner 43
 – Tierpflegerin, Tierpfleger 163
 – Tischlerin, Tischler 101
 Betrag einer Zahl 25
 Beweise
 – in der Mathematik 35
 – finden 52
 – ist irrational 35
 – Satz von Pythagoras 52, 53
 Binom 71
 binomische Formeln 22, 72
 Bruchterme 76
 Bruchzahlen 28

C

Cox, Gertrude Mary 113

D

Daten im Alltag 111
 Datenreihe 18, 110
 de Fermat, Pierre 176
 Deckfläche 147, 180
 Deltoid 60
 Descartes, René 30
 Diagonale
 – Flächendiagonale 142
 – Raumdiagonale 142

– Raute, Deltoid, Trapez 60
 – Rechteck und Quadrat 56
 – Würfel 142
 Diagramme
 – Balkendiagramm 114
 – Baumdiagramm 170, 172
 – Kreisdiagramm 116
 – Säulendiagramm 19, 114
 – Tabellenkalkulation 19, 115, 117
 Dichte 17, 147, 180–183, 186
 direkt proportional 10
 Distributivgesetz 70
 Drehkegel 182
 Drehzylinder 180
 Dreieck 49
 – besondere Dreiecke 58
 – Beschriftung 51
 – Flächeninhalt 14, 58
 – Konstruktion 15, 50–51, 53, 55
 – Umfang 14
 – rechtwinkeliges 14, 50, 54–55
 – Steigungsdreieck 136
 Durchmesser 96

E

Einheiten 88
 Einsetzungsverfahren 158, 161
 Elemente von Mengen 27
 Eliminationsverfahren 160, 161
 Erdanziehungskraft 89
 Ergänzen
 – Flächeninhalt 15
 – Volumen 148
 Euklid von Alexandria 33, 35
 Euler, Leonhard 6
 Exponent 9

F

Fehlerfortpflanzung 46
 Fermi-Aufgaben 9, 105, 186
 Fibonacci-Spirale 66
 Fibonacci-Zahlen 66
 Flächeninhalt
 – Achtelkreis 100
 – Deltoid 60
 – Dreieck 14, 58
 – Halbkreis 100
 – Kreis 98
 – Kreissektor 106
 – Quadrat 14
 – Raute 60
 – Rechteck 14
 – rechtwinkeliges Dreieck 14
 – Trapez 61
 – Viertelkreis 100
 – zusammengesetzte

Figuren 102
 Flächendiagonale 142
 Flächenmaße 95
 freier Fall 89
 Funktionen
 – Einführung 124
 – Gleichung 128
 – Graph 124, 126, 128, 134
 – homogene lineare 130
 – inhomogene lineare 132
 – lineare 130, 132
 – konstante 135
 – Sprechweise 124
 – Wertetabelle 124
 Funktionsgleichung 128
 Funktionsgraph 124, 126, 128, 134
 Funktionsterm 128
 Funktionswert 128

G

ganze Zahlen 26
 gerundete Ergebnisse 42
 Geschwindigkeit
 – in der Physik 88
 – Lichtgeschwindigkeit 89
 – mittlere 88
 – Schallgeschwindigkeit 89
 – Tempo 88
 Gewicht(skraft) 90
 Gezeiten 126
 gleichschenkeliges Trapez 61
 Gleichung
 – Äquivalenzumformung 20, 82
 – lösen 20, 82
 – mit zwei Unbekannten 152
 Gleichungssystem 154
 Gleichsetzungsverfahren 159, 161
 grafisches Lösungsverfahren 156
 Graph einer Funktion 124, 126,
 128, 134
 Grundfläche 16, 144, 146, 147,
 180, 182
 Grundwert 12, 109

H

Halbkreis 100
 Häufigkeit 112
 homogene lineare Funktion 130
 Hypotenuse 49, 50–51, 54

I

imaginäre Zahlen 36
 in Abhängigkeit von 124, 128
 indirekt proportional 10
 inhomogene lineare Funktion 132
 irrationale Zahlen 34

K

Katheten 49, 50–51, 54
 Kegel 182
 Klammern 8, 20, 40, 72, 77
 Koeffizient 67
 Kolmogorow, Andrei N. 169
 Koordinatensystem 123
 Kopfrechnen 8
 konstante Funktion 135
 Kraft
 – Erdanziehungskraft 89
 – in der Natur 90
 – Gewicht(skraft) 90
 Zentripetalkraft 91
 – Gezeiten 126
 Kreis
 – Durchmesser 96
 – Flächeninhalt 98
 – Konstruktion 96
 – Radius 96
 – Umfang 96, 98
 Kreisbogen 106
 Kreisdiagramm 116
 Kreisring 102
 Kreissektor 106
 Kreiszahl 96
 Kreuztabelle 118, 120
 Krone des Hieron 147
 Kubikwurzel 44
 Kubikzahlen 45

L

Laplace-Versuch 168
 Leibniz, Gottfried Wilhelm 125
 Lichtgeschwindigkeit 89
 lineare Funktion 130, 132
 lineares Gleichungssystem 154
 Liter 44, 181
 Lösungsfälle eines linearen
 Gleichungssystems 154
 Lösungsmenge 153, 156
 Lösungspaar 152
 Lotto 166
 Lovelace, Ada 6

M

Mantel 144, 180, 182
 Masse 17, 90, 147, 180–183
 Maximum 18, 110
 Median 19, 110
 Menge 26
 – der ganzen Zahlen 26
 – der natürlichen Zahlen 26
 – der rationalen Zahlen 28
 – der reellen Zahlen 36
 – Schreibweise 26, 27

Minimum 18, 110
 Mirzakhani, Maryam 6
 Mittelwert 18, 110
 mittlere Geschwindigkeit 88
 Modalwert = Modus 110
 Modelle 129, 138
 Möndchen des Hippokrates 103

N

natürliche Zahlen 26
 negative Zahlen 24
 Netz 16, 145, 180, 182
 Newton (Einheit) 90
 Newton, Sir Isaac 90
 nichtrationale Zahlen 34, 36

O

Oberflächeninhalt
 – eines Quaders 16, 142
 – eines Tetraeders 146
 – eines Würfels 16

P

partiell quadrieren 40
 partiell Wurzelziehen 40
 Pascal, Blaise 176
 periodische Zahlen 28
 Personen
 – Archimedes 147
 – Cox, Gertrude Mary 113
 – de Fermat, Pierre 176
 – Descartes, René 30
 – Euklid von Alexandria 33, 35
 – Euler, Leonhard 6
 – Kolmogorow, Andrei N. 169
 – Leibniz, Gottfried Wilhelm 125
 – Lovelace, Ada 6
 – Mirzakhani, Maryam 6
 – Pascal, Blaise 176
 – Pythagoras von Samos 33, 48, 64
 – Rubik, Ernő 143
 – Thales von Milet 33, 64
 – Theodoros von Kyrene 33
 – Turing, Alan 6
 π 96
 positive Zahlen 24
 Potenzen
 – Rechenregeln 9, 70
 – Terme mit ... 68, 70, 77
 – Vorrangregeln 77
 Prisma
 – Volumen 147
 – Würfel, Quader 142
 Produktregel (Wahrscheinlichkeit) 172
 Proportionalität 10
 Prozente 12, 112, 167

Prozentsatz 12, 112
 Psychosoziale Gesundheit 117
 Punktrechnungen 8, 77
 Pyramide 16, 144, 146
 Pythagoras von Samos 33, 48, 64

Q

Quader 16, 142
 Quadrat 14, 56
 Quadratwurzeln
 – finden 30
 – anwenden 42
 Quadratzahlen 31

R

Radius 96
 rationale Zahlen 28
 reelle Zahlen 36
 Raumdiagonale 142
 Raummaße 141
 Raute 60
 Rechenoperationen 30, 81, 92
 Rechenstrich 8
 Rechteck 14, 56
 Relationszeichen 76
 relative Häufigkeit 112, 170
 repräsentativer Querschnitt 120
 Rubik, Ernő 143
 Runden 42
 Rundungsfehler 46

S

Satz des Pythagoras
 – Aussage 50
 – Beweis 52
 – in besonderen Dreiecken 58
 – in Prismen 147
 – in Pyramiden 144, 146
 – in Raute, Deltoid und Trapez 60
 – in Rechteck und Quadrat 56
 – in Würfel und Quader 142
 – in zusammengesetzten
 Körpern 148
 Satz von Thales 64
 Säulendiagramm 19, 114
 Schallgeschwindigkeit 89
 Schätzen
 – Wurzeln 32
 – Wahrscheinlichkeiten 170
 Schranken 32
 Sechseck 63
 Spannweite 18, 110
 Spiele
 – Die kleinste Zahl gewinnt! 176
 – Runde Sache 46
 – Zahlengerade-Spiele 26, 32, 83

Spirale des Theodorus 33
 Statistik im Alltag 111
 statistische Kenngrößen 18, 110
 Steigung 130, 134, 136, 157
 Steigungsdreieck 136
 Steigungskoeffizient 130, 157
 Stichprobe 120
 Strichrechnungen 8, 77
 Summenregel (Wahrscheinlichkeit) 174

T

Taschenrechner 25, 30, 35, 37, 39, 40, 44, 47, 141
 Technologie
 - CAS 34
 - e-zone 13, 19, 26, 32, 35, 52, 53, 64, 72, 83, 97, 103, 111, 115, 118, 135, 144, 145, 152, 174, 180, 182
 - GeoGebra 15, 34, 51, 52, 53, 64, 72, 97, 103, 129, 135, 145, 152, 155, 157, 180, 182
 - Rechner 25, 30, 35, 37, 39, 40, 44, 47, 141
 - Tabellenkalkulation 13, 19, 64, 111, 115, 117, 174
 - Zahlengerade-Spiele 26, 32, 83
 Teilmengen 36
 teilweises Wurzelziehen 41
 Tempo 88
 Terme 20, 66
 Tetraeder 146
 Texte in Terme übersetzen 162
 Texträtsel 92
 Thales von Milet 33, 64
 Theodorus von Kyrene 33
 Trapez 60, 61
 Turing, Alan 6

U

Umfang
 - Achteck 100
 - Deltoid 60
 - Dreieck 14, 58
 - Halbkreis 100
 - Kreis 96, 98
 - Kreissektor 106
 - Quadrat 14, 86
 - Raute 60
 - Rechteck 14, 86
 - rechtwinkeliges Dreieck 14
 - Trapez 61
 - Viertelkreis 100
 - zusammengesetzte Figuren 102
 Umkehroperationen 20, 30, 40, 44

V

Variable
 - in einem Term 67
 - (un)abhängige 124
 Veränderungen bei Formeln 86, 88, 89, 91, 99
 Verteilungsgesetz 70
 Verzweigungsregel 173
 Viertelkreis 100
 Volumen
 - allgemeine Pyramide 146
 - Prisma 147
 - Quader 16, 142
 - quadratische Pyramide 16, 144
 - Tetraeder 146
 - Würfel 16, 142
 Vorhersagen bei Zufallsereignissen 175, 176
 Vorrangregeln 8, 77
 Vorzeichenregeln 71

W

Wahrscheinlichkeiten
 - als Bruchzahl 172
 - aus Daten abschätzen 170
 - berechnen 168
 - im Sport 175
 - Interpretation 176
 Wertetabelle 124
 Würfel (Körper) 16, 142
 Wurzeln (Quadratwurzeln)
 - finden 30
 - anwenden 42
 Wurzelziehen 40, 42

Z

Zahlen
 - Bruchzahlen 28
 - ganze 26, 28, 36
 - imaginäre 36
 - irrationale 34
 - natürliche 26, 28, 36
 - negative 24
 - nichtrationale 34, 36
 - periodische 28
 - positive 24
 - rationale 28, 36
 - reelle 36
 Zahlenfolgen 78
 Zahlengerade 34
 Zahlengerade-Spiele 26, 32, 83
 Zehnerpotenzen 9
 Zentripetalkraft 91
 Zentriwinkel 106
 Zerlegen
 - Flächeninhalt 15
 - Oberflächeninhalt 148, 186
 - Partielles Wurzelziehen 40
 - Volumen 148, 186
 Zinsen 12
 Zusammenhänge (Daten) 118, 120
 Zylinder 180

- 6.1** Leonhard Euler: World History Archive/Alamy Stock Photo
6.2 Ada Lovelace: Pictorial Press Ltd/Alamy Stock Photo
6.3 Alan Turing: Pictorial Press Ltd/Alamy Stock Photo
6.4 Maryam Mirzakhani: ZUMA Press, Inc./Alamy Stock Photo **10** Tontechnik: K-FK/Shutterstock.com
11.1 Wanderin: ltomm/Shutterstock.com **11.2** Apfelernte: gpointstudio/Shutterstock.com
13.1 Euro-Geldscheine: MyOpinion/Shutterstock.com
13.2 Bäckerlehrling: Ikonoklast Fotografie/Shutterstock.com **17** Ziegelstein: Fablok/Shutterstock.com
18 Kinder auf Laufbahn: Master1305/Shutterstock.com
21 Buchstabenwürfel: Chones/Shutterstock.com **24** Freibad: © IKB mit freundlicher Genehmigung
27 Thermometer: sdecoret/Shutterstock.com **28** Mengen: Prime stock pk/Shutterstock.com
30 Descartes: Wikimedia Commons **32.1** Gemüse: Viktor Sergeevich/Shutterstock.com
32.2 Facharbeiterin Feldgemüsebau: BearFotos/Shutterstock.com **35** Euklid: Nastasic/iStock.com
36 Mengen: Prime stock pk/Shutterstock.com **38** Baumwurzel: jeep2499/Shutterstock.com
42.1 Zaun: Bohbeh creations/Shutterstock.com **42.2** Leinwand: Meteoritka/Shutterstock.com
43 Landschaftsgärtner: Serhii Krot/Shutterstock.com **44** Glaswürfel: enki/123rf.com
45 Holzkiste: urfinguss/iStock.com **46** zehnteiliger Würfel: Sanzhar Murzin/Shutterstock.com
48 Segelboot: bmpphotographer/Shutterstock.com
52 Bastelpapier schneiden: Annashou/Shutterstock.com
57.1 bunte Fliesen: Bjoern Wylezich/Shutterstock.com
57.2 Budweis: klug-photo/iStock.com **58.1** Weihnachtsbaum: djmilic/iStock.com
58.2 Hochspannungszeichen: Chutima Kuanamon/123rf
59 Origami: Mikhailava Alesia/Shutterstock.com **61** Mosaik: Deman/Shutterstock.com
62 Baustatiker: wichayada suwanachun/Shutterstock.com
66 Sonnenblume: Woottinun Punthasen/Shutterstock.com
69 Sonnenbrille und Kappe: Master1305/Shutterstock.com
80 Anubis wiegt Herzen: Potapovpaladin/Shutterstock.com
84 exotische Früchte: LightField Studios/Shutterstock.com
89 Rennwagen: Natursports/Shutterstock.com **90** Newton: zljao/123rf
91 Holzwürfel: olhovyi_photographer/Shutterstock.com **94** Stonehenge: Alzay/Shutterstock.com
96.1 Teller: Proonty/Shutterstock.com **96.2** Münze: Andrey Lobachev/Shutterstock.com
96.3 Pool: New Africa/Shutterstock.com **98.1** Pizza: Food Arena/Shutterstock.com
98.2 Stickrahmen: New Africa/Shutterstock.com **99.1** Baumstämme: FooTToo/Shutterstock.com
99.2 Menschenkreis: loreanto/Shutterstock.com
101.1 Tisch Halbkreis: ANTHONY PAZ/Shutterstock.com
101.2 Tischlerlehrling: Sorapop Udomsri/Shutterstock.com **101.3** Eiswaffel: tobi/123RF.com
103.1 Zielscheibe: Emvat Mosakovskis/Shutterstock.com **103.2** Yin und Yang: Wikimedia Commons
104.1 Leichtathletik-Laufbahn: Saravut Biacharas/Shutterstock.com
104.2 Wiener Riesenrad: Redfox1980/Shutterstock.com
105.1 Teppich: suicity/Shutterstock.com **105.2** Kirchturmuhre: Alex Polo/Shutterstock.com
105.3 Mittelkreis: Ivica Drusany/Shutterstock.com **108** Vögel: © BirdLife Österreich mit freundlicher Genehmigung
113 Cox at desk, 0003592, Special Collections Research Center, North Carolina State University Libraries, Raleigh, North Carolina mit freundlicher Genehmigung
114 Radfahrer:in: VH-studio/Shutterstock.com **115** Fahrradzubehör: LightField Studios/Shutterstock.com
116 Unwetter: Lisa-S/Shutterstock.com **117** Mental Health: Ratana21/Shutterstock.com
119.1 Barsch: Cajsja Lithell/Shutterstock.com **119.2** Aal: COULANGES/Shutterstock.com
121 Marienkäfer: Robert Schneider/Shutterstock.com
122 Heißluftballon: lunadoc/Shutterstock.com **123** Käse: Anatolii Riepin/Shutterstock.com
124 Ballon frei: topseller/Shutterstock.com **125** Leibniz: Wikimedia Commons
126 Pool: AstroStar/Shutterstock.com **127** Trinkwasser: lovelyday12/Shutterstock.com
140 Pyramiden Gizeh: mishamartin/Shutterstock.com
141.1 Spielwürfel: CapturePB/Shutterstock.com **141.2** Schrank: Dima Moroz/Shutterstock.com
141.3 Milch: rdnzl/Adobe Stock **143.1** Rubikwürfel: Popartic/Shutterstock.com
143.2 Ernő Rubik: Nikolay Vinokurov/Alamy Stock Photo **144** Louvre: Pixabay
145 Pyramidenkerze: ignasof/Shutterstock.com **146** Tetraeder-Würfel: Dimitri Stalnuhhin/123rf.com
147 Krone: tomertu/Shutterstock.com **148** Kirchturm Alt-Graun: Christa Eder/123rf.com
150 Bäckerei: Unai Huizi Photography/Shutterstock.com
153 Zebra und Strauß: Nabilah Mohamed/Shutterstock.com
163.1 Schwestern: Dean Drobot/Shutterstock.com **163.2** Tierpfleger: Roberto Binetti/Shutterstock.com
164 Hühner: Trust-Photography/Shutterstock.com **166** Lottokugeln: 3d_kot/Shutterstock.com
169.1 Spielwürfel: CapturePB/Shutterstock.com **169.2** Eule, Hirsch: Profitrollka/Shutterstock.com

169.3 Kolmogorow: GRANGER - Historical Picture Archive/Alamy Stock Photo
170 Hoodie: Ljupco Smokovski/Shutterstock.com **172** 10er-Würfel: PhotoRedHeart/Shutterstock.com
173 Murmeln: Sandeep Gore/Shutterstock.com
175.1 Spielwürfel rot doppelt: Alexey V Smirnov/Shutterstock.com
175.2 Freiwurf: Amittzi/Shutterstock.com **176** Briefwechsel: Triff/Shutterstock.com
178 Leuchtturm: Juergen Faelchle/Shutterstock.com **181.1** Dose a: realperson/Shutterstock.com
181.2 Dose b: Kornienko Alexandr/Shutterstock.com **181.3** Dose c: New Africa/Shutterstock.com
181.4 Bausteine: Fishman64/Shutterstock.com
181.5 Messbecher: Vangelis_Vassalakis/Shutterstock.com
183.1 Eistüte: studiovin/Shutterstock.com **183.2** vietnamesischer Hut: Alexandr Makarov/Shutterstock.com
183.3 Senklot: Mundiri/Shutterstock.com
184.1 Silo: SimplyCreativePhotography/iStock.com **184.2** Kiesgrube: Rudmer Zwerver/123rf.com
184.3 Orangensaft: utima/123rf.com **185.1** Hundefutter: Pixel-Shot/Shutterstock.com
185.2 Designer: goodluz/123rf.com **185.3** Pool: Jan Herodes/Adobe Stock
186.1 Kerzen: dezn56/Shutterstock.com **186.2** Buntstifte: kipgodi/Shutterstock.com
186.3 Sanduhr: leventina/iStock.com **186.4** Zirkuszelt: Pixabay
187.1 LKW: Whitevector/Shutterstock.com **187.2** Nackenrollen: nazarovsergey/Shutterstock.com
187.3 Boje: oxie99/Adobe Stock

Das HELBLING E-BOOK+ zum Erarbeitungsteil

Über das Seitenmenü hast du Zugriff auf alle Teilbereiche des E-BOOKs+.



Alle Aufgaben mit einem schwarzen Rahmen sind interaktiv. Du kannst sie im E-BOOK+ direkt bearbeiten und sie werden automatisch ausgewertet.

MATHRIXX Lernen



Auf der letzten Seite jedes Kapitels („CHECKPOINT“) findest du dieses Symbol zwei Mal, einmal bei den grünen Aufgaben und einmal bei den violetten (vertiefenden) Aufgaben.

Damit gelangst du zu individuellen Lernpfaden: Wenn du eine Checkpoint-Aufgabe nicht richtig löst, bekommst du Übungen, die auf deinen persönlichen Fortschritt abgestimmt sind.

Das können Trainingsaufgaben sein und interaktive Videos, in denen du Fragen zu beantworten hast.

Dein Fortschritt wird dir mit einem Ampelsystem angezeigt:

Grün: Fertig – gut gemacht!

Gelb: Teilweise richtig – weiter üben

Rot: Noch einiges zu tun



Vom Seitenmenü aus kannst du zu jedem Lernpfad in jedem Kapitel springen.

Erklärvideos



Hinter diesem Symbol verbergen sich Videos mit Erklärungen zum jeweiligen Lernschritt oder zu einer Aufgabe.

Im Seitenmenü kannst du auf alle diese Videos vom gleichen Ort aus zugreifen.

Lernplaner



Im Lernplaner kannst du Termine setzen, bis zu denen du einen Lernstoff beherrschen möchtest, z. B. für die nächste Schularbeit. Wie du dabei vorgehst, wird im E-BOOK+ erklärt.

Technologie



Wenn dieses Icon vor einem Lernschritt steht, führt es zu passenden Aufgaben aus unserem PLUS! 4 GeoGebra-Buch im Internet (in Kooperation mit FLINK von der JKU Linz).

Wenn dieses Icon vor einer Aufgabe steht, führt es zu den Materialien auf der HELBLING e-zone, die du für diese Aufgabe benötigst (z. B. Dateien).

Entdecke am besten gleich selbst, was du alles mit dem HELBLING E-BOOK+ machen kannst.

